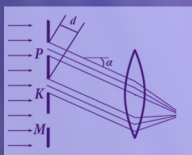
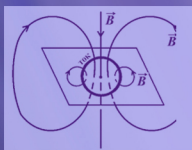
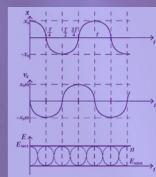
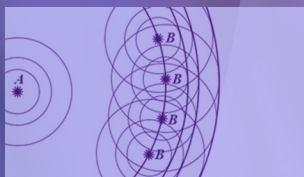
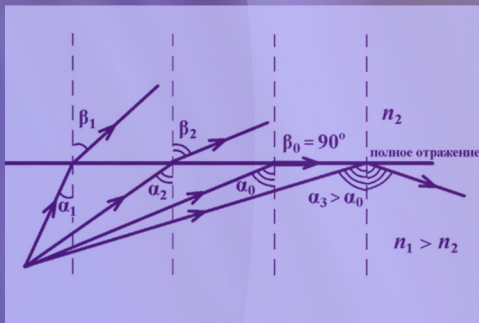


В. Е. КОТОВ

УДИВИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА



11
класс



Учебное пособие

В. Е. Котов

УДИВИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

11 класс

Учебное пособие

*Благотворительный
образовательный проект
силами учеников и друзей
Вадима Евгеньевича Котова*

Тула
Тульское производственное
полиграфическое объединение
2023

ББК 22.3я72
К73

Котов, В. Е.

К73 Удивительная физика. 11 класс : учеб. пособие [Благотворительный образовательный проект силами учеников и друзей Вадима Евгеньевича Котова] / В. Е. Котов. – Тула : ТППО, 2023. – 126 с.

ISBN 978-5-907689-02-2

В данной книге излагается курс физики за 11 класс средней школы по материалам занятий известного учителя Вадима Евгеньевича Котова. Она представляет собой попытку сохранить живой лекционный стиль изложения материала. Для лучшего понимания материала в книге приведены «Опорные конспекты», подготовленные ранее автором для краткого изложения изучаемых тем.

Книга адресована учащимся 11 класса, изучающим физику в школах или желающим изучить физику самостоятельно, разобраться в ней и построить целостное понимание предмета. Книга будет полезна абитуриентам как помощь для подготовки к экзаменам по физике. Она также адресована преподавателям и учителям физики российских школ, а также всем читателям, интересующимся методикой преподавания физики Вадима Евгеньевича Котова.

ББК 22.3я72

ISBN 978-5-907689-02-2

© В. Е. Котов, наследники, 2023

Как появилась эта книга

Автор этого учебного пособия – Вадим Евгеньевич Котов, преподаватель физики 8–11 классов ведущих школ и лицеев Тулы, таких как МБОУ «ЦО № 38» (Химический лицей), МБОУ «Лицей № 2 им. Б. А. Слободскова» (школа № 73).

Вадим Евгеньевич подготовил целое поколение участников всероссийских и международных олимпиад по физике, привел множество тульских школьников к успешному поступлению в ведущие научно-технические вузы России (МФТИ, МГУ, МИФИ, МГТУ им. Баумана и др.). Многие учителя Тулы и Тульской области благодаря ему увидели, как можно красиво и эффективно преподавать физику. Он разработал уникальную методику на основании собственного опыта, а также, используя богатейший опыт заслуженного учителя РФ, основателя движения профильных физико-математических классов Б. А. Слободскова, и органически встроил её в ступень полного среднего образования. Эта методика позволяет из отстающих и даже ничего не понимающих в предмете учеников растить сильных, отлично знающих школьную физику «олимпиадников», легко поступающих в ведущие физические вузы абитуриентов.

В. Е. Котов – обладатель множества значимых педагогических званий и наград:

- почетный работник общего образования РФ;
- лауреат конкурса «Учитель года России – 1995»;
- дважды лауреат премии фонда «Династия» в номинации «Наставник будущих ученых»;
- пятикратный Соросовский учитель;
- доцент Института повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования Тульской области.

Так сложилось, что Вадим Евгеньевич слишком рано, в 47 лет, ушел из жизни. К сожалению, он не успел оставить исчерпывающих материалов о своей методике преподавания, не успел написать учебник.

Мы, выпускники разных лет, которым посчастливилось учиться у Вадима Евгеньевича, приняли решение реализовать благотворительный проект «Удивительная физика. В. Е. Котов»,

с помощью которого надеемся сохранить то, как наш Учитель преподавал предмет ученикам. В жизни каждого из нас Вадим Евгеньевич сыграл особую роль. На наших глазах проходила его просветительская деятельность, когда уроки физики становились интересными и увлекательными, вдохновляли детей настолько, что физика для многих становилась призванием. Мы хотим передать следующим поколениям школьников хотя бы часть того, что позволило получить нам.

“Вадим Евгеньевич был одним из тех учителей, которых ученики любят и помнят всю жизнь. Очень светлый человек, для многих он стал гораздо большим, чем учитель физики. Он сумел создать свой замечательный неповторимый мир, в котором жил, – мир книг, задач, музыки, стихов, песен, которым щедро делился с учениками. Он был учителем физики, но дети учились у него также взгляду на мир, духовным ценностям, тонкому чувству искусства”.

“Вадим Евгеньевич пробуждал в детских душах ту самую «жажду знаний», о которой так часто говорят, но мало кто в своей жизни испытал её. Его трудами Знание становилось желанным и ценным сокровищем, о котором хотелось мечтать и к которому хотелось стремиться”.

(Из воспоминаний учеников)

Важно упомянуть также, что Вадим Евгеньевич Котов является одним из основателей, первым и долгое время бессменным руководителем летней многопрофильной школы (ЛМШ). Благодаря ему и его соратникам в трудные для науки времена ЛМШ стала благодатным полем общения увлеченных наукой молодых ученых и старших школьников. Ценности, особая атмосфера ЛМШ, утонченная культура как альтернатива массовым стереотипам стали впоследствии ориентиром в жизни для многих молодых людей.

Кроме того, Вадим Евгеньевич вел интересные факультативы и курсы по углубленному изучению физики, регулярно общался с ребятами по скайпу: отвечал на вопросы и объяснял физику, собирал на своем сайте <http://vkotov.narod.ru/> тематические материалы по физике для школьников и делал еще многое для поднятия уровня образования и популяризации науки.

Сайт Вадима Евгеньевича действует, он содержит материалы по физике для абитуриентов и учителей (опорные конспекты, материалы для подготовки к ЕГЭ, задачи семинаров и олимпиад).

Эта книга создавалась учениками по конспектам лекций школьных уроков. Мы признаем, что самое интересное и захватывающее из уроков Вадима Евгеньевича осталось «за кадром» – это живой диалог, способность объяснить тему «с огоньком», на одном дыхании, красочно и разными способами так, чтобы понятно было всё и каждому без исключения. Однако мы полагаем, что даже этот материал, созданный из записанных тезисов лекций В. Е. Котова, своей системностью и ясностью принесет читателям много пользы.

Данное учебное пособие будет интересно учителям физики, которые хотят получить высокоэффективный материал для самообразования и для работы с учениками, а также ученикам 11 классов для самостоятельной подготовки к урокам физики.

От первого лица

Вадим Евгеньевич Котов

...О своем учителе и школьной физике

(из статьи «Этюд для доски и указки».

Тульские известия. 2016. 13 апр.)

Вспоминаю своего учителя физики Бориса Анатольевича Слободскова, имя которого сейчас носит лицей № 2 г. Тулы. Как-то я застал его сидящим в пустом классе с новым задачником. Он, в то время уже заслуженный и, можно сказать, легендарный педагог, решал школьные задачи. Повернувшись ко мне, Борис Анатольевич произнес: «Знаешь, какое это удовольствие – учиться?» Эту радость приобщения к науке он умел донести до учеников. В нем было потрясающее обаяние интеллекта.

Разумеется, я пытался подражать и даже копировать, но скоро понял, что невозможно учить по чужим рецептам. Ты должен нести детям «свою» физику, делиться тем, что сам понял, сам продумал до мельчайших деталей. Школьная наука так же неисчерпаема, как и «большая». Десяток формул позволяет объяснить и предсказать развитие событий в тысячах разных ситуаций. Это как в шахматах: правила, по которым ходят фигуры, достаточно просты, и их немного. Но какие красивые и драматичные партии мы можем наблюдать, какие сложные этюды создаются! На элементарных правилах школьной физики такое тоже можно создать. Это – проверенный временем инструмент для развития мышления и интеллекта. И для каждого класса его нужно настроить по-своему, чуть-чуть не так, как делал раньше. Учителю всегда есть чему учиться, независимо от опыта и прежних успехов. Борис Анатольевич любил повторять: всегда найдется задача, которую ты не сумеешь решить...

http://ti71.ru/articles/society/by1_rytsarem_ot_nauki/

...О методе изучения физики

(из личной переписки)

Вопрос про книги по теории оказался для меня очень трудным. Нет такой книги, в которой всё было бы написано идеально правильно, понятно и хорошо. Более того, то, что один специалист назовет правильным, другой будет громко ругать как грубую и непростительную ошибку – физика у каждого своя :) То есть формулы, в общем, почти одни и те же, но подходы, акценты, логика...

В общем, надо понемногу выстраивать собственное понимание.

Критерием истины тут может являться решение задач: если какой-то подход помогает тебе эффективно разбираться в задачах, бери его в копилку. Поэтому нельзя просто читать теорию – надо параллельно решать задачи по изучаемой теме.

И еще должна возникать полная ясность в том, откуда и каким образом возникает каждое утверждение. Какие-то утверждения лежат в основе теории и ниоткуда не выводятся – рассматриваются как обобщение опытных фактов, например, законы Ньютона и т. п. Это надо тоже четко понимать: вот тут основные положения (постулаты, базовые законы, принципы – их очень немного), а всё остальное надо четко понимать, как выводится.

В одних книжках будут понятно выведены одни вещи, в других – другие. Авторы, являясь специалистами в своих областях, очень ясно представляют себе эти области, а в других разделах пишут жуткую путаницу. При этом излагают они очень авторитетным и уверенным тоном – на это не надо полагаться: если непонятно, то, скорее всего, автор сам не очень хорошо представляет, о чем речь. Или если видна логическая ошибка, то не надо думать, что ты чего-то не понимаешь – они случаются почти у всех.

Есть, конечно, авторы, которые и не пытаются писать понятно – в науке, к сожалению, есть традиция писать специально непонятные и запутанные наукообразные тексты. Этих текстов, увы, большинство, и тут ничего не поделаешь: наука в наше время – массовая специальность, а не исключительная стезя подвижников и энтузиастов. Но таких книг я тебе не порекомендую – это

я пишу просто, чтобы тебе не думалось, что всё, написанное в книжках, – истина и идеал.

То есть надо понемногу, читая разные книжки (и решая много задач!), выстраивать свою, именно тебе абсолютно понятную и для тебя логичную картину физики. Ну так, по крайней мере, я делал и не могу сказать, что процесс у меня завершён – то есть дело долгое :)

Рекомендуемые книги по физике перед учебой в профильном вузе (из личной переписки)

1. Классический физтеховский курс физики Сивухина в 5 томах. Смело можно читать и разбираться – он очень подробно и, на мой взгляд, правильно описывает принципиальные подходы. Там, где будет непонятная математика (дифференциальные уравнения, интегралы, тензоры и т. п.), можно смело пропускать. Предлагаемые задачи, по возможности, можно решать, правда, там для решения могут интегралы и производные понадобиться – тогда решать не надо.

2. Фейнмановские лекции. По ним нельзя учиться – там много некорректных формулировок, неточных формул и вообще «ляпов». Но они замечательно передают неповторимое обаяние физической науки в изложении одного из величайших её представителей (я думаю, что он не всегда хорошо готовился к этим лекциям и не оттачивал их многолетним повторением, но ощущение они передают классно). И много важных идей, и подходов там очень наглядно изложено.

3. А максимальное количество строгих и абсолютно выверенных формулировок – в справочнике Яворского и Детлафа – тут всё четко, кратко и почти всегда абсолютно точно.

1. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1.1. Понятие колебания

Определение 1. *Колебаниями называют точное или приближенное повторение какого-либо процесса с течением времени.*

В зависимости от природы повторяющего процесса различают:

– механические колебания – повторяющееся механическое движение;

– электрические колебания – повторяющийся процесс изменения силы тока (а также напряжения или заряда конденсатора) в электрической цепи;

– электромагнитные колебания – повторяющийся процесс изменения напряженности электрического поля \vec{E} и индукции магнитного поля \vec{B} ;

– колебания иной природы (например, квантовые осцилляторы), которые в школьном курсе не рассматриваются.

В процессе колебаний физические величины, которые описывают повторяющийся процесс, тоже испытывают повторяющиеся изменения. Такие величины называют колеблющимися (ξ). Колеблющиеся величины в механических колебаниях – это координаты, скорость \vec{v} , ускорение \vec{a} , энергия E ; в электрических колебаниях – сила тока I , напряжение U , заряд конденсатора q ; в электромагнитных – напряженность электрического поля \vec{E} и индукция магнитного поля \vec{B} .

Определение 2. *Колебания называются периодическими, если происходит точное повторение процесса.*

Для периодических колебаний можно ввести понятия «период» и «частота колебаний».

Определение 3. *Периодом механических колебаний называют минимальное время, через которое система возвращается в первоначальное состояние и начинается повторение процесса. Иными словами, период есть время одного полного колебания (рис. 1).*

Единицы измерения $[T] = 1 \text{ с}$.

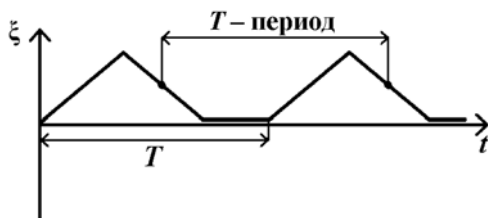


Рис. 1

Определение 4. *Частота механических колебаний — количество полных колебаний за единицу времени.*

Это величина, обратная по отношению к периоду:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Единицы $[\nu] = \frac{1}{[T]} = \text{с}^{-1} = 1 \text{ Гц}$.

Если колебания не периодические, то иногда говорят о переменной частоте (переменном периоде).

1.2. Гармонические колебания

1. В периодических колебаниях колеблющиеся величины возвращаются к своему начальному значению, и их зависимость от времени выражается периодическими функциями. Простейшие такие функции — синус и косинус (\sin и \cos).

Определение 5. Гармоническими называют колебания, в которых колеблющиеся величины зависят от времени по закону \sin или \cos :

$$\xi = A \cos(t + \varphi_0).$$

Определение 6. Амплитудой A механических колебаний называют разность между максимальным и средним значением колеблющейся величины.

Определение 7. Фазой φ механических колебаний называют аргумент периодической функции (синуса или косинуса):

$$\varphi = \omega t + \varphi_0.$$

Фаза φ_0 в момент времени $t = 0$ называется начальной фазой.

Определение 8. Скорость изменения фазы с течением времени называется циклической частотой ω :

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Циклическая частота однозначно связана с периодом и частотой колебаний. За промежуток времени Δt , равный периоду колебаний T , фаза изменится на $\Delta\varphi = 2\pi$, и колеблющаяся величина вернется к своему начальному значению:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}.$$

2. Векторная диаграмма гармонического колебания

Часто используется модель гармонических колебаний, называемая векторной диаграммой. В этой модели рассматривается вектор, длина которого равна амплитуде колебаний A . Угол между этим вектором и произвольно выбранной осью координат равен фазе φ . Вектор вращается с угловой скоростью ω (рис. 2).

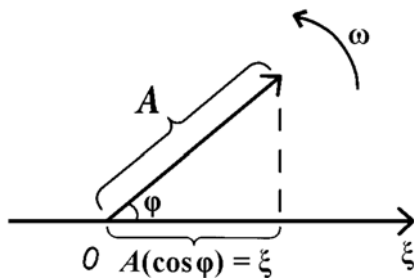


Рис. 2

Проекция вектора на ось в любой момент будет равна колеблющейся величине ξ .

С помощью векторных диаграмм удобно складывать колеблющиеся величины. Действительно, если векторы складываются, то их проекции тоже складываются. Значит, если сложить векторы двух колебаний \vec{A}_1 и \vec{A}_2 , то суммарный вектор $\vec{A}_1 + \vec{A}_2$ окажется вектором суммарного колебания \vec{A} . Его проекция – сумма проекций складываемых векторов, т. е. сумма колеблющихся величин (рис. 3).

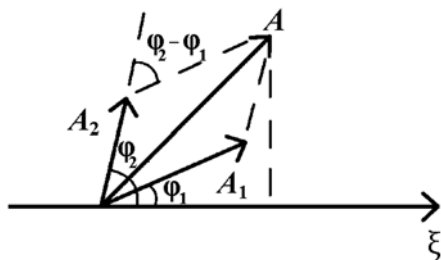


Рис. 3

Применив теорему косинусов для нахождения стороны треугольника, получим:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_1 \times A_2 \times \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

3. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

Продифференцируем выражение для колеблющейся величины:

$$\xi = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$\xi' = -A\omega \times \sin(\omega t + \varphi_0),$$

$$\xi'' = -A\omega^2 \times \cos(\omega t + \varphi_0),$$

$$\xi'' = -\omega^2 \xi.$$

Получим уравнение:

$$\xi'' + \omega^2 \xi = 0. \quad (1)$$

Это уравнение называется дифференциальным уравнением гармонических колебаний.

Если какая-либо физическая величина ξ подчиняется этому уравнению, то процесс, который она описывает, является гармоническим колебанием. Гармонические колебания в чистом виде фактически не встречаются в природе, однако это самая простая модель колебаний.

В математическом анализе доказывается (теорема Фурье), что любая периодическая функция может быть представлена с необходимой точностью как сумма функций \sin (или \cos) с разными коэффициентами A и частотами ω . Иными словами, любое реальное колебание может быть представлено с заданной точностью в виде комбинации гармонических колебаний.

1.3. Свободные колебания груза на пружине

1. Пусть груз массы m находится на гладкой (нет трения) горизонтальной поверхности и прикреплен к вертикальной стенке пружинной жесткостью k . Отведем груз из положения равновесия и отпустим (рис. 4).

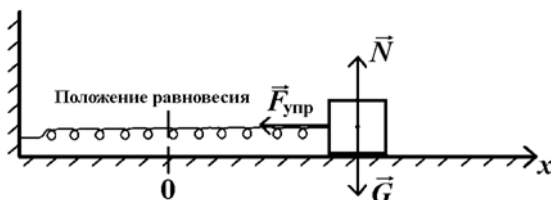


Рис. 4

Обозначим силы, действующие на груз: \vec{N} – сила нормальной реакции опоры, \vec{G} – сила тяжести, $\vec{F}_{\text{упр}}$ – сила упругости, действующая на груз со стороны пружины.

Согласно второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{упр}} + \vec{G} + \vec{N}.$$

Введем горизонтальную ось OX . В проекции на эту ось:

$$ma_x = F_{\text{упр}x},$$

$$a_x = v'_x = x'',$$

$$F_{\text{упр}x} = -kx,$$

$$mx'' = -kx,$$

$$x'' + \frac{k}{m}x = 0$$

– дифференциальное уравнение механических колебаний (сравним с уравнением (1)). Из этого уравнения видно, что

$$\omega^2 = \frac{k}{m},$$

т. е. движение груза на пружине – гармоническое колебание с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Решение такого дифференциального уравнения – зависимость координаты груза от времени $x(t)$. Из курса дифференциальных уравнений известно, что решение этого уравнения имеет вид:

$$x = A \cos (\omega t + \varphi_0).$$

2. Мы уже выяснили, какова частота ω в данной колебательной системе, но не знаем A и φ_0 . Эти величины не могут быть определены из самого дифференциального уравнения. Они зависят от начальных условий, т. е. от состояния системы в момент времени $t = 0$.

Рассмотрим, как найти A и φ_0 при конкретных начальных условиях.

Пусть, например, в начальный момент груз отвели от состояния равновесия вправо, растянув пружину, и отпустили. Тогда координата груза была x_0 ($x_0 > 0$), а начальная скорость $v_0 = 0$ в момент времени $t = 0$:

$$\begin{cases} x_0 = A \cos \varphi_0 \\ 0 = -A\omega \sin \varphi_0 \\ \sin \varphi_0 = 0, \\ \varphi_0 = \pi \text{ или } 0. \end{cases}$$

Если $\varphi_0 = \pi$, то $x_0 = A \cos \pi = -A$ – не подходит по условию $x_0 > 0$.

Если $\varphi_0 = 0$, то $x_0 = A \cos 0 = A$.

То есть $x = x_0 \cos(\omega t)$ – уравнение движения груза вдоль оси OX при данных начальных условиях.

3. Изобразим на графиках зависимость координаты, скорости и ускорения груза от времени.

$x = x_0 \cos(\omega t)$ – координата груза в зависимости от времени при данных начальных условиях (рис. 5).

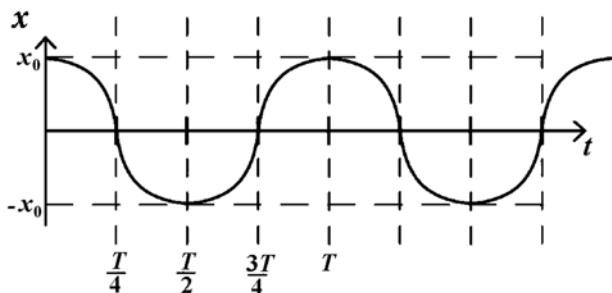


Рис. 5

$v_x = -x_0 \omega \sin(\omega t)$ – скорость груза вдоль оси OX при данных начальных условиях (рис. 6).

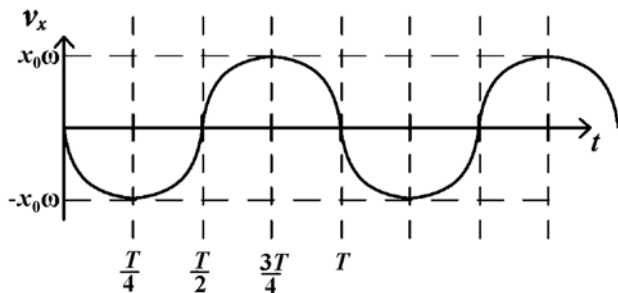


Рис. 6

$a_x = -x_0 \omega^2 \cos(\omega t)$ – ускорение груза вдоль оси OX при данных начальных условиях (рис. 7).

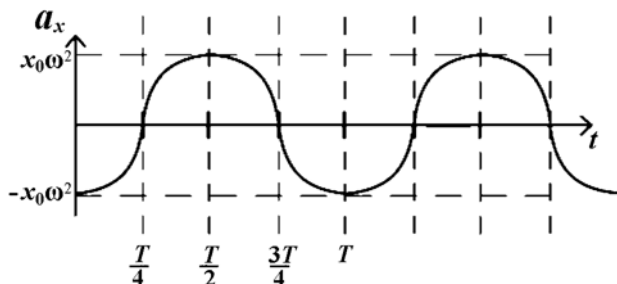


Рис. 7

4. Рассмотрим движение груза с течением времени.

$t = 0$ (сразу после отпускания груза): груз максимально отклонен от положения равновесия на расстояние x_0 . Его ускорение максимально, т. к. пружина максимально деформирована и связанная с деформацией сила упругости пружины тоже имеет наибольшее значение. Скорость груза равна 0.

$0 < t < \frac{T}{4}$ (первая четверть периода): смещение от положения равновесия уменьшается, уменьшается сила упругости пружины, вместе с ней убывает модуль ускорения, а скорость растет.

$t = \frac{T}{4}$: смещение 0, груз в положении равновесия, пружина не деформирована. Но скорость при этом максимальна.

$\frac{T}{4} < t < \frac{T}{2}$ (вторая четверть периода): смещение растет в отрицательную сторону. Пружина сжимается, при этом растет её сила упругости и ускорение груза, а скорость уменьшается до 0, т. к. ускорение и скорость противоположны: $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$.

$T = \frac{T}{2}$: смещение максимально, но по знаку противоположно начальному. Скорость снова равна нулю, а ускорение максимально по величине.

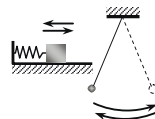
Важно заметить, что скорость максимальна при прохождении положения равновесия, когда смещение и ускорение равно нулю. Скорость равна 0 в точках максимального смещения, там же максимально ускорение.

Колебания и волны

1. Колебаниями называется точное или приближенное повторение какого-либо процесса с течением времени (обычно повторение бывает многократным).

В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают:

- а) **механические колебания** — повторяющийся процесс представляет собой механическое движение;
- б) **электромагнитные колебания** — повторяющийся процесс представляет собой изменение силы тока, напряжения, заряда конденсатора в электрической цепи, вектора \vec{E} (напряженности электрического поля), вектора \vec{B} (индукции магнитного поля);
- в) **другие колебания** — повторяться могут и другие процессы, например, изменение температуры и пр.



Колеблющимися величинами называются физические величины, описывающие процесс, повторяющийся при колебаниях, (или систему, с которой этот процесс происходит) и сами испытывающие повторяющиеся изменения.

В **механических колебаниях** колеблющимися величинами могут быть: координата, скорость, ускорение и другие величины, описывающие механическое движение.

В **электромагнитных колебаниях** колеблющимися величинами могут быть: сила тока, напряжение, заряд конденсатора,

\vec{E} , \vec{B} и другие величины, описывающие электрический ток и электромагнитное поле.

Периодическими называются колебания, при которых происходит точное повторение процесса через равные промежутки времени.

Периодом периодических колебаний называется минимальное время, через которое система возвращается в первоначальное состояние и начинается повторение процесса.

Процесс, происходящий за один период колебаний, называется «одно полное колебание».

Частотой периодических колебаний называется число полных колебаний за единицу времени (1 секунду) — это может быть не целое число.



$$\nu = \frac{1}{T}$$

Период — время одного полного колебания.

Чтобы вычислить частоту ν , надо разделить 1 секунду на время T одного колебания (в секундах), и получится число колебаний за 1 секунд.

2. Гармоническими колебаниями называются колебания, в которых колеблющиеся величины зависят от времени по закону синуса или косинуса.

Колеблющаяся величина (координата точки, сила тока, напряженность поля, или иная величина)

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) + \bar{x}$$

Начальная фаза — значение фазы φ в момент $t = 0$.

Изменяя значение φ_0 , можно получать различные значения x в момент $t = 0$.

Амплитуда колебаний — максимальное отклонение колеблющейся величины от среднего за период значения \bar{x} .

Если среднее за период значение колеблющейся величины равно 0, то амплитуда равна максимальному значению колеблющейся величины: $A = x_m$.

Фаза колебаний — аргумент функции синус или косинус в уравнении зависимости колеблющейся величины от времени.

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

Циклическая частота колебаний — скорость изменения фазы с течением времени.

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$

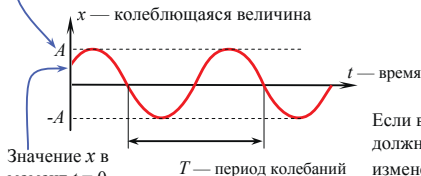
Изменение фазы, произошедшее за время Δt .

Если время Δt равно периоду колебаний T , то изменение фазы $\Delta \varphi$ за это время (T) должно быть равно 2π (т. к. функции \sin и \cos повторяют свои значения при изменении аргумента (φ) на 2π , а через время T значение колеблющейся величины как раз должно повториться).

Таким образом, при $\Delta t = T$ будет $\Delta \varphi = 2\pi \Rightarrow \omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

подставлено $1/T = \nu$



Значение x в момент $t = 0$ определяется величиной φ_0 .

Если колебания гармонические, т. е. колеблющаяся величина x равна $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) + \bar{x}$, то вторая производная колеблющейся величины по времени x'' будет линейно зависеть от самой колеблющейся величины (x):

$$x''(t) = -\omega^2 \cdot x + \omega^2 \bar{x}$$

$$x'(t) = -\omega A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$x''(t) = -\omega^2 A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Если x — координата точки, движущейся вдоль оси OX , то:

$x'(t) = v_x$ — проекция скорости $\Rightarrow v_{\max} = \omega A$ — максимальная скорость.

$x''(t) = a_x$ — проекция ускорения $\Rightarrow a_{\max} = \omega^2 A$ — максимальное ускорение.

Это уравнение называется **дифференциальным уравнением гармонических колебаний**. Если какая-либо физическая величина x подчиняется уравнению такого вида, то можно утверждать, что она зависит от времени по гармоническому закону (\sin и \cos), а процесс, который описывает величина x , представляет собой гармонические колебания.

3. Простейшие колебательные системы.

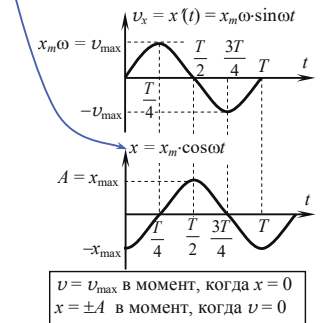
Пружинный маятник



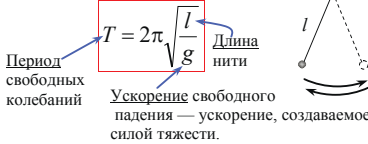
в отсутствие трения

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \text{const} = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

$x = \Delta l$ — удлинение пружины
 $A = x_{\max} = \Delta l_{\max}$ — амплитуда колебаний (максимальное удлинение пружины)
 U_{\max} — максимальная скорость груза



Математический маятник



Если кроме силы тяжести на маятник действуют другие постоянные активные силы, то вместо g в формулу подставляют модуль ускорения, создаваемого суммой всех активных сил:

$$\vec{a}_{\text{акт}} = \frac{\sum \vec{F}_{\text{акт}}}{m} \quad (\text{активными называются}$$

силы, имеющие ненулевой вращающий момент относительно точки подвеса маятника)

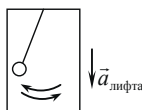
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a_{\text{акт}}}}$$

Маятник в лифте:



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + a_{\text{лифт}}}}$$

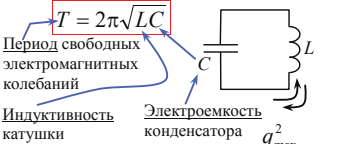
если $\vec{a}_{\text{лифта}}$ - вверх



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g - a_{\text{лифт}}}}$$

если $\vec{a}_{\text{лифта}}$ - вниз

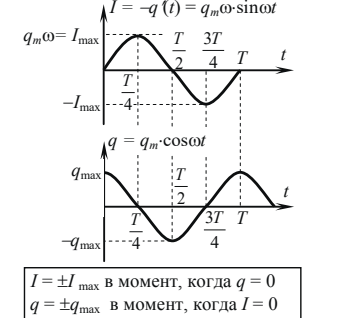
Колебательный контур



$$W_{\text{эл}} + W_{\text{магн}} = \text{const} \quad \frac{q^2}{2C} + \frac{L I^2}{2} = \text{const}$$

$$\frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \text{const} = \frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2}$$

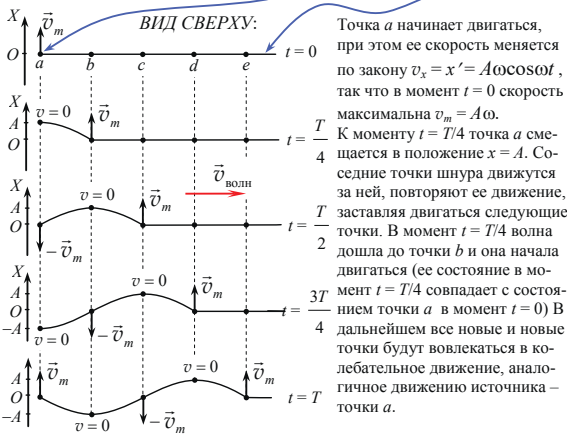
q^2 — напряжение на конденсаторе q -го заряда
 $2C$ — сила тока в катушке,
 q_{\max} , U_{\max} и I_{\max} — максимальные (амплитудные) значения заряда, напряжения и силы тока.



