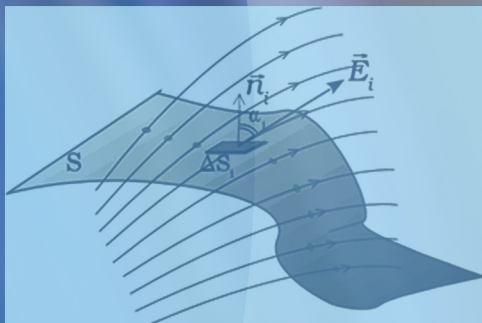
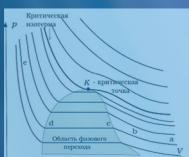
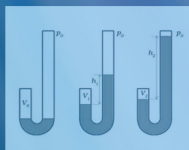
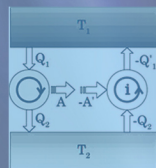
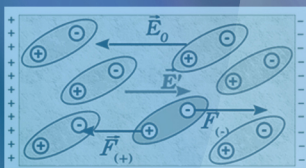


В. Е. Котов

УДИВИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА



10
класс



Учебное пособие

В. Е. Котов

УДИВИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

10 класс

Учебное пособие

*Благотворительный
образовательный проект
силами учеников и друзей
Вадима Евгеньевича Котова*

Тула
Тульское производственное
полиграфическое объединение
2020

ББК 22.3я72
К73

Котов, В. Е.

К73 Удивительная физика. 10 класс: Учебное пособие [Благотворительный образовательный проект силами учеников и друзей Вадима Евгеньевича Котова] / В. Е. Котов. – Тула: ТППО, 2020. – 115 с.

ISBN 978-5-907146-48-8

В данной книге излагается курс физики за 10 класс средней школы по материалам занятий известного учителя Вадима Евгеньевича Котова. Она представляет собой попытку сохранить живой лекционный стиль изложения материала. Для лучшего понимания текста в дополнениях и примечаниях приведены пояснения и дополнительные сведения.

Книга адресована учащимся 10 класса, изучающим физику в школах или желающим изучить физику самостоятельно, разобраться в ней и построить целостное понимание предмета. Книга будет полезна абитуриентам как помощь для подготовки к экзаменам по физике. Она также адресована преподавателям и учителям физики российских школ, а также всем читателям, интересующимся методикой преподавания физики Вадима Евгеньевича Котова.

ББК 22.3я72

ISBN 978-5-907146-48-8

© В. Е. Котов, наследники, 2020

Как появилась эта книга

Автор этого учебного пособия – Вадим Евгеньевич Котов, преподаватель физики 8–11 классов ведущих школ и лицеев Тулы, таких как МБОУ «ЦО № 38» (Химический лицей), МБОУ «Лицей № 2 им. Б. А. Слободскова» (школа № 73).

Вадим Евгеньевич подготовил целое поколение участников всероссийских и международных олимпиад по физике, привел множество тульских школьников к успешному поступлению в ведущие научно-технические вузы России (МФТИ, МГУ, МИФИ, МВТУ им. Баумана и др.). Многие учителя Тулы и Тульской области благодаря ему увидели, как можно красиво и эффективно преподавать физику. Он разработал уникальную методику на основании собственного опыта, а также, используя богатейший опыт заслуженного учителя РФ, основателя движения профильных физико-математических классов Б. А. Слободскова, и органически встроил её в ступень полного среднего образования. Эта методика позволяет из отстающих и даже ничего не понимающих в предмете учеников растить сильных, отлично знающих школьную физику «олимпиадников», легко поступающих в ведущие физические вузы абитуриентов.

В. Е. Котов – обладатель множества значимых педагогических званий и наград:

- почетный работник общего образования РФ;
- лауреат конкурса «Учитель года России – 1995»;
- дважды лауреат премии фонда «Династия» в номинации «Наставник будущих ученых»;
- пятикратный Соросовский учитель;
- доцент Института повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования Тульской области.

Так сложилось, что Вадим Евгеньевич слишком рано, в 47 лет, ушел из жизни. К сожалению, он не успел оставить исчерпывающих материалов о своей методике преподавания, не успел написать учебник.

Мы, выпускники разных лет, которым посчастливилось учиться у Вадима Евгеньевича, приняли решение реализовать благотворительный проект «Удивительная физика. В. Е. Котов», с помощью которого надеемся сохранить то, как наш Учитель преподавал предмет ученикам. В жизни каждого из нас Вадим Евгеньевич сыграл

особую роль. На наших глазах проходила его просветительская деятельность, когда уроки физики становились интересными и увлекательными, вдохновляли детей настолько, что физика для многих становилась призванием. Мы хотим передать следующим поколениям школьников хотя бы часть того, что повезло получить нам.

“Вадим Евгеньевич был одним из тех учителей, которых ученики любят и помнят всю жизнь. Очень светлый человек, для многих он стал гораздо большим, чем учитель физики. Он сумел создать свой замечательный неповторимый мир, в котором жил, – мир книг, задач, музыки, стихов, песен, которым щедро делился с учениками. Он был учителем физики, но дети учились у него также взгляду на мир, духовным ценностям, тонкому чувству искусства”.

“Вадим Евгеньевич пробуждал в детских душах ту самую «жажду знаний», о которой так часто говорят, но мало кто в своей жизни испытал её. Его трудами Знание становилось желанным и ценным сокровищем, о котором хотелось мечтать и к которому хотелось стремиться”.

(Из воспоминаний учеников)

Важно упомянуть также, что Вадим Евгеньевич Котов является одним из основателей, первым и долгое время бессменным руководителем летней многопрофильной школы (ЛМШ). Благодаря ему и его соратникам в трудные для науки времена ЛМШ стала благодатным полем общения увлеченных наукой молодых ученых и старших школьников. Ценности, особая атмосфера ЛМШ, утонченная культура как альтернатива массовым стереотипам стали впоследствии ориентиром в жизни для многих молодых людей.

Кроме того, Вадим Евгеньевич вел интересные факультативы и курсы по углубленному изучению физики, регулярно общался с ребятами по скайпу: отвечал на вопросы и объяснял физику, собирал на своем сайте <http://vkotov.narod.ru/> тематические материалы по физике для школьников и делал еще многое для поднятия уровня образования и популяризации науки.

Сайт Вадима Евгеньевича действует, он содержит материалы по физике для абитуриентов и учителей (опорные конспекты, материалы для подготовки к ЕГЭ, задачи семинаров и олимпиад).

Эта книга создавалась учениками по конспектам лекций школьных уроков. Мы признаем, что самое интересное и захватывающее из уроков Вадима Евгеньевича осталось «за кадром» – это живой диалог, способность объяснить тему «с огоньком», на одном дыхании, красочно и разными способами так, чтобы понятно было всё и каждому без исключения. Однако мы полагаем, что даже этот материал, созданный из записанных тезисов лекций В. Е. Котова, своей системностью и ясностью принесет читателям много пользы.

В конце учебного пособия (цветная вклейка после с. 110) приведены опорные конспекты, составленные В. Е. Котовым в помощь школьникам и абитуриентам. В них собраны все необходимые формулы с краткими пояснениями, которые удобно использовать для повторения и систематизации теоретического материала. Эти и другие опорные конспекты можно также найти в свободном доступе на сайте vkotov.narod.ru и распечатать в удобном формате.

Данное учебное пособие будет интересно учителям физики, которые хотят получить высокоэффективный материал для самообразования и для работы с учениками, а также ученикам 10–11 классов для самостоятельной подготовки к урокам физики.

От первого лица

Вадим Евгеньевич Котов

...О своем учителе и школьной физике

(из статьи «Этюд для доски и указки».

Тульские известия. 2016. 13 апр.)

Вспоминаю своего учителя физики Бориса Анатольевича Слободскова, имя которого сейчас носит лицей № 2 г. Тулы. Как-то я застал его сидящим в пустом классе с новым задачником. Он, в то время уже заслуженный и, можно сказать, легендарный педагог, решал школьные задачи. Повернувшись ко мне, Борис Анатольевич произнес: «Знаешь, какое это удовольствие – учиться?» Эту радость приобщения к науке он умел донести до учеников. В нем было потрясающее обаяние интеллекта.

Разумеется, я пытался подражать и даже копировать, но скоро понял, что невозможно учить по чужим рецептам. Ты должен нести детям «свою» физику, делиться тем, что сам понял, сам продумал до мельчайших деталей. Школьная наука так же неисчерпаема, как и «большая». Десяток формул позволяет объяснить и предсказать развитие событий в тысячах разных ситуаций. Это как в шахматах: правила, по которым ходят фигуры, достаточно просты, и их немного. Но какие красивые и драматичные партии мы можем наблюдать, какие сложные этюды создаются! На элементарных правилах школьной физики такое тоже можно создать. Это – проверенный временем инструмент для развития мышления и интеллекта. И для каждого класса его нужно настроить по-своему, чуть-чуть не так, как делал раньше. Учителю всегда есть чему учиться, независимо от опыта и прежних успехов. Борис Анатольевич любил повторять: всегда найдется задача, которую ты не сумеешь решить...

http://ti71.ru/articles/society/byl_rytsarem_ot_nauki/

...О методе изучения физики (из личной переписки)

Вопрос про книги по теории оказался для меня очень трудным. Нет такой книги, в которой всё было бы написано идеально правильно, понятно и хорошо. Более того, то, что один специалист назовет правильным, другой будет громко ругать как грубую и непростительную ошибку – физика у каждого своя :) То есть формулы, в общем, почти одни и те же, но подходы, акценты, логика...