4. Волна — распространение колебательного процесса в пространстве с течением времени. Если в какой-то области пространства происходит колебательный процесс, то это может породить аналогичные колебания в соседних областях пространства.

Например, если какая-либо точка упругой среды совершает механические колебания, то при этом она, как правило, заставляет колебаться соседние, прилегающие к ней точки среды. Те, в свою очередь, передают колебательное движение следующим точкам и т. д.

Пример: на гладкой горизонтальной поверхности лежит шнур и в некоторый момент его крайнюю точку a начинают двигать вдоль оси OX по закону $x = A \sin \omega t$



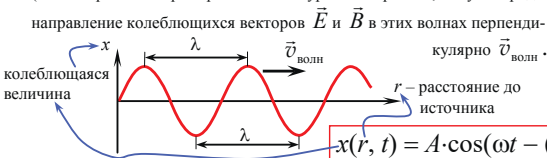
колебания индукции магнитного поля \vec{B} , то это порождает в окружающем пространстве колебания напряженности электрического поля \vec{E} , которые, в свою очередь, порождают новые колебания \vec{B} и т. д. Электромагнитные колебания распространяются от источника, т. е. начинают происходить во все новых и новых областях пространства.

Фронт волны — поверхность, отделяющая область пространства, в которой уже начались колебания, от области, где колебания еще не происходят. Фронт волны перемещается по мере распространения волны. (В рассмотренном примере со шнуром фронтом волны в момент $t = T/4$ является точка b , в момент $t = T/2$ — точка c и т. д.)

Скорость распространения волны ($\vec{v}_{\text{волн}}$) — скорость движения волнового фронта, а также любой другой поверхности постоянной фазы (любого «горба» волны, или «впадины»).

Механическая волна называется **поперечной**, если направление движения колеблющихся точек в ней перпендикулярно направлению $\vec{v}_{\text{волн}}$. Если же колеблющиеся точки движутся параллельно $\vec{v}_{\text{волн}}$, то волна называется **продольной**.

(Рассмотренная в примере волна в шнуре — поперечная, а звук — продольная волна.) Электромагнитные волны являются поперечными, т. е. направление колеблющихся векторов \vec{E} и \vec{B} в этих волнах перпендикулярно $\vec{v}_{\text{волн}}$.



Длина волны (λ) — минимальное расстояние между точками, колебания в которых происходят с разностью фаз 2π . (При такой разности фаз колеблющиеся величины в этих точках имеют одно и то же значение, так что λ — расстояние между соседними «горбами», или соседними «впадинами» волны.)

$$\lambda = v_{\text{волн}} \cdot T = v_{\text{волн}} / \nu$$

1.4. Математический маятник

1. Модель математического маятника

Математический маятник – материальная точка массы m , подвешенная на невесомой нерастяжимой нити в поле силы тяжести. Если маятник отклонить из равновесного положения и отпустить, будут происходить колебания. Эти колебания, строго говоря, не гармонические, но при малых амплитудах (когда синус угла отклонения приближенно равен самому углу в радианах: $\sin \alpha \approx \alpha$) колебания математического маятника можно считать гармоническим с достаточно большой точностью (чем меньше амплитуда, тем больше точность). При угле отклонения 15° ошибка составляет примерно 1 %.

2. Уравнение математического маятника

Получим уравнение такого движения. Пусть l – длина нити, α – угол отклонения нити от равновесного (вертикального) положения, \vec{T} – сила натяжения нити, действующая на груз, \vec{G} – сила тяжести. S – расстояние между текущим и равновесным положением груза. Введем ось τ , в каждый момент она направлена по касательной к траектории груза (рис. 8).

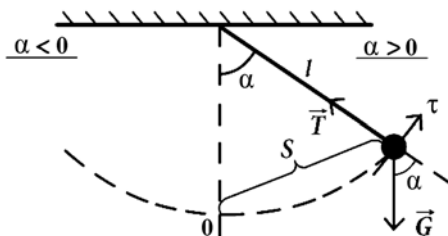


Рис. 8

$S'(t) = \frac{ds}{dt} = v_\tau$ – скорость в направлении оси τ .

$v'_\tau = \frac{dv_\tau}{dt} = a_\tau = S''(t)$ – ускорение в направлении оси τ .

По второму закону Ньютона в проекциях на ось τ :

$-mg \sin \alpha = a_\tau m$ (сила натяжения нити перпендикулярна оси τ).

По условию «малого угла» $\sin \alpha \approx \alpha$ (в радианах) $= \frac{S}{l}$. Тогда

$$-g \frac{S}{l} = S'',$$

$$S'' + \frac{g}{l} S = 0.$$

Это уравнение – дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Как мы уже знаем, решение такого уравнения – зависимость величины $S(t)$ по закону $S = A \cos(\omega t + \varphi_0)$. Здесь $\omega = \frac{g}{l}$.

Получается, что малые колебания математического маятника – гармонические с периодом $T = 2\pi = \sqrt{\frac{l}{g}}$. Малыми колебания считаются при условии $\sin \alpha \approx \alpha$ в радианах.

Важно отметить, что период малых колебаний математического маятника не зависит от:

- амплитуды колебаний,
- массы груза,

но зависит от длины нити и ускорения свободного падения g .

3. Дополнительные силы

Определение 9. Сила называется активной, если ее момент относительно оси вращения системы не равен всё время 0 (т. е. активная сила – та, которая способна вызывать вращение).

Из сил, действующих на математический маятник, активной является только сила тяжести. Момент силы натяжения нити \vec{T} равен нулю, поскольку она всегда проходит через центр вращения и имеет нулевое плечо. Однако часто встречаются ситуации, когда кроме силы тяжести на математический маятник действуют и другие активные силы (например, электрическая).

В этом случае в формуле периода колебаний математического маятника вместо ускорения силы тяжести ставят ускорение, созданное суммой всех активных сил, действующих на математический маятник.

$$T = 2\pi = \sqrt{\frac{l}{a_{\text{акт}}}},$$

$$\vec{a}_{\text{акт}} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{F}_{\text{акт}i}}{m}.$$

Найдем, например, период гармонических колебаний математического маятника (колебания малые), который подвешен в вагоне, движущемся с горизонтальным ускорением \vec{a} . Маятник отклоняется из-за ускорения вагона, можно сказать, что на него действует сила инерции $\vec{F}_{\text{ин}}$:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{ин}} &= m\vec{a}, \\ \vec{a}_{\text{акт}} &= \frac{\vec{F}_{\text{ин}} + \vec{G}}{m}, \\ a_{\text{акт}} &= \frac{|\vec{F}_{\text{ин}} + \vec{G}|}{m} = \frac{\sqrt{(mg)^2 + (ma)^2}}{m} = \sqrt{g^2 + a^2}, \\ T &= 2\pi = \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + a^2}}}.\end{aligned}$$

1.5. Превращение энергии в гармонических колебаниях

Запишем законы изменения кинетической $E_{\text{кин}}$, потенциальной Π и полной энергии $E_{\text{мех}}$ в гармонических колебаниях в зависимости от времени.

Для пружинного маятника:

$$\begin{aligned}v_x &= x' = -x\omega \sin(\omega t), \\ E_{\text{кин}} &= \frac{mv_x^2}{2} = \frac{m\omega^2 x_0^2}{2} \sin^2(\omega t) = \frac{m\omega^2 x_0^2}{4} (1 - \cos^2(\omega t)), \\ \Pi &= \frac{kx^2}{2} = \frac{kx_0^2}{2} \cos^2(\omega t) = \frac{kx_0^2}{4} (1 + \cos^2(\omega t)), \\ E_{\text{мех}} &= \Pi + E_{\text{кин}} = \frac{kx_0^2}{2} = \text{const.}\end{aligned}$$

Вывод: при гармонических колебаниях груза на пружине:

- полная механическая энергия не изменяется;
- потенциальная энергия переходит в кинетическую и обратно;
- потенциальная энергия в амплитудных положениях груза максимальна, кинетическая равна нулю;
- кинетическая энергия максимальна в положениях равновесия, а потенциальная равна нулю;

– Π и $E_{\text{кин}}$ совершают гармонические колебания с частотой $\omega_{\text{эл}} = 2\omega$. Колебания Π и $E_{\text{кин}}$ происходят вокруг среднего значения $\frac{kx_0^2}{4}$.

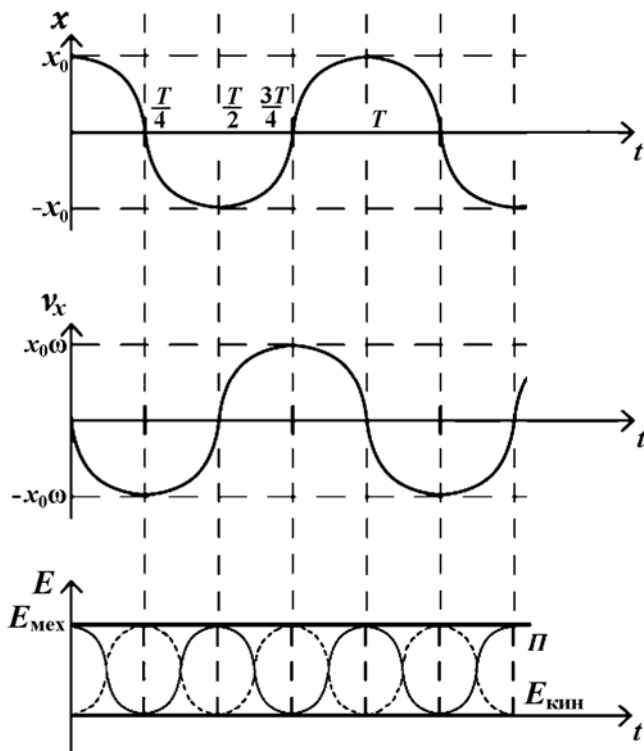


Рис. 9

Факт сохранения механической энергии при гармонических колебаниях позволяет утверждать, что если механическая энергия колебательной системы подчиняется уравнению

$$E_{\text{мех}} = \frac{\alpha x^2}{2} + \frac{\beta (\dot{x})^2}{2} = \text{const},$$

например, $E_{\text{мех}} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv_x^2}{2} = \text{const}$, то колебания гармонические.

Здесь x – колеблющаяся величина (координата смещения из положения равновесия). В том, что колебания такой системы – гармонические, можно убедиться, взяв производную формулы (1) по времени:

$$\begin{aligned}\frac{\alpha}{2}2x \times x'(t) + \frac{\beta}{2}2x'(t)x''(t) &= 0, \\ \alpha x + \beta x'(t) &= 0, \\ x'(t) + \frac{\alpha}{\beta}x &= 0.\end{aligned}$$

Это уравнение гармонических колебаний с частотой $\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$

и периодом $T = 2\pi\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$. α и β – положительные константы. В случае груза на пружине они имеют смысл жесткости k и массы m . В других колебаниях смысл может быть иной.

Пример: для математического маятника (рис. 10).

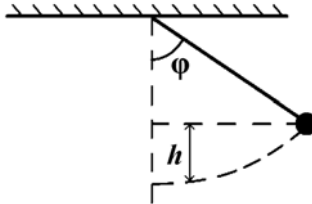


Рис. 10

$$\begin{aligned}E_{\text{мех}} &= \frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const}, \\ \omega &= \varphi'(t), \\ v &= \omega l = l\varphi',\end{aligned}$$

$$h = l - l \cos \varphi = l(1 - \cos \varphi) = 2l \sin^2 \frac{\varphi}{2}.$$

Если $\varphi \ll l$, то $\sin^2 \frac{\varphi}{2} \approx \frac{\varphi^2}{4}$ (условие «малых колебаний»),

$$\begin{aligned}h &= l \frac{\varphi^2}{2}, \\ E_{\text{мех}} &= \frac{ml^2(\varphi')^2}{2} + mgl \frac{\varphi^2}{2}\end{aligned}$$

– это уравнение имеет вид уравнения (1), где $\alpha = mgl$, $\beta = ml^2$,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Вывод: определить период гармонических колебаний механической системы можно, если записать ее механическую энергию в виде (1). Из этой записи можно выяснить значение α и β . Тогда можно найти период колебаний $T = 2\pi \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$. Иногда удобнее находить α и β , записав второй закон Ньютона или уравнение динамики вращательного движения.

Вывод: чтобы колебания механической системы были гармоническими, необходимо, чтобы вращающая сила оказалась пропорциональна смещению (или вращающий момент оказался пропорционален угловому смещению) из положения равновесия. Коэффициент α является коэффициентом пропорциональности. β имеет смысл инертности системы: массы m в модели математического маятника, или момента инерции I в случае вращательных движений.

2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

2.1. Магнитные силы. Магнитное поле

1. Понятие магнитного поля

Из опыта известно, что вокруг особого рода металлов (например, магнитной руды) существует особое поле – магнитное. Оно проявляет себя в том, что толкает железные предметы к магнитам. Опыт показывает, что наша планета Земля тоже создает вокруг себя магнитное поле, т. е. является большим магнитом. Магнитная стрелка компаса вблизи Земли ориентируется определенным образом под действием магнитного поля Земли.

В начале XIX века датский ученый Ганс Кристиан Эрстед обнаружил, что магнитное поле могут создавать не только особые виды руды, но и электрические токи, т. е. движущиеся заряженные частицы. Эрстед обнаружил, что провод с током действует на магнитную стрелку, не соприкасаясь с ней, т. е. своим полем. Из третьего закона Ньютона понятно, что если магнитный ток действует магнитной силой на магнитную стрелку, то и магнитная стрелка действует магнитной силой на ток. Таким образом, магнитное поле создается движущимися зарядами (токами) и магнитное поле действует на движущиеся заряды (токи).

Даже в постоянных магнитах магнитное поле создается благодаря движению электронов. Именно на движущиеся электроны действует магнитная сила, когда магнит притягивает железо. Правда, в смысле магнитного взаимодействия важно собственное вращение электронов как бы «вокруг своей оси», а не вокруг ядра.

Количественную характеристику магнитного поля можно ввести аналогично характеристике электрического поля – напряженности \vec{E} . Обозначим её \vec{B} .

2. Характеристика магнитного поля

Вспомним, что $\vec{F}_{эл} = q\vec{E}$ – напряженность численно равна силе, приходящейся на единицу заряда.

Похожим образом $\vec{F}_{маг} = q\vec{v} \times \vec{B}$: \vec{B} численно равна магнитной силе, действующей на единицу заряда, движущейся с единичной скоростью \vec{v} , направленной перпендикулярно \vec{B} (рис. 11). \vec{v} , \vec{B} и $\vec{F}_{маг}$

образуют правую тройку векторов, то есть $\vec{F}_{\text{маг}}$ перпендикулярна \vec{v} и $\vec{F}_{\text{маг}}$ перпендикулярна \vec{B} . \vec{B} – силовая характеристика магнитного поля, аналог \vec{E} для электричества. Её называют индукцией магнитного поля. Единица измерения $[\vec{B}]$ – тесла (Тл).

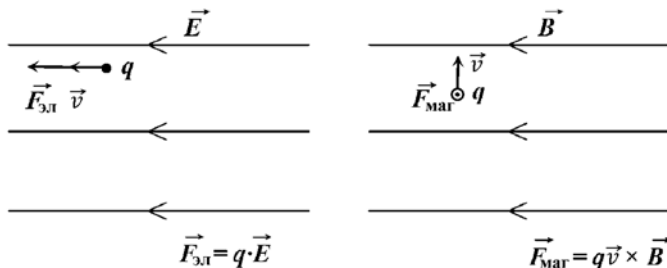


Рис. 11

Магнитная сила, действующая на заряд, называется силой Лоренца.

$$\vec{F}_{\text{лор}} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_{\text{лор}} = |q| v B \times \sin(\widehat{(\vec{v}, \vec{B})})$$

Определение 1. Индукция магнитного поля \vec{B} в некоторой точке численно равна 1 Тл, если на единичный заряд, пролетающий через эту точку со скоростью 1 м/с в направлении, перпендикулярном \vec{B} , действует магнитная сила 1 Н.

Магнитная сила, действующая на ток (сонаправленно движущиеся заряды), называется силой Ампера (рис. 12).

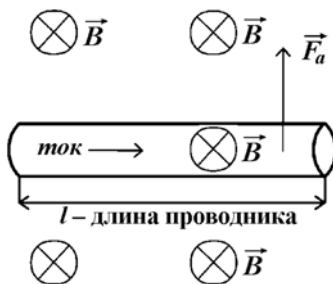


Рис. 12

Чтобы получить выражение для силы Ампера, представим ее как сумму магнитных сил, действующих на каждый движущийся заряд в проводе с током. Сила Ампера – это сумма сил Лоренца, приложенных к каждому из зарядов, создающих ток. Количество таких зарядов N в проводе длиной l и сечением S равно $n l S$, где n – концентрация зарядов в проводнике.

$$\vec{F}_a = \sum \vec{F}_{\text{Лор}} = \sum_{i=1}^N q_{\text{эл}} \cdot \vec{v}_{\text{эл}} \times \vec{B} = q_{\text{эл}} \left(\sum_{i=1}^N \vec{v}_{\text{эл}} \right) \times \vec{B} = q_{\text{эл}} N \vec{v}_{\text{уп}} \times \vec{B},$$

где $\vec{v}_{\text{уп}}$ – скорость упорядоченного движения зарядов в проводнике (скорость тока).

$$\begin{aligned} \vec{v}_{\text{уп}} N &= \vec{v}_{\text{уп}} \cdot n l S \\ \vec{F}_a &= I \cdot \vec{l} \times \vec{B}, \end{aligned}$$

где вектор \vec{l} сонаправлен с движением зарядов и по модулю равен длине участка провода.

$$F_a = I l B \sin(\vec{l}, \vec{B}).$$

Формула применима, если \vec{B} не меняется в пределах длины l и участок провода прямой.

3. Магнитные линии

Для наглядности магнитное поле изображают магнитными линиями (линиями магнитной индукции). Магнитная линия – это такая линия, в каждой точке которой вектор \vec{B} направлен по касательной к ней (рис. 13). В тех областях, где сеть магнитных линий нарисована гуще, вектор \vec{B} имеет больший модуль.

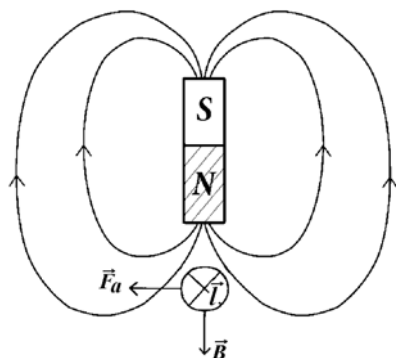


Рис. 13

Магнитные линии всегда замкнуты, у них нет ни начала ни конца – в отличие от силовых линий электрического поля, которые начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных.

2.2. Рамка с током в магнитном поле

Рассмотрим рамку площадью S , сделанную из провода, по которому течет ток I (рис. 14). Рамка располагается в вертикальной плоскости и находится в однородном магнитном поле \vec{B} . Линии поля направлены горизонтально. Рамка имеет подвес и может вращаться вокруг своей вертикальной оси.

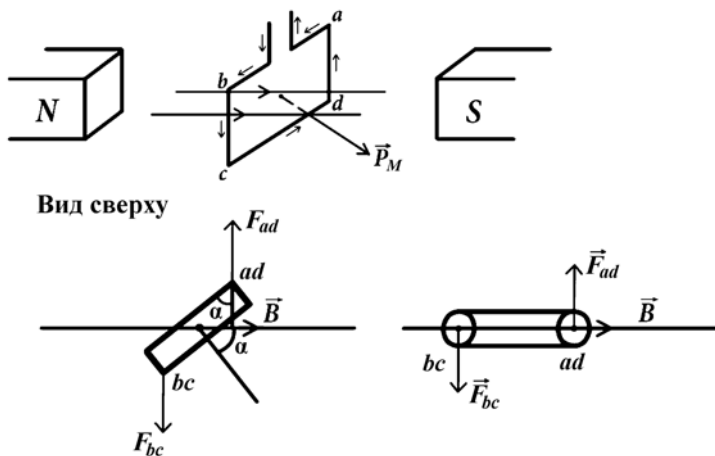


Рис. 14

Определение 2. Магнитным моментом \vec{P}_M рамки с током называют вектор, перпендикулярный плоскости рамки, направление которого составляет с направлением тока в рамке правовинтовое отношение, а модуль равен IS :

$$\vec{P}_M = IS\vec{n}.$$

Здесь \vec{n} – единичный вектор, направленный перпендикулярно плоскости рамки таким образом, что образует с направлением тока в рамке правовинтовое соотношение. То есть, если направить согнутые пальцы правой руки по направлению тока, большой палец укажет направление этого вектора.

Рассмотрим теперь, как действует магнитное поле на рамку с током. Для этого найдем силы Ампера, действующие на все части рамки: на участки провода ab , cd , bc и ad .

$F_{ab} = I l B \sin(\vec{l}, \vec{B}) = I l B$, направлена вверх.

$F_{cd} = I l B$, направлена вниз.

$F_{bc} = I l B$, направлена на нас из плоскости рисунка.

$F_{ad} = I l B$, направлена от нас в плоскость рисунка.

Вывод: в магнитном поле на рамку с током действует вращающий момент, который стремится развернуть рамку перпендикулярно магнитным линиям так, чтобы магнитный момент рамки был сонаправлен \vec{B} .

$$\vec{M} = \vec{P}_M \times \vec{B}, \quad M = P_M B \sin \alpha$$

На этом свойстве основано еще одно определение единицы магнитной индукции:

1 Тл – это индукция такого магнитного поля, в котором на рамку с током 1 А площадью 1 м² действует максимальный вращающий момент 1 Н·м. Очевидно, что максимальный вращающий момент действует тогда, когда плоскость рамки параллельна \vec{B} .

Вывод: с помощью рамки можно измерять \vec{B} .

1) Чтобы найти направление \vec{B} , находят устойчивое равновесие рамки; это положение соответствует сонаправленности \vec{P}_M и \vec{B} . Если рамка в равновесии и немагнитные силы сведены к нулю, то \vec{B} перпендикулярен плоскости рамки.

2) Чтобы найти модуль \vec{B} , измеряют вращательный момент, действующий на рамку. Его максимальное значение, деленное на $P_M = IS$, равно B .

$$B = \frac{M_{\text{макс}}}{IS}$$

В неоднородном поле рамка разворачивается так, что \vec{P}_M параллелен \vec{B} в центре рамки. На рамку действует сила, стремящаяся затянуть рамку в область более сильного поля.

2.3. Закон Био – Савара – Лапласа

1. Магнитное поле движущегося точечного заряда

Закон Био – Савара – Лапласа позволяет находить индукцию магнитного поля, создаваемого движущимся точечным зарядом.

Закон (Био – Савара – Лапласа). Точечный заряд q (рис. 15), движущийся со скоростью \vec{v} , создает в произвольной точке M магнитное поле, индукция которого вычисляется по формуле:

$$\vec{B}_M = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{q}{r^3} (\vec{v} \times \vec{r}).$$

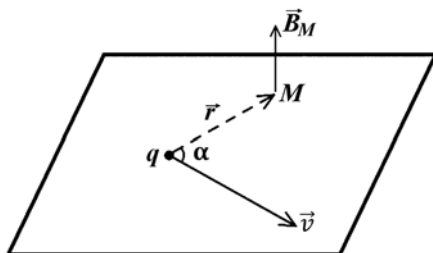


Рис. 15

Здесь \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от заряда до исследуемой точки в пространстве (рис. 16); μ – магнитная проницаемость среды (зависит от свойств среды, в которой распространяется поле); μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, или магнитная постоянная (константа).

Аналогичная формула для электрического поля, создаваемого зарядом q в произвольной точке M , не зависит от скорости заряда и имеет вид

$$\vec{E}_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q}{r^3} \vec{r}.$$

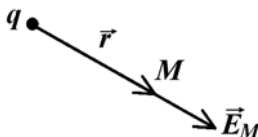


Рис. 16

2. Магнитное поле провода с током

Для магнитных полей, как и для электрических, справедлив принцип суперпозиции: если магнитное поле создается не одним, а несколькими движущимися зарядами, то индукция этого поля в любой точке пространства равна сумме индукций полей, которые каждый заряд создавал бы при отсутствии остальных.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots$$

Используя этот принцип, найдем магнитное поле, которое создается элементом (малым участком) провода с током длины dl (рис. 17).

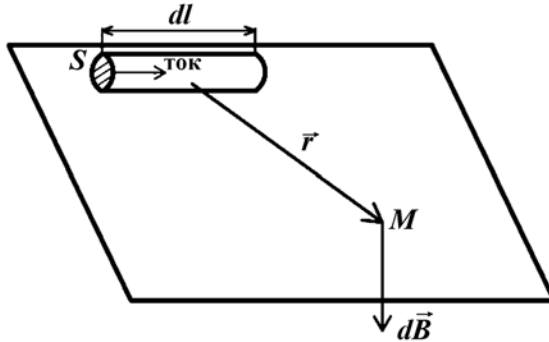


Рис. 17

$d\vec{B}$ – индукция магнитного поля, создаваемая участком тока dl .

$$d\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{q \vec{v}_i \times \vec{r}_i}{r_i^3}.$$

N – число носителей тока в элементе dl ,

\vec{r}_i – радиус-вектор, проведенный от свободного заряда (участующего в токе) в исследуемую точку.

dl будем брать настолько малым, чтобы в пределах требуемой точности величины \vec{r} для всех носителей были одинаковы. Кроме того, участок тока dl должен быть прямым с достаточной точностью.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{q(\sum \vec{v}_i) \cdot \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{qn \vec{v}_{yn} S dl \cdot \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot d\vec{l} \cdot \vec{r}}{r^3}.$$

$d\vec{l}$ имеет длину dl и сонаправлен току.

При получении формулы использовали, что

$$\vec{v}_{\text{уп}} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{v}_i}{N}$$

– средняя скорость всех носителей заряда, скорость переноса заряда.

$$\sum_{i=1}^N \vec{v}_i = N \cdot \vec{v}_{\text{уп}} = n \vec{v}_{\text{уп}} S dl.$$

$j = qn[\vec{v}_{\text{уп}}]$ – плотность тока, $I = jS$.

Картина магнитных линий для поля, создаваемую участком тока dl , выглядит следующим образом (рис. 18):

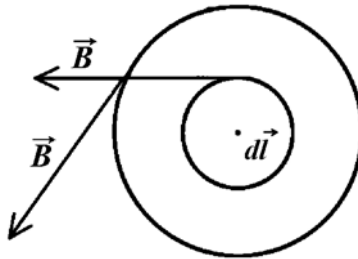


Рис. 18

2.4. Магнитное поле кольцевого тока, линейного тока и соленоида

1. Найдём \vec{B} в центре кольца с током I радиуса R (рис. 19).

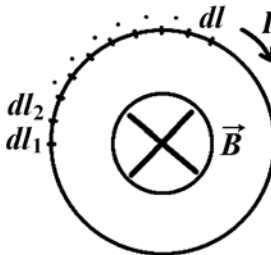


Рис. 19

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n d\vec{B}_i, d\vec{B}_i \parallel d\vec{B}_2 \parallel \dots \parallel d\vec{B}_n.$$

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n |d\vec{B}_i| = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{Idl_i \cdot \sin 90^\circ}{R^2} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I}{R^2} \cdot \sum_{i=1}^n dl_i.$$

$$B_{\text{в центре кольца}} = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}.$$

Магнитные линии кольца с током выглядят так (рис. 20):

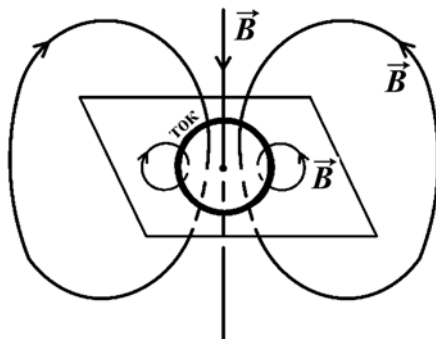


Рис. 20

2. Найдем \vec{B} на расстоянии r от бесконечно длинного тонкого прямого провода с током (рис. 21).

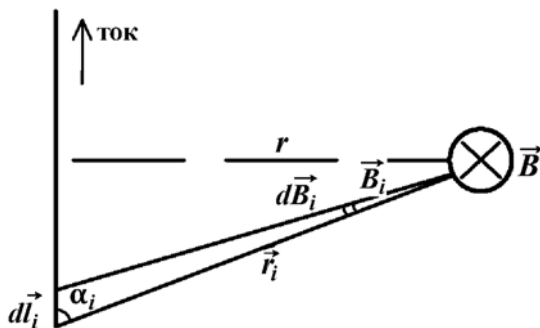


Рис. 21

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n d\vec{B}_i, d\vec{B}_1 \parallel d\vec{B}_2 \parallel \dots \parallel d\vec{B}_n$$

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \sum_{i=1}^n |d\vec{B}_i| = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I dl_i \sin \alpha}{r_i^2} = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi} \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \beta d\beta}{r} = \\ &= \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi r} \sin \beta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}.\end{aligned}$$

Так как

$$\begin{aligned}\sin \alpha_i &= \frac{r}{r_i} = \cos \beta_i, \quad r_i = \frac{r}{\cos \beta}, \\ dl_{\perp i} &= r_i d\beta_i = dl_i \cos \beta_i, \\ \vec{B} &= \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r}\end{aligned}$$

– магнитное поле на расстоянии r от бесконечного прямого провода с током.

3. Магнитное поле соленоида (катушки)

Внутри катушки из провода, по которому течет ток, возникает магнитное поле B :

$$B_{\text{бескон соленоида}} = \mu_0 \mu \frac{N}{l} I,$$

где $\frac{N}{l}$ – число витков на единицу длины соленоида.

По этой формуле можно вычислять B не только в идеальном случае бесконечного соленоида, но и в реальном случае в центральной области достаточно длинного соленоида.

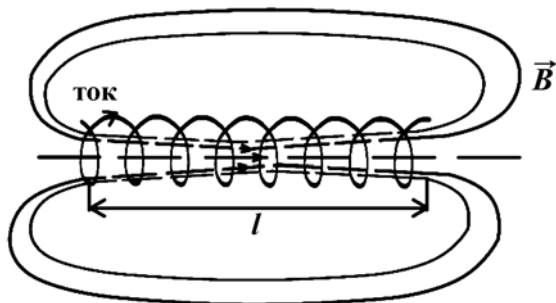


Рис. 22

Из рисунка 22 видно, что магнитное поле внутри соленоида по форме совпадает с магнитным полем постоянного магнита.

2.5. Взаимодействие токов

Рассмотрим два длинных тонких провода, параллельных друг другу. Если по проводам идут токи, то магнитное поле, созданное током одного провода, будет воздействовать на другой провод. Между проводами возникнет взаимодействие (рис. 23).

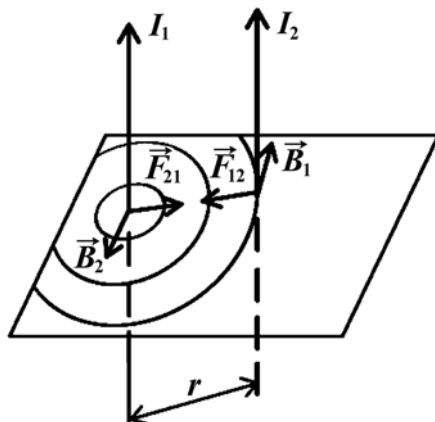


Рис. 23

Если токи в проводах сонаправлены (см. рис. 23), то провода будут притягиваться. Если токи противоположно направлены, провода будут отталкиваться.

Найдем силу, с которой провод 1 действует на провод 2:

$$F_{12} = I_2 B_1 l,$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I_1}{2\pi r}, F_{12} = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 l}{2\pi r} = F_{21}.$$

На этом явлении основано определение 1 А в СИ.

Определение 3. 1 А – это сила такого тока, при протекании которого по двум бесконечно длинным параллельным проводам, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м друг от друга, эти провода взаимодействуют с силой 2×10^{-7} Н на каждый 1 м длины.

2.6. Магнитные свойства вещества

В любом веществе есть движущиеся заряды, они создают магнитные поля. Часто эти поля имеют случайные направления (хаотический набор направлений) и, складываясь по принципу суперпозиции, в сумме дают нулевое поле. Однако если вещество попадает во внешнее магнитное поле, то магнитные поля его собственных частиц начинают с ним взаимодействовать, изменяют свои направления, их суммарное поле перестает быть равным нулю. Эти поля, суммируясь с внешним полем, усиливают или ослабляют действие внешнего поля.

По своим магнитным свойствам вещества делятся на три основных типа: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

1) Диамагнетики – вещества, в которых собственное магнитное поле ослабляет внешнее поле. Магнитная проницаемость в них $\mu < 1$. К диамагнетикам относят вещества, атомы которых при отсутствии внешнего магнитного поля не имеют собственного магнитного момента: в атоме все электроны объединены в магнитные пары с противоположными спинами, поля которых компенсируют друг друга. Когда диамагнетик попадает во внешнее поле, то орбитальное движение электронов меняется и атом начинает создавать собственное магнитное поле, противодействующее внешнему, по правилу Ленца. К диамагнетикам относятся висмут, серебро, вода, водород. Диамагнетики выталкиваются из области более сильного поля.

2) Парамагнетики – вещества, в которых собственное магнитное поле немного усиливает внешнее магнитное поле: $\mu > 1$. В парамагнетиках атомы имеют собственный магнитный момент еще до появления внешнего магнитного поля. Внешнее поле действует на эти атомы как на рамки с током: стремится развернуть атомы так, чтобы их магнитный момент \vec{P}_m оказался параллельным внешнему полю. В результате микроскопические магнитные поля молекул оказываются направленными преимущественно в сторону $\vec{B}_{\text{внеш}}$, и парамагнетик усиливает внешнее поле. При отсутствии внешнего поля парамагнетик своего собственного поля не создает, т. к. поля отдельных атомов ориентированы хаотически. Парамагнетики – вещества, в молекулах которых есть неспаренные элек-

троны: платина, алюминий, воздух. Парамагнетики втягиваются в область более сильного поля, т. к. сонаправленные токи притягиваются.

3) Ферромагнетики – сильномагнитные вещества. У диа- и парамагнетиков магнитная проницаемость μ отличается от 1 самое большее на 10^{-3} . У ферромагнетиков μ бывает очень большой: у железа $\mu = 5000\text{--}15000$, у никеля $\mu = 300$, у кобальта $\mu = 180$. В ферромагнетиках возникают особые макроскопические области, в которых магнитные поля отдельных электронов сонаправлены. Эти области спонтанной намагниченности называются магнитными доменами. Магнитные домены под действием внешнего поля меняют направления своих полей и ориентируют их так, чтобы усилить $\vec{B}_{\text{внеш.}}$. При снятии внешнего поля домены могут вернуться к первоначальной хаотической ориентации своих полей, но могут и остаться упорядоченными, продолжая создавать собственное поле \vec{B} даже в отсутствие внешнего. В результате ферромагнетик может оставаться намагниченным.

2.7. Явление электромагнитной индукции

1. Возникновение электродвижущей силы при изменении площади контура

Пусть прямоугольная проволоочная рамка $ABCD$ имеет одну подвижную сторону CD и эта сторона скользит, не теряя электрического контакта, по сторонам AD и BC в однородном магнитном поле индукции \vec{B} , перпендикулярном плоскости рамки $ABCD$ (рис. 24).

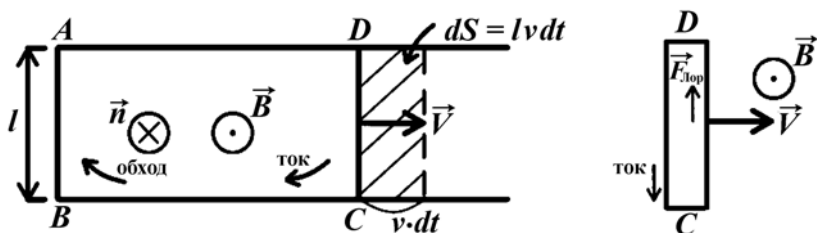


Рис. 24

Из-за того, что сторона CD движется, на все свободные электроны в ней будет действовать сила Лоренца со стороны магнитного поля \vec{B} . В результате возникает упорядоченное движение свободных электронов по всему контуру $ABCD$. В цепи возникает электрический ток, а сторона CD будет играть роль источника электродвижущей силы (источника ЭДС). Источник ЭДС – это участок электрической цепи, на котором действует сила неэлектрического происхождения, понуждая носителей тока к упорядоченному движению. Такой неэлектрической (сторонней) силой для участка CD является сила Лоренца.

ЭДС источника E , согласно определению, равна отношению работы сторонней силы над пробным зарядом при его перемещении через источник в направлении обхода к величине пробного заряда.

$$E = \frac{A_{d-c}^{\text{стор}}}{q_{\text{пр}}} = \frac{q_{\text{пр}} B v l}{q_{\text{пр}}} = B v l$$

Этот результат можно сформулировать иначе, если использовать понятие «поток вектора».

Определение 4. Если поверхность S находится в векторном поле \vec{B} (т. е. в каждой точке этой поверхности задано определенное значение \vec{B} , см. рис. 25), то потоком вектора \vec{B} через поверхность S называется:

1) произведение $|\vec{B}|$ на площадь поверхности S и на \cos угла между вектором \vec{B} и нормалью к поверхности, если S – плоская поверхность, а \vec{B} – один и тот же во всех точках плоскости.

$$\Phi_B = B S \cos(\vec{n}, \vec{B}).$$

2) Если же S – не плоская поверхность и \vec{B} имеет разные значения в разных ее точках, то для нахождения потока поверхность разбивают

на такие малые площади dB , для каждой из которых с достаточной точностью применим пункт 1), а затем складывают эти потоки

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \dots$$

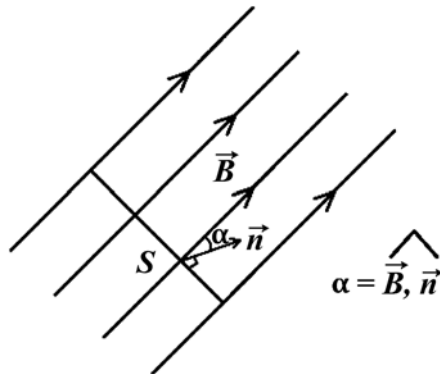


Рис. 25

Используя понятие «поток вектора \vec{B} », или «магнитный поток», можно записать, что E , возникающая в системе из проволоочной рамки и подвижного участка провода, равна

$$E = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где $\Phi = BS \cos \alpha$,

$$d\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = B \cdot dS \cdot \cos \alpha,$$

$$E = Blv \cos \alpha = Blv$$

$$(\cos \alpha = \cos 180^\circ = -1).$$

Однако формула $E = -\frac{d\Phi}{dt}$ является более общей, чем формула $E = Blv$, т. к. она позволяет вычислить E не только для случая, когда \vec{B} перпендикулярен плоскости рамки $ABCD$, но и для любого направления \vec{B} . Более того, формула $E = -\frac{d\Phi}{dt}$ предсказывает явления, не объяснимые с помощью формулы для силы Лоренса: она предсказывает появление E в контуре при изменении \vec{B} в этом контуре.

Таким образом, отношение

$$E = - \frac{d\Phi}{dt}$$

выражает новый фундаментальный закон природы. Этот закон был открыт Майклом Фарадеем экспериментально в начале XIX века. Явление, которое описывает этот закон, называется явлением электромагнитной индукции.

Определение 5. *Явлением электромагнитной индукции называется возникновение электродвижущей силы E в замкнутом контуре вследствие изменения магнитного потока через этот контур. E , возникающее в явлении электромагнитной индукции, называется ЭДС индукции, часто обозначается E_i или $E_{\text{инд}}$.*

Закон (Фарадея для электромагнитной индукции). *Если через какой-либо замкнутый контур изменяется магнитный поток, то в этом контуре возникает ЭДС индукции, равная быстрой убыли магнитного потока.*

$$E_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt},$$

$$E_{\text{инд}} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \text{ (если } \Phi \text{ меняется равномерно).}$$

2. Объяснение Максвеллом явления электромагнитной индукции

Возникновение $E_{\text{инд}}$ при изменении положения контура S (меняется угол α между плоскостью контура и вектором \vec{B}) можно объяснить действием силы Лоренца: проводник движется в магнитном поле, и свободные заряды в нем толкает сила Лоренца. Однако возникновение $E_{\text{инд}}$ при изменении \vec{B} этим способом объяснить нельзя.

Великий английский физик Джеймс Клерк Максвелл для объяснения этого явления предположил (и это затем подтвердилось экспериментально), что при изменении \vec{B} в окружающем прост-

ранстве возникает новое силовое поле, которое называют вихревым электрическим полем. Именно оно толкает носители тока при изменении поля \vec{B} в контуре и порождает $E_{\text{инд}}$.

В отличие от привычного нам электрического поля, линии которого начинаются на положительных, а заканчиваются на отрицательных зарядах, вихревое электрическое поле имеет замкнутые электрические линии, подобные линиям магнитного поля. Поэтому вихревые электрические поля не являются потенциальными полями. Работа сил, создаваемых этим полем, над зарядом, совершившим замкнутое перемещение, может быть ненулевой.

3. Правило Ленца

Это правило позволяет находить направление индукционного тока.

Правило (Ленца). *Индукционный ток всегда направлен так, что создает препятствие тому изменению магнитного потока, которое его породило (рис. 26).*

$$\overrightarrow{B_{\text{собст}}} \updownarrow \overrightarrow{\Delta B}$$

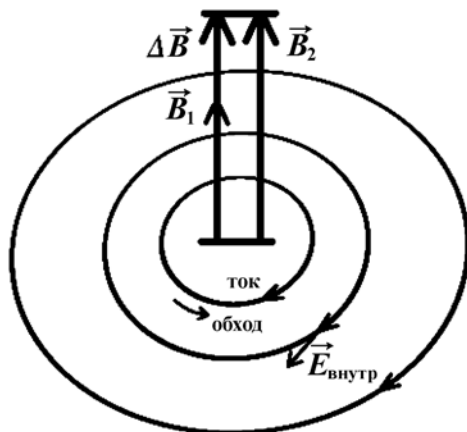


Рис. 26

2.8. Индуктивность. Самоиндукция

1. Индуктивность контура

Пусть в замкнутом контуре течет ток I . Этот ток создает в окружающем пространстве (в том числе внутри контура) магнитное поле $\vec{B}_{\text{собст}}$ (рис. 27). Это поле создает магнитный поток через контур, называемый собственным магнитным потоком $\Phi_{\text{собст}}$.

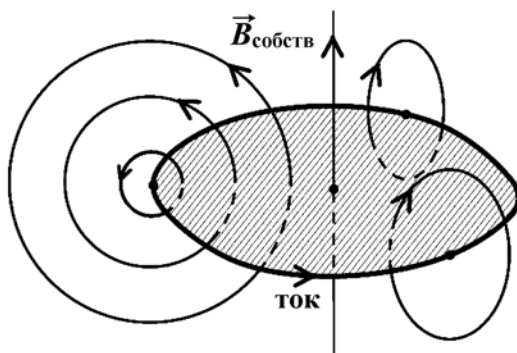


Рис. 27

Опыт показывает, что величина $\Phi_{\text{собст}}$ пропорциональна току I . Коэффициент пропорциональности называется индуктивностью контура L . Он зависит от физических параметров самого контура.

$$\Phi_{\text{собст}} = LI.$$

$$\text{Единицы } [L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = \frac{1 \text{ Вб}}{1 \text{ А}} = 1 \text{ генри} = 1 \text{ Гн}.$$

1 Гн – это индуктивность такого контура, в котором при силе тока 1 ампер (А) возникает собственный магнитный поток 1 вебер (Вб).

2. Самоиндукция

Если в контуре индуктивностью L меняется сила тока, то из-за этого меняется и собственный магнитный поток через контур. Но, по закону Фарадея, всякое изменение магнитного потока приводит к возникновению $E_{\text{инд}}$. Таким образом, при изменении силы тока в контуре в нем возникнет электродвижущая сила самоиндукции $E_{\text{самоинд}}$:

$$E_{\text{самоинд}} = -\frac{\Delta\Phi_{\text{собст}}}{\Delta t} = -\frac{Ldi}{dt} = -L \frac{di}{dt}.$$

Определимы единицы измерения индуктивности и из этой формулы.

$$\text{Единицы } [L] = \frac{[E] \cdot [t]}{[I]} = \frac{1 \text{ В} \cdot \text{с}}{1 \text{ А}} = 1 \text{ Гн}.$$

1 Гн – это индуктивность такого контура, в котором при равномерном изменении силы тока на 1 А за 1 с возникает $E_{\text{самоинд}}$ величиной 1 В.

3. Опыты, демонстрирующие появление $E_{\text{самоинд}}$

1) В этой электрической цепи лампочка L_1 после замыкания ключа K вспыхивает чуть позже, чем лампочка L_2 (рис. 28).

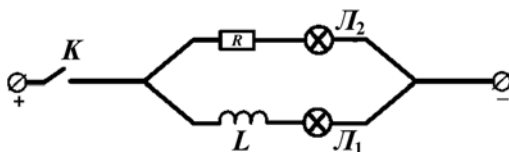


Рис. 28

2) В этой электрической цепи в момент размыкания ключа K неоновая лампочка L ярко вспыхивает. Потенциал зажигания лампы L сильно превосходит напряжение E , которое обеспечивает источник ЭДС. Из этого следует, что $E_{\text{самоинд}}$, возникающая в контуре при размыкании ключа K , заметно превосходит E по величине (рис. 29).

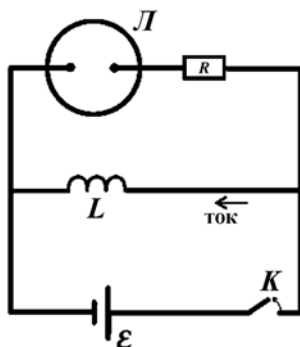


Рис. 29

4. Рассчитаем индуктивность L бесконечного соленоида. Число его витков – N . Площадь контура, ограниченного одним витком (площадь сечения), – S (рис. 30). Магнитная проницаемость вещества внутри соленоида – μ .

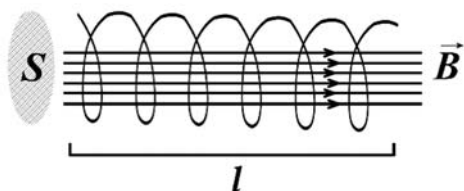


Рис. 30

Рассмотрим его участок длины l .

Из определения индуктивности:

$$L = \frac{\Phi_{\text{собст}}}{I},$$

$$\Phi_{\text{собств}} = B_{\text{собств}} S N,$$

$$B_{\text{солен}} = \frac{\mu_0 \mu I N}{l},$$

$L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l}$ – индуктивность участка длины l бесконечного соленоида.

Видим, что индуктивность определяется размерами и геометрической формой контура (l , S), числом витков (N) и магнитной проницаемостью вещества, в котором находится поле. Поэтому для увеличения индуктивности L в катушки вставляют замкнутые ферромагнитные сердечники.

2.9. Энергия магнитного поля

Как мы наблюдали в опыте 2 параграфа 2.8, неоновая лампочка ярко вспыхивала после размыкания ключа. За счет какой энергии горела лампочка, если источник тока был отключен? Очевидно, что ток в лампочке поддерживался за счет $E_{\text{самоинд}}$, которая создавалась в катушке индуктивностью L при силе тока в ней I .

Чтобы узнать количество этой энергии, мысленно заменим в схеме опыта неоновую лампочку на резистор R и рассчитаем, какое количество теплоты выделится на резисторе после замыкания ключа. Очевидно, что всё это тепло выделяется за счет энергии, накопленной в катушке.

Из закона Ома для замкнутой цепи:

$$IR = E_{\text{самоинд}} = -l \frac{dI}{dt},$$

тогда выделившаяся энергия

$$Q = W_{\text{кат}} = \int_0^{\infty} I^2 R dt = \int_0^{\infty} I \cdot I R dt = \int_0^{\infty} I (-L \frac{dI}{dt}) dt = -L \int_0^{\infty} I dI = -L \left(\frac{I^2}{2} \right) \Big|_I^0 = \frac{LI^2}{2}.$$

$W_{\text{кат}} = \frac{LI^2}{2}$ – энергия, запасенная в катушке.

На создание магнитного поля должна быть затрачена работа, противоположная $E_{\text{самоинд}}$. Это значит, что магнитное поле обладает энергией. Доказать факт наличия энергии у электрических и магнитных полей удалось в опытах Герца: было показано, что электромагнитная волна существует и несет в себе энергию от источника, а значит, может совершать работу. Энергия катушки существует, пока в катушке есть магнитное поле. Она исчезает при исчезновении поля. Уменьшение магнитного поля порождает вихревое электрическое поле, способное совершать работу. Если учесть, что поле внутри катушки

$$B_{\text{кат}} = \frac{\mu_0 \mu I N}{l},$$

т. е. $I = \frac{Bl}{\mu_0 \mu N}$, а индуктивность $L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l}$, то энергию катушки можно переписать в виде:

$$W_{\text{кат}} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu_0 \mu N^2 S B^2 l^2}{2 l \mu_0^2 \mu^2 N^2},$$

$$W_{\text{магн поля}} = \frac{B^2}{\mu_0 \mu} SL.$$

Тогда

$$\omega_{\text{поля}} = \frac{B^2}{\mu_0 \mu} = \frac{W_{\text{поля}}}{V_{\text{поля}}}$$

– плотность магнитного поля (энергия поля в единице объема).

2.10. Свободные электромагнитные колебания в колебательном контуре

Колебательным контуром называется система, состоящая из катушки индуктивности и конденсатора. Простейший колебательный контур изображен на рисунке.

Рассмотрим, как происходит колебательный процесс в этом контуре. Обозначим период колебаний T .

Пусть в начальный момент конденсатор заряжен и тока в цепи нет, т. к. ключ K разомкнут (рис. 31).

$t = 0$:

$$I = 0 \text{ — тока нет,}$$

$$W = W_{\text{конд}} = \frac{CU_0^2}{2}$$

— полная энергия системы равна энергии, запасенной в конденсаторе,

$$W_{\text{кат}} = 0$$

— в катушке нет поля, следовательно, нет энергии.

После замыкания ключа конденсатор начнет разряжаться, и в катушке появится ток. $E_{\text{самоинд}}$ будет препятствовать появлению тока, поэтому ток нарастает плавно (рис. 32).

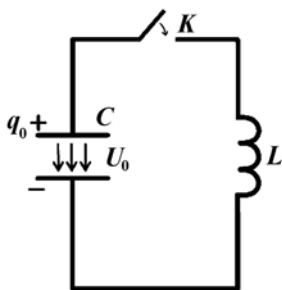


Рис. 31

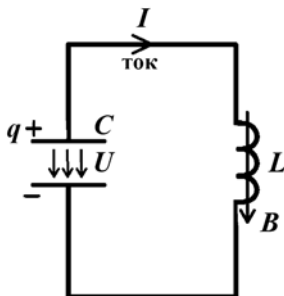


Рис. 32

$$0 < t \leq \frac{T}{4}$$

$$W = W_{\text{кат}} + W_{\text{конд}},$$

$$W = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}.$$

$$t = \frac{T}{4}.$$

$$W = W_{\text{кат}} = \frac{LI^2}{2}.$$

В некоторый момент конденсатор полностью разрядится, однако $E_{\text{самоинд}}$ не даст току в проводе резко исчезнуть в этот момент. Она будет еще некоторое время поддерживать ток (рис. 33).

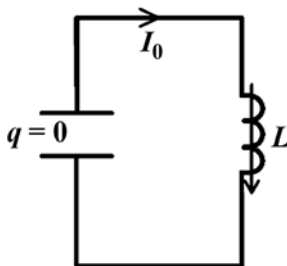


Рис. 33

$$\frac{T}{4} < t < \frac{T}{2}.$$

$$W = W_{\text{кат}} + W_{\text{конд}}$$

$$t = \frac{T}{2}.$$

$$W = W_{\text{конд}}$$

Этот ток после разрядки конденсатора будет приносить положительный заряд на ту пластину конденсатора, где в начальный момент был отрицательный заряд. Конденсатор будет перезаряжаться, и к моменту исчезновения тока конденсатор опять окажется заряжен, но с противоположной полярностью. После этого процесс повторится в обратном направлении. Это может происходить бесчисленное количество раз, если система не будет терять энергию или если систему периодически подпитывать энергией. В реальной системе всегда есть утечки энергии: на нагревание проводов, на излучение электромагнитных волн.

Для количественного описания процесса колебаний в контуре (рис. 34) запишем закон Ома для участка цепи 1–2, содержащего $E_{\text{соленоид}}$:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + E_{\text{соленоид}},$$

$$E_{\text{соленоид}} = -L \frac{dI}{dt},$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q_1}{C},$$

$$C = \frac{q_{\text{контд}}}{U} = \frac{q_1}{\varphi_1 - \varphi_2}.$$

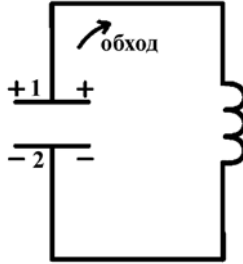


Рис. 34

Если в направлении обхода через поперечное сечение прошел заряд $dq > 0$, то заряд одной пластины q_1 уменьшился на dq , т. е. $dq = -dq_1$. Тогда

$$I = \frac{dq}{dt} = -\frac{dq_1}{dt} = -q'_1(t),$$

$$E_{\text{соленоид}} = -L \frac{dI}{dt} = -LI'(t) = Lq''(t),$$

$$0 = \frac{q_1}{C} + Lq''(t),$$

$$q'' + \frac{1}{CL} q_1 = 0.$$

Это уравнение – дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Следовательно, величина q_1 меняется с течением времени по закону \sin (\cos) с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{CL}}.$$

Зная ω , найдем период колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{CL}.$$

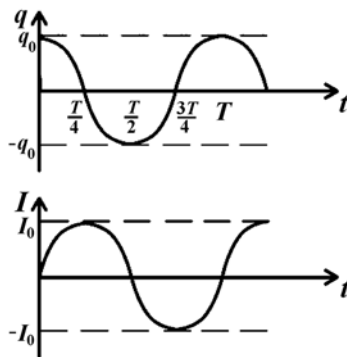


Рис. 35

$T = 2\pi\sqrt{CL}$ – период колебаний в идеальном колебательном контуре, т. е. в контуре без потерь энергии (при отсутствии сопротивления в цепи и излучения).

Решение полученного нами для заряда уравнения гармонических колебаний выглядит так:

$$q_1 = q_0 \cos(\omega t).$$

Тогда

$$I = q_0 \omega \sin(\omega t),$$

т. е. амплитуда колебаний силы тока

$$I = q_0 \omega = \sqrt{\frac{1}{CL}} q_0,$$

$$I_0 = \frac{q_0}{\sqrt{CL}}.$$

Тот же результат можно получить из закона сохранения энергии. В начальный момент времени полная энергия системы вся запасена в конденсаторе:

$$W = W_{\text{конд}} = \frac{CU_0^2}{2} = \frac{q_0^2}{2c},$$

а в момент $\frac{T}{4}$ вся энергия запасена в катушке:

$$W = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Если энергия не теряется (в цепи нет сопротивления), то

$$\frac{q_0^2}{2c} = \frac{LI_0^2}{2},$$

$I = \frac{q_0}{\sqrt{CL}}$ – максимальный ток в системе.

2.11. Свободные, вынужденные и автоколебания

1. Понятие свободных и вынужденных колебаний

Определение 6. *Колебания называются свободными, если они происходят только за счет энергии, сообщенной системе в первый момент («начального толчка»), а не вследствие периодического внешнего воздействия («подталкивания»).*

Свободные колебания происходят без периодического внешнего воздействия, поддерживающего эти колебания, поэтому во всех реальных случаях свободные колебания затухают из-за того, что первоначальная энергия рассеивается силами сопротивления (трения, вязкого трения, омического сопротивления). Гармонические колебания, которые мы рассматривали до сих пор – пружинный, математический маятник, колебательный контур, – являются модельными системами, колебания в них не затухают из-за отсутствия сил сопротивления. В реальных системах, чтобы получить незатухающие колебания, надо периодически сообщать системе энергию.

Определение 7. *Вынужденными называют колебания, происходящие благодаря непрерывному периодическому воздействию на систему).*

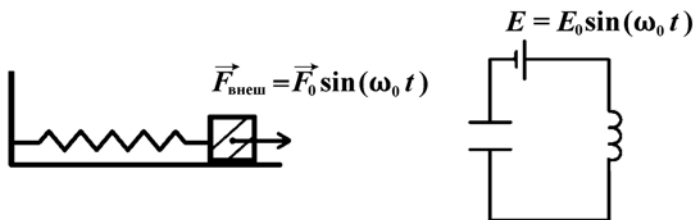


Рис. 36

Для пружинного маятника (рис. 36) это воздействие $\overrightarrow{F_{\text{внеш}}}$, действующее на груз силой, изменяющейся во времени по периодическому закону:

$$\overrightarrow{F_{\text{внеш}}} = \overrightarrow{F_0} \sin(\omega_0 t).$$

Для колебательного контура (рис. 36) это внешний источник, ЭДС которого меняется во времени:

$$E = E_0 \sin(\omega_0 t).$$

В случае свободных колебаний частота колебаний определяется параметрами самой колебательной системы. Например,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ для пружинного маятника}$$

или

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{CL}} \text{ для колебательного контура.}$$

В случае вынужденных колебаний в установившемся режиме колебания происходят с частотой внешнего вынуждающего воздействия.

2. Явление резонанса

При вынужденных колебаниях имеет место интересное явление, называемое резонансом. Амплитуда вынужденных колебаний зависит от частоты вынуждающих воздействий (ω), и эта зависимость имеет ярко выраженный максимум (рис. 37).

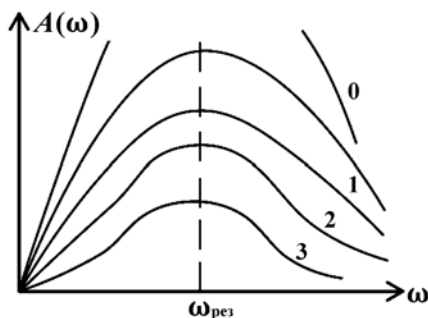


Рис. 37

На явление резонанса сильно влияет затухание в системе. При большем значении затухания (кривые 3 и 2) кривая резонанса ниже и более плавная. Чем меньше затухание (кривые 1 и 0), тем острее резонанс и больше чувствительность контура к колебаниям резонансной частоты.

Для резонанса характерно получение мощных колебаний при небольшой затрате энергии внешнего источника, которая компенсирует потери энергии при колебаниях.

Определение 8. *Частоту внешнего воздействия, при котором амплитуда вынужденных колебаний максимальна, называют резонансной частотой. Она совпадает (или близка) с частотой собственных колебаний системы. Резонансом называется явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты внешнего воздействия к частоте собственных (свободных) колебаний системы.*

Определение 9. *Автоколебания – это колебания, происходящие за счет периодического внешнего воздействия, частота которого определяется самой колебательной системой через механизм обратной связи.*

2.12. Вынужденные электромагнитные колебания (переменный ток)

1. Получение переменной синусоидальной $E_{\text{инд}}$

В любом реальном электромагнитном контуре энергия частично рассеивается. Чтобы в контуре происходили незатухающие колебания, нужно добавить в него источник периодической ЭДС, т. е. периодического внешнего воздействия. Наиболее просто такой источник можно создать за счет вращения проволочной рамки

в однородном постоянном магнитном поле (рис. 38). Электродвижущая сила такого источника появляется за счет индукции.

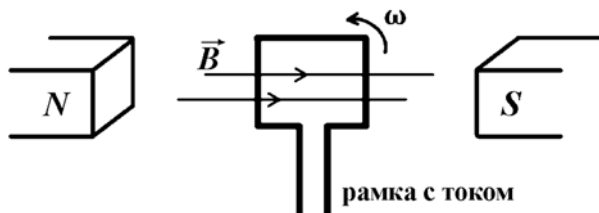


Рис. 38

$$E_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

$$\Phi = BS \cos(\vec{B}\vec{n}),$$

где \vec{n} – единичный вектор, перпендикулярный плоскости рамки.