В общем, надо понемногу выстраивать собственное понимание.

Критерием истины тут может являться решение задач: если какой-то подход помогает тебе эффективно разбираться в задачах, бери его в копилку. Поэтому нельзя просто читать теорию – надо параллельно решать задачи по изучаемой теме.

И еще должна возникать полная ясность в том, откуда и каким образом возникает каждое утверждение. Какие-то утверждения лежат в основе теории и ниоткуда не выводятся – рассматриваются как обобщение опытных фактов, например, законы Ньютона и т. п. Это надо тоже четко понимать: вот тут основные положения (постулаты, базовые законы, принципы – их очень немного), а всё остальное надо четко понимать, как выводится.

В одних книжках будут понятно выведены одни вещи, в других – другие. Авторы, являясь специалистами в своих областях, очень ясно представляют себе эти области, а в других разделах пишут жуткую путаницу. При этом излагают они очень авторитетным и уверенным тоном – на это не надо покупаться: если непонятно, то, скорее всего, автор сам не очень хорошо представляет, о чем речь. Или если видна логическая ошибка, то не надо думать, что ты чего-то не понимаешь – они случаются почти у всех.

Есть, конечно, авторы, которые и не пытаются писать понятно – в науке, к сожалению, есть традиция писать специально непонятные и запутанные наукообразные тексты. Этих текстов, увы, большинство, и тут ничего не поделаешь: наука в наше время – массовая специальность, а не исключительная стезя подвижников и энтузиастов. Но таких книг я тебе не порекомендую –

это я пишу просто, чтобы тебе не думалось, что всё, написанное в книжках, — истина и идеал.

То есть надо понемногу, читая разные книжки (и решая много задач!), выстраивать свою, именно тебе абсолютно понятную и для тебя логичную картину физики. Ну так, по крайней мере, я делал и не могу сказать, что процесс у меня завершён — то есть дело долгое :)

Рекомендуемые книги по физике перед учебой в профильном вузе (из личной переписки)

1. Классический физтеховский курс физики Сивухина в 5 томах. Смело можно читать и разбираться — он очень подробно и, на мой взгляд, правильно описывает принципиальные подходы. Там, где будет непонятная математика (дифференциальные уравнения, интегралы, тензоры и т. п.), можно смело пропускать. Предлагаемые задачи, по возможности, можно решать, правда, там для решения могут интегралы и производные понадобиться — тогда решать не надо.

2. Фейнмановские лекции. По ним нельзя учиться — там много некорректных формулировок, неточных формул и вообще «ляпов». Но они замечательно передают неповторимое обаяние физической науки в изложении одного из величайших её представителей (я думаю, что он не всегда хорошо готовился к этим лекциям и не оттачивал их многолетним повторением, но ощущение они передают классно). И много важных идей, и подходов там очень наглядно изложено.

3. А максимальное количество строгих и абсолютно выверенных формулировок — в справочнике Яворского и Детлафа — тут всё четко, кратко и почти всегда абсолютно точно.

1. ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

К тепловым явлениям относятся процессы нагревания, охлаждения, плавления, кристаллизации, испарения, конденсации; все процессы с передачей тепла между телами или внутри тела; диффузия, растворение и т. д.

Существуют два подхода к изучению тепловых явлений: статистический и термодинамический. Статистический подход предполагает изучение тепловых явлений исходя из гипотезы о молекулярном строении вещества. Поскольку в любом теле содержится огромное количество молекул, оказывается необходимым использовать математическую статистику (основанную на теории вероятностей): описать движение каждой молекулы¹ невозможно.

Термодинамический подход предполагает изучение тепловых явлений без каких-либо предположений о внутреннем строении тела. В этом подходе на основе экспериментов выясняются закономерности изменения внешних наблюдаемых характеристик²: температуры, объема, давления, плотности, показателя преломления и т. п. Эти характеристики называются термодинамическими параметрами. Эксперименты показывают, что эти параметры меняются не произвольным образом, но их изменения связаны друг с другом. Эти связи и устанавливает термодинамический подход.

Теория тепловых явлений, основанная на статистическом подходе, называется молекулярно-кинетической теорией (МКТ). Она оперирует статистическими (усредненными, вероятностными) величинами.

¹ Здесь необходимо отметить, что молекулы – это микрочастицы, т. е. не только очень маленькие по размерам (меньше 1 нанометра), но и подчиняющиеся своим, совершенно особым законам.

² То есть тех характеристик, которые мы можем регистрировать различными лабораторными приборами. Температуру можно измерять термометрами различного устройства, объем – линейками и мензурками, давление – манометрами, и т. д. Обратим внимание, что все эти приборы **макроскопические**. Ни один из них не регистрирует параметры отдельных микрочастиц.

1.1. Основные положения молекулярно-кинетической теории

1. Все тела состоят из очень малых частиц. Минимальная часть вещества, которая еще сохраняет его химические свойства, называется молекулой. Если молекулу разбить на части, то эти части будут обладать иными химическими свойствами, чем сама молекула.

Опытные обоснования

1) Химики заметили, что вещества вступают в реакции только в определенных весовых соотношениях. Для объяснения этого было выдвинуто предположение, что вещества состоят из частиц: при вступлении в реакцию определенное количество частиц одного вещества соединяется с определенным количеством частиц другого, образуя новую частицу. При этом, если частиц какого-то вещества больше, чем нужно, «лишние» в реакцию не вступают.

2) Броуновское движение. Для объяснения прерывистого движения мелких частиц, погруженных в жидкость или газ (броуновские частицы), удобно предположить, что эти частицы испытывают удары более маленьких (и потому невидимых) частиц (молекул). Этим объясняется прерывистость движения, а также тот факт, что его интенсивность зависит от размера поверхности частицы.

3) Предсказания, полученные исходя из гипотезы существования молекул, подтверждаются опытом. Например, основное уравнение МКТ идеальных газов хорошо объясняет газовые законы, полученные экспериментально.

4) Современные приборы – электронный микроскоп, туннельный микроскоп, ионный проектор и другие – позволяют в некотором смысле «увидеть» картину молекулярного строения вещества.

Величину, характеризующую число молекул в теле, называют количеством вещества ν . Количество вещества измеряют в молях, то есть ν – это число молей.

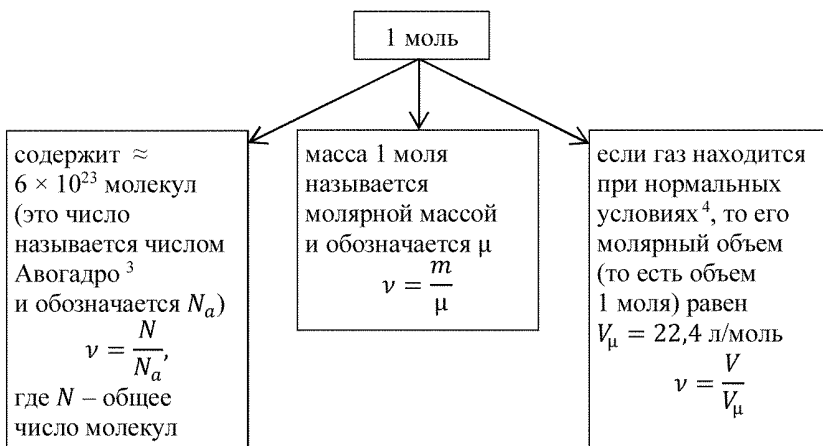


Рис. 1

2. Частицы, из которых состоят вещества, непрерывно хаотично движутся. Хаотическим (беспорядочным) движением называется такое движение, при котором во всех направлениях движется в среднем одинаковое количество молекул, все направления движения молекул одинаково вероятны, и, кроме того, $\sum \vec{v} = 0$ по всем молекулам⁵.

¹ Строго говоря, N_a – это число, равное числу атомов в 12 граммах углерода C_{12} . Определение странное, но зато точное, ведь $6 \cdot 10^{23}$ – это только приближенное значение. Зато, кому нужно точнее, может взять 12 г углерода и посчитать с любой точностью.

² Нормальные условия: давление $p = 1$ атм = $1,01325 \cdot 10^5$ Па и температура 0°C , т. е. температура плавления льда при данном давлении. После 1982 года всё чаще вместо понятия «нормальные условия» применяется термин «стандартные условия», отличающийся тем, что стандартное давление считается равным ровно 10^5 Па.

³ Вообще говоря, понятие хаотического движения гораздо сложнее, но зато и гораздо интереснее. В хаотической системе не просто все направления скоростей молекул равновероятны, но она сама приходит в такое состояние, даже если изначально это не так. Например, если выстрелить пучком молекул газа внутрь колбы, а потом захлопнуть крышку, молекулы за долю секунды придут в состояние с равновероятными скоростями, несмотря на то что в момент выстрела все скорости направлены в одну сторону.

Оказывается, что такой «внутренней» хаотичностью систем мы обязаны **нелинейности** взаимодействия частиц, из которых они состоят. Линейные взаимодействия – это когда сила пропорциональна расстоянию, и, очевидно, боль-

Следующие наблюдения убеждают нас в факте движения молекул.

1) **Броуновское движение.** Только движущиеся молекулы могут толкать броуновскую частицу и вызывать ее движение¹. Тот факт, что независимо от массы частицы интенсивность броуновского движения больших частиц меньше, чем у маленьких, показывает хаотичность движения молекул.

Утверждение об одинаковой вероятности всех направлений движения молекул – статистическое утверждение. Такие утверждения справедливы для большого количества случаев (или для большого количества объектов). Когда броуновская частица мала, число одновременно ударяющих в нее молекул невелико, и сумма их импульсов в среднем чаще не равна нулю. При увеличении размеров броуновской частицы возрастает и число одновременно ударяющихся в нее молекул. Предсказания об одинаковой вероятности удара во всех направлениях теперь выполняется более точно, и, следовательно, броуновское движение менее интенсивно². В конце концов, при достаточно большом размере частицы броуновское движение прекратится.

шинство частиц в природе взаимодействует нелинейно. Даже два идеально гладких твердых шара на идеально гладком бильярдном столе обладают такой внутренней хаотичностью. В такой простой системе мы, конечно, не можем говорить о равновероятности скоростей, так как выборка слишком маленькая, но зато можем наблюдать другое интересное свойство: быстро исчезающая зависимость состояния системы от начальных условий. Речь идет вот о чем: если приготовить два одинаковых стола и на каждый положить два одинаковых шара, после чего на каждом столе с одинаковой силой и в одном направлении ударить по одному из шаров, то изначально идентичные системы уже через несколько столкновений шаров окажутся совершенно разными! Микроскопические неточности в скорости и направлении движения шаров в результате столкновений очень быстро растут. С одной стороны, это ставит крест на всех попытках точно описать системы многих частиц (и, как видим, не только из-за того, что их много). С другой стороны, именно это свойство и обеспечивает успех статистического подхода – уж в чем, а в том, что скорости в таких системах в конце концов окажутся равновероятными, мы можем быть точно уверены!

⁶ Интересно, что первоначально было придумано совсем другое объяснение: решили, что раз частицы движутся, то они делают это как живые организмы.

² То есть с ростом размеров броуновской частицы растет и площадь ее поверхности. Количество ударов молекул в секунду увеличивается, и усреднение по большому числу частиц дает более близкие результаты в каждом направлении. Кроме того, масса частицы растет пропорционально (в 3-й степени) линейным размерам, что увеличивает инерцию броуновской частицы.

2) **Диффузия.** Самопроизвольное проникновение молекул одних веществ в промежутки между молекулами других веществ при соприкосновении доказывает, что молекулы движутся.

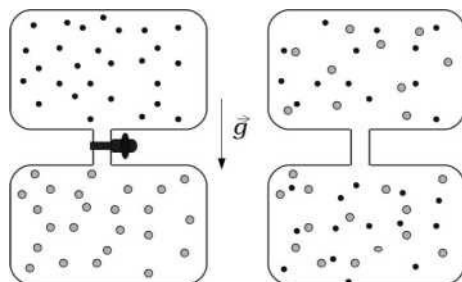


Рис. 2

В опыте Дальтона молекулы тяжелого газа независимо от действия силы тяжести проникают в верхний сосуд, что убеждает нас в движении частиц, причем довольно быстром¹.

3) В данном опыте стенки сосуда устроены так, что поглощают молекулы и в результате меняют цвет. Опыт показывает прямолинейность движения молекул, вылетевших из сосуда с газом.

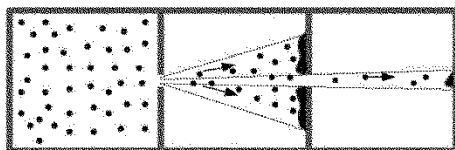


Рис. 3

Для характеристики движения молекул используют следующие усредненные величины:

Средняя скорость

$$\bar{v} = \frac{\sum \vec{v}_i}{N},$$

где N – количество молекул.

¹ Попробуйте оценить нижнюю границу скорости движения частиц из условия, что в опыте, изображенном на рис. 2, плотности газов в верхней и нижней колбах одинаковы, с точностью до 3-го знака.

Средний квадрат скорости

$$\overline{v^2} = \frac{\sum v_i^2}{N},$$

и средняя квадратичная скорость

$$\overline{v_{\text{кв}}} = \sqrt{\overline{v^2}}.$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул¹:

$$\overline{E_{\text{кп}}} = \frac{\sum E_{\text{кп}}}{N} = \frac{\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} + \frac{mv_3^2}{2} \dots}{N} = \frac{m}{2} \cdot \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots}{N} = \frac{m\overline{v^2}}{2}.$$

Формула

$$\overline{E_{\text{кп}}} = \frac{m\overline{v^2}}{2} = \frac{m}{2}\overline{v_{\text{кв}}^2}$$

объясняет физический смысл средней квадратичной скорости: это такая скорость, при возведении которой в квадрат и умножении на половину массы молекулы получается $\overline{E_{\text{кп}}}$.

Тот факт, что при хаотическом движении молекул все направления движения одинаково вероятны, выражается следующим уравнением:

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}.$$

Действительно,

$$\begin{aligned} \overline{v^2} &= \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + \dots}{N} = \frac{v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_{1z}^2 + v_{2x}^2 + v_{2y}^2 + v_{2z}^2 \dots}{N} = \\ &= \frac{v_{1x}^2 + v_{2x}^2 + \dots}{N} + \frac{v_{1y}^2 + v_{2y}^2 + \dots}{N} + \frac{v_{1z}^2 + v_{2z}^2 + \dots}{N} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}. \end{aligned}$$

Так как все направления движения молекул равновероятны, вдоль оси OX движется в среднем столько же молекул, сколько вдоль осей OY и OZ , поэтому средние квадраты проекций скоростей молекул на все оси при хаотическом движении одинаковы и равны $1/3$ от $\overline{v^2}$.

¹ Есть еще энергия вращательного и колебательного движений, которые мы здесь пока не рассматриваем.

3. Молекулы взаимодействуют друг с другом. Как известно, в составе молекул есть положительно и отрицательно заряженные частицы. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные притягиваются, поэтому между молекулами действуют и силы притяжения, и силы отталкивания. Когда расстояние между молекулами велико, преобладает сила притяжения. Она увеличивается при сближении молекул, но, начиная с некоторого расстояния, при дальнейшем сближении начинает преобладать сила отталкивания. Расстояние между центрами молекул, на котором притяжение переходит в отталкивание, принято считать диаметром молекул.

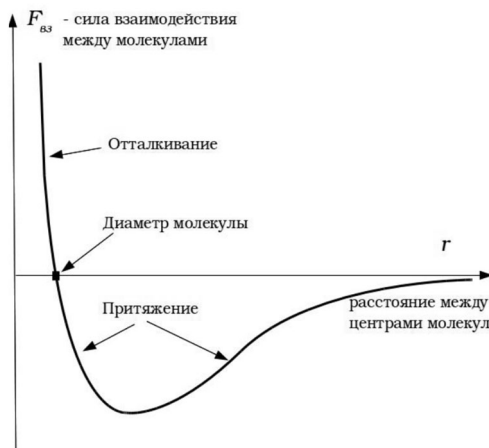


Рис. 4

Жидкости и твердые тела в гораздо меньшей степени, чем газы, поддаются диффузии (жидкости, правда, могут свободно менять форму, но с большим трудом меняют объем, почти так же, как твердые тела). Значит, молекулы взаимодействуют: притягиваясь, они препятствуют расширению тел, а отталкиваясь друг от друга, препятствуют сжатию.

Только газы занимают весь объем сосуда, в котором находятся. Это говорит о том, что притяжение между молекулами газа незначительно. Причина — большое расстояние между молекулами (это, однако, не относится к газам, близким к точке перехода в твердое или жидкое состояние, таким, как, например, пары, близкие к насыщению).

1.2. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

Статистический подход к изучению тепловых явлений предполагает получение предсказаний о поведении тел исходя из их внутреннего строения. В этом параграфе будет рассмотрен пример самого простого такого предсказания. Мы получим величину давления газа из его концентрации, массы молекул и их скорости. Чтобы вывести уравнение, нужно четко понять внутреннее строение газа. Мы будем рассматривать простейшую модель, называемую идеальным газом.

Определение 1. *Идеальным газом называется система, состоящая из очень большого числа микрочастиц, которые совершают хаотическое движение, но при этом большую часть времени движутся свободно, а взаимодействуют между собой только при достаточно редких соударениях. Все удары считаются абсолютно упругими.*

Как и всякая модель, идеальный газ не встречается в природе: реальные молекулы взаимодействуют между собой довольно сложным образом.

Однако очень часто реальные газы ведут себя как идеальные с достаточной степенью точности. В частности, мы вполне можем считать газ идеальным, если он разрежен (среднее расстояние между молекулами велико). Суммарный объем молекул в разреженном газе существенно меньше объема газа, и можно считать, что молекулы большую часть времени движутся без соударений.