Если вращение равномерное (частота вращения ω постоянна), то угол φ между \vec{B} и \vec{n} изменяется по закону

$$\varphi = \omega t + \varphi_0.$$

Тогда

$$\begin{aligned} E_{\text{инд}} &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi'(t) = \\ &= -(BS \cos(\omega t + \varphi_0))' = BS\omega \sin(\omega t + \varphi_0). \end{aligned}$$

По закону Ома для участка 1–2:

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + E_{\text{инд}},$$

где R_{12} – сопротивление участка 1–2 провода рамки.

Пусть $R = 0$ – рамка сделана из идеального проводника. Тогда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_{\text{инд}} = BS\omega \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Мы получили источник переменного синусоидального напряжения.

Важно заметить, что максимальное значение напряжения E_0 , создаваемого этим источником, $E_0 = BS\omega$. Это значение тем больше, чем больше ω , т. е. чем быстрее вращают рамку. Кроме того, чтобы увеличить E_0 , можно увеличить магнитное поле \vec{B} .

2. Рассмотрим поведение резистора (рис. 39), конденсатора и катушки индуктивности при подаче на них переменного синусоидального напряжения $U = U_0 \sin(\omega t)$.

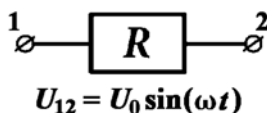


Рис. 39

1. Резистор.

По закону Ома, ток через резистор

$$I = \frac{U}{R}.$$

$$I = \frac{U_0}{R} \sin(\omega t) = I_0 \sin(\omega t).$$

Ток и напряжение (I и U) колеблются в одинаковой фазе.

Найдем работу переменного тока, совершаемую на резисторе R за период колебания T . Она равна теплоте, выделившейся на резисторе.

$$A = \int_0^T I U dt = \int_0^T (I_0 U_0 \sin^2(\omega t)) dt = I_0 U_0 \int_0^T \frac{1 - \cos^2(\omega t)}{2},$$

$$A = \frac{I_0 U_0 T}{2}.$$

$$A = \frac{I_0^2 R T}{2}, \text{ поскольку } I_0 = \frac{U_0}{R}.$$

Определение 10. *Эффективным (действующим) значением переменного тока или напряжения называют величину такого постоянного тока (или напряжения), который за время, равное периоду колебаний переменного тока, совершает ту же работу, что и переменный ток за это же время.*

Найдем связь эффективных значений тока и напряжения с их амплитудными значениями I_0 и U_0 . Для постоянного тока за время T работа равна

$$A = I^2 R T,$$

а для переменного, как было получено выше,

$$A = \frac{I_0^2 RT}{2},$$

$$I_{\text{эф}}^2 RT = \frac{I_0^2}{2} RT,$$

т. е.

$$I_{\text{эф}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, U_{\text{эф}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

– эффективные значения тока и напряжения для синусоидального переменного тока и напряжения с амплитудой I_0 и U_0 .

2. Конденсатор.

Подадим на конденсатор емкостью C (Рис. 40) переменное синусоидальное напряжение $U = U_0 \sin(\omega t)$.

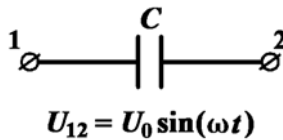


Рис. 40

В цепи постоянного тока конденсатор – это разрыв цепи, ток через него не течет. В цепи переменного ток через конденсатор тоже не течет, но напряжение на конденсаторе всё время меняется, а значит, к пластинам конденсатора всё время должен подходить заряд и уходить с них. Поэтому в проводах, соединенных с пластинами конденсатора, будет течь ток I зарядки и разрядки конденсатора. По определению тока:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{dq_1}{dt} = q_1'(t),$$

где q_1 – заряд на пластине 1.

$$C = \frac{q_1}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

$$q_1 = C \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = CU$$

$$I = (CU)' = (CU_0 \sin(\omega t))' = CU_0 \omega \cos(\omega t)$$

Приведем эту формулу к виду

$$I = \frac{U_0 \cos(\omega t)}{\frac{1}{C\omega}} = \frac{U}{\frac{1}{C\omega}}.$$

По аналогии с сопротивлением в формуле $I = \frac{U}{R}$ величина

$$X_c = \frac{1}{C\omega}$$

называется емкостным сопротивлением и измеряется в Ом.

Получаем зависимость напряжения и тока от времени:

$$U = U_0 \sin(\omega t),$$

$$I = I_0 \cos(\omega t) = I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}).$$

Ток опережает напряжение по фазе на $\frac{\pi}{2}$.

3. Индуктивность.

Подадим на катушку индуктивностью L переменное синусоидальное напряжение U (рис. 41). Пусть ток через катушку меняется по закону $I = I_0 \sin \omega t$.



$$U_{12} = U_0 \sin(\omega t)$$

Рис. 41

По закону Ома

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + E_{\text{инд}},$$

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = L \cdot I'(t) = LI_0 \omega \cos(\omega t),$$

$$U = I_0 X_L \cos(\omega t),$$

где $X_L = L\omega$ называется индуктивным сопротивлением.

$$U_0 = I_0 X_L$$

$$U = U_0 \cos(\omega t) = U_0 (\sin(\omega t) + \frac{\pi}{2})$$

Напряжение опережает ток по фазе на $\frac{\pi}{2}$.

4. Последовательное соединение R-, L-, C-элементов.

Подадим на последовательно соединенные резистор, катушку и конденсатор переменное синусоидальное напряжение (рис. 42).

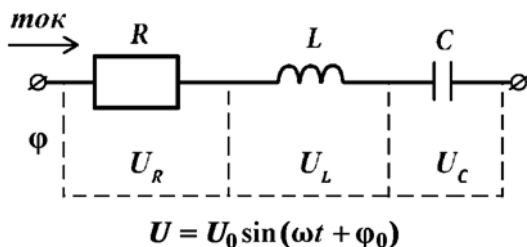


Рис. 42

$U = U_R + U_L + U_C$, $I = I_R = I_L = I_C$, т. к. соединение последовательное.

U_R, U_L, U_C – переменные синусоидальные величины. Для их сложения удобнее всего использовать метод векторных диаграмм (рис. 43).

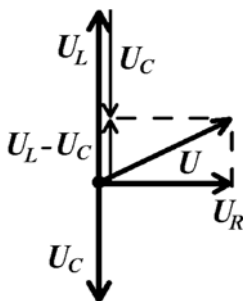


Рис. 43

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2},$$

$$I = I_R = I_L = I_C.$$

Амплитуду суммарного напряжения найдем как сумму векторов напряжений на диаграмме. Длина вектора на диаграмме равна амплитуде соответствующего напряжения:

$$U_R = I_0 R,$$

$$U_L = I_0 X_L,$$

$$U_C = I_0 X_C,$$

$$U_0 = I_0 \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_0}{Z}.$$

По аналогии с сопротивлением в формуле $I = \frac{U}{R}$,

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

– полное сопротивление цепи, или импеданс.

Z связывает только амплитудные значения токов и напряжений:

$$I_0 = \frac{U_0}{Z}.$$

Подставим в формулу $I_0 = \frac{U_0}{Z}$ значение $X_C = \frac{1}{C\omega}$ и $X_L = L\omega$ и увидим, что амплитудные значения тока I_0 вынужденных электрических колебаний зависят от частоты ω внешнего воздействия. Внешним воздействием здесь является переменное напряжение, приложенное к R -, L -, C -цепи.

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C} - L\omega)^2}}$$

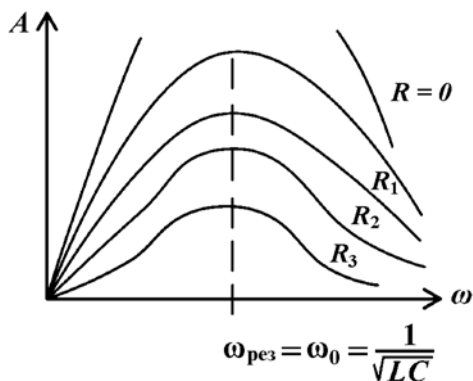


Рис. 44

Как уже обсуждалось, при конкретной частоте внешнего воздействия ω амплитуда тока в цепи резко возрастает. Это явление называют резонансом (рис. 44).

Очевидно, что I_0 имеет максимум, когда $(\omega L - \frac{1}{C\omega})^2$ принимает самое маленькое значение. Наименьшее возможное значение этого выражения – 0.

Магнитные явления

1. Магнитное поле — особая материя, возникающая вокруг любых движущихся электрических зарядов (токов), и действующая магнитными силами на движущиеся заряды (токи).

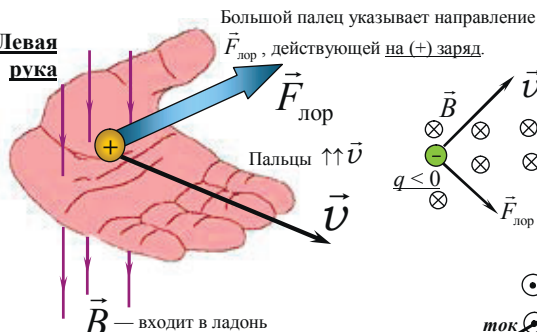
Сила Лоренца — сила, действующая со стороны магнитного поля на отдельные движущиеся заряды.

$$F_{\text{Лор}} = |q| v B \cdot \sin \alpha$$

α — угол между \vec{v} и \vec{B}
 модуль вектора \vec{B} — вектора магнитной индукции

$$\vec{F}_{\text{Лор}} \perp \vec{v}, \vec{F}_{\text{Лор}} \perp \vec{B}$$

Левая рука



Если заряд летит параллельно \vec{B} , то $\vec{F}_{\text{Лор}} = 0$

Единица измерения магнитной индукции в СИ: 1Тл
 1Тл = 1Н·с/(Кл·м) — индукция такого магнитного поля, в котором на единицу заряда, движущегося со скоростью 1м/с действует максимальная сила Лоренца 1Н. (Сила максимальна при $\alpha = 90^\circ$.)

Сила Ампера — сила, действующая со стороны магнитного поля на провод с током.

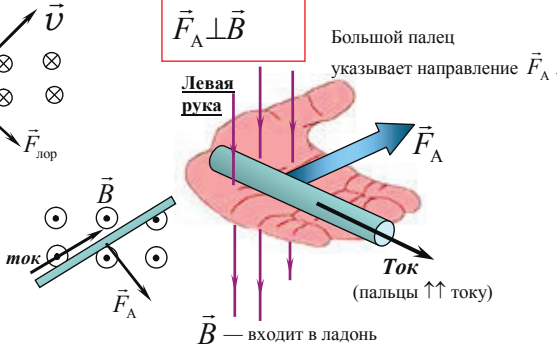
$$F_A = I l B \cdot \sin \alpha$$

α — угол между током и \vec{B}
 Провод прямолинейный, находится в однородном магнитном поле.

$$\vec{F}_A \perp \text{току}$$

$$\vec{F}_A \perp \vec{B}$$

Левая рука



Если провод с током параллелен \vec{B} , то $\vec{F}_A = 0$

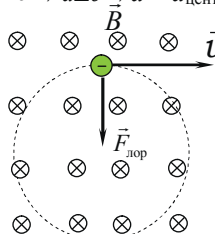
1Тл = 1Н/(А·м) — индукция такого однородного магнитного поля, в котором на прямой провод длиной 1 м с током силой 1А действует максимальная сила Ампера 1Н. (Сила максимальна при $\alpha = 90^\circ$.)

2. Движение зарядов в магнитном поле.

2.1 Если скорость заряда $\vec{v} \perp \vec{B}$, то его траектория — окружность.

По II закону Ньютона: $m\vec{a} = \vec{F}_{\text{Лор}}$ (массы частиц обычно так малы, что силой тяжести можно пренебречь по сравнению с $F_{\text{Лор}}$).

$\vec{F}_{\text{Лор}} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow a = a_{\text{центр}} = v^2/R$ — центростремительное ускорение.



Радиус окружности, по которой движется частица массой m , зарядом q в однородном магнитном поле индукцией B .

$$R = \frac{mv}{|q|B}$$

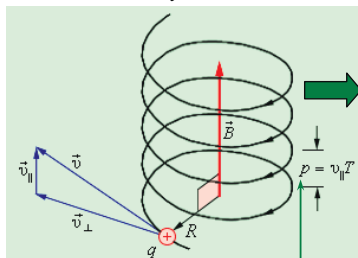
$$m \frac{v^2}{R} = |q| v B \cdot \sin 90^\circ$$

$$T = \frac{s}{v} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

Период обращения частицы массой m , зарядом q в однородном магнитном поле индукцией B

! не зависит от скорости!

2.2 Если скорость заряда \vec{v} образует с \vec{B} произвольный угол (не равный 90° , 0° , 180°), то его траектория — спираль.



Скорость частицы \vec{v} представляют как сумму двух векторов \vec{v}_\perp и \vec{v}_\parallel (перпендикулярная и параллельная \vec{B} составляющие скорости). В системе отсчета K' , движущейся со скоростью \vec{v}_\parallel , частица будет иметь скорость \vec{v}_\perp и двигаться по окружности радиуса $R = \frac{mv_\perp}{|q|B}$ (п. 2.1). К этому вращению добавляется поступательное движение K' -системы, и в результате получается движение по спирали (см. рис.)

Шаг спирали — расстояние, на которое смещается частица вдоль направления \vec{B} за один полный оборот, т. е. за время $T = \frac{2\pi m}{|q|B}$

3. Рамка с током в магнитном поле.

Силы Ампера разворачивают рамку с током так, что создаваемое внутри рамки собственное магнитное поле $\vec{B}_{\text{собст}}$ оказывается сонаправлено с внешним магнитным полем. (Поле $\vec{B}_{\text{собст}}$ создает ток, текущий в рамке.)

Вращающий момент, действующий на рамку в произвольном положении равен:

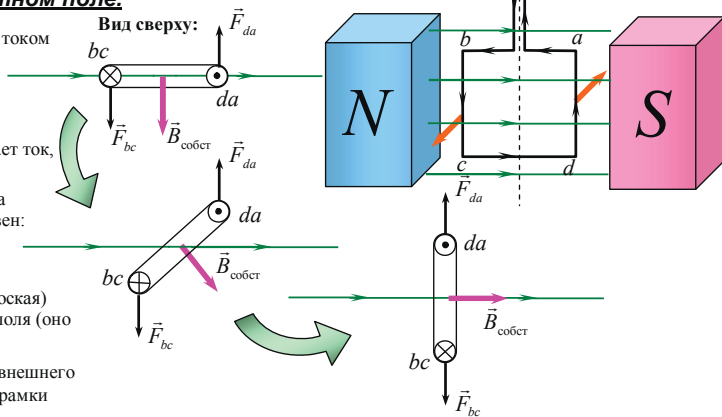
$$M = ISB \sin \alpha$$

I — сила тока в рамке

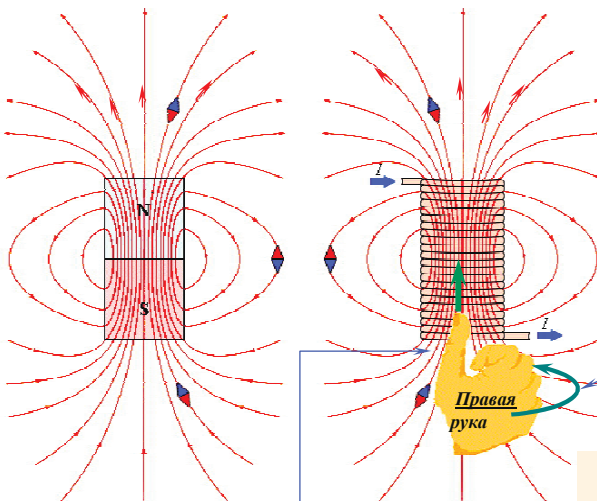
S — площадь внутри рамки (рамка плоская)

B — индукция внешнего магнитного поля (оно должно быть однородно)

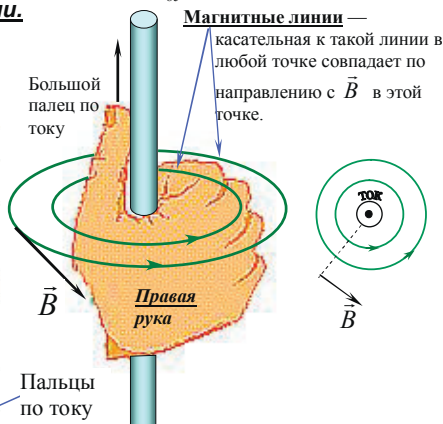
α — угол между вектором индукции внешнего поля и перпендикуляром к плоскости рамки



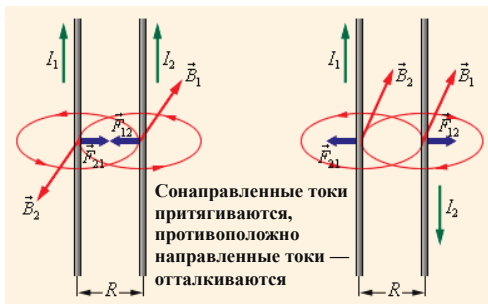
4. Магнитные поля, создаваемые различными токами.



Большой палец указывает направление \vec{B} в центре катушки



5. Взаимодействие токов.



6. Явление электромагнитной индукции.

Если в замкнутом проводящем контуре изменяется магнитный поток, то это приводит к появлению в этом контуре ЭДС (ЭДС индукции).

Единица измерения магнитного потока в СИ: $1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha$$

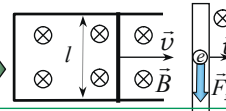
Контур плоский, поле \vec{B} однородно в пределах контура.

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} = -\Phi'(t)$$

Если Φ меняется равномерно

$$\mathcal{E}_i = v \cdot l \cdot B$$

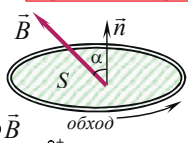


$$W_{\text{кат}} = \frac{LI^2}{2}$$

Энергия магнитного поля катушки индуктивности L , по которой течет ток I .

$$w_{\text{маг}} = B^2 / (2\mu_0 \mu)$$

← плотность энергии магнитного поля



7. Явление самоиндукции

— возникновение ЭДС в контуре вследствие изменения собственного магнитного потока через этот контур.

$$\Phi_{\text{собст}} = LI$$

Индуктивность контура — коэффициент пропорциональности между силой тока в контуре и собственным магнитным потоком.

$$\mathcal{E}_{\text{сам}} = -L \frac{dI}{dt}$$

Если I меняется равномерно

$$\mathcal{E}_{\text{сам}} = -L \frac{dI}{dt} = -LI'(t)$$

ЭДС самоиндукции

$\Phi_{\text{собст}}$ — магнитный поток, создаваемый магнитным полем, которое породил ток, текущий в контуре.

$$(\omega_{\text{рез}}L - \frac{1}{C\omega_{\text{рез}}})^2 = 0,$$

$$\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{CL}}.$$

Видим, что резонанс наступает, когда частота внешнего воздействия совпадает с частотой собственных (свободных) колебаний системы.

2.13. Работа и мощность в цепи переменного тока

1. Работа переменного тока (рис. 45).

Как нам уже известно, работа постоянного тока вычисляется следующим образом:

$$A = IUt, \text{ где } t - \text{ время.}$$

Тогда мощность постоянного тока

$$N = \frac{A}{t} = I(t) \cdot U(t).$$

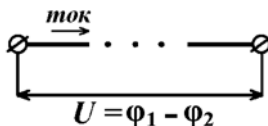


Рис. 45

Для переменного тока вычислим элементарную работу за короткое время dt , в течение которого ток можно считать практически неизменным.

$dA = IUdt$ – элементарная работа.

$$A = \int_{t_1}^{t_2} IUdt$$

– полная работа за временной интервал между временами t_1 и t_2 .

$N = \frac{dA}{dt}$ – мгновенная мощность.

$$A = \int_{t_1}^{t_2} N dt$$

То есть работа за временной интервал между временами t_1 и t_2 численно равна площади под графиком $N(t)$ (рис. 46).

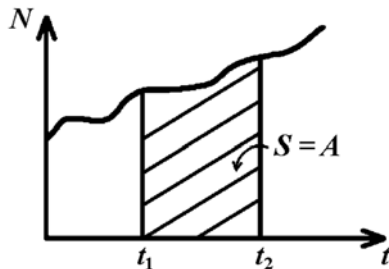
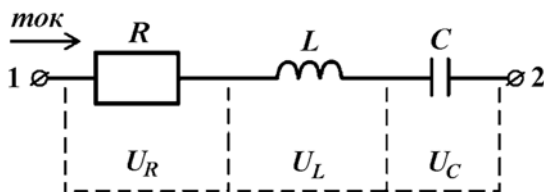


Рис. 46

2. Найдем работу тока на участке цепи переменного тока, содержащего R -, L -, C -элементы (рис. 47).



$$U = \Phi_1 - \Phi_2$$

Рис. 47

$U = U_R + U_L + U_C$ – напряжение на этом участке равно сумме напряжений на элементах.

$I = I_R = I_L = I_C$ – токи через каждый элемент равны, т. к. подключение последовательное.

Пусть φ – разность фаз (сдвиг фаз) между током и напряжением. Если ток меняется синусоидально

$$I = I_0 \sin(\omega t),$$

то напряжение меняется по закону

$$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Тогда

$$\begin{aligned} N &= IU = I_0 U_0 \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \varphi) = \\ &= \frac{1}{2} I_0 U_0 (\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)) \end{aligned}$$

– здесь воспользовались тригонометрической формулой для произведения синусов.

Найдем работу переменного тока на данном R -, L -, C -участке за время, кратное периоду колебаний (от $t_0 = 0$ до $t = Tn$, где $n \in \mathbb{Z}$):

$$A = \int_0^{t=Tn} N dt = \left(\frac{I_0 U_0}{2} \cos \varphi \right) t.$$

Вспомним, что

$$I_{\text{эф}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{эф}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

– эффективные («действующие») значения тока и напряжения. Тогда

$$A = (I_{\text{эф}} U_{\text{эф}} \cos \varphi) t.$$

Видим, что работа переменного тока зависит не только от эффективных значений $I_{\text{эф}}$ и $U_{\text{эф}}$ и времени, но и от разности фаз между силой тока и напряжением. Максимальную работу переменный ток совершает, если $\cos \varphi = 1$. Это реализуется либо при отсутствии L - и C -элементов, либо в случае резонанса: при резонансе $X_L = X_C$, т. к. $\omega_{\text{рез}_L} - \frac{1}{\omega_{\text{рез}_C}} = 0$, и поэтому $U_L = U_C$ (рис. 48).

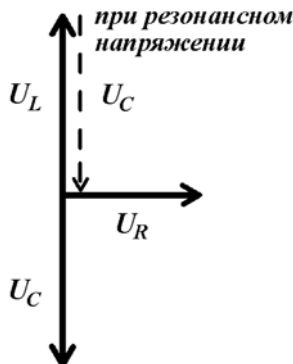


Рис. 48

Вывод. Условия, когда работа переменного тока максимальна: $U_R = U$, $\cos \varphi = 1$, $U_{0L} = U_{0C}$.

Вывод. Работа переменного тока будет минимальной (т. е. равна 0) при $\cos \varphi = 0$, т. е. $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Это реализуется, если в системе нет активного сопротивления R .

L - и C -элементы называются реактивными сопротивлениями. За время, кратное периоду, на этих элементах работа тока равна 0: первую четверть периода ток совершает положительную работу (заряженный конденсатор создает магнитное поле в катушке), а вторую четверть периода ток совершает отрицательную работу (источник препятствует разрядке конденсатора или препятствует течению тока, порожденного ЭДС индукции катушки) (рис. 49).

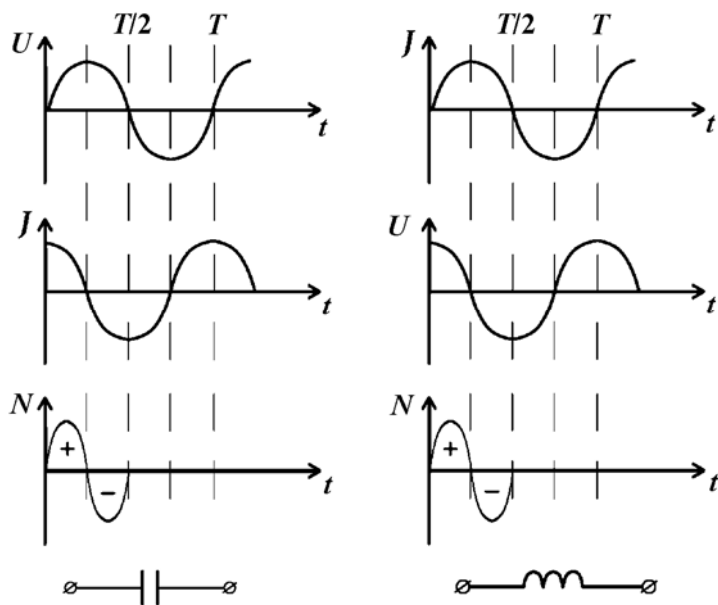


Рис. 49

$\cos \varphi$ называется коэффициентом мощности: чем он больше, тем эффективнее работает ток.

Когда в задаче необходимо найти работу переменного тока, ее находят за время, кратное периоду, пользуясь следующими формулами:

$A = I_{\text{эф}} U_{\text{эф}} \cos \varphi \cdot t$ – работа переменного тока,

$N = I_{\text{эф}} U_{\text{эф}} \cos \varphi$ – мощность переменного тока.

Так как частота тока обычно велика, то период мал, и за время периода потерями энергии в цепи можно пренебречь.

2.14. Трансформатор

1. Трансформатор – это устройство для преобразования (повышения или понижения) переменного напряжения (рис. 50).

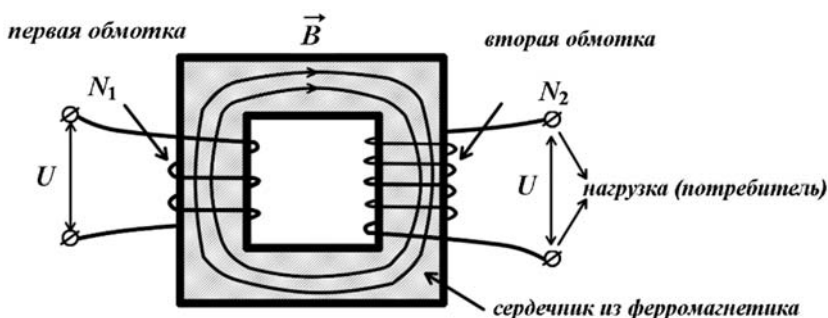


Рис. 50

Трансформатор имеет две (или более) «обмотки» – катушки, намотанные на общий сердечник. В первичной обмотке источник создает переменный ток. Этот ток порождает в сердечнике переменное магнитное поле. Сердечники обычно изготавливают из ферромагнетика, и потери магнитного потока можно считать незначительными: считаем, что практически все магнитные линии, пронизывающие первичную обмотку, пройдут и через вторичную. Тогда внутри вторичной обмотки создается переменное магнитное поле, которое, согласно закону Фарадея, порождает ЭДС индукции во второй обмотке. Величина этой вторичной $E_{\text{инд}}$ зависит от числа витков вторичной обмотки: чем больше витков, тем больше $E_{\text{инд}}$.

Если количество витков во вторичной обмотке больше, чем в первичной ($N_2 > N_1$), трансформатор называется повышающим:

$E_2 > E_1$. Если же наоборот, $N_2 < N_1$, то трансформатор понижающий: $E_2 < E_1$.

Если пренебречь потерями магнитного потока при его передаче от первичной ко вторичной обмотке, то

$$\Phi_1^{\text{сечен}} = \Phi_2^{\text{сечен}} = \Phi$$

– магнитные потоки через сечение обмоток 1 и 2 равны.

$$\Phi_1 = N_1 \times \Phi_1^{\text{сечен}}, \Phi_2 = N_2 \times \Phi_2^{\text{сечен}}$$

– полные магнитные потоки через обмотки 1 и 2 получим, умножая поток через сечение на количество витков в соответствующей обмотке.

По закону Фарадея:

$$E_{\text{инд1}} = -\frac{d\Phi_1}{dt}, \quad E_{\text{инд2}} = -\frac{d\Phi_2}{dt},$$
$$\frac{E_I}{E_2} = \frac{N_I}{N_2}.$$

Отношение $\frac{N_1}{N_2}$ называют коэффициентом трансформации K .

Если трансформатор работает в расчетном режиме с правильной нагрузкой, то его КПД стремится к 1, т. е. мощность, развитая источником в первичной обмотке (I_I , U_I), равна мощности, развиваемой во вторичной обмотке (I_{II} , U_{II}). Отсюда следует:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1}.$$

Напряжение на каждой из обмоток создается за счет ЭДС индукции, поэтому

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1}.$$

А значит,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

– токи в обмотках соотносятся как количество витков в них.

Сравнивая формулы для ЭДС индукции и токов, получаем, что если трансформатор повышает напряжение, то во столько же раз уменьшается сила тока. И наоборот, понижающий трансформатор позволяет получить больший ток. Это свойство используется, например, при сварке.

Сердечник в трансформаторе обычно набирается из отдельных ферромагнитных пластин, покрытых слоем изолирующего лака. Если сделать его из монолитного ферромагнетика, переменное магнитное поле будет создавать в сердечнике индукционные токи (токи Фуко), при этом часть энергии магнитного поля будет рассеиваться, а не передаваться во вторичную обмотку, и КПД будет меньше 1.

3. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

3.1. Законы геометрической оптики

1. Что такое свет

Представление о свете как о лучах, распространяющихся от источника, самое древнее, оно базируется на большом количестве наблюдений. Эти наблюдения объединяются в законы геометрической оптики (т. е. эти законы изначально получены экспериментальным путем).

С развитием физики были обнаружены факты, противоречащие положениям геометрической оптики, и представление о лучах света сменилось представлением о свете как об электромагнитной волне. Например, свет может огибать препятствия, т. е. отклоняться от прямолинейного распространения (это явление называется дифракция); при наложении световых лучей могут возникать области более и менее яркие (интерференция).

Дальнейшее развитие физики привело к тому, что волновое представление тоже оказалось в ряде случаев неприменимо. Возникло понятие кванта света, фотона – частицы-переносчика электромагнитного излучения. Однако фотон, как и другие частицы микромира (электрон, нейтрон и т. д.), не является частицей в классическом смысле этого слова. Во многих явлениях он проявляет волновые свойства.

Изучая геометрическую оптику, мы будем основываться на экспериментальных законах, однако будем помнить, что у этих законов ограниченная область применения: они верны, лишь если размеры препятствий (отверстий) велики по сравнению с длиной волны света.

2. Законы геометрической оптики

Закон (прямолинейного распространения света). *Свет распространяется от источника по прямым, которые называются лучами (рис. 51).*

Так как лучи прямые, то $\frac{l_1}{l_2} = \frac{a_1}{a_2}$.

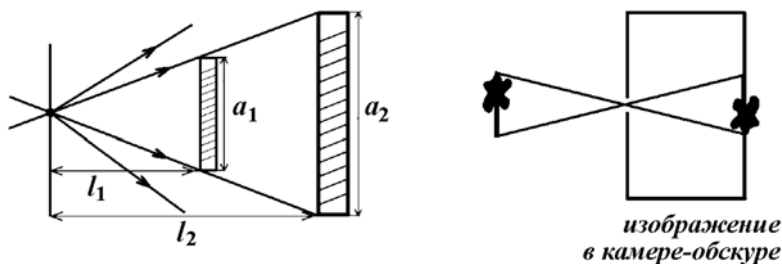


Рис. 51

Определение 1. Отражением называется изменение направления луча, встретившегося с отражающей поверхностью (зеркалом), при котором отраженный луч находится с той же стороны поверхности, что и падающий.

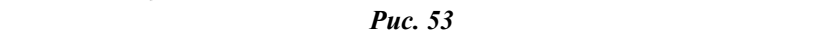
Закон (отражения). Лучи, падающий и отраженный, лежат в одной плоскости с нормалью к отражающей поверхности в точке падения. Угол падения равен углу отражения: $\alpha = \beta$ (рис. 52).



Рис. 52

Отражающая поверхность может оказаться с большим количеством мелких неровностей, тогда будет наблюдаться диффузное отражение: параллельный пучок лучей после отражения не оста-

И. И. ИСТОНИН И С. П. ПОПОВ. УЧЕБНИК ПО СОВЕТСКИМ ПЕРЕМЕНАМ

$$S \quad \quad \quad | \quad A \quad \quad \quad S'$$


Изображение в плоском зеркале симметрично предмету относительно плоскости зеркала (рис. 54).

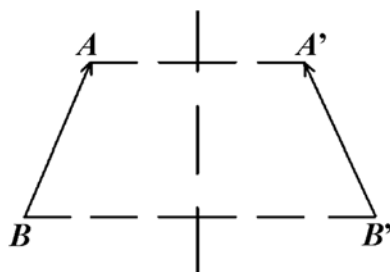


Рис. 54

Изображение объекта в плоском зеркале – мнимое. Это означает, что на месте изображения лучи не пересекаются, и если поместить туда экран, то на нем не будет картинки объекта. Изображение в этой точке существует только с точки зрения наблюдателя.

3.3. Преломление

Определение 2. *Преломлением называется изменение направления луча, встретившегося с преломляющей поверхностью (границей двух сред), при котором преломленный луч находится с другой стороны поверхности, чем падающий (рис. 55).*

Закон (преломления). *Лучи, падающий и преломленный, лежат в одной плоскости с нормалью к преломляющей поверхности в точке падения лучей. При этом отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред и при данной длине волны (цвете) излучения. Это отношение одинаково для всех углов падения.*

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}$$

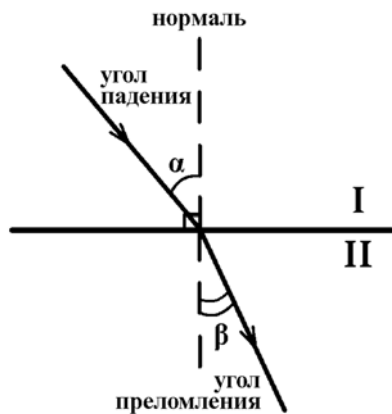


Рис. 55

n_{21} — относительный показатель преломления среды II относительно среды I. Вообще говоря, n_{21} зависит от длины волны (цвета) излучения, однако при рассмотрении вопросов геометрической оптики эту зависимость чаще всего не рассматривают.

Определение 3. Абсолютным показателем преломления среды называют показатель преломления среды относительно вакуума (рис. 56).

$$n_{\text{среды}} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}.$$

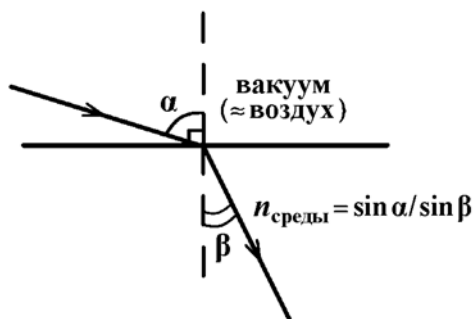


Рис. 56

Физический смысл показателя преломления: относительный показатель преломления n_{21} равен отношению скоростей света в средах I и II.

$$n_{21} = \frac{v_1^{\text{света}}}{v_2^{\text{света}}},$$

$$n_{\text{среды}} = \frac{c}{v_{\text{среды}}^{\text{света}}},$$

где $c \approx 3 \times 10^8$ м/с – скорость света в вакууме.

Поскольку в любой среде скорость света $v_{\text{среды}}^{\text{света}} \leq c$, то величина $n \geq 1$. У воздуха $n \approx 1$.

Скорость света в конкретной среде в $n_{\text{среды}}$ раз меньше скорости света в вакууме:

$$v_{\text{среды}}^{\text{света}} = \frac{c}{n_{\text{среды}}}.$$

Тогда

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1},$$

т. е.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Отсюда видно, что при переходе из оптически более плотной среды в оптически менее плотную (т. е. из среды с большим n в среду с меньшим n), луч удаляется от нормали: если $n_2 > n_1$, то $\alpha > \beta$. При переходе из оптически менее плотной среды в оптически более плотную луч приближается к нормали: если $n_1 > n_2$, то $\alpha < \beta$.

3.4. Явление полного внутреннего отражения

Если свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду, то луч может при некоторых углах падения не выйти из более плотной среды, а отразиться от границы раздела (рис. 57).

Полное отражение происходит, если угол падения α больше некоторого предельного значения α_0 . α_0 можно найти как угол падения, для которого угол преломления $\beta_0 = 90^\circ$ (преломленный луч идет вдоль границы раздела сред, если она плоская).

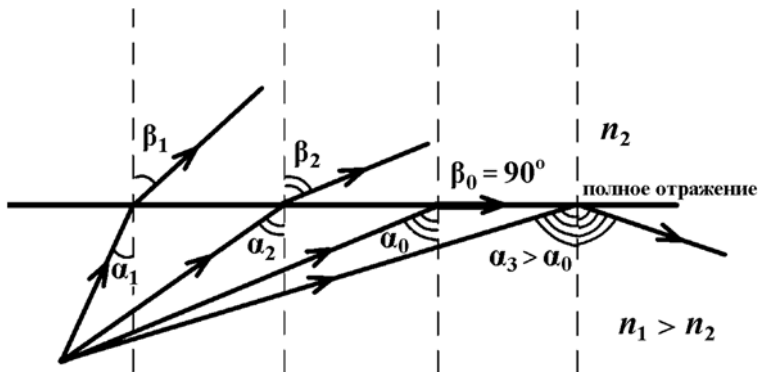


Рис. 57

Определение 4. α_0 называется углом полного внутреннего отражения.

Найдем α_0 по закону преломления:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \frac{\sin \alpha_0}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1}, \quad \sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}.$$

Для лучей, распространяющихся из среды с показателем преломления n_1 в воздух (вакуум):

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n_1}.$$

3.5. Линзы

1. Линза как оптическая система

Определение 5. Линза – прозрачное тело, ограниченное сферическими поверхностями.

Различают выпуклые и вогнутые линзы (рис. 58).

Определение 6. Главная оптическая ось – прямая, проведенная через центры сферических поверхностей, ограничивающих линзу (рис. 59).

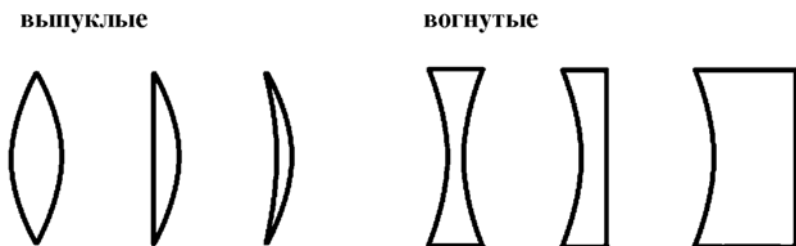


Рис. 58

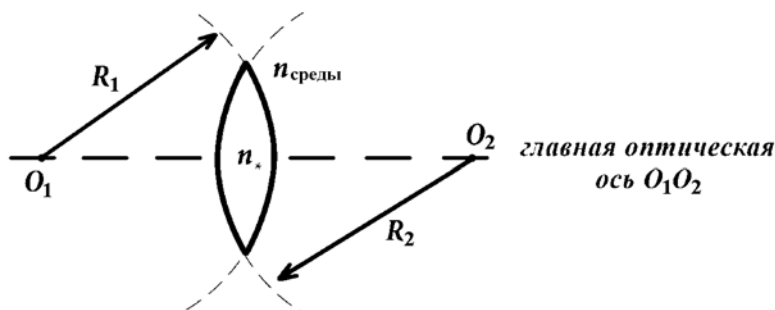


Рис. 59

Линза считается тонкой, если ее толщина значительно меньше радиусов кривизны R_1 и R_2 сферических поверхностей, которыми она ограничена, а также значительно меньше расстояний между линзой и предметом d и между линзой и изображением f . Такую линзу изображают схематически стрелкой с двумя концами (рис. 60, 61).

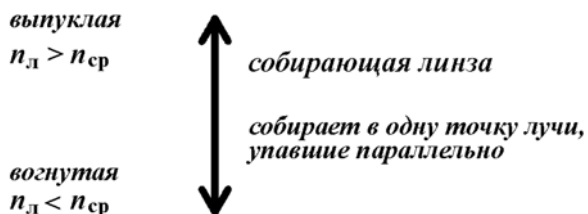


Рис. 60



Рис. 61

Определение 7. Если лучи падают на идеальную тонкую собирающую линзу параллельно её главной оптической оси, то после преломления они собираются в одной точке, которая называется фокусом линзы F . Если лучи падают на рассеивающую линзу параллельно её главной оптической оси, то после преломления они расходятся. Однако их продолжения пересекаются в одной точке, которая также называется фокусом. Аналогично изображению в зеркале такой фокус называется мнимым (рис. 62).

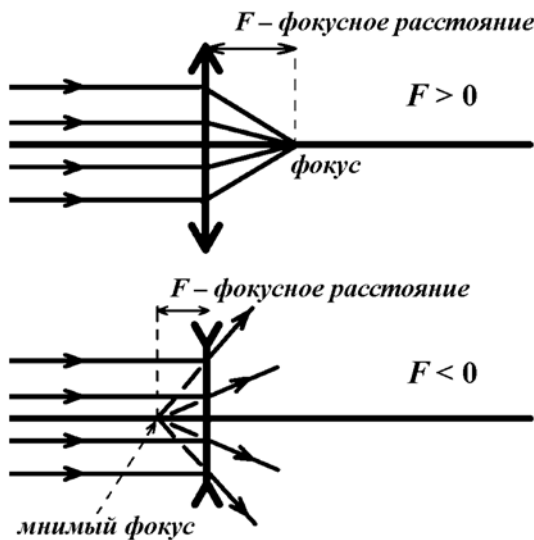


Рис. 62

Определение 8. *Расстояние от плоскости линзы до фокуса называется фокусным расстоянием. Для рассеивающей линзы фокусное расстояние считается отрицательным (рис. 62).*

В реальных линзах лучи не собираются в одной точке, и вместо четкого фокуса получается расплывчатое пятно. Причин этого две:

- сферическая aberrация: лучи, упавшие на сферическую поверхность на разных расстояниях от главной оптической оси, пересекаются в разных точках. Этот эффект во многом зависит от толщины и формы линзы и может быть уменьшен заменой сферической линзы на линзу более сложной формы;

- хроматическая aberrация: лучи разных цветов преломляются на разные углы, т. к., как мы заметили выше, показатель преломления среды для каждого цвета немного разный.

2. Построение изображений в линзах. Формула тонкой линзы

Выведем формулу, связывающую расстояния от предмета до линзы, от изображения до линзы и фокусное расстояние линзы. Для этого проведем два луча: один от предмета параллельно главной оптической оси, он попадет в фокус линзы; второй – от изображения предмета параллельно главной оптической оси. Ввиду симметрии (если перевернуть линзу на 180° , преломление лучей не изменится) этот луч должен пройти через точку, симметричную первому фокусу линзы. h – высота предмета, H – высота изображения (рис. 63).

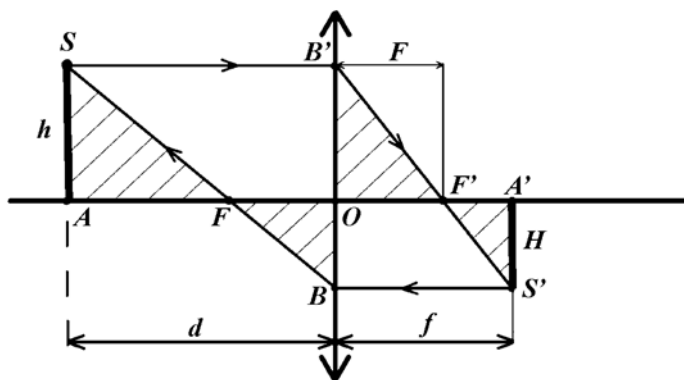


Рис. 63

$$\begin{aligned}\Delta SAF \sim \Delta BOF &\Rightarrow \frac{h}{d-F} = \frac{H}{F} \\ \Delta B'OF' \sim \Delta F'A'S' &\Rightarrow \frac{h}{F} = \frac{H}{f-F} \\ \frac{F}{d-F} &= \frac{f-F}{F} \\ F^2 &= df - Ff - dF + F^2 \\ \frac{1}{d} + \frac{1}{f} &= \frac{1}{F}\end{aligned}$$

Эта формула называется формулой тонкой линзы. Здесь d – расстояние от предмета до линзы, f – от изображения до линзы, F – фокусное расстояние линзы. Можно записать эту формулу в виде:

$$F = \frac{fd}{f+d}.$$

Правило расстановки знаков в этой формуле:

$F > 0$, если линза собирающая; $F < 0$, если линза рассеивающая;

$f > 0$, если изображение действительное, $f < 0$, если изображение мнимое. Действительное изображение – это точка пересечения реальных лучей, исходящих из предмета; мнимое – точка пересечения продолжений лучей (сами лучи не пересекаются, а расходятся после линзы в разные стороны). Действительное изображение можно наблюдать на экране, помещенном на расстоянии f от линзы;

$d > 0$, если предмет действительный, $d < 0$, если предмет мнимый. Действительный предмет – тот, который на линзу посылает расходящийся пучок лучей (например, любая реальная точка); мнимый предмет – ситуация, в которой на линзу попадает сходящийся пучок. Если продолжить лучи пучка после линзы, то их пересечение и будет называться мнимым предметом.

$\Gamma = \frac{H}{h}$ – коэффициент линейного увеличения. Он показывает, во сколько раз размер изображения меньше (или больше) реального предмета.

$$1/\Gamma = \frac{h}{H} = \frac{d-F}{F} = \frac{d}{F} - 1 = \frac{f+d}{f} - \frac{f}{f} = \frac{d}{f}.$$

3. Примеры

Фотоаппарат. Изображение действительное, перевернутое, а вот коэффициент увеличения такой системы может быть разным.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f},$$

$f = \frac{F}{1 - \frac{F}{d}}$ – расстояние до изображения.

Если $d > 2F$, то $\Gamma = \frac{H}{h} = \left| \frac{f}{d} \right| = \left| \frac{F}{d-F} \right| < 1$ – изображение уменьшенное (рис. 64).

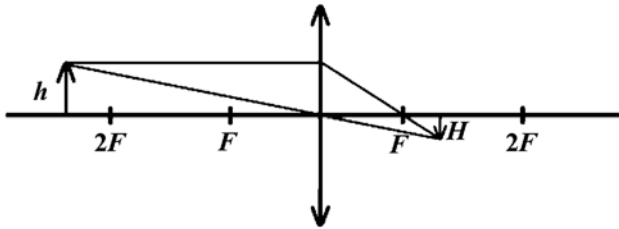


Рис. 64

Если $d = 2F$, то $f = 2F$, $\Gamma = \left| \frac{f}{d} \right| = 1$ – изображение равно предмету (рис. 65).

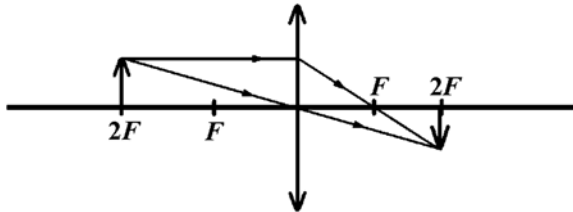


Рис. 65

Если $F < d < 2F$, то $f > 2F$, $\Gamma = \left| \frac{f}{d} \right| = \left| \frac{F}{d-F} \right| > 1$ – изображение увеличенное (рис. 66).

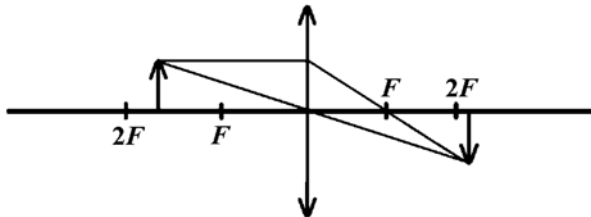


Рис. 66

Этот случай описывает, например, устройство проектора. Изображение, создаваемое проектором – действительное, перевернутое, увеличенное.

Если $0 < d < F$, то $f < 0$, изображение мнимое, увеличенное. Этот случай описывает устройство лупы (рис. 67).

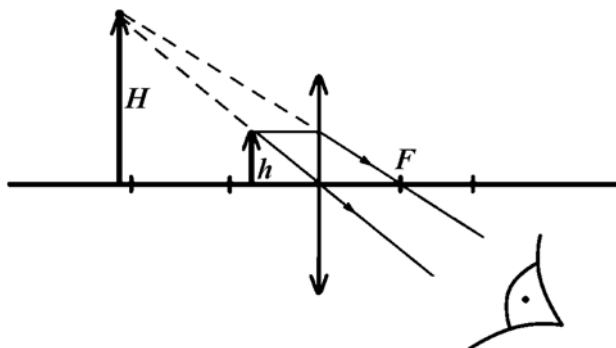


Рис. 67

Если $d = \infty$, т. е. предмет (светящаяся точка) находится в бесконечности, то лучи от него приходят практически параллельно. По формуле линзы получим, что изображение такого предмета находится на расстоянии $f = F$ от линзы, т. е. изображение бесконечно удаленного предмета находится в фокальной плоскости (рис. 68).

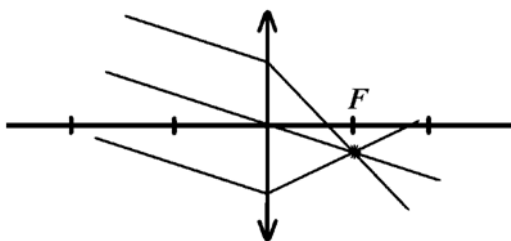


Рис. 68

Если $d = F$, то есть предмет находится в фокальной плоскости, то его изображение будет в бесконечности ($f = \infty$). Лучи, выходящие из линзы, в этом случае параллельны (рис. 69).

В рассеивающей линзе: если $F < d < 2F$, то изображение прямое, уменьшенное, мнимое (рис. 70).

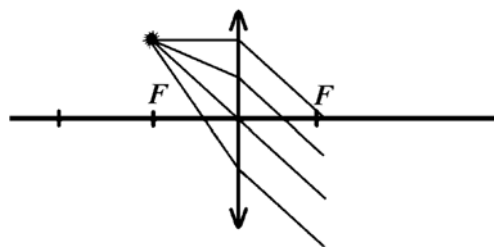


Рис. 69

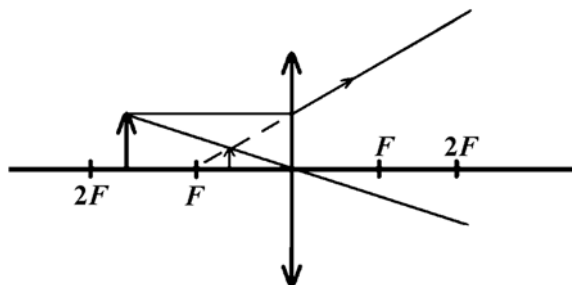


Рис. 70

Рассмотрев остальные случаи расположения предмета относительно фокуса (рис. 71), можно получить следующие зависимости $f(d)$:

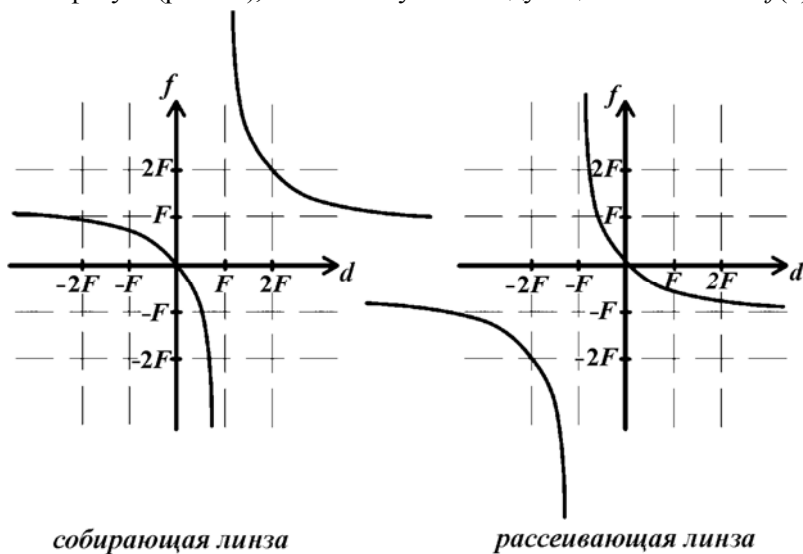


Рис. 71

3.6. Глаз как оптический инструмент

Выясним, что происходит с лучом, попадающим в оптическую систему – глаз (рис. 72).

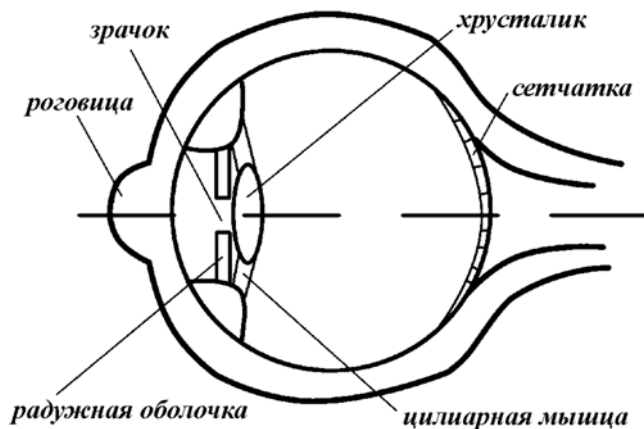


Рис. 72

Сжимаясь и разжимаясь, радужная оболочка реагирует на световой поток, регулирует его интенсивность, а также служит диафрагмой, отсекая непараллельные лучи.

Изменяя радиус кривизны хрусталика (в основном передней поверхности), цилиарная мышца меняет его фокусное расстояние, чтобы при разных расстояниях до объекта d получалось четкое изображение на сетчатке. Расстояние f от хрусталика до сетчатки остается неизменным, $f \approx 17$ мм. Изменение фокусного расстояния хрусталика цилиарной мышцей называется аккомодацией.

Под действием света в зрительных клетках происходит химическая реакция: часть белка родопсина (ретинаяль), входящего в состав зрительного пигмента, перестраивается в транс-форму. Эта реакция вызывает в клетке импульс, который передается в мозг по зрительному нерву. Энергия импульса обеспечивается за счет энергии самой клетки, а не света. Свет – лишь пусковой механизм реакции. Фоторецепторы «палочки» – наиболее чувствительные зрительные клетки (могут среагировать даже на несколько фотонов), «колбочки» – менее чувствительны, но различают цвета.

Пусть ближняя точка (БТ) – это та точка, которую еще можно увидеть резко при минимальном напряжении цилиарной мышцы. Фокусное расстояние хрусталика максимально при этом минимальном радиусе кривизны: $R_{\text{хрусталика}} = R_{\text{min}}$. Дальняя точка (ДТ) – точка, которая резко видна при напряжении цилиарной мышцы. При этом $F = F_{\text{max}}$ и $R = R_{\text{max}}$. У здорового глаза дальняя точка = ∞ , ближняя точка = 10–20 см в зависимости от возраста (рис. 73).

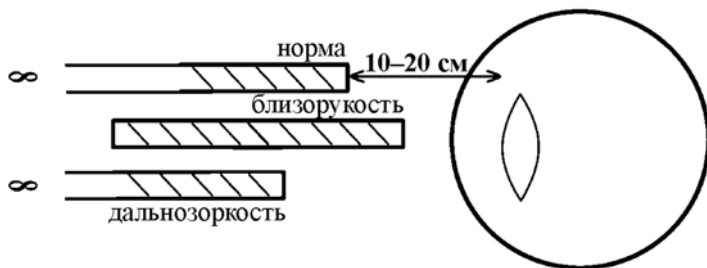


Рис. 73

Близорукость – это нарушение зрения, при котором дальше определенного расстояния нет резкой видимости, т. е. дальняя точка ближе, чем у нормального глаза. Лучи от удаленного объекта пересекутся перед сетчаткой (рис. 74).

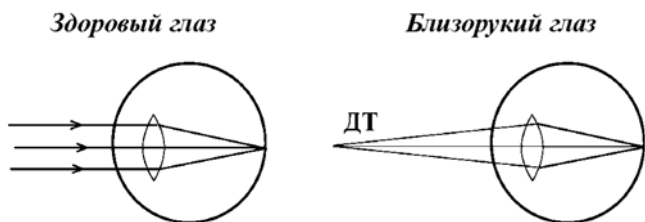


Рис. 74

Возможные причины близорукости: удлиненное глазное яблоко, уменьшенное фокусное расстояние хрусталика, спазм цилиарной мышцы.

Дальнозоркость – это нарушение зрения, при котором плохо видны ближние предметы, т. е. ближняя точка удалена. Лучи от объекта в ближней точке пересекутся за сетчаткой, то есть ближняя точка резкого зрения (БТ') находится дальше от глаза, чем в норме (рис. 75).

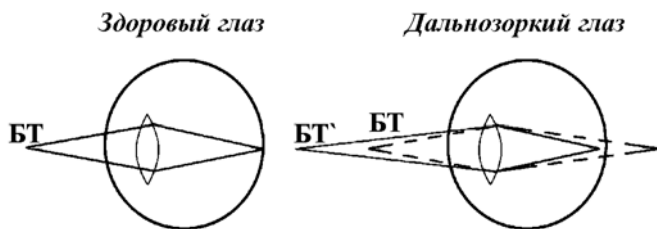


Рис. 75

Возможные причины дальнозоркости: глазное яблоко сплющено, увеличено фокусное расстояние хрусталика, ослаблена цилиарная мышца, ослаблена эластичность хрусталика.

Чтобы исправить ситуацию, нужно добавить к оптической системе дополнительную линзу нужной кривизны. Это может быть линза очков или контактная линза.

В случае дальнозоркости собирающая линза собирает лучи таким образом, чтобы лучи от ближней точки (10–12 см от глаза) пересеклись на сетчатке, а не за ней (рис. 76).

В случае близорукости рассеивающая линза разводит лучи таким образом, чтобы они пересеклись на сетчатке, а не перед ней (рис. 76).

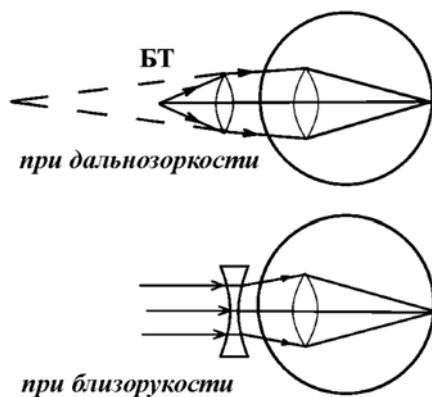
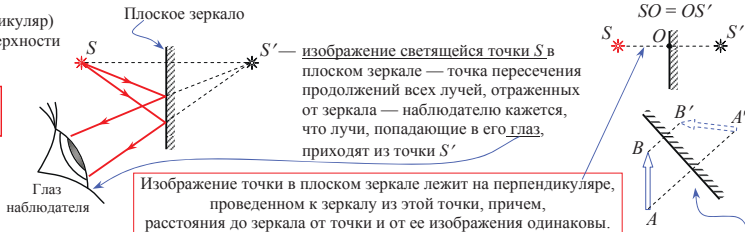


Рис. 76

Величина изображения на сетчатке определяется величиной φ , которая называется углом зрения. $\varphi = \frac{h}{f}$. Мы способны различить

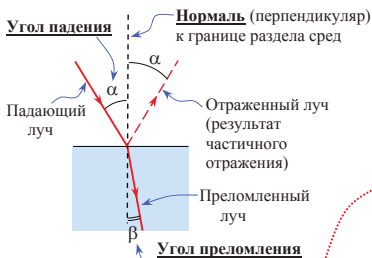
Оптика

1. Закон отражения Луч падающий и луч отраженный лежат в одной плоскости с нормалью, проведенной к отражающей поверхности в точке падения луча. При этом **угол падения равен углу отражения**.



2. Закон преломления

При переходе из одной прозрачной среды в другую световой луч частично отражается от границы раздела сред, а частично проходит в следующую среду, причем, в новой среде направление луча может измениться. Такой луч, изменивший свое направление при переходе в новую среду, называется **ПРЕЛОМЛЕННЫМ** лучом.



Изображение предмета симметрично самому предмету относительно плоскости зеркала

Луч падающий и луч преломленный лежат в одной плоскости с нормалью, проведенной к границе раздела сред в точке падения луча. При этом **отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред при данной частоте излучения**.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21} = \frac{v_{\text{света } 1}}{v_{\text{света } 2}} = \frac{n_2}{n_1}$$

Относительный показатель преломления (показатель преломления второй среды относительно первой)

Отношение скорости света в первой среде к скорости света во второй

абсолютный показатель преломления второй среды
абсолютный показатель преломления первой среды

Абсолютный показатель преломления – показатель преломления среды относительно вакуума:

$$n_{\text{среды}} = \frac{c}{v_{\text{света в среде}}}$$

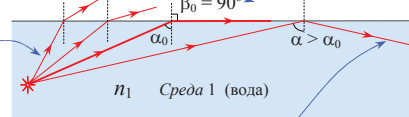
Скорость света в вакууме $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с
 $v_{\text{света в воздухе}} \approx c$, т. е. $n_{\text{воздуха}} \approx 1$

При переходе луча в оптически более плотную среду ($n_2 < n_1$) может произойти **ПОЛНОЕ ОТРАЖЕНИЕ** луча от границы раздела сред, если угол падения слишком велик: $\alpha \geq \alpha_0$

Среда 2 (воздух) $n_2 < n_1 < \alpha < \beta$

α_0 – **угол полного внутреннего отражения**

при угле падения $\alpha = \alpha_0$
угол преломления $\beta = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1}$



При $\alpha \geq \alpha_0$ луч полностью отражается от границы раздела сред и не выходит во вторую среду

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n}$$

если луч выходит в воздух или вакуум из среды с показателем преломления n

При переходе луча в оптически более плотную среду ($n_2 > n_1$) луч приближается к нормали

При переходе луча в оптически менее плотную среду ($n_2 < n_1$) луч отдалится от нормали

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2 = \dots = \text{const}$$

произведение показателя преломления среды на синус угла между лучом и нормалью в этой среде остается неизменным при переходе из одной среды в другую

4. Линза — прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями.