Давление газов на стенки сосудов обусловлено ударами молекул. Чтобы найти давление в газе, найдем силу (среднюю по времени), с которой молекулы воздействуют на плоский участок стенки площадью S . По определению средней по времени внешней силы

$$\overline{\sum \vec{F}_i} = \frac{\sum \Delta \vec{p}_i}{\Delta t}$$

(см. теорему об изменении импульса материальных точек), где $\Delta \vec{p}_i$ – импульс, полученный стенкой при ударе i -й молекулы.

Найдем среднюю силу, действующую на стенку со стороны группы молекул, обладающих одинаковой скоростью центра масс \vec{v}_i :

$$\overline{\vec{F}}_i = \frac{\Delta \vec{p}_i}{\Delta t}, \quad \Delta \vec{p}_i = m_0 \vec{v}_i - m_0 \vec{v}_i' = -\Delta \vec{p}_i',$$

где $\Delta \vec{p}_i$ – изменение импульса центра масс одной молекулы при ударе о стенку¹.

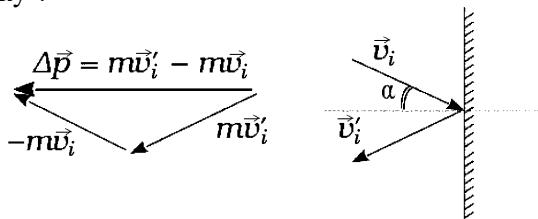


Рис. 5

Из рисунка 5: $|\Delta \vec{p}_i| = 2m_0 v_{ix}$.

Пусть N_i – число молекул со скоростью \vec{v}_i , ударяющихся об участок стенки S за время Δt , тогда:

$$\overline{F_{ix}} = \frac{|\Delta \vec{p}_i|}{\Delta t} N_i = \frac{2m_0 v_{ix} N_i}{\Delta t}.$$

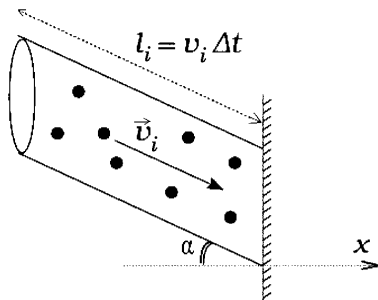


Рис. 6

¹ Для дальнейших рассуждений мы можем еще больше упростить нашу модель идеального газа: будем считать молекулы материальными точками, т. е. пренебрегать движением атомов относительно центра масс. Тогда можно будет говорить просто о скорости молекул, а не о скорости их центров масс. При вычислении давления газа на стенку играет роль только полный импульс молекул, и такое упрощение правомерно. Хотя, в общем случае, такое упрощение можно делать только для одноатомных газов (т. е. тех газов, молекулы которых состоят только из одного атома).

Найдем теперь N_i . Все молекулы в объеме V_i , имеющие скорость v_i , долетят за время Δt до стенки. Здесь $V_i = S \cdot l_i \cos \alpha$, а $l_i = v_i \cdot \Delta t$. С учетом того, что $v_i \cos \alpha = v_{ix}$, получим

$$N_i = V_i \cdot n_i = S v_{ix} \Delta t \cdot n_i,$$

где n_i – концентрация (число молекул в единице объема) молекул, обладающих скоростью v_i .

$$\overline{F_i} = \frac{2m_0 v_{ix} S v_{ix} \Delta t \cdot n_i}{\Delta t} = 2m_0 v_{ix}^2 S n_i.$$

Давление, оказываемое на участок стенки S этой силой, равно

$$p_i = \frac{\overline{F_i}}{S} = 2m_0 n_i v_{ix}^2.$$

Чтобы найти полное давление на стенку всех молекул, а не только тех, у которых скорость v_i , нужно просуммировать p_i по всем скоростям, направленным к стенке. При хаотическом движении ровно половина молекул летит в сторону стенки, остальные летят в противоположном направлении. Получаем:

$$p = \sum_{i \text{ в напр. стенки}} 2m_0 n_i v_{ix}^2 = \frac{1}{2} \sum_i 2m_0 n_i v_{ix}^2 = m_0 \sum_i n_i v_{ix}^2.$$

Средний квадрат проекции скорости может быть записан в виде

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_i n_i v_{ix}^2}{n},$$

причем, как показано выше, $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$, поэтому формула для давления принимает вид

$$p = m_0 \cdot n \cdot \overline{v_x^2} = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v^2}.$$

Вспоминая о выражении средней кинетической энергии поступательного движения молекул

$$\overline{E_{\text{кп}}} = \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2},$$

можно записать еще одну формулу для давления:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \cdot \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \overline{E_{\text{кп}}}.$$

Надо помнить, что в последней формуле $\overline{E_{\text{кп}}}$ – это средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул. Действительно, \vec{v}_i , которую мы использовали при выводе (и она же дала потом $\overline{E_{\text{кп}}}$), это скорость, с которой молекула приближается к стенке. Эта скорость (и, значит, $\overline{E_{\text{кп}}}$) не включает в себя возможные вращения молекулы вокруг центра масс, которые дадут вклад в полную кинетическую энергию.

Итак,

$$p = \frac{2}{3} n \overline{E_{\text{кп}}}.$$

1.3. Закон Бойля – Мариотта

1. Закон Бойля – Мариотта был открыт в связи с исследованиями упругости газов в середине XVII века. Английский физик Роберт Бойль точными измерениями доказал, что если газ сжимается или расширяется при постоянной температуре, то его объем меняется обратно пропорционально давлению, то есть во сколько раз уменьшится V , во столько раз возрастет p .

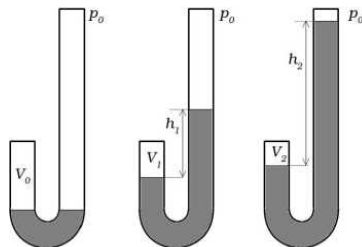


Рис. 7

Для опыта Бойля, схематически изображенного на рисунке 7, имеем:

$$p_0 V_0 = p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

$$p_1 V_1 = 2 p_0 \frac{V_0}{2},$$

$$p_2 V_2 = 3p_0 \frac{V_0}{3},$$

$$h_1 \approx 760 \text{ мм}, \quad h_2 \approx 2h_1, \quad p_1 = p_0 + \rho g h_1 = p_0,$$

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2 = p_0 + 2\rho g h_1 = 3p_0,$$

$$V_1 = \frac{V_0}{2}, \quad V_2 = \frac{V_0}{3}.$$

Закон (Бойля). Для постоянной массы идеального газа при неизменной температуре произведение pV есть величина постоянная.

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

$$pV = \text{const},$$

$$m_r = \text{const},$$

$$t = \text{const}.$$

Процесс, протекающий с постоянной температурой, называют изотермическим.

Закон Бойля справедлив только для идеального газа. Сам Бойль обнаружил, что при слишком сильном сжатии или охлаждении газа наблюдаются отклонения от данного закона. Идеальный газ, то есть тот, который с хорошей точностью подчиняется законам Бойля, – разреженный газ, далекий от перехода в жидкость (позже будет показано, что закон Бойля справедлив для модели идеального газа, которая использовалась для вывода основного уравнения МКТ).

2. График изотермического процесса

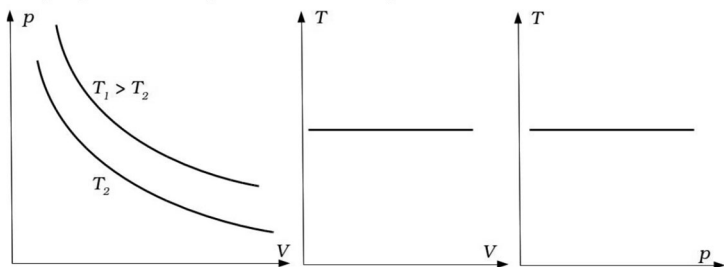


Рис. 8

$p = \frac{\text{const}}{V}$ – гипербола. $t_1 > t_2$, т. к. при $V_1 = V_2$ $p_2 > p_1$.

3. Молекулярное объяснение закона Бойля

Опыты показывают, что изменение температуры ведет к изменению скорости движения молекул. Можно наблюдать, как при нагревании возрастает интенсивность броуновского движения, ускоряются процессы диффузии, растворения. Это говорит о том, что при увеличении температуры скорость движения молекул возрастает. В изотермическом процессе температура постоянна, значит, быстрота движения молекул в среднем не меняется:

$$\overline{v_{\text{кв}}} = \text{const.}$$

Тогда при уменьшении V увеличивается концентрация, и, следовательно, молекулы чаще ударяются о стенки сосуда, а давление возрастает.

$$p = \frac{2}{3} n \overline{E_{\text{кп}}}$$
$$pV = \frac{2}{3} N \overline{E_{\text{кп}}}$$

Отсюда

$$p = \frac{\frac{2}{3} N \overline{E_{\text{кп}}}}{V} = \frac{\text{const}}{V}.$$

1.4. Закон Гей-Люссака

1. Этот закон был экспериментально открыт в начале XIX века. Гей-Люссак исследовал термическое расширение газов в 1802 году. Степень расширения газов характеризуется величиной $\frac{\Delta V}{V_1} = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$, т. е. относительным расширением. Здесь V_1 – начальный объем газа при температуре t_1 , V_2 – объем газа при температуре t_2 .