Линза считается **тонкой**, если ее толщина AB мала по сравнению с радиусами R_1 и R_2 сферических поверхностей, ограничивающих линзу, а также по сравнению с расстояниями d и f от линзы до предмета и от линзы до изображения.

Линза называется **собирающей**, если лучи, падающие на нее параллельно друг другу, после преломления сходятся.

Линза называется **рассеивающей**, если лучи, падающие на нее параллельно друг другу, после преломления расходятся.

Фокусом линзы называется точка, в которой после преломления пересекаются лучи, упавшие на линзу **параллельно** ее **главной оптической оси** (или продолжения преломленных лучей, если линза рассеивающая).

Оптическая сила линзы измеряется в **диоптриях**:

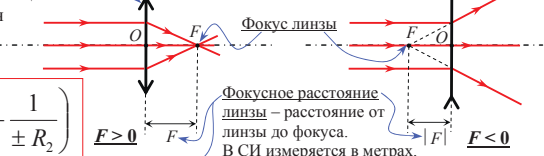
1 дптр = 1/м = 1 м⁻¹

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_{\text{линзы}}}{n_{\text{среды}}} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{\pm R_1} + \frac{1}{\pm R_2} \right)$$

Главная оптическая ось линзы — прямая, проходящая через центры O_1 и O_2 сферических поверхностей, ограничивающих линзу.

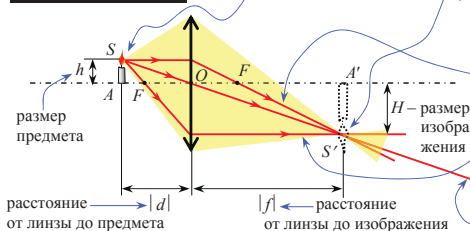
Обозначение тонкой собирающей линзы

Обозначение тонкой рассеивающей линзы



5. Изображение

точки S' в линзе — это такая точка S' , в которой лучи, вышедшие из точки S , пересекаются после преломления в линзе.



Чтобы построить изображение S' точки S , надо знать ход двух лучей, вышедших из S и преломленных в линзе (где пересекутся эти лучи, там пересекутся и все остальные). Всегда известен ход следующих лучей:

- луч, падающий на линзу параллельно главной оптической оси, преломившись, проходит через фокус (если линза собирающая) или идет так, что его продолжение проходит через фокус (если линза рассеивающая)
- луч, падающий на собирающую линзу, по прямой, проходящей через фокус, (луч, падающий на рассеивающую линзу вдоль прямой, проходящей через фокус, расположенный с другой стороны линзы) преломившись, идет параллельно главной оптической оси
- луч, проходящий через оптический центр тонкой линзы, после преломления практически не отклоняется от прямой, вдоль которой он упал на линзу. Если показател преломления среды одинаков с обеих сторон линзы, то оптический центр (точка O на рисунке) — пересечение главной оптической оси с плоскостью тонкой линзы.

$$\frac{1}{\pm |d|} + \frac{1}{\pm |f|} = \frac{1}{\pm |F|}$$

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{|f|}{|d|}$$

Формула тонкой линзы

Линейное (поперечное) **увеличение** — отношение размера изображения (H) к размеру предмета (h), когда предмет — отрезок, перпендикулярный главной оптической оси.

Расстановка знаков в

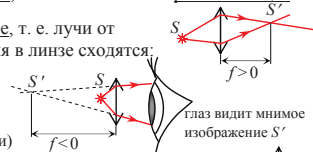
формуле тонкой линзы: Перед фокусным расстоянием $|F|$: «+» — если линза **собирающая**, «-» — если линза **рассеивающая**.

Перед расстоянием $|f|$ от линзы до изображения: «+» — если **изображение действительное**, т. е. лучи от точечного источника после преломления в линзе сходятся;

«-» — если **изображение мнимое**, т. е. лучи от точечного источника

его нельзя получить на экране, как действительное изображение

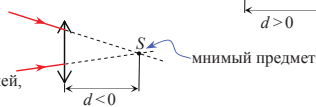
после преломления в линзе расходятся. В этом случае изображением считается точка пересечения продолжений преломленных лучей S' (именно в этой точке видится источник света глазу, в который попадают преломленные лучи)



Перед расстоянием $|d|$ от линзы до предмета: «+» — если **предмет действительный**, т. е. лучи от точечного источника падают на линзу расходящимся конусом:

«-» — если **предмет мнимый**, т. е. лучи от точечного источника

падают на линзу сходящимся конусом (это возможно, например, если лучи предварительно прошли через собирающую линзу). В этом случае предметом считается точка пересечения продолжений лучей, упавших на линзу.



6. Возможные случаи расположения предмета:

6.1. $d \rightarrow \infty$ (т. е. $d \gg |F|$) В этом случае лучи от точечного источника идут практически параллельно друг другу.

$f = F$ — изображение точечного источника находится в **фокальной плоскости**.

6.2. $d \in (2F; \infty)$
 $f \in (F; 2F)$
 (фотография) Изображение: действительное ($f > 0$), перевернутое, уменьшенное ($|d| > |f| \Rightarrow \Gamma < 1$)

6.3. $d = 2F$; $f = 2F$
 Изображение: действительное ($f > 0$), перевернутое, уменьшенное ($|d| > |f| \Rightarrow \Gamma < 1$)

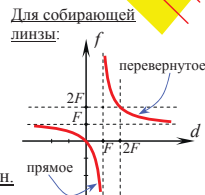
6.4. $d \in (F; 2F)$
 $f \in (2F; \infty)$
 (кино, диафильм) Изображение: действительное ($f > 0$), перевернутое, увеличенное ($|d| < |f| \Rightarrow \Gamma > 1$)

6.5. $d = F$; $f \rightarrow \infty$ — лучи от источника, лежащего в фокальной плоскости, преломившись, идут параллельно.

6.6. $d \in (0; F)$
 $f \in (-\infty; 0)$
 (лупа) Изображение: мнимое ($f < 0$), прямое, увеличенное ($|d| < |f| \Rightarrow \Gamma > 1$)

6.7. Рассеивающая линза:

Изображение: мнимое ($f < 0$), прямое, уменьшенное ($|d| > |f| \Rightarrow \Gamma < 1$)



7. Интерференция

— наложение волн, при котором эти волны в одних точках усиливают друг друга, а в других — ослабляют друг друга, так, что интенсивность результирующей волны не равна сумме интенсивностей складывающихся волн ($I \neq I_1 + I_2$)

Наблюдать интерференцию можно только при наложении когерентных волн.

Когерентными называются волны, разность фаз ($\phi_2 - \phi_1$) которых в точке наложения не меняется с течением времени.

Фаза гармонической (монохроматической) волны: $\phi = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_{\text{онт}} + \phi_0$. Для когерентных волн: $\phi_2 - \phi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta_{\text{онт}}$

Чтобы волны были когерентны, необходимо: $\omega_1 = \omega_2$ (если $\phi_2 = \phi_1$)

точка наложения волн от источников S_1 и S_2 (Длина накладываются световых волн в вакууме)

Разность хода этих волн: $\Delta = r_1 - r_2 = d \cdot x / L$

Ширина интерференционной полосы: $h = \lambda \cdot x / L$ (расстояние между соседними максимумами)

Условие максимума:

$$\Delta_{\text{онт}} = m \cdot \lambda_{\text{вак}}$$

$m = 0, 1, 2, 3, \dots$ если $\phi_2 = \phi_1$

Условие минимума:

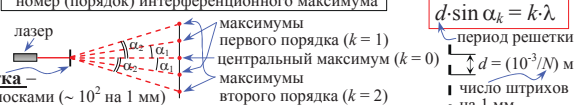
$$\Delta_{\text{онт}} = \frac{\lambda_{\text{вак}}}{2} \cdot (2m - 1)$$

$m = 1, 2, 3, \dots$ номер (порядок) интерференционного минимума

8. Дифракция

— отклонение от прямолинейного распространения волн при огибании препятствия (прохождении отверстий). В результате дифракции света возникает картина чередования светлых и темных полос, причем свет может попасть в зону геометрической тени.

Дифракционная решетка — пластинка с чередующимися прозрачными и непрозрачными полосками ($\sim 10^3$ на 1 мм)



$d \cdot \sin \alpha_k = k \cdot \lambda$
 — период решетки
 $d = (10^{-3}/N)$ м
 — число штрихов на 1 мм

более мелкие детали предмета, если φ имеет большее значение (рис. 77).

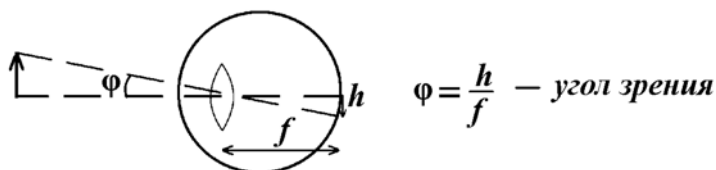


Рис. 77

Две точки предмета будут восприниматься как разные, если лучи от них попадут в разные клетки сетчатки. Минимальное угловое расстояние φ_{\min} между точками, которое глаз еще может различить, называют разрешающей способностью глаза. Лучшая разрешающая способность достигается при помещении предмета в ближнюю точку, т. к. угол зрения там максимален ($\varphi = \varphi_{\max}$). Но в этом положении цилиарная мышца сильно напряжена. Поэтому мы стараемся рассматривать предметы с такого расстояния, чтобы и угол зрения φ был достаточно велик и глаз не очень напрягался. Это расстояние называют расстоянием наилучшего зрения d_0 . У нормального глаза $d_0 \approx 25$ см. Зная из опыта, что $\varphi_{\min} \approx 1'$ (рис. 78), можно оценить расстояние между двумя соседними зрительными клетками:

$$\varphi_{\min} = \frac{h_{\min}}{f}, h_{\min} = f \varphi_{\min} = 5 \text{ мкм.}$$

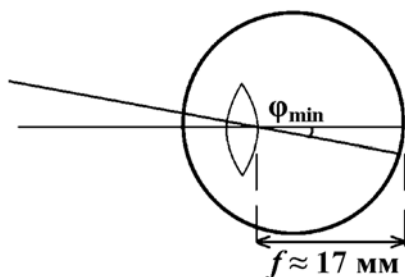


Рис. 78

С уменьшением освещенности падает разрешающая способность глаза, падает острота зрения.

3.7. Оптические инструменты

1. **Лупа** – это короткофокусная линза с фокусным расстоянием $F = 1\text{--}10$ см (рис. 79).

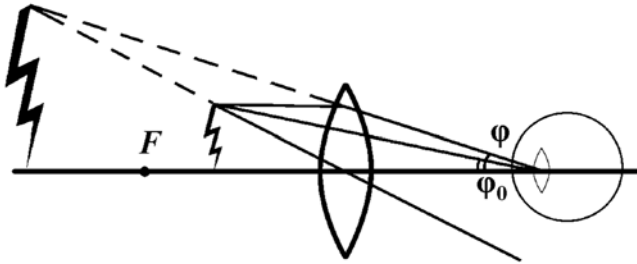


Рис. 79

Угловое увеличение:

$$\gamma = \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{F+d_0}{F} = 1 + \frac{d_0}{F},$$

где F – фокусное расстояние лупы, d_0 – расстояние наилучшего зрения.

Если рассматривать изображение издали, то

$$\gamma = \frac{d_0}{F}.$$

Коэффициент увеличения лупы – до 20 раз.

2. **Микроскоп** – это оптическая система, позволяющая получить коэффициент увеличения $\gamma = 500\text{--}600$ раз. Микроскоп состоит из двух линз: объектив с фокусным расстоянием F_1 и окуляр с фокусным расстоянием F_2 . Объектив дает действительное увеличенное изображение предмета H' , а окуляр – это лупа, через которую рассматривают H' (рис. 80). При этом глаз обычно аккомодирован на бесконечность.

Чтобы достичь большего увеличения, надо помещать предмет ближе к F_1 (фокусу объектива). При этом расстояние Δ между фокусами между F_1 и F_2 нужно делать больше. На практике оказывается, что увеличивать Δ слишком сильно нельзя из-за явления дифракции. Найдем угловое увеличение микроскопа.

$$\gamma = \frac{\varphi}{\varphi_0},$$

$$\frac{H'}{|f_2|} = \frac{H'}{F_2} = \frac{H'd_0}{F_2 h},$$

$$\frac{H'}{h} = \frac{f_1}{d_1} = \frac{f_1 - F_1}{F_1} = \frac{\Delta}{F_1},$$

$$\gamma = \frac{\Delta d_0}{F_1 F_2},$$

где d_0 – расстояние наилучшего зрения.

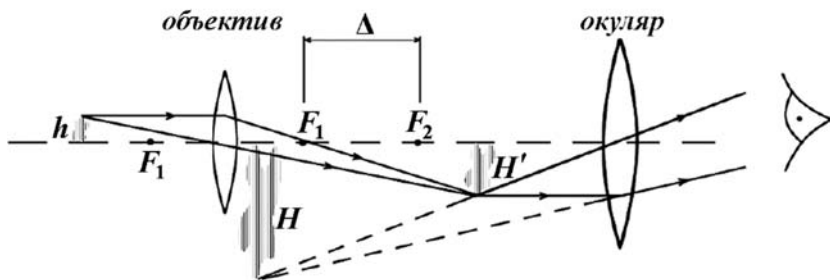


Рис. 80

Для большего увеличения линзы F_1 и F_2 нужно делать как можно более короткофокусными, а Δ брать как можно больше.

3. **Зрительная труба** состоит из двух линз: объектива и окуляра. Объектив F_1 дает действительное уменьшенное изображение H' удаленного предмета h . Окуляр – лупа, через которую рассматривают H' (рис. 81). При этом глаз обычно аккомодирован на бесконечность, а значит, $\gamma = \frac{H'}{F_2}$.

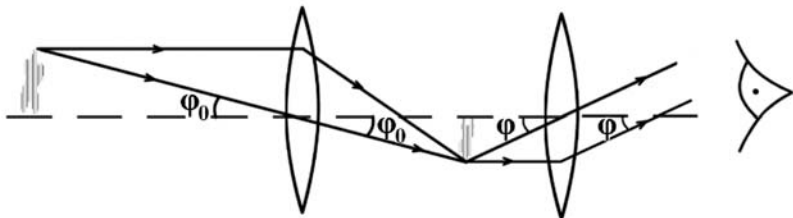


Рис. 81

$$\varphi = \frac{H'}{F_2},$$

$$\varphi_0 = \frac{H'}{F_1},$$

$$\gamma = \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{F_1}{F_2}.$$

Для получения больших увеличений надо брать длиннофокусный объектив и короткофокусный окуляр.

4. Телескопическая система (рефрактор)

При наблюдении особо удаленных объектов (например, звезд) H' практически совпадает с F_1 , и фокусы F_1 и F_2 совпадают (рис. 82).

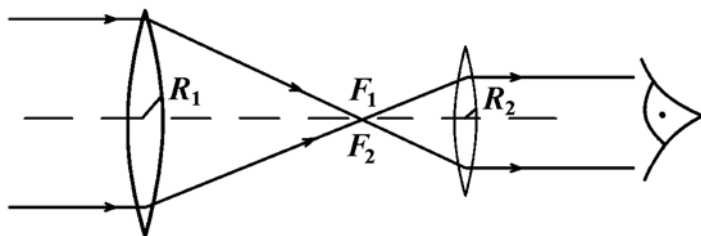


Рис. 82

$$\gamma = \frac{R_1}{R_2}$$

$R_1 \approx 2$ см, $R_2 = R_{\text{зрачка}} \approx 1\text{--}3$ мм

Коэффициент увеличения – около 10.

Для сравнения: у телескопа $R_1 \approx 20$ см.

4. ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

4.1. Основные понятия

Волна – это процесс распространения колебаний в пространстве. Если в какой-нибудь точке происходят колебания, то эти колебания часто порождают в окружающем пространстве другие колебания. Например, если в некоторой упругой среде какое-то тело совершает механические колебания, то оно приводит в колебательное движение окружающие частицы. Эти частицы в свою очередь толкают соседние частицы, и в колебание вовлекаются всё новые и новые области среды.

В качестве другого примера можно привести переменное магнитное поле, которое порождает в пространстве вихревое электрическое поле. В свою очередь, переменное электрическое поле порождает магнитное поле. То есть если в какой-то точке происходят колебания \vec{B} , то вокруг возникает колеблющееся электрическое поле, которое порождает колеблющееся магнитное поле, и во всё новых и новых областях пространства оказываются колебания \vec{E} и \vec{B} .

Рассмотрим простейший случай. Пусть на гладком горизонтальном столе лежит длинный шнур и, начиная с момента времени $t_0 = 0$, один конец шнура совершает в горизонтальной плоскости гармонические колебания (рис. 83) так, что положение кончика шнура описывается законом $x = A \sin(\omega t)$.

Точка a приводит в колебание соседние точки, и они начинают повторять колебательные движения точки a с некоторым опозданием. В момент $t = \frac{T}{4}$ точка b имеет ту же фазу, что и точка a в момент времени $t = 0$, и дальше точка b колеблется, как и точка a , отставая от нее на $\frac{T}{4}$. Точка c отстает от a на $\frac{T}{2}$, и т. д.

В упругом стержне точка a совершает колебания вдоль стержня и за счет сжатия и растяжения материала стержня и приводит в колебательное движение соседние точки. В момент $t = \frac{T}{4}$ точка c имеет ту же фазу, что и точка a в момент времени $t = 0$. В дальнейшем c колеблется, отставая от a на $\frac{T}{4}$, от e – на $\frac{T}{2}$, и т. д. (рис. 84).

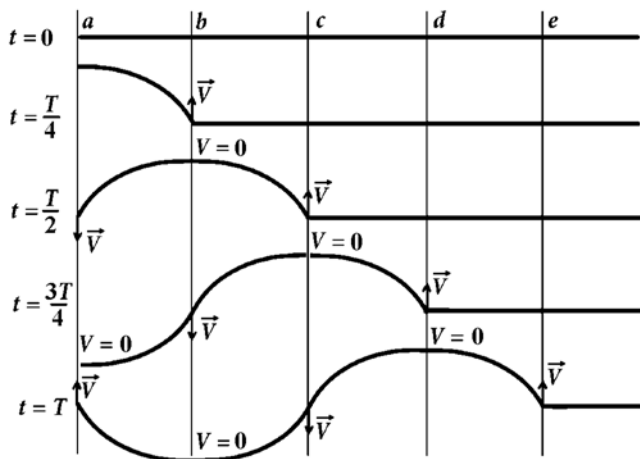


Рис. 83

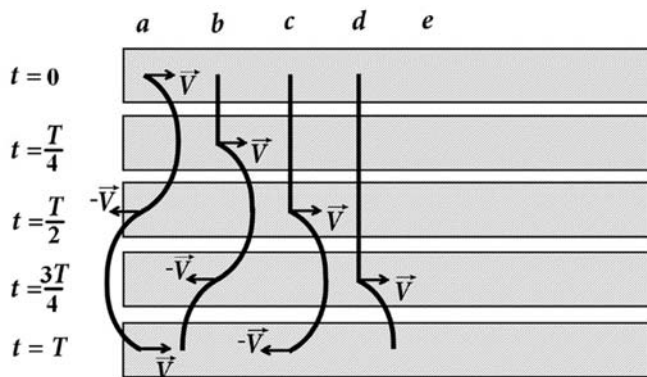


Рис. 84

Определение 1. Фронтом волны называют поверхность, отделяющую область пространства, в которой колебания уже начались, от области, где их еще нет.

В примере со шнуром фронт колебаний в момент $t = \frac{T}{4}$ — точка b , в момент $t = \frac{T}{2}$ — точка c .

Видим, что при распространении волны фронт смещается в пространстве, т. к. в колебания вовлекаются всё новые и новые области.

Определение 2. *Скорость движения фронта волны, а также любой поверхности постоянной фазы называют фазовой скоростью, или скоростью волны.*

Например, та фаза, которая была в точке a в момент $t = \frac{T}{4}$ («горб»), окажется в момент $t = \frac{T}{2}$ в точке b ; в $t = \frac{3T}{4}$ — в точке c , то есть «горб» также движется со скоростью v . С такой же скоростью движется и «впадина».

В примере с упругим стержнем со скоростью волны движутся не «горбы» и «впадины», а области повышенной плотности и области пониженной плотности.

Частицы среды не движутся со скоростью волны, они лишь совершают колебания относительно положения равновесия. Скорость волны — это не скорость частиц, а скорость вовлечения в колебания новых областей пространства.

Определение 3. *Волна называется поперечной, если плоскость колебаний перпендикулярна скорости волны (пример со шнуром), и продольной, если плоскость колебаний параллельна скорости волны (пример с упругим стержнем).*

Определение 4. *Длиной волны называют минимальное расстояние между точками, колеблющимися с разностью фаз в 2π .*

Длина волны связана со скоростью (рис. 85). Пусть в момент t_1 в точке r_1 был «горб», назовем его A , затем «горб» ушел из r_1 со скоростью \vec{v} , но через T (период колебаний), в точке r_1 появится новый «горб» B (т. к. совершилось полное колебание).

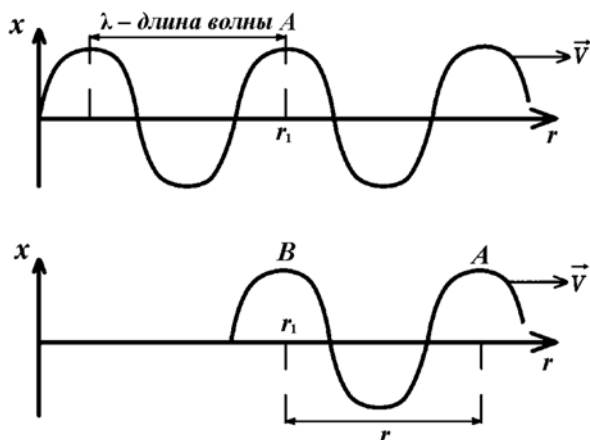


Рис. 85

Очевидно, что расстояние между A и B равно длине волны λ , но это и есть расстояние, пройденное «горбом» A за время T . Из этого следует:

$$\lambda = vT.$$

4.2. Интерференция

1. Уравнение плоской монохроматической волны

Определение 5. Плоской называется волна, фронт которой имеет форму плоскости. Ту же форму имеет любая поверхность постоянной фазы. Таким образом, во всех точках плоскости, перпендикулярной вектору скорости \vec{v} , фаза колебаний одинакова.

Определение 6. Монохроматической называется волна, в которой колебания являются гармоническими, т. е. происходят с одной определенной частотой.

Пусть колебания источника волны описываются формулой

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

В точке, удаленной от источника на расстояние r , эти колебания повторяются, но с некоторым запаздыванием Δt относительно источника:

$$x(r) = A \cos(\omega(t - \Delta t) + \varphi_0).$$

Запаздывание Δt есть время, которое требуется волне, чтобы прийти от источника к данной точке.

$$\Delta t = \frac{r}{v};$$

$$x(r) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v} r + \varphi_0\right).$$

Величина $\frac{\omega}{v}$ называется волновым числом и обозначается k . Легко видеть, что волновое число связано с длиной волны соотношением

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};$$

$$\lambda = vT;$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega};$$

$$\lambda = v \cdot \frac{2\pi}{\omega};$$

$$\frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} = k.$$

2. Наложение плоских монохроматических волн

Пусть в некоторую точку пришли две плоские монохроматические электромагнитные волны. Напряженности электрического поля этих волн в общем виде заданы уравнениями:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 + \varphi_{01}\right);$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos\left(\omega_2 t - \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 + \varphi_{02}\right).$$

По принципу суперпозиции для напряженностей в данной точке электрическое поле будет равно $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Для простоты предположим, что $\vec{E}_{01} \parallel \vec{E}_{02} \parallel OX$, тогда

$$E_x = E_{0_1} \cos(\omega_1 t - \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 + \varphi_{0_1}) + E_{0_2} \cos(\omega_2 t - \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 + \varphi_{0_2}).$$

Это сумма синусоидально меняющихся величин. Сложим их с помощью векторных диаграмм (рис. 86).

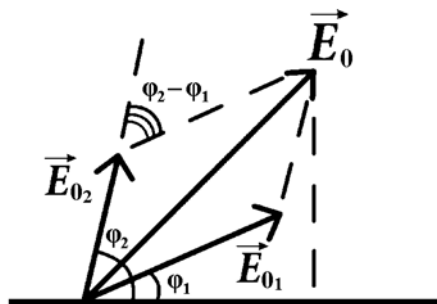


Рис. 86

По теореме косинусов:

$$E_0^2 = E_{0_1}^2 + E_{0_2}^2 + 2E_{0_1}E_{0_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

где

$$\varphi_1 = \omega_1 t - \frac{2\pi}{\lambda_1} r_1 + \varphi_{0_1}; \quad \varphi_2 = \omega_2 t - \frac{2\pi}{\lambda_2} r_2 + \varphi_{0_2}.$$

Все приборы, регистрирующие свет (например, глаз), регистрируют среднюю плотность потока энергии, которую называют интенсивностью света. Визуально она воспринимается как яркость. Интенсивность света равна квадрату амплитуды колебаний \vec{E} ($I \sim E^2$):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Видим, что интенсивность суммарной волны может оказаться не равной сумме интенсивностей складываемых волн.

Определение 7. Интерференцией волны называется ситуация, когда при наложении волн интенсивность результирующей волны не равна сумме интенсивностей складываемых волн.

Для наблюдения этого явления надо, чтобы слагаемое $2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ имело постоянное значение, отличное от 0. Если это слагаемое будет меняться так быстро, что приемник за-

фиксирует среднее значение, интерференция наблюдаться не будет. Поэтому надо, чтобы волны имели постоянную разность фаз: $\varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}$.

Определение 8. Волны называются когерентными в данной точке, если разность фаз этих волн в данной точке не меняется с течением времени.

Если складываются волны монохроматические, то для их когерентности достаточно, чтобы были одинаковы их частоты:

$$\omega_1 = \omega_2, \text{ тогда } \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2 + \varphi_{02} - \varphi_{01}) = \text{const}.$$

Естественный свет не является монохроматическим. Даже если добиться строго определенного значения ω , в естественном свете будут происходить скачкообразные изменения фаз (φ_0 хаотически меняется). Причина в том, что естественный свет излучается отдельными атомами. Каждый атом, излучив синусоиду определенной длины, прекращает излучение, в результате получается набор несогласованных по фазе синусоид, и нельзя наблюдать интерференцию в естественном свете от двух разных источников. Однако можно наблюдать ее от двух лазеров или разделить свет от одного источника на два потока, заставить их пройти разные оптические лучи, а затем наложить.

3. Интерференционная картина

Пусть два монохроматических источника S_1 и S_2 посылают свет.

Интенсивность света в произвольной точке экрана (рис. 87), координата которой X , будет равна:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \times I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1);$$

где

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) + \varphi_{02} - \varphi_{01}.$$

Будем полагать, что источники когерентны ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\omega_1 = \omega_2 = \omega$), что интенсивности $I_1 = I_2$ и $\varphi_{02} = \varphi_{01}$. Найдем $r_1 - r_2$ — разность расстояний, пройденных светом от источников S_1 и S_2 до точки X на экране.

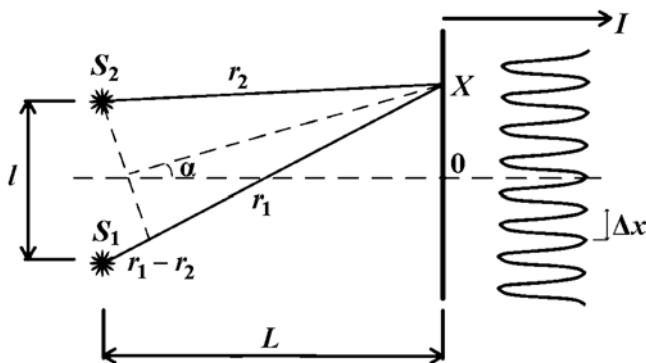


Рис. 87

1-й способ: ($L \gg x$, $L \gg l$), $r_1 = \sqrt{L^2 + (x + \frac{l}{2})^2}$.

Учитывая, что если $\alpha \ll 1$, то $\sqrt{1 + \alpha} = 1 + \frac{\alpha}{2}$, получим

$$r_1 \approx \sqrt{L^2 + (x + \frac{l}{2})^2} \approx L \left(1 + \frac{x + (\frac{l}{2})^2}{2L^2} \right);$$

$$r_2 \approx \sqrt{L^2 + (x - \frac{l}{2})^2} \approx L \left(1 + \frac{x - (\frac{l}{2})^2}{2L^2} \right);$$

$$r_1 - r_2 = \frac{lx}{L}.$$

2-й способ:

$r_1 - r_2 = l \sin \alpha = l\alpha$ (т. к. $\sin \alpha \sim \alpha$, если α – малый угол),

$$\alpha = \frac{x}{L}, r_1 - r_2 = \frac{lx}{L}.$$

Таким образом,

$$I = 2I_1 + 2I_1 \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{lx}{L} \right).$$

Из этой формулы видно, что освещенность на экране меняется по закону косинуса, т. е. будет видно чередование светлых и темных полосок. Такая картина называется интерференционной картиной.

Найдем ширину интерференционной полосы – расстояние между соседними максимумами или минимумами. Найдем коор-

динату первого максимума $x_1 = \Delta x$, соседнего с центральным. Очевидно, что аргумент косинуса в первом максимуме $x_1 = \Delta x$ должен быть 2π :

$$2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{l\Delta x}{L};$$

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{l}.$$

Чтобы различить интерференционную картину на экране (чтобы полосы не сливались), необходимо условие $L \gg l$. Действительно, для видимого света $\lambda \approx 10^{-7}$ м. Значит, чтобы получить $\Delta x = 1$ мм, требуется соотношение $\frac{L}{l} = 10^4$.