В экспериментах Гей-Люссака было установлено, что если давление газов в процессе расширения или сжатия остается постоянным, то $\frac{\Delta V}{V_1}$ пропорционально Δt ($\frac{\Delta V}{V_1} \sim \Delta t$).

Гей-Люссак измерил коэффициент пропорциональности α – термический коэффициент расширения газов. Оказалось, что α

для всех газов, далеких от сжижения, одинаков. При этом, если в качестве начальной температуры взять $t_1 = t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$, то $\alpha_0 = \frac{1}{273}\text{ град}^{-1}$.

Закон Гей-Люссака:

$$\frac{V_2 - V_1}{V_1} = \alpha(t_2 - t_1).$$

Удобнее записывать этот закон иначе, взяв $t_1 = t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ и обозначив V_1 как V_0 , V_2 просто V , $t_2 = t$. Тогда:

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \alpha_0 t,$$

$$V = V_0(1 + \alpha_0 t).$$

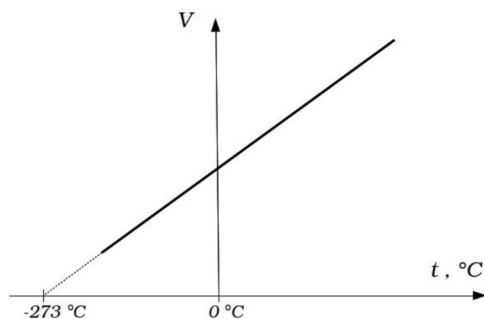


Рис. 9

На рисунке 9 видно, что если бы газ мог оставаться идеальным при любой температуре и не конденсировался, то существовала бы предельная температура, при которой объем газа становился бы равным 0. Реально при некоторой степени охлаждения газ перестает подчиняться законам Бойля – Мариотта и Гей-Люссака, то есть перестает быть идеальным, поэтому соответствующая низким температурам часть графика изображена пунктиром.

2. Температурная шкала Цельсия, использованная в формуле для закона Гей-Люссака, не имеет глубокого физического обоснования. Она есть результат договора ученых считать нулем градусов температуру плавления льда при нормальном давлении p_0 , а $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ – температуру кипения воды при нормальном давлении p_0 .

Эти две температуры легко воспроизвести в любой лаборатории и проградуировать по ним термометр.

Существуют и другие температурные шкалы – Реомюра, Фаренгейта (см. рис. 10).

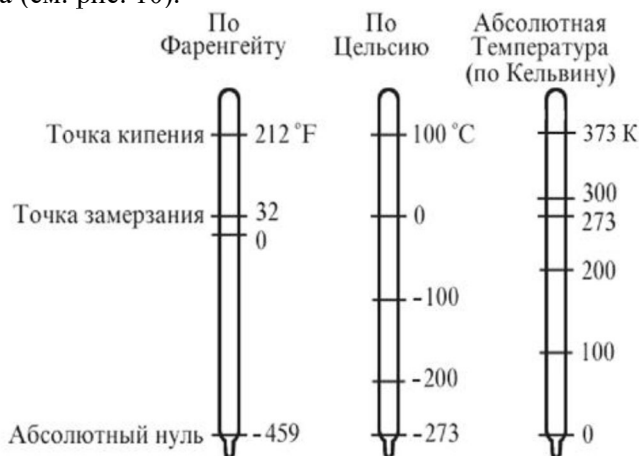


Рис. 10

Они в такой же степени обоснованы, как и шкала Цельсия. Закон Гей-Люссака, как это видно из рисунка 9, дает основание для физически более содержательной температурной шкалы. Он предсказывает существование температуры, при которой (в смысле экстраполяции, конечно) идеальный газ полностью теряет объем. Эту температуру логично считать нулевой. Шкалу, в которой 0 определяется таким образом, будем называть абсолютной температурной шкалой. Если при этом использовать идеальный газ в качестве термометрического тела, то есть устанавливать температуру пропорционально его расширению, то получится так называемая идеальная газовая шкала температур. Конкретный размер градусов в этой шкале может быть любым. Исходя из удобства считают размер 1° абсолютной температурной шкалы равным 1 °C (то есть 1/100 от разности температуры плавления льда и кипения воды при нормальном давлении). Получившаяся температурная шкала называется шкалой Кельвина (Кельвин пришел к этой шкале из других термодинамических соображений и показал, что она совпадает с идеальной газовой шкалой температур).

T – абсолютная температура:

$$T \text{ } ^\circ K = t \text{ } ^\circ C + \frac{1}{\alpha_0} = t + T_0,$$

где $T_0 = \frac{1}{\alpha_0} = 273$ – температура плавления льда по шкале Кельвина, $t = T - 273$.

Через абсолютную температуру закон Гей-Люссака записывается более просто:

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \alpha_0 t,$$

$$\frac{V}{V_0} - 1 = \alpha_0 T - 1,$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0},$$

где V – объем газа при температуре T , а V_0 – при T_0 .

Закон (Гей-Люссака). *Для неизменной массы идеального газа при постоянном давлении отношение объема газа к его абсолютной температуре есть величина постоянная:*

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0}$$

или $\frac{V}{T} = \text{const}$ при $m = \text{const}$ и $p = \text{const}$.

В дальнейшем будем в качестве температурной шкалы использовать общепринятую на сегодня в физике шкалу Кельвина.

Дополнение редактора. Обратим внимание, что мы уже говорили о разных температурных шкалах, «изобрели» идеальный газовый термометр и даже ввели понятие абсолютной температуры, но при этом мы пока не очень далеко продвинулись в понимании того, что такое температура и что именно мы измеряем термометром. Объем – пространственная величина, он относится к тому, какое место исследуемые системы занимают в пространст-

ве; давление – это силовая характеристика (отношение силы к площади). Эти понятия нам известны еще из механики, и приборы, которые используются для их измерений, хорошо известны и стандартизированы. Но мы пока не знаем, какого рода характеристику системы мы измеряем термометром. Методологически мы пока не далеко ушли от детских представлений «тепло»/«холодно»: конечно, газовый термометр позволяет производить измерения в весьма большом диапазоне и с хорошей точностью, но всё же этот диапазон ограничен как сверху, так и снизу – близко к абсолютному нулю и при очень высоких температурах идеальных газов не бывает.

Чтобы разобраться с этим важным вопросом, попытаемся понять, как именно происходит процесс измерения температуры. С детства помним, что градусник (термометр) нужно сунуть под мышку и подержать несколько минут. Зачем нужно ждать эти несколько минут, что за это время происходит? Ответ прост: мы ждем, пока градусник перестанет нагреваться, а ртуть расширяться, то есть поток тепла от подмышки к ртутному столбику прекратится. Иначе говоря, мы ждем, пока градусник придет в состояние **равновесия** с телом. Итак, ключевое понятие – это понятие термодинамического равновесия, а температура Θ – это числовая величина, характеризующая состояние равновесия. Мы можем мысленно разбить все возможные системы A во вселенной на группы взаимно равновесных и каждой группе сопоставить некоторое действительное число Θ . Причем сделать это таким образом, что если при контакте систем A_1 и A_2 с температурами Θ_1 и Θ_2 тепло идет от A_2 к A_1 , то $\Theta_1 < \Theta_2$.

Легко видеть, что введенная таким образом температура весьма неоднозначна: любая монотонная функция $\Theta'(\Theta)$ будет обладать всеми нужными свойствами, чтобы тоже претендовать на звание температуры. Позже мы покажем, что можно определить температуру более однозначно, пока же условимся считать, что наша абсолютная температура T обладает вышеописанными свойствами и совпадает с температурой идеального газового термометра. Главное, что мы теперь понимаем несколько важных вещей:

– температура характеризует состояние равновесия (то есть такое состояние, в котором в макроскопическом смысле ничего не меняется и никаких потоков нет);

- говорить о температуре системы можно только в случае, если эта система равновесна (или хотя бы приблизительно равновесна);
- измерение температуры системы сопровождается приведением «термометра» в состояние равновесия с системой;
- если мы говорим о каких-то неравновесных процессах в системе, то использовать понятие температуры можно только в начальном и конечном состоянии, когда система еще была или уже снова пришла в состояние равновесия. Также можно рассматривать специальный класс процессов, которые происходят настолько медленно, что в каждом промежуточном состоянии можно считать, что система почти равновесна, иначе говоря, время установления равновесия в системе гораздо меньше характерного времени процесса. Такие процессы называются **квазистатическими**. Тогда мы изображаем процесс в виде линии на графике, мы имеем в виду именно квазистатический процесс, иначе мы не могли бы говорить о температуре и давлении системы в каждой точке процесса.