Для разных длин волн λ интерференционные полосы имеют разную ширину. Значит, если получать интерференцию в белом свете, картина окажется окрашенной радужными цветами: центральный максимум $x = 0$ будет белым, а первый максимум будет для разных λ на разном расстоянии.

Перепишем формулу для первого максимума в другом виде:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\gamma}.$$

Здесь γ – малый угол, под которым видны источники S_1 и S_2 из точки O , т. е. γ – угловое расстояние между источниками (рис. 88). $\text{tg} \gamma = \frac{l}{L}$, что при малых углах дает $\gamma = \frac{l}{L}$.

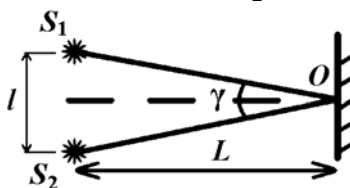


Рис. 88

Условие $L \gg x$ указывает на то, что наши выводы относятся только к полосам в центральной области экрана (вблизи точки O). Для монохроматических точечных источников интерференцию можно наблюдать на всем экране, но в естественном свете лишь в центральной области будет четкая интерференционная картина, т. к. разность фаз $\varphi_2 - \varphi_1$ не должна быть слишком большой из-за скачкообразных изменений.

4. Применение интерференции

1. Исследование качества шлифовки поверхностей.

Будем наблюдать интерференцию лучей, отразившихся от зеркальной эталонной поверхности и от исследуемой поверхности, расположенной под стеклом на расстоянии H (рис. 89).

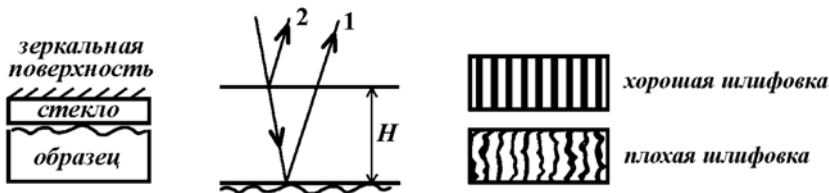


Рис. 89

Разность хода лучей 1 и 2 $r_1 - r_2 = 2H$ будет постоянной при хорошей шлифовке и будет меняться при плохой. Интенсивность интерференционной картины:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \times I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) + \pi\right).$$

Интерференционные полосы равной толщины означают хорошую шлифовку, неровные – плохую.

2. Точное измерение коэффициента теплового расширения.

Образец располагают под стеклом и наблюдают интерференцию аналогично предыдущему варианту. При тепловом расширении образца зазор до стекла меняется, меняется и интерференционная картина (рис. 90). Таким образом можно измерить изменения размеров с точностью порядка λ – длины волны источника света.

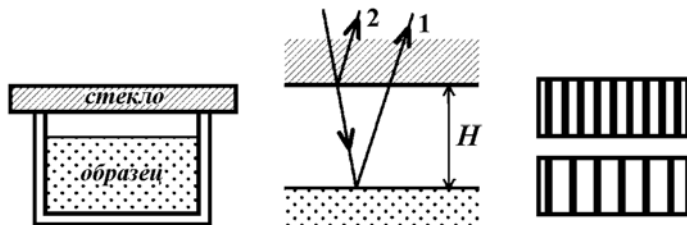


Рис. 90

3. Просветление оптики.

Просветление оптики – это уменьшение отражения света от стенок линз. Для этого толщину линзы выбирают так, чтобы луч

света, отразившийся от передней стенки линзы, интерферировал с лучом света, отразившимся от дальней стенки линзы, и в результате интерференции интенсивность была минимальна. Для этого необходимо, чтобы $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 0$, т. е.

$$\frac{2\pi}{\lambda_{\text{в стекле}}} \cdot 2H = \pi,$$

$$H = \frac{\lambda}{4}.$$

4. Оценку расстояний между двойными звездами, оценку их размеров выполняют за счет интерференции между лучами, испущенными какими-либо атомами из каждой звезды пары.

5. Спектральный анализ излучений возможен из-за того, что шаг интерференционной картины зависит от длины волны излучения.

6. Точное измерение показателя преломления.

Для измерения показателя преломления луч света делят на два, после чего на пути одного из них ставят емкость с веществом, которое необходимо изучить (рис. 91).

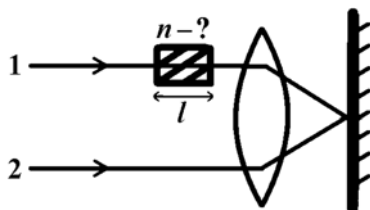


Рис. 91

Так как скорость распространения света в веществе равна c/n , то легко получить, что

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \times I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

$$\varphi_2 = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2 + \varphi_{02},$$

$$\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{вак}}} (nl - l).$$

4.3. Дифракция

1. Понятие дифракции

К дифракции относятся явления, в которых наблюдаются отклонения от закона прямолинейного распространения света, например, огибание светом препятствий, светлые участки в области геометрической тени. Эти отклонения объясняются тем, что свет – электромагнитная волна, а не лучи, идущие по прямой. Для объяснения и количественного описания дифракции используется принцип Гюйгенса – Френеля: если источник A мысленно окружить поверхностью, до каждой точки которой доходит свет от источника, то каждую точку такой поверхности B можно рассматривать как источник вторичных волн (самостоятельный точечный источник) (рис. 92).

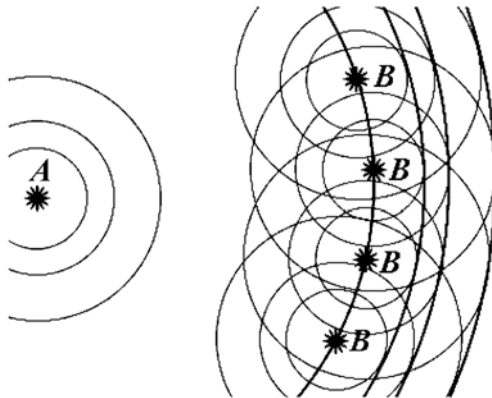


Рис. 92

Интенсивность света в точке A за пределами поверхности будет находиться как результат интерференции от всех вторичных источников B . Интенсивность и фаза вторичного источника определяется интенсивностью и фазой дошедшей до него волны первичного источника.

2. Дифракция на щели

Пусть на щель шириной a падает свет. За щелью расположим собирательную линзу, в фокальной плоскости которой находится экран (рис. 93).

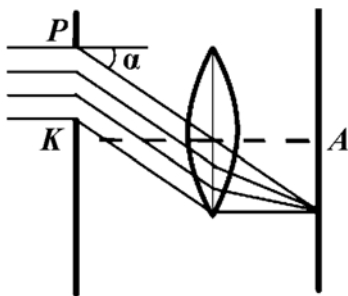


Рис. 93

Все точки щели могут рассматриваться как вторичные источники с одинаковой начальной фазой, т. к. первичное излучение пришло во все эти точки в одинаковой фазе. Каждый вторичный источник будет излучать вторичные волны. Лучи, упавшие на линзу от всех вторичных источников под углами α , будут собираться в фокальной плоскости в точке A . Лучи, упавшие под другими углами, собираются в других точках, каждой точке экрана соответствует свой угол.

Чтобы найти амплитуду суммарного колебания, получившегося в результате наложения волн от всех вторичных источников от K до P , применим метод векторных диаграмм. Эти векторные диаграммы будут:

– при $\alpha = 0$ сонаправлены, т. к. все источники излучают в одинаковой фазе и их волны проходят до точки F одинаковые расстояния (линза не меняет фазы лучей). Если в момент падения они находятся в одинаковой фазе, то в точке пересечения они будут в одной фазе (рис. 94);

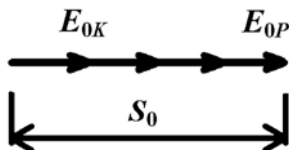


Рис. 94

– если α будет увеличиваться, то расстояния, проходимые волной от разных точек щели до экрана, будут не равны и между колебаниями от разных вторичных источников появится разность

фаз (для соседних источников – бесконечно малая разность фаз, а между источниками K и P – существенная разность фаз). Сумма векторных диаграмм будет иметь вид дуги окружности, длина дуги будет неизменно равна S_0 – сумме длин диаграмм. Амплитуда суммарного колебания S будет меньше S_0 , т. к. хорда короче дуги (рис. 95).

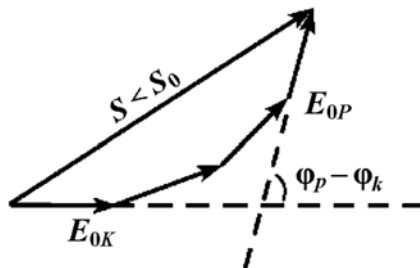


Рис. 95

Таким образом, по мере удаления от центра экрана освещенность будет ослабевать с ростом разности $\varphi_P - \varphi_K$. Увеличение $\varphi_P - \varphi_K$ в какой-то момент приведет к тому, что эта разность окажется равной 2π . В этой точке амплитуда колебаний будет равна 0. На экране будет темное пятно. Найдем угол α , соответствующий этой точке:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_P - r_K) = 2\pi;$$

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{d}.$$

При дальнейшем увеличении α амплитуда опять станет отличной от 0, а затем при $\varphi_P - \varphi_K = 4\pi$ снова превратится в ноль в результате зависимости амплитуды от α .

3. Дифракционная решетка

Она представляет собой большое количество близко расположенных щелей (рис. 96). На 1 мм дифракционной решетки может приходиться несколько сотен щелей. В этом случае также

$$r_P - r_K = d \sin \alpha.$$

Из-за большого числа щелей на экране будет темно лишь при тех углах α , при которых векторные диаграммы точек P , K и т. д. сонаправлены, т. е. выполнено условие максимума

$$\varphi_p - \varphi_k = 2\pi n \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \alpha = 2\pi n,$$

$$\sin \alpha_n = \frac{\lambda}{d} n.$$

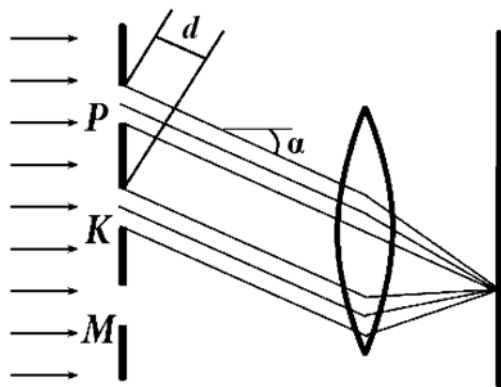


Рис. 96

Это условие дифракционного максимума, $n = 0, 1, 2, 3, 4 \dots$ – номер максимума. Из формулы видно, что для разных λ максимумы будут находиться в разных местах, в белом свете получается радужная картина. По местоположению максимума можно экспериментально определить длину световой волны λ .

5. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ, ФИЗИКИ АТОМА И АТОМОВ ЯДРА

5.1. Фотоэффект

Фотоэффект – это эффект вырывания электронов из металла при облучении их светом или электромагнитными волнами других частот (инфракрасными, ультрафиолетовыми).

Для изучения фотоэффекта используют следующий эксперимент: над облучаемой пластиной располагают электрод, на который подано положительное относительно этой пластины напряжение. Под действием напряжения выбитые электроны движутся к электроду, создавая электрический ток, который измеряется. После этого между пластиной и электродом размещают сетку, на которую подано отрицательное напряжение U . Это напряжение создает электрическое поле, которое затрудняет пролет электронов к электроду, уменьшая ток. При некотором напряжении сетки ($U_{\text{зап}}$) энергии вылетающих электронов становится недостаточно, чтобы пролететь мимо нее, и ток прекращается (рис. 97).

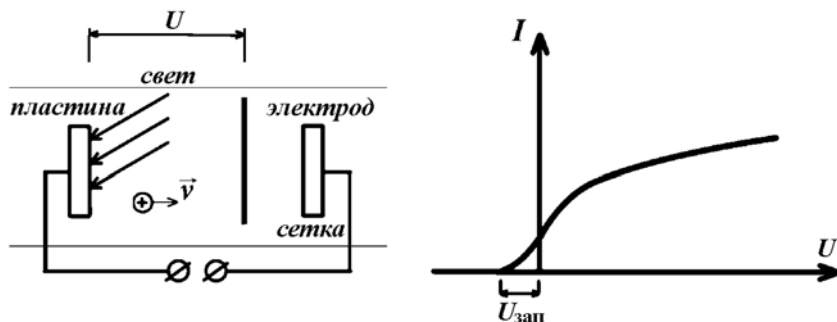


Рис. 97

Зная запирающее напряжение $U_{\text{зап}}$, можно узнать максимальную скорость (и кинетическую энергию) электронов, вырванных светом.

$$\Delta E_{\text{к}} = A_{\text{зап}};$$
$$\frac{m_{\text{эл}} v_{\text{max}}^2}{2} = |q_{\text{эл}}| U_{\text{зап}}.$$

Эксперименты показали, что энергия вылетающих электронов зависит только от частоты фотонов, которыми облучают вещество, и не зависит от их количества, т. е. интенсивности света. Объяснение этой зависимости дал Эйнштейн, используя гипотезу Макса Планка о том, что свет поглощается и излучается не в виде непрерывных волн, а в виде порций, которые называются квантами света, или фотонами. Энергия одной порции (одного фотона) пропорциональна его частоте световой волны в этой порции:

$$E_{\text{ф}} = h\nu,$$

где $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – постоянная Планка.

Эйнштейн расширил идеи Планка, предположив, что свет не только излучается, но и распространяется в виде фотонов. Фотон, поглощаясь электроном, передает ему энергию $E = h\nu$, которую электрон тратит на то, чтобы выйти из металла (совершить работу выхода). Если переданная энергия превышает работу выхода, то оставшаяся после этого энергия – это кинетическая энергия E_K вылетевшего электрона.

$$h\nu = A_{\text{вых}} + E_K^{\text{max}}$$

– формула Эйнштейна для фотоэффекта.

В этой формуле E_K^{max} – максимальная энергия электрона, т. е. предполагается, что электрон не столкнулся с другими частицами и не потратил часть своей энергии. Эта формула позволяет объяснить экспериментально полученную зависимость $E_K(\nu)$ (рис. 98).

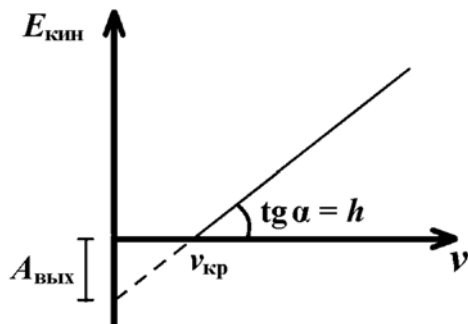


Рис. 98

Из экспериментального графика $E_K(\nu)$ можно найти $A_{\text{вых}}$ (она для разных металлов разная) и рассчитать h – постоянную Планка.

Формула Эйнштейна для фотоэффекта позволяет объяснить существование «красной границы фотоэффекта» $\nu_{\text{гр}}$: при $\nu < \nu_{\text{гр}}$ энергия фотона $h\nu < A_{\text{вых}}$, т. е. энергии фотона недостаточно, чтобы электрон мог совершить работу выхода.

Классическая физика предсказывает, что потребуется некоторое время для накопления необходимой энергии электрона. Если бы свет распространялся не в виде квантов, а непрерывно, то даже при очень низкой его частоте (и энергии) за достаточно большой промежуток времени электрон мог бы накопить достаточно энергии для выхода из металла.

5.2. Строение атома

Опыт Резерфорда

Радиоактивный источник, заключенный в свинцовый контейнер, излучал α -частицы, которые рассеивались на тонкой фольге. Рассеявшиеся частицы попадали на сферический экран, покрытый специальным веществом, и производили слабые вспышки света. Вспышки (сцинтилляции) наблюдались глазом с помощью микроскопа. Оказалось, что большинство α -частиц проходит через фольгу, практически не отклоняясь. Некоторые частицы отклоняются на значительные углы. Очень редкие (приблизительно одна на десять тысяч) отклонялись на углы, близкие к 180° , т. е. отлетали обратно (рис. 99).

В модели Томпсона положительный заряд распределен по всему объему атома. Но распределенный заряд не может создать такое сильное электрическое поле, чтобы отбросить α -частицы назад. Резерфорд пришел к выводу, что атом почти пустой и весь его положительный заряд сосредоточен в малом объеме. Так возникла ядерная модель атома. Опыты Резерфорда показали, что внутри атома есть очень маленькие $\approx 10^{-15}$ м (размер атома $\approx 10^{-10}$ м) частицы, по массе примерно равные массе атома и положительно заряженные.

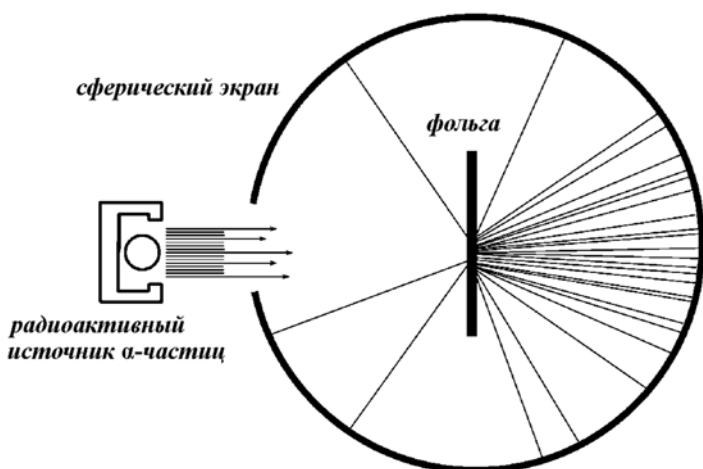


Рис. 99

Возник вопрос: как устроен атом? Планетарная модель атома – аналог модели Солнечной системы: в центре положительно заряженное ядро (тяжелое), а вокруг вращающиеся электроны. Эта модель противоречила другим представлениям физики: при вращении заряженные электроны должны излучать электромагнитные волны, на излучение расходуется кинетическая энергия электронов, и электроны за очень короткое время должны упасть на ядро. Эта проблема так и не была решена в рамках классической физики. Для ее решения потребовалось существенно пересмотреть фундаментальные представления физической науки и создать новую физику, которая получила название квантовой физики. Первый шаг в этом направлении сделал Нильс Бор. Он выдвинул теорию, которая объясняла и обосновывала планетарную модель атома, но для этого вводила два постулата, которые противоречили классической физике.

Постулаты Бора

I. *Атомная система может находиться не в любых состояниях, разрешенных классической физикой, а только в определенных состояниях, которые называют стационарными. В этих сос-*

стояниях атом не излучает электромагнитные волны вопреки классической электродинамике.

II. Излучение электромагнитных волн происходит при переходе атомной системы от одного стационарного состояния к другому, при этом излучается фотон (квант излучения), энергия которого $h\nu$ равна разности энергий между разрешенными состояниями атомной системы:

$$h\nu = E_1^{\text{атома}} - E_2^{\text{атома}}.$$

Поглощение фотона атомом происходит аналогично: атом, поглотив фотон, переходит из стационарного состояния с меньшей энергией в стационарное состояние с большей энергией:

$$h\nu = E_2^{\text{атома}} - E_1^{\text{атома}}.$$

Бор указал правило, по которому может быть найдено стационарное состояние. **Условие квантования Бора.** Момент импульса электрона на орбите должен быть равен целому количеству \hbar .

$$m_e v r = n \hbar.$$

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка «с чертой».

Исходя из этого правила можно рассчитать радиусы стационарных орбит и энергию атома в стационарных состояниях (теория работает только для атомов с одним электроном, рис. 100).

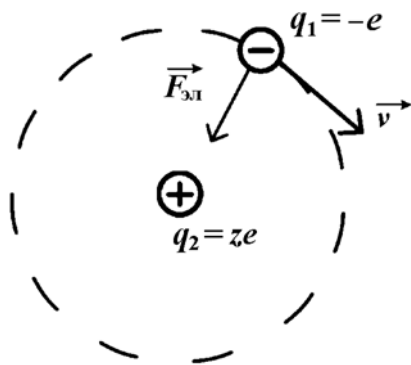


Рис. 100

По второму закону Ньютона:

$$F_{\text{эл}} = m_e a_n,$$

$$k \frac{ze^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r},$$

где z – число протонов в ядре.

$$m_e v^2 = k \frac{ze^2}{r},$$

$$E = E_k + W_{\substack{\text{взаимод.} \\ \text{атома} \\ \text{с ядром}}} = \frac{m_e v^2}{2} - k \frac{ze^2}{r} = -\frac{kze^2}{2r}$$

– полная энергия электрона в системе.

Чтобы найти потенциальную энергию электрона на определенной орбите, рассчитаем, какая работа потребуется, чтобы удалить его с этой орбиты на бесконечное расстояние от атома:

$$\Pi = A_{r \rightarrow \infty} = kq_{\text{ядра}}e \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty} \right).$$

Из правила квантования Бора:

$$m_e v^2 r_n^2 = n^2 \hbar^2,$$

$$kze^2 r = \frac{n^2 \hbar^2}{m_e},$$

$$r = \frac{n^2 \hbar^2}{kze^2 m_e},$$

$$r_n = n^2 r_1.$$

$$E = -\frac{k^2 z^2 e^4 m_e}{2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}$$

– энергия электрона на n -й орбите.

$$|E_1| = \frac{k^2 z^2 e^4 m_e}{2 \hbar^2}$$

– энергия электрона на первой круговой орбите.

$$|E_1| = 13,6 \text{ эВ} \approx 21,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \quad (1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж})$$

Энергию на n -й орбите можно вычислить по формуле (рис. 101)

$$E_n = -|E_1| \frac{1}{n^2}.$$

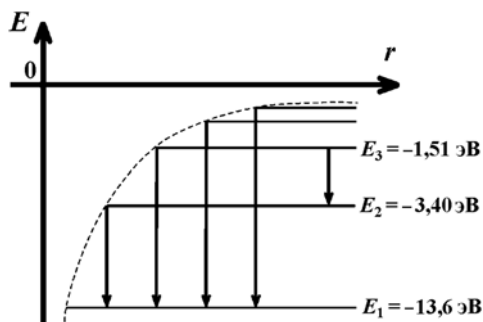


Рис. 101

5.3. Строение ядра. Энергия связи

1. Состав ядра

Ядро состоит из протонов и нейтронов.

***p* – протон**

заряд: $q_p = e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл,

масса:

$m_p = 1836,2m_e = 1,6724 \cdot 10^{-27}$ кг = 1,007276 а.е.м. = 938,3 МэВ.

Здесь мы использовали широко применяющуюся в ядерной физике связь энергии и массы, открытую Эйнштейном:

$$E = mc^2,$$

где E – энергия покоя свободных частиц, m – масса частицы.

***n* – нейтрон**

заряд: $q_n = 0$,

масса:

$m_n = 1838,7m_e = 1,674710^{-27}$ кг = 1,008665 а.е.м. = 939,6 МэВ.

Протоны и нейтроны – нуклоны.

Посмотрим на клетку элемента в таблице Менделеева (рис. 102).

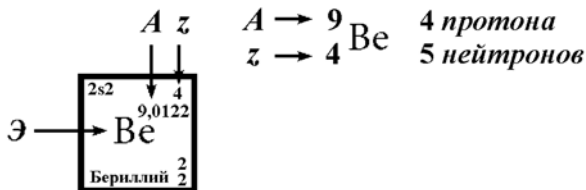


Рис. 102

A – массовое число (число нуклонов).

\mathcal{E} – название элемента.

Z – зарядовое число (число протонов).

Z – число электронов в атоме. Число протонов равно числу электронов, т. к. атом электронейтрален.

Изотоп – это атом с одинаковым зарядом, но разной массой ядра, например: ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{17}_8\text{O}$, ${}^{18}_8\text{O}$.

2. Дефект масс. Энергия связи

В специальной теории относительности доказывается, что свободная неподвижная частица, не имеющая потенциальной и кинетической энергии, обладает энергией покоя, которая равна

$$E = mc^2.$$

Полная энергия ядра складывается из энергий покоя протонов $m_p c^2$ и нейтронов $m_n c^2$, а также энергии их взаимодействия $W_{\text{взаим}}$.

$$E_{\text{ядра}} = Zm_p c^2 + (A - Z)m_n c^2 + W_{\text{взаим}},$$

$$m_{\text{ядра}} = Zm_p + (A - Z)m_n + \frac{W_{\text{взаим}}}{c^2}.$$

$W_{\text{взаим}} < 0$, т. к. взаимодействие нуклонов – это преимущественно притяжение, т. е. такое взаимодействие, для которого нужно совершить внешнюю работу, чтобы его разрушить. Поэтому

$$m_{\text{ядра}} \neq Zm_p + (A - Z)m_n,$$

$$m_{\text{ядра}} < Zm_p + (A - Z)m_n.$$

Видим, что масса ядра не равна сумме масс отдельных нуклонов ядра, а меньше её.

Определение 1. Разница Δm между массой ядра и суммой масс составляющих его нуклонов называется дефектом масс.

Определение 2. Энергией связи называется положительная величина, равная по величине работе внешних сил, которую требуется совершить, чтобы разделить систему (увести прото-

ны и нейтроны ядра так далеко друг от друга, что они уже не будут взаимодействовать.

$$E_{\text{св}} = -W_{\text{взаим}}, E_{\text{св}} > 0$$

$$E_{\text{ядра}} = E_{\text{нукл}} + W_{\text{взаим}}$$

$$m_{\text{ядра}}c^2 = Zm_p c^2 + (A - Z)m_n c^2 - E_{\text{св}}.$$

Видим, что наличие дефекта масс объясняется наличием энергии связи.

$$\Delta mc^2 = -E_{\text{св}}.$$

Важной характеристикой ядра является энергия связи (дефект масс), приходящаяся на один нуклон – удельная энергия связи $\frac{E_{\text{св}}}{A}$.

$\frac{E_{\text{св}}}{A}$ максимальна при $A \sim 50-60$ (хром, цинк) – около 8,7 МэВ.

Для ^{238}U – около 7,5 МэВ.

Для α -частицы – около 7,1 МэВ.

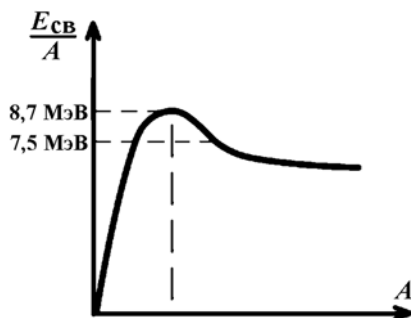


Рис. 103

Из графика видно, что есть два принципиальных способа получения энергии в ядерных процессах (рис. 103): деление тяжелых ядер и слияние малых ядер.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Благотворительный образовательный проект «Удивительная физика. В. Е. Котов»

Издание, которое вы держите в руках, первоначально появилось благодаря усилиям учеников и друзей, которым дорога память о В. Е. Котове и которые не смогли смириться с большой потерей в сфере преподавания школьной физики в связи с его внезапным ранним уходом.

В настоящее время проект этот полностью благотворительный. Нами движет желание сохранить и передать сегодняшним школьникам подходы и методы преподавания физики одного из лучших учителей России.

Данное учебное пособие сформировано по конспектам школьных лекций, записанных учениками. Своим принципом работы В. Е. Котов называл принцип диалога, то есть метод Сократа, когда истина не излагается дидактически, а сама рождается в голове ученика. К сожалению, перенести личное обаяние учителя на бумажный носитель и составить уникальный диалог с каждым отдельным учеником через учебное пособие невозможно. Тем не менее, мы постарались сохранить, насколько было возможно, авторский подход к изложению и стиль лекций В. Е. Котова.

Таким образом, уже были изданы учебное пособие по физике для учеников 10 класса и материал для восьмиклассников в виде иллюстрированной рукописи Вадима Евгеньевича, подготовленной им для своих учеников. Готовится к изданию учебное пособие для учеников 9 класса.

Цель первого пробного тиража, отпечатанного нами на собственные средства, – получить обратную связь от учителей и учеников, а также найти единомышленников проекта, получить административную и финансовую поддержку для его дальнейшего развития.

Вопросы, на которые мы бы хотели получить ответы после издания первого малого тиража:

- Полезно ли такое пособие в вашей учебной деятельности?
- Повышает ли оно интерес к изучению школьной физики?

- Удобно ли систематизирована информация?
- Чем хотелось бы дополнить учебное пособие?

И другие предложения, замечания и отзывы, за которые мы были бы крайне признательны всем, кто будет пользоваться этим учебным пособием: как учителям, так и ученикам.

Актуальность проекта

К созданию обновленных, современных учебных материалов по физике существует много предпосылок. Может показаться, что законы физики не меняются со временем. Однако сильно меняется их понимание. В итоге понимание, изложенное в школьных учебниках, часто очень сильно отстает от современности. Следствием является снижение интереса к физико-техническим наукам среди школьников.

В учебных материалах необходимо рассматривать актуальные примеры: процессы в современных приборах и устройствах, новооткрытые эффекты, физические явления в повседневных житейских ситуациях. Следует уделить внимание новым представлениям и концепциям, рассмотреть направления современных исследований на доступном школьнику уровне. Учебные материалы обязательно должны поддерживать интерес к науке, стимулировать школьников к логическому анализу и самостоятельному получению результатов. Кроме того, не только физика, но и сама школа и ее возможности сильно изменились за последние десятилетия.

В связи с этим, очень надеемся, что проект «Удивительная физика» получит развитие. Это возможно при получении финансовой и административной поддержки, а также диалога с заинтересованными профессионалами, к сотрудничеству с которыми мы открыты.

В таком случае мы сможем сделать наши учебные материалы отвечающими главным целям проекта: развитие у школьника способности самостоятельно анализировать и переосмысливать физические явления и процессы, формирование и поддержка интереса к получению школьных знаний, воспитание у подростка качеств ученого-исследователя и инженера-изобретателя.

Кроме печатных учебных материалов, продолжением проекта может стать создание бесплатного портала «Удивительная

физика» в виде структурированной базы знаний по физике для всех классов.

По всем вопросам и предложениям по проекту можно обращаться к руководителю или администратору проекта.

Единомышленники и участники проекта

Андрей Боганов – инициатор и руководитель проекта.

Алла Виноградова – администратор проекта.

Юлия Шартова – литературный редактор.

Юлия Скоробогатова (11 класс), *Максим Пекар* (10 класс), *Дмитрий Мастеренко* и *Валентина Дидина* (9 класс) – тематические редакторы. Подготовка и редактирование материала, наполнение пособий в соответствии с требованиями для 9–11 классов, проверка соответствия школьной программе, дополнение, уточнение и связывание информации, анализ откликов рецензентов и подготовка пособий по классам к печати.

Алексей Счетчиков, *Ольга Разуваева* – технические писатели. Перевод текста со сканов тетрадей в электронный вид.