3. Изобарный процесс. Графики

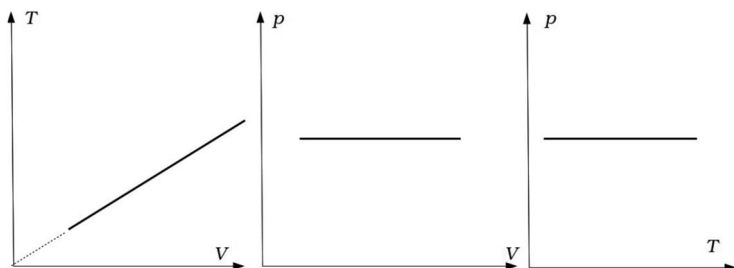


Рис. 11

4. Молекулярное объяснение закона Гей-Люссака

С молекулярной точки зрения закон Гей-Люссака объясняется так: с ростом температуры увеличивается средняя скорость движения молекул. Удары о стенку становятся более сильными, и увеличивается сила давления на стенку. При постоянном внешнем давлении ($p = \text{const}$) стенка сдвигается, увеличивается объем и, соответственно, уменьшается концентрация, что, в свою очередь, уменьшает число ударов о стенку в единицу времени. За счет уменьшения числа ударов в конце концов давление выравнивается при большем объеме.

1.5. Уравнение Менделеева – Клапейрона. Закон Шарля

1. Закон Бойля справедлив для процесса с постоянной температурой, закон Гей-Люссака – для процесса с постоянным давлением. Объединив эти законы, можно получить уравнение, в котором участвуют все три параметра.

Рассмотрим процесс, в котором некоторую неизменную массу идеального газа сначала изотермически сжимают (или расширяют), а затем изобарно меняют температуру:

$$(p_1, V_1, T_1) \xrightarrow{T=\text{const}} (p_2, V'_1, T_1) \xrightarrow{p=\text{const}} (p_2, V_2, T_2).$$

Так как $p_1 V_1 = p_2 V'_1$, а

$$\frac{V'_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

то

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \frac{T_1}{T_2},$$

то есть:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Таким образом, мы получили объединенный газовый закон: для неизменной массы газа произведение объема и давления, деленное на абсолютную температуру, есть величина постоянная.

2. Из этого закона можно вывести уравнение состояния идеального газа, то есть уравнение, которое связывает между собой параметры p, V, T, m .

Пусть $p_1 = p, V_1 = V, T_1 = T$ – произвольные состояния идеального газа, а p_2, V_2, T_2 – идеальный газ при нормальных условиях. В этом случае $p_2 = p_0, V_2 = \nu V_1, T_2 = 273 \text{ K} = T_0 = T_{\text{н.у.}}$.

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_0 \nu V_1}{T_0} = \nu \frac{p_0 V_1}{T_0}$$

Введем обозначение:

$$R = \frac{p_0 V_1}{T_0} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}} = \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{моль} \cdot \text{K}}.$$

R – так называемая универсальная газовая постоянная. Тогда получаем:

$$pV = \nu RT.$$

Это уравнение называют уравнением Менделеева – Клапейрона.

3. Изохорный процесс

Для идеального газа при постоянном объеме отношение давления газа к его температуре есть величина постоянная:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2},$$

$$V = \text{const},$$

$$m = \text{const}.$$

Это утверждение часто называют законом Шарля¹.

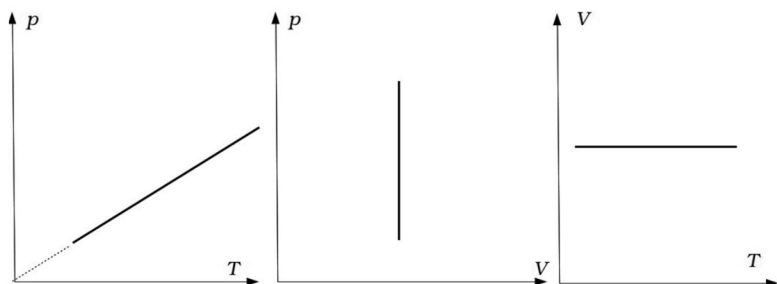


Рис. 12

¹ Существует большая путаница в названиях газовых законов. Мы используем названия в соответствии с русской традицией. В англоязычной же литературе, например, закон Шарля называется законом Гей-Люссака, и наоборот. Это произошло потому, что в то время разные люди в разных частях Европы открывали одни те же закономерности, и даже сейчас трудно разобраться, кто что сделал первым!

1.6. Закон Дальтона

Определение 2. *Парциальным давлением газа, входящего в состав смеси, называют давление, которое создавал бы этот газ, если бы он один занимал весь объем (то есть если бы остальные элементы оказались удалены из объема).*

Закон (Дальтона). *Давление смеси газов равно сумме парциальных давлений газов, входящих в смесь:*

$$p_{\text{см}} = p_1 + p_2 + \dots$$

Закон был экспериментально открыт Дальтоном в 1801–1803 годах при исследовании диффузии (взаимного проникновения) газов. Закон Дальтона имеет простое молекулярное объяснение: молекулы разных газов в смеси практически не взаимодействуют друг с другом, один газ как бы «не знает» о присутствии других, а полное давление складывается из давлений, создаваемых ударами о стенки сосуда всех видов молекул. Наличие одного газа не препятствует свободному движению по всему объему молекул другого газа, а вследствие соударений у всех видов молекул устанавливается одинаковая средняя кинетическая энергия.

1.7. Связь между абсолютной температурой и кинетической энергией молекул

Исходя из молекулярно-кинетической модели одноатомного газа (молекулы – материальные точки, не взаимодействующие между собой на расстоянии) было получено уравнение

$$pV = \frac{2}{3} N \times \overline{E_{\text{кп}}}. \quad (1)$$

Из экспериментальных исследований было получено, что разреженные газы подчиняются уравнению

$$pV = \nu RT. \quad (2)$$

Нетрудно убедиться, что оба уравнения эквивалентны. Действительно, при $T = \text{const}$

$$p \sim \frac{\nu}{V}.$$

Неизменность T , как показывают опыты, сопровождается неизменностью средней скорости движения молекул (нагревание ускоряет это движение, охлаждение замедляет), но если

$$\overline{E_{\text{кп}}} = \text{const},$$

то формула (1) дает то же предсказание, что и формула (2).

$$p \sim \frac{\nu}{V},$$

то есть закон Бойля, полученный из опытов с разреженными газами, предсказывает те же свойства системы, которые получены статистическим путем исходя из модели невзаимодействующих безразмерных молекул. Таким образом, результаты, полученные с помощью статистического подхода, хорошо согласуются со свойствами разреженных газов, установленными опытным путем (с помощью макроскопических приборов).

Сравнивая уравнения (1) и (2), можно выразить температуру T идеального газа через кинетическую энергию поступательного движения его молекул (то, что T как-то связано с быстротой движения молекул, а значит, и с $\overline{E_{\text{кп}}}$, было ясно из опытов: при нагревании активизируется броуновское движение, ускоряются процессы диффузии, растворения...).

$$pV = \frac{2}{3} n \overline{E_{\text{кп}}}, \quad pV = \nu RT, \quad n = \frac{N}{V} = \frac{\nu N_a}{V},$$

$$pV = \frac{2}{3} \nu N_a \overline{E_{\text{кп}}} \Rightarrow \nu RT = \frac{2}{3} \nu N_a \overline{E_{\text{кп}}} \Rightarrow \overline{E_{\text{кп}}} = \frac{3}{2} \frac{RT}{N_a}.$$

Введем величину

$$k = \frac{R}{N_a} = 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} -$$

постоянная Больцмана.

Тогда

$$\overline{E_{\text{кп}}} = \frac{3}{2} kT. \quad (3)$$

Постоянная Больцмана – коэффициент, связывающий эмпирические единицы температуры (градусы), значение которых было введено без глубокого физического обоснования, и единицы, выражающие статистический физический смысл температуры, – джоули. Температура с микроскопической точки зрения есть мера средней кинетической энергии хаотического движения молекул¹. Кроме поступательного движения молекулы газов могут совершать и иные движения: вращения вокруг центра масс и колебания атомов, составляющих молекулу, вблизи положения равновесия. Для количественного описания числа возможных движений молекулы применяется понятие «число степеней свободы».

Определение 3. *Числом степеней свободы механической системы называют минимальное количество координат, необходимое для однозначного задания положения системы в пространстве (под координатами здесь понимаются любые числа, упорядоченный набор которых однозначно задает положение системы, не обязательно декартовы).*

Число степеней свободы будем обозначать буквой i .

Примеры:

- 1) точка, которая может двигаться по плоскости: $i = 2$;
- 2) точка, которая может двигаться в пространстве: $i = 3$;
- 3) точка, движущаяся на сферической поверхности: $i = 2$;

¹² Ранее мы ввели понятие температуры как макроскопической величины, характеризующей состояние термодинамического равновесия. Формула (3) позволяет посмотреть на температуру с другой, микроскопической, точки зрения, увидеть ее статистический смысл. Легко видеть, что макроскопический и статистический смысл понятия температуры согласуются между собой: если у тела A' хаотическое движение молекул более интенсивно, чем у тела A , то при приведении этих тел в контакт более интенсивно движущиеся частицы тела A' при столкновениях будут передавать часть своей энергии телу A , т. е. энергия потечет от тела A' к телу A до тех пор, пока интенсивность движения частиц (а следовательно, и температура) не выровняется.

4) «гантелька» (две жестко скрепленные точки или иной протяженный объект): $i = 5$ (три координаты фиксируют положение 1-й точки, после этого 2-я может двигаться только по сфере с центром в 1-й точке $i = 2$, всего 5);

5) три и более жестко скрепленные точки не на одной прямой $i = 6$ (1-я точка – $i = 3$; 2-я точка – $i = 2$, 3-я точка – $i = 1$, итого 6).