Константин Казаков, *Елена Ткачёва*, *Анна Гаврюхина* (ученики В. Е. Котова) – сбор и первичный анализ материала (тетради и конспекты уроков В. Е. Котова по физике).

Контакты ведущих проекта

Андрей Боганов, ученик В. Е. Котова и руководитель проекта.
boganov@mail.ru

Алла Виноградова, ученица В. Е. Котова и администратор проекта.
alla_av@mail.ru

Будем признательны за обратную связь и сотрудничество!

Приложения

ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В АВТОБУСЕ

В. Е. Котов

Журнал «КВАНТ». 2012. № 2

Войдя в салон автобуса, мы попадаем в окружение разнообразных оптических «приборов», подобных линзам, призмам, зеркалам. Это и потолок автобуса, и стекла его окон – как чистые, так и покрытые водой и льдом. Опишем некоторые оптические явления, которые можно наблюдать, находясь в салоне автобуса в теплое время года.

Неровности оконного стекла. Если вы сидите напротив окна в салоне автобуса, то, глядя через середину окна с расстояния приблизительно 0,5 м, вы почти не обнаружите искажений предметов, находящихся за окном. Однако если вы переведете взгляд ближе к краю окна, то увидите предметы в заметно искаженном виде. Эти искажения особенно значительны для протяженных прямолинейных предметов – проводов, трамвайных и железнодорожных путей, разметки дороги, всевозможные ограждений. Все они выглядят изломанными, разорванными и сморщенными.

Причина искажения обнаруживается, если перевести взгляд на соседние находящиеся на вашей стороне окна салона. Оказывается, поверхность стёкол не идеально плоская, а слегка искривлённая. Искривления возникают при вытягивании листа стекла из расплавленной массы с последующей протяжкой через формирующие валки. Вследствие неравномерного вытягивания стекла из расплава и неровностей формирующих валков искривления имеют вид протяженных канавок и валиков, параллельных линии вытягивания стекла.

Иными словами, стекло представляет собой набор ориентированных в одном направлении цилиндрических собирающих и рассеивающих линз. В транспорте эти линзы имеют обычно вертикальную ориентации, но иногда встречается и горизонтальная.

Задание 1. Рассмотрите изображение текста в книге и изображение далеких предметов через цилиндрическую собирающую линзу, используя стеклянную палочку, пробирку или тонкий стакан с водой. Обратите внимание на то, что в изображении удалённых предметов меняется местами правое и левое. Поэтому, в частности, при движении автобуса изображение в такой короткофокусной линзе движется по ходу автобуса, а не назад.

Почему же для того, чтобы обнаружить искажения изображения и вызывающие их неровности стекла, наблюдателю требуется смотреть на дальние стекла салона?

Во-первых, о состоянии поверхности стекла легче судить в отражённом ею свете, падающем изнутри салона. А коэффициент отражения у стекла для белого света при углах падения, лежащих в пределах от 0 до 50° , не очень велик, но заметно возрастает с увеличением угла падения, приближаясь к единице.

Во-вторых, из-за малой кривизны неровностей стекла образуемые ими цилиндрические линзы слабо отклоняют лучи, падающие на них по оптической оси и под малыми углами к ней. Поэтому при наблюдении под малым углом искажения изображения заметны мало. Иное дело – наблюдение под большим углом зрения, когда существенно возрастает толщина рассматриваемого среза линзы.

Тень от стёкол. Когда в салон автобуса заглянет солнце, на полу и стенах салона появятся изображения окон в виде светлых параллелограммов. Обратите внимание на тёмные тени в виде прерывистых полос и пятен, параллельных одной из сторон изображения окна. Своим происхождением они обязаны опять-таки неровностям стекла. Как уже говорилось, поверхность стекла покрыта валиками и бороздами, которые играют роль цилиндрических линз. Участки стекла, обладающие свойствами цилиндрических вогнутых рассеивающих линз, создают на экране (на стене, листе бумаги) освещённость, постоянно уменьшающуюся по мере его удаления от стекла. Для выпуклых цилиндрических собирающих линз освещённость близко расположенного (ближе фокуса) экрана такая же, как и для рассеивающих участков (все рассматриваемые линзы из-за малой кривизны поверхности обычно длиннофокусные). На экране, расположенном в фокусе и позади него, видны светлые полосы, яркость которых уменьшается по мере удаления экрана от фокуса.

Заметим, что все сказанное справедливо и для обычного оконного стекла.

Задание 2. Рассмотрите тень от оконного стекла в свете уличного фонаря. На экране, достаточно удалённом от стекла, будет виден ряд почти параллельных полос. Встаньте у экрана (светлой стены) в падающем на него световом потоке, закройте один глаз и, глядя на фонарь, перемещайтесь поперёк полос – горизонтально при вертикальном их расположении и вертикально при горизонтальном. Вы увидите, что фонарь мерцает и беспорядочно смещается поперёк полос. Это результат изменения углов падения и преломления световых лучей при взгляде на источник света через разные участки стекла.

Задание 3. Рассмотрите тень от цилиндрической собирающей линзы (стеклянной палочки, пробирки или тонкого стакана с водой) в свете от сильной электрической лампочки или от солнца. Наблюдая одним глазом, вы заметите описанные выше эффекты.

Закалённое стекло. Неоднородность свойств закалённого стекла вызывает разложение и поляризацию света при прохождении через его толщу. При рассматривании стекла в солнечном свете центры напряжений проявляются в виде желтовато-фиолетовых округлых пятен (рис. 1). Для стёкол автобуса диаметр этих пятен около 1 см. Довольно правильное расположение пятен рядами по всему стеклу соответствует равномерному распределению центров напряжения по его площади.

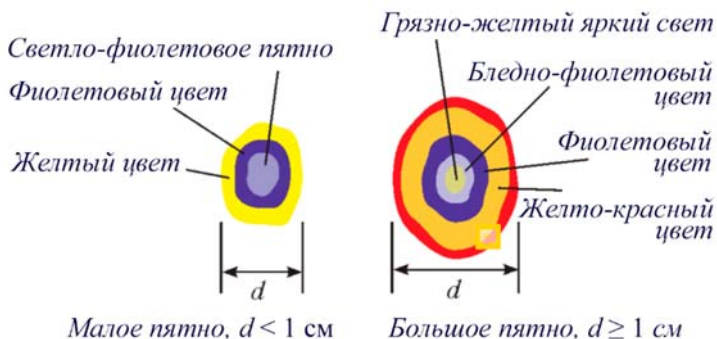


Рис. 1. Цветные пятна на закалённом стекле

Надавив слегка на стекло, можно заметить, что пятна немного сместятся, ибо изменится распределение напряжений.

В условиях салона автобуса проводить такие наблюдения нелегко. Автору удавалось это делать, глядя одним глазом под большим углом к стеклу, как в условиях прямого попадания солнечных лучей, так и в рассеянном солнечном свете. При наблюдении пятен в отражённом свете солнце, светившее через противоположное окно автобуса, находилось довольно низко над горизонтом (рис. 2). На рисунке 3 дана схема другого наблюдения пятен, проведённого в проходящем солнечном свете.

Световые дорожки на поцарапанном стекле. Взгляните через окно автобуса на сильный источник света (утром это может быть солнце, а вечером — фары автомобилей или фонари). Вы увидите (при условии, что стекло перпендикулярно лучу зрения) на стекле множество тонких прямых царапин, расположенных по касательным к концентрическим окружностям с центром, совпадающим с изображением источника света. Посмотрите через другую часть окна — картина будет такая же. Из этого можно сделать

вывод, что стекло покрыто царапинами сплошь во всех направлениях. Но наибольшее число лучей преломляют (и поэтому хорошо видны) лишь царапины, перпендикулярные одной из плоскостей, проходящих через луч зрения (рис.4).

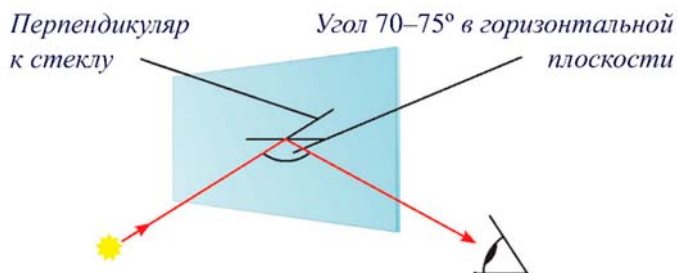


Рис. 2. Наблюдение пятен в отражённом свете

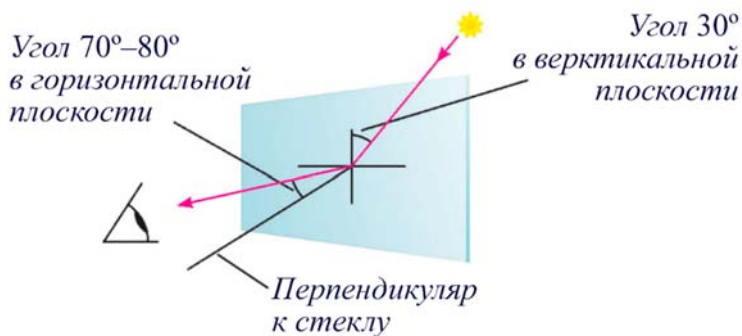


Рис. 3. Наблюдение пятен в проходящем свете

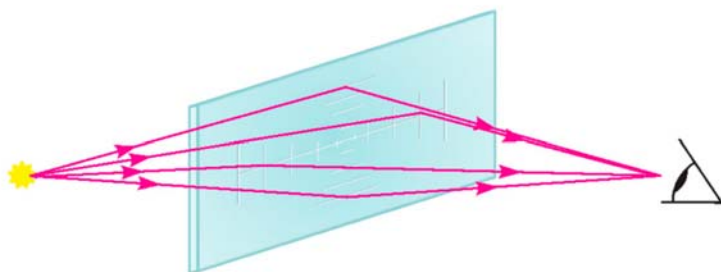


Рис. 4. Светящиеся царапины на стекле

Если же смотреть на источник света через стекло, расположенное под острым углом к лучу зрения, то мы увидим на стекле световую дорожку из параллельных царапин, проходящую через источник света. Эти царапины располагаются перпендикулярно плоскости, проходящей через луч зрения и перпендикуляр к стеклу. При движении автобуса дорожка перемещается, так как стекло поворачивается. Эта кажущаяся прямой световая дорожка на самом деле является дугой гиперболы, но мы наблюдаем её на маленьком участке, поэтому направления отрезков световой дорожки по обе стороны изображения источника света немного не совпадают (рис. 5). На наблюдения световой дорожки ночью сильно влияют погодные условия.

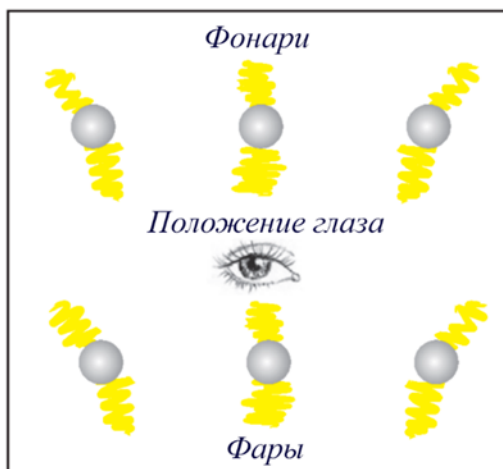


Рис. 5. Световые дорожки от разных источников света

Так, дорожка лучше видна при повышенной влажности воздуха и низкой положительной температуре – вероятно, из-за оседания влаги на царапинах.

Если наблюдать за световой дорожкой от солнца с разных расстояний до стекла, то можно заметить следующее. По мере удаления глаза от стекла внешние контуры дорожки искажаются, в ней выделяются отдельные более яркие участки, и она распадается на ряд светлых пятен. Как уже отмечалось, оконное стекло представляет набор цилиндрических выпуклых и вогнутых линз. Эти длиннофокусные линзы отклоняют лучи от некоторых участков дорожки, не позволяя им попадать в глаз наблюдателя.

Интересное явление можно наблюдать в тёмное время суток в электропоезде. При движении электропоезда мимо фонаря световые дорожки

выглядят состоящими из отдельных более светлых и менее светлых участков, образованных царапинами. Эти участки движутся поступательно. Кроме того, удавалось наблюдать (довольно редко) видимость кругового движения светлых участков в пределах дорожки: свет как бы переходит по окружности с одних светлых участков на соседние. Видимо, эффект вызван неровностями стекла и движением поезда по закруглению.

А теперь рассмотрим дорожку от солнца на стекле. Если царапины очень тонкие, то на них происходит дифракция света. В определённых направлениях световая дорожка излучает свет в виде чёрточек или огоньков красного, зелёного и синего цвета. Они вспыхивают и гаснут, когда глаз перемещается.

Задание 4. Понаблюдайте за свечением царапин и цветами дифракции на них при взгляде на солнце через сильно поцарапанное органическое стекло. Наклоняйте его, меняйте условия преломления света. Обратите внимание на то, что одним и тем же цветом по всей длине светятся царапины, имеющие постоянные размеры (ширину и глубину).

Световые дорожки на круговых неровностях. Стеклоочиститель автомобиля часто оставляет концентрические круги на мокром стекле – водяные бороздки и валики, через которые преломляются или от которых отражаются лучи источников света. Глядя на такое стекло, мы можем заметить световую дорожку, направленную по радиусу круга и проходящую через изображение источника света. Данный факт объясняется отражением или максимальным преломлением лучей источника именно от расположенных на световой дорожке склонов круговых бороздок и валиков.

Отметим, что не имеет существенного значения способ отклонения световых лучей – отражение или преломление, т. е. внутри или вне салона находится источник света. Главное, что в обоих случаях лучи остаются в плоскости своего падения.

Задание 5. Понаблюдайте за световой дорожкой и её перемещением, используя отражение солнца от поверхности, покрытой концентрическими кругами: компакт-диска, виниловой пластинки, свежего токарного среза детали или зеркала, на котором вспотевшим пальцем проведены круги. Наклоняйте поверхность и заставляйте световую дорожку поворачиваться, как пропеллер.

Зеркальный потолок. Известно ли вам, что салон автобуса имеет некоторое сходство с «комнатой смеха»? В нем тоже имеется «кривое» зеркало. Оно, правда, одно, но значительное по величине. Весь обшитый пластиком потолок салона представляет собой вогнутое цилиндрическое зеркало переменной кривизны. Это зеркало не является правильным цилиндром, оно ближе к плоскости с загнутыми краями.

Потолочное зеркало замечательно ещё тем, что оно не только искажает изображения предметов салона, но и не позволяет пассажиру увидеть собственное изображение. Эта особенность зависит не от формы потолка, а от оптических свойств покрывающего его материала. Если посмотреть на потолок в салоне автобуса, то над головой он тёмный и матовый, а по мере удаления от наблюдателя он постепенно переходит в блестящий и зеркальный. Вдали от наблюдателя в потолке, как в зеркале, отражаются расположенные под ним в салоне автобуса предметы, освещённые внешним солнечным светом, и видно отражение окон салона. В тёмное время суток вдали можно наблюдать отражение от потолка находящихся на нем включённых осветительных плафонов.

Причина удивительной особенности потолка автобуса в том, что потолок по-разному отражает падающие на него под различными углами лучи света. Лучи, падающие под малыми углами, рассеиваются, а падающие под большими углами зеркально отражаются. Таково свойство большинства гладких поверхностей. В глаз наблюдателю в салоне попадают лишь лучи, идущие от удалённых предметов, потому что они падают на потолок под большими углами и испытывают зеркальное отражение. Исходящие же от непосредственно окружающих наблюдателя предметов лучи (которые после отражения от потолка могли бы попасть в его глаза) падают на потолок под малыми углами и рассеиваются.

Задание 6. Исследуйте, как изменится наблюдаемая на потолке картина, если изменить расстояние по вертикали от потолка до глаз наблюдателя в автобусе.

ФИЗИКА НЕВЫЕДЕННОГО ЯЙЦА

В. Е. Котов

Журнал «КВАНТ». 2011. № 1

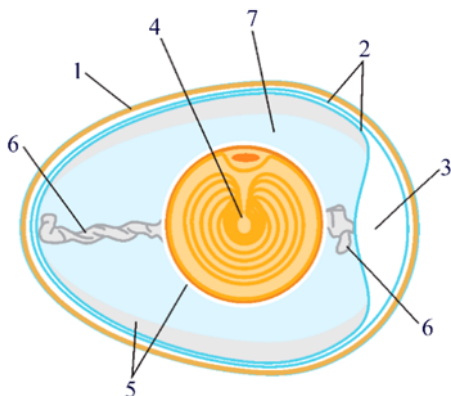
ОБЫЧНОЕ ЯЙЦО ИМЕЕТ ОТНЮДЬ НЕ ПРОСТОЕ СТРОЕНИЕ – оно содержит все необходимое для развития живого организма. Его оболочка оберегает содержимое от механических воздействий, предохраняет от микробов, избирательно и в нужном направлении пропускает воду и газы, необходимые для дыхания зародыша, регулирует тепловой режим. Оболочка состоит из скорлупы и двух белковых подскорлупных оболочек. Сама скорлупа – это, в свою очередь, многослойная конструкция со строго определёнными свойствами каждого из слоёв. Предварительное напряжение, придающее скорлупе дополнительную прочность, обеспечивается натяжением тонкой эластичной плёнки её внутреннего плетёного слоя.



Скорлупа состоит, главным образом, из кальцита – кристаллов карбоната кальция.

Снаружи скорлупа покрыта тонкой кожицей (кутикулой), которая образуется непосредственно перед откладыванием яйца. Верхний известковый слой состоит из тесно прижатых друг к другу столбчатых кристаллов карбоната кальция. Следующий слой образован коническими кристаллами карбоната кальция, скреплёнными белковыми мостиками. Газообмен происходит через микроскопические поры между кристаллами кальцита, не-

плотно прилегающими друг к другу. Подскорлупные оболочки являются биологическими мембранами, обладающими избирательным пропусканием влаги и газов. А упругое удлинение оболочек (без разрыва) может достигать их линейных размеров.



Строение куриного яйца:

- 1 – скорлупа, 2 – подскорлупные оболочки, 3 – воздушная камера «пуга»,
4 – желток, 5 – внутренний и наружный слой жидкого белка,
6 – упругие жеуты «халазы», 7 – густой белок

Как определить, свежее ли яйцо? Один из рецептов ответа на этот вопрос, взятый из книги полезных советов, основан на уменьшении плотности яйца при его хранении. В 20 %-м солевом растворе 1–2-дневное куриное яйцо опускается на дно, 3-дневное плавает внутри раствора, более чем 5-дневное – всплывает. Причём в последнем случае чем больше «возраст», тем меньше плотность и объем погруженной в раствор части яйца (в соответствии с законом Архимеда).

Чтобы получить более конкретную информацию, можно несколько видоизменить опыт. Если приготовить раствор с концентрацией соли, убывающей от дна к поверхности, проградуйровав его с помощью ареометра или яиц с известным сроком хранения, то яйцо в таком растворе будет плавать в том слое, плотность которого совпадает с плотностью яйца, что позволит более точно оценить его свежесть. А чтобы приготовить такой раствор, нужно поступить так. Разведите солевые растворы, начав с 40 %-го, с уменьшением концентрации соли, каждый в отдельном стакане. Измерьте их плотность и подкрасьте для наглядности йодом или марганцовкой через один. На дно литровой банки или пластиковой бутылки без горлышка налейте слой раствора с максимальной плотностью. Теперь осторожно наливайте по поверхности ложки или ножа, держа их

наклонно, один за другим слои раствора с плотностью, ступенчато убывающей от дна к поверхности. Заметим, что такая слоистая структура недолговечна из-за диффузии, поэтому её нужно готовить непосредственно перед опытом.

Почему же плотность яйца при хранении уменьшается и почему в нем не задыхается зародыш? Мы уже отмечали, что скорлупа и лежащие под ней две подскорлупные оболочки проницаемы для газов — через них дышит зародыш. Для его жизни важно поступление кислорода и удаление продуктов расщепления жиров желтка, из которых в результате обмена веществ образуется углекислый газ и вода. Эта вода испаряется вместе с водой, из которой на 75% состоит яйцо. В результате при хранении содержимое яйца усыхает, воздушная камера у его тупого конца увеличивается, вес яйца и его плотность уменьшаются.

Зачем яйцу куполообразная оболочка? Прочность любой конструкции зависит от соответствия её формы и прочностных характеристик образующего материала. В случае извести, которая хорошо противостоит сжатию и легко разрушается при растяжении, наиболее прочными при внешних воздействиях являются конструкции сводчатой и куполообразной формы. В них под действием собственного веса и осесимметричных внешних нагрузок в меридиональном направлении возникают только сжимающие напряжения, а кольцевые меняются от сжимающих в верхней части купола до растягивающих в нижней. Следовательно, обсуждаемая форма яйца возникла не случайно, а является оптимальной и надёжно ограждает содержимое яйца от внешних воздействий.

Как мы видим, природа сделала все возможное, чтобы известковая скорлупа успешно сохраняла свою целостность, служа надёжной защитой зародышу. Но наступает момент, когда в защите он больше не нуждается, и оболочка должна быть легко разрушена. Птенцу, проклёвывающему скорлупу изнутри, для её разрушения нужно подействовать сравнительно небольшой силой, ибо при этом материал скорлупы подвергается растяжению под действием значительно больших по величине сил и быстро разрушается.

Как правильно хранить яйца? Хранить яйца длительное время рекомендуется в вертикальном положении острым концом вниз. Такое положение создаёт лучшие условия для сохранности желтка, в котором сконцентрированы основные питательные вещества. Действительно, сохранность желтка зависит от его удаления от стенок, через которые возможно попадание бактерий. В центре яйца также оптимальны условия для безопасного водо- и газообмена с окружающей средой. Желток, который легче белка (весь жир яйца содержится в желтке и составляет 32,6% его веса), стремится всплыть, как поплавков, и его удерживают в центре яйца

упругие жгуты – халазы. Они как бы подвешивают желток в белке, но позволяют ему вращаться. При длительном хранении воздушная камера увеличивается, а напряжение закреплённого на её стенке жгута уменьшается. В любом другом положении яйца это привело бы к нежелательному смещению желтка из центра яйца.

Как варить яйца? При варке прогревание белка и желтка, ведущее к сворачиванию протеинов, происходит постепенно и равномерно от периферии к центру. Жизненный опыт показывает, что для приготовления яйца «всмятку» достаточно варить его на умеренном огне около 3 минут с момента закипания воды. За это время температура внутри яйца достигает 65–73 °С. Время варки «в мешочек» – примерно 5 минут. Верхние слои белка успевают прогреться до 80–85 °С и превращаются в нежный, но сохраняющий форму студень (гель), а внутренние слои прогреваются лишь до 70–75 °С, приобретая консистенцию жидкого студня. При этом желток остаётся жидким. Время варки «вкрутую» – до 10 минут. Все содержимое яйца, включая желток, прогревается до 85–95 °С, превращаясь в достаточно плотный студень.

Нередко при варке яйца его скорлупа растрескивается. Образование трещин на скорлупе является следствием действия разрушающих напряжений, возникающих при неравномерном прогреве яйца. Например, в случае соприкосновения с горячей водой только части яйца (яйцо плавает на поверхности воды, посуда для варки недостаточно наполнена водой, яйцо медленно погружается в горячую воду). Чем больше разница между начальными температурами яйца и воды (яйцо вынуто из холодильника, а вода бурно кипит), тем вероятнее растрескивание скорлупы. Кроме того, быстрый нагрев ведёт к резкому увеличению давления воздуха в яйце, и он, не успевая выйти через поры, разрывает скорлупу. Чтобы избежать этого, скорлупу с тупого конца предварительно прокалывают иголкой. Ещё один способ бережной варки яиц предусматривает предварительное заворачивание их в фольгу. Фольга сглаживает возникающие неравномерности поступления тепла к яйцу и изолирует его от соприкосновения с дном посуды. В отдельных случаях разрыв скорлупы возможен в местах неравномерного теплового расширения свернувшегося белка, распирающего скорлупу изнутри.

Как поступить, если яйцо лопнуло при варке? Как не допустить вытекания белка из него в воду? Известно, что вытекание содержимого яйца можно остановить, добавив в воду соль, поскольку в соляном растворе понижается температура отвердевания белка и трещина закупоривается им. К свёртыванию вытекающего белка приводит и добавление в воду уксуса, чем также нередко пользуются хозяйки.

Варёное яйцо или сырое? Для ответа на этот вопрос яйцо закручивают на столе вокруг поперечной оси. Варёное яйцо, представляющее

собой внутри твёрдое сплошное тело, беспрепятственно приводится во вращение, как волчок, и может сделать на столе несколько оборотов. При этом сообщённая яйцу энергия расходуется на преодоление трения о поверхность стола. Сырое же яйцо при закручивании получит меньше энергии, ибо воздействие от пальцев передаётся скорлупе ($1/10$ массы яйца, около 4,5 г) и лишь частично — слабо связанным с ней внутренним жидким слоям. На преодоление вязкого трения между ними расходуется большая часть полученной скорлупой энергии. Кроме того, при закручивании шар желтка, составляющий $1/3$ массы яйца и не закреплённый жёстко в белке, отбрасывается от оси вращения к скорлупе, что уменьшает скорость вращения яйца. В результате сырое яйцо останавливается, сделав не более 1–2 оборотов.

Если сырое яйцо трудно раскрутить, то и остановить его кратковременной внешней силой тоже нельзя. На этой особенности основан ещё один способ выявления сырых и варёных яиц. Раскрученное яйцо на мгновение останавливают, придерживая пальцами, и тотчас отпускают. Варёное яйцо остаётся неподвижным, а сырое продолжает движение за счёт не остановившихся сразу внутренних жидких слоёв. (Заметим, что этот способ требует определённой сноровки.)

Задача о колумбовом яйце. Может ли яйцо находиться в равновесии в вертикальном положении на ровной горизонтальной поверхности?

Эта задача связана с именем Христофора Колумба. Согласно историческому анекдоту, в ответ на ироническое замечание, что открытие Америки не представляло большой трудности, Колумб предложил своему собеседнику поставить яйцо на один из его концов. Когда тот не сумел, Колумб взял яйцо, разбил его с одного конца и поставил на стол, сказав, что труда это не представляет. В связи с этим в ряде языков (русский, французский, немецкий) появилось крылатое выражение «колумбово яйцо», употребляемое в значении: неожиданный, смелый выход из затруднения или находчивое решение сложного вопроса.

Существуют и другие варианты решения задачи Колумба. Например, можно, удерживая варёное яйцо вертикально, закрутить его вокруг продольной оси. При быстром вращении оно будет некоторое время сохранять своё положение (благодаря действию закона сохранения момента импульса). Нестандартное решение этой задачи принадлежит известному популяризатору физики Я. И. Перельману. Он предложил сделать отверстия с двух противоположных концов сырого яйца, вылить содержимое и частично заполнить освободившийся объём песком. Центр тяжести яйца понизится, оно станет устойчивее, и для его опрокидывания понадобится большая сила. А можно залить в скорлупу свинец или олово и тем самым понизить центр тяжести яйца настолько, что при попытке наклона он

будет подниматься (условие устойчивого равновесия). Яйцо превратится в «ваньку-встаньку». Если же в пустую скорлупу вставить гвоздь и залив его шляпку воском, её можно будет удерживать магнитом.

А какие решения задачи Колумба предложите вы, дорогие читатели?



Содержание

<i>Как появилась эта книга</i>	3
<i>От первого лица</i>	6
1. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ	9
1.1. Понятие колебания	9
1.2. Гармонические колебания	10
1.3. Свободные колебания груза на пружине	13
1.4. Математический маятник	17
1.5. Превращение энергии в гармонических колебаниях	19
2. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ	23
2.1. Магнитные силы, магнитное поле	23
2.2. Рамка с током в магнитном поле	26
2.3. Закон Био – Савара – Лапласа	28
2.4. Магнитное поле кольцевого тока, линейного тока и соленоида	30
2.5. Взаимодействие токов	33
2.6. Магнитные свойства вещества	34
2.7. Явление электромагнитной индукции	35
2.8. Индуктивность. Самоиндукция	40
2.9. Энергия магнитного поля	42
2.10. Свободные электромагнитные колебания в колебательном контуре	44
2.11. Свободные, вынужденные и автоколебания	48
2.12. Вынужденные электромагнитные колебания (переменный ток)	50
2.13. Работа и мощность в цепи переменного тока	57
2.14. Трансформатор	61
3. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА	64
3.1. Законы геометрической оптики	64
3.2. Изображение в плоском зеркале	66
3.3. Преломление	67
3.4. Явление полного внутреннего отражения	69
3.5. Линзы	70
3.6. Глаз как оптический инструмент	78
3.7. Оптические инструменты	82

4. ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ	85
4.1. Основные понятия	85
4.2. Интерференция	88
4.3. Дифракция	96
 5. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ, ФИЗИКИ АТОМА И АТОМОВ ЯДРА	 100
5.1. Фотоэффект	100
5.2. Строение атома	102
5.3. Строение ядра. Энергия связи	106
 ЗАКЛЮЧЕНИЕ	
Благотворительный образовательный проект «Удивительная физика. В. Е. Котов»	109
 Приложения	 112
Котов В. Е. Оптические явления в автобусе (Журнал «Квант». 2012. № 2)	112
Котов В. Е. Физика невыеденного яйца. (Журнал «Квант». 2011. № 1)	119

Для заметок

Учебное издание

КОТОВ Вадим Евгеньевич

УДИВИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

11 класс

Учебное пособие

*Благотворительный
образовательный проект
силами учеников и друзей
Вадима Евгеньевича Котова*

Редактор Ю. И. Шартова.

Художественное оформление – Е. А. Свиридова.

Подготовка оригинал-макета – Т. В. Лазарева.

Подписано в печать 21.07.2023.

Формат 60×84/16. Бумага офсетная.

Печать ризографическая.

Усл. печ. л. 8,0. Тираж 300 экз.

ООО «Тульское производственное полиграфическое
объединение». 300600, Тула, ул. Каминского, 33.



Автор этой книги – Вадим Евгеньевич Котов.

Его называли Учителем от Бога. Он виртуозно и увлекательно, через живой диалог с учениками, объяснял школьникам свой предмет – физику. Он брал мел и рисовал на доске «картину мира», и это всегда было восхитительно интересно!

Его помнят все, кто у него хотя бы недолго учился: и те, кто после поступил в ведущие физические вузы, и те, для кого физика не была важна.

Он особенный учитель. Со своим глубоким внутренним миром.

Если вы были знакомы с ним, вам не нужно ничего объяснять. Если нет, просто представьте: ученики бережно сохранили его лекции в тетрадях (некоторые 20 лет!) и решили издать их в виде учебника.

В ваших руках учебник физики Вадима Евгеньевича Котова, который издан его учениками, в благодарность Учителю.

Вадим Евгеньевич, спасибо!