Существует и иное (эквивалентное) понимание числа степеней свободы – это число независимых направлений, по которым можно осуществить движение системы так, что любое движение системы может быть представлено как совокупность перемещений по этим направлениям¹. Точка в трехмерном пространстве: $i = 3$. «Гантелька»: центр масс может двигаться по 3 указанным выше направлениям OX , OY , OZ (поступательные степени свободы) + возможны вращения вокруг 2 взаимно перпендикулярных осей, проходящих через центр масс (число вращательных степеней свободы), итого $i = 5$. Твердое тело способно вращаться вокруг 3 осей. У него 3 поступательные и 3 вращательные степени свободы, итого $i = 6$.

В молекулярной физике доказывается равномерность распределения кинетической энергии по степеням свободы, то есть на все степени свободы приходятся в среднем одинаковая E_k . Это легко показать для поступательных степеней свободы.

$$\begin{aligned}\overline{E_{\text{кп}}} &= \frac{m_0 \overline{v^2}}{2} = \frac{m_0 \overline{v_x^2}}{2} + \frac{m_0 \overline{v_y^2}}{2} + \frac{m_0 \overline{v_z^2}}{2} \\ \overline{v^2} &= \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} \\ \overline{v_x^2} &= \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2} \\ \frac{m_0 \overline{v_x^2}}{2} &= \frac{m_0 \overline{v_y^2}}{2} = \frac{m_0 \overline{v_z^2}}{2} =\end{aligned}$$

средние кинетические энергии, приходящиеся на движение вдоль осей OX , OY , OZ , одинаковы. Ясно, что на каждую степень свободы приходится $E_k = \frac{1}{2} kT$.

¹ Такой подход в термодинамике предпочтительнее, так как он позволяет более правильно учесть колебательные движения атомов в молекулах.

Если газ одноатомный, то его молекулы имеют только 3 поступательные степени свободы, поэтому

$$\overline{E_k} = \overline{E_{\text{кп}}} = \frac{3}{2}kT. \quad (4)$$

Если газ двухатомный, то его молекулы могут быть представлены в виде «гантели» с $i = 5$

$$\overline{E_k} = \frac{5}{2}kT. \quad (5)$$

Если газ многоатомный, то есть молекула состоит из 3 и более атомов, то его можно считать твердым телом с 6 степенями свободы

$$\overline{E_k} = \frac{6}{2}kT. \quad (6)$$

Изложенная теория о распределении энергии по степеням свободы хорошо подтверждается экспериментально для одноатомных газов. Для двухатомных газов в некотором диапазоне температур (низкие температуры) наблюдаются отклонения $\overline{E_k} < \frac{5}{2}kT$, для многоатомных газов $\overline{E_k} < \frac{6}{2}kT$, за исключением достаточно высоких температур. Кроме того, о несовершенстве данной теории свидетельствует и то, что формулы (5) и (6) хотя и не учитывают колебательные степени свободы, несмотря на это справедливы в определенном диапазоне температур. Такое расхождение теории с экспериментом объясняется тем, что в данной теории молекула считалась классическим объектом, то есть к ней применялись законы классической механики. На самом деле, для микрочастиц (молекул, атомов, электронов, ядер) классические представления не всегда применимы. Для микромира справедливы законы квантовой механики, которая была создана уже в XX веке. С квантовой точки зрения, число степеней свободы, реально проявляющихся, зависит от температуры. Наблюдается странное явление как бы «размораживания» степеней свободы, то есть при низких температурах многоатомная молекула может иметь 3 степени свободы (см. рис. 13). При повышении температуры вдруг как бы появляются («размораживаются») сначала вращательные, а потом и колебательные степени свободы молекул. С точки зрения классических представлений, это совершенно непонятно, но с помощью квантовой механики всё прекрасно объясняется.

Формулы (4), (5) и (6) следует применять только в тех задачах, где есть указания на необходимость их использования. В других задачах эти формулы можно применять для приближенных оценок.

1.8. Внутренняя энергия идеального газа

1. Даже когда макроскопическое тело покоится и не взаимодействует с другими телами, микрочастицы, из которых оно состоит, интенсивно движутся и взаимодействуют друг с другом.

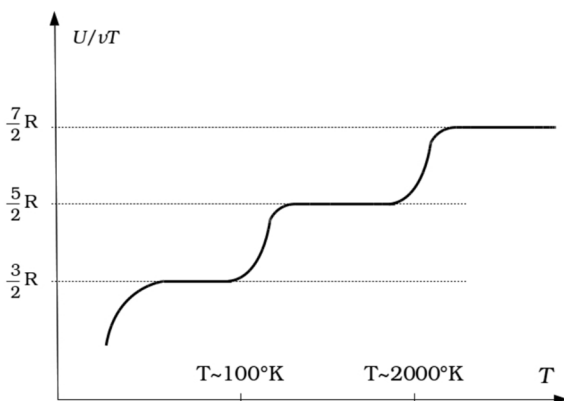


Рис. 13

Определение 4. Внутренней энергией называется сумма кинетической энергии теплового движения частиц и потенциальной энергии взаимодействия частиц между собой:

$$U = E_{\text{к}} + E_{\text{п}}.$$

Идеальный газ – модель, в которой пренебрегают взаимодействием молекул между собой, поэтому

$$U_{\text{идеал. газа}} = \sum_{\text{по всем молекулам}} E_{\text{к}}, \quad \overline{E_{\text{к}}} = \frac{\sum E_{\text{к}}}{N} \Rightarrow \sum E_{\text{к}} = N \overline{E_{\text{к}}}.$$

$$U_{\text{идеал. газа}} = N\overline{E_k}.$$

Из предыдущего параграфа

$$\overline{E_k} = \frac{i}{2}kT, \quad N = \nu N_a,$$

$$U_{\text{идеал. газа}} = \frac{i}{2}\nu N_a kT.$$

$$N_a k = R \Rightarrow U_{\text{идеал. газа}} = \frac{i}{2}\nu RT,$$

где i – число степеней свободы молекулы газа.

Из параграфа 1.7 мы знаем, что эта формула хорошо работает для одноатомных газов и приемлема для двухатомных при температурах, близких к нормальным, но плохо работает для многоатомных газов в значительном диапазоне температур. Однако в любом случае для идеального газа внутренняя энергия прямо пропорциональна его количеству ν и температуре T :

$$U_{\text{идеал. газа}} \sim \frac{i}{2}\nu T.$$

Коэффициент пропорциональности определяется экспериментально и равен молярной теплоемкости газа при постоянном объеме (обозначается $C_{V,\mu}$, подробнее см. параграф 1.11).

2. Внутренняя энергия относится к величинам, которые называют функциями состояния системы. Они зависят только от того, в каком состоянии находится вещество, и не зависят от того, каким способом был осуществлен переход от предыдущего состояния к данному.

Изменение внутренней энергии зависит только от начального и конечного состояния системы, так как U есть функция состояния. Другие энергетические величины, которые мы используем для описания тепловых явлений, например работа A и количество теплоты Q , зависят от того, каким способом был осуществлен переход. Они не являются функциями состояния, а характеризуют процессы, происходящие в системе.

3. Для неидеальных газов и вообще других систем внутренняя энергия является функцией не только температуры, но и других макроскопических параметров, например, объема¹:

¹ В более сложных случаях внутренняя энергия может зависеть и от других параметров, например, от относительной концентрации веществ в растворе

$$U = U(V, T, \nu).$$

4. Формула $U = \frac{i}{2}\nu RT$ может быть переписана иначе с помощью уравнения Менделеева – Клапейрона¹:

$$U = \frac{i}{2}\nu RT = \frac{i}{2}pV.$$

1.9. Два способа изменения внутренней энергии

1. Первый способ изменения U – совершение над системой механической работы.

Этот способ макроскопичен, так как он сопровождается макроскопическими (наблюдаемыми) движениями.

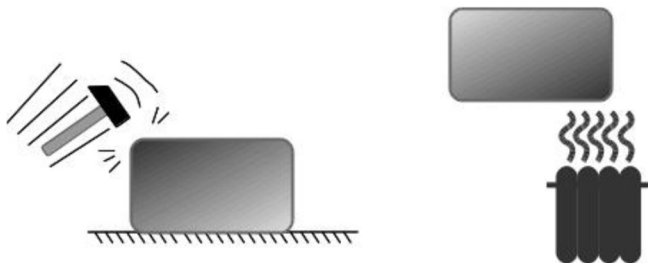


Рис. 14

Второй способ – передача энергии непосредственно молекулам на микрокоспическом уровне, при этом может не совершаться никаких макроскопических движений. Такой способ изменения U называют теплопередачей. Это микрокоспический способ.

(если мы изучаем тепловые явления в растворах) или от напряженности внешнего поля (если система находится в электромагнитном или гравитационном поле). Заметим, что нет необходимости представлять U как функцию 4 переменных $U(V, T, \nu, p)$, так как давление связано с V, T и ν уравнением состояния.

¹ Мы видим, что благодаря связи величин, которую дает уравнение состояния (в данном случае это уравнение Менделеева – Клапейрона), мы можем представить U как функцию различных наборов параметров.

Виды теплопередачи:

1) **теплопроводность** – горячее тело касается холодного, при этом более быстрые молекулы горячего тела передают при соприкосновении часть своей энергии более медленным молекулам холодного тела;

2) **конвекция** – механизм перемешивания теплых и холодных слоев в жидкости и газе: если нагревание происходит снизу, то нагретшиеся нижние слои от теплового расширения уменьшают плотность и под действием силы Архимеда поднимаются. На их место опускаются более холодные слои;

3) **излучение** – молекулы в процессе теплового движения при соударениях или по другим причинам излучают электромагнитные волны. Эти волны распространяются в пространстве и могут передать энергию другим телам, встретившимся на пути.

Определение 5. *Количество энергии, которое система получает в некотором процессе микроскопическим способом, то есть теплопередачей, называют количеством теплоты.*

Количество теплоты обозначается Q . При $Q > 0$ система получает энергию, а при $Q < 0$ – отдает энергию.

2. Как правило, в природе изменение U происходит одновременно микроскопическим и макроскопическим способами. Закон сохранения энергии требует, чтобы энергия не могла появиться «из ниоткуда». Она должна быть сообщена системе либо макро-, либо микроскопическим путем. Это утверждение мы можем записать следующим образом:

$$\Delta U = A + Q, \quad (7)$$

где A – работа, совершаемая над системой. Это закон сохранения энергии в тепловых процессах, или **первое начало термодинамики**.

Условимся обозначать через A' работу системы, а через A – работу, совершаемую над системой. Тогда по 3-му закону Ньютона $A' = -A$ и из (7) получаем:

$$Q = \Delta U - A = \Delta U + A'.$$

Закон. *Количество теплоты, сообщенное системе, расходуется на изменение внутренней энергии системы и совершение системой работы над внешними телами.*

1.10. Работа газа

1. Пусть газ находится в цилиндре под поршнем и изобарно расширяется ($p = \text{const}$). При этом сила давления газа на поршень совершает работу, так как поршень движется.

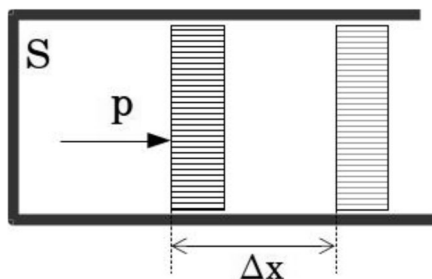


Рис. 15

Найдем выражение для работы. При $p = \text{const}$, $F_p = \text{const}$ и

$$A = \vec{F}_p \vec{\Delta r} = F_p \Delta x = p S \Delta x = p \Delta V.$$

Итак, при $p = \text{const}$

$$A = p \cdot \Delta V.$$

По уравнению Менделеева – Клапейрона, в случае изобарного процесса $p \Delta V = \nu R \Delta T$

$$A_{\text{газа}} = \nu R \Delta T.$$

2. Если давление газа меняется, то формулой $A = p \Delta V$ пользоваться нельзя. В этом случае процесс, происходящий с газом, разбивают на такие малые интервалы, что в пределах каждого давление не успевает существенно измениться. Тогда A

на каждом интервале находят по формуле $A_i = p_i \Delta V_i$ и результат суммируют¹:

$$A = \lim_{\Delta V_i \rightarrow 0} (p_1 \Delta V_1 + p_2 \Delta V_2 + \dots) = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Предел такой суммы называется интегралом и может быть представлен графически как площадь под графиком функции (рис. 16).

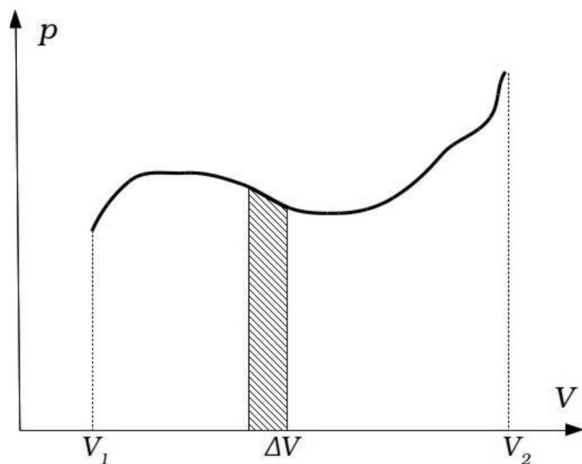


Рис. 16

Правило: работа газа численно равна взятой со знаком «+» или «-» площади под графиком процесса на диаграмме $p - V$. Знак «+» берется, если газ расширяется, знак «-» – если сжимается.

¹ Оперирование бесконечно малыми величинами очень полезный прием, позволяющий сильно расширить наши возможности, а именно: рассматривать «бесконечно малые изменения», то есть разбивать процессы на такие маленькие кусочки, в которых все параметры практические не меняются. Для таких процессов наше первое начало примет вид:

$$\delta Q = dU + \delta A = dU + p dV.$$

Здесь δQ и δA – это бесконечно малые количества теплоты и работы, а знак δ используется для того, чтобы не забывать, что эти изменения зависят от процесса, и не путать с бесконечно малым изменением функций состояния и переменных dV , dp и т. п.

3. Работа газа в циклическом процессе

В циклическом процессе начальное состояние совпадает с конечным. Из рисунка 17 видно, что работа газа в циклическом процессе численно равна площади, ограниченной графиком процесса.

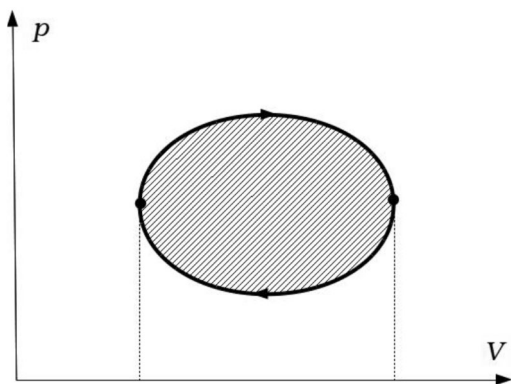


Рис. 17

При этом S берется со знаком «+», если расширение происходит при большем давлении, чем сжатие ($A_{\text{в процессе}} > 0$) и со знаком «-», если расширение происходит при меньших давлениях, чем сжатие ($A_{\text{в процессе}} < 0$).

1.11. Теплоемкость

Если система получает некоторое количество теплоты в некотором процессе, ее температура может меняться. Причем у разных систем и в разных процессах сообщение одного и того же количества теплоты может вызвать разные изменения температуры. Величина, показывающая, насколько изменится температура системы при сообщении того или иного количества теплоты при определенных условиях, называется теплоемкостью.

Определение 6. *Теплоемкостью системы в рамках некоторого процесса называют отношение количества теплоты, подведенной к системе, к изменению температуры, которое при этом произошло¹:*

$$C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Единицы $C = \frac{\text{ед. } Q}{\text{ед. } \Delta T} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$

Физический смысл C : C численно равна количеству теплоты, которую надо подвести к системе, чтобы увеличить ее температуру на 1 К.

Определение 7. *Удельной теплоемкостью вещества называется отношение теплоемкости вещества к его массе:*

$$c = \frac{C}{m} = \frac{Q}{m\Delta T}.$$

Единицы $c = \frac{\text{ед. } Q}{\text{ед. } m \cdot \text{ед. } \Delta T} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$

Физический смысл удельной теплоемкости: удельная теплоемкость численно равна количеству теплоты, которую надо сообщить телу массой 1 кг, чтобы изменить его температуру на 1°.

Определение 8. *Молярной теплоемкостью называют отношение теплоемкости вещества к его количеству:*

$$c_{\mu} = \frac{C}{\nu} = \frac{Q}{\nu\Delta T}.$$

Единицы $c_{\mu} = \frac{\text{ед. } Q}{\text{ед. } \nu \cdot \text{ед. } \Delta T} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$

¹ Так как C в общем случае зависит от термодинамических параметров ($C = C(p, T)$), то правильнее, конечно, рассматривать бесконечно малый процесс при заданном значении параметров и писать $C = \frac{\delta Q}{dT}$.

Физический смысл c_μ : c_μ численно равна количеству теплоты, которую надо сообщить 1 молу вещества, чтобы повысить его температуру на 1° .

Теплоемкость зависит от массы системы, от того, какие вещества входят в систему. Кроме того, точные измерения показывают, что теплоемкость зависит и от таких термодинамических параметров, как давление и температура (эта зависимость практически никогда не учитывается в школьных задачах). Но главное, что нужно понимать, это то, что теплоемкость зависит от процесса, который происходит в системе. Теплоемкость является характеристикой не системы, а процесса, происходящего в системе. Одна и та же система в разных процессах может иметь разную теплоемкость.

Рассмотрим, например, идеальный газ и найдем его теплоемкость в изобарном, изохорном, изотермическом и адиабатическом процессах.

Изохорный процесс ($V = \text{const}, m = \text{const}, A = 0$).

$$C_V = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\Delta U}{\Delta T} = \frac{\frac{i}{2} \nu R \Delta T}{\Delta T} = \frac{i}{2} \nu R \quad (8)$$

(например, $C_V = \frac{3}{2} \nu R$, если это одноатомный газ)¹.

Значения c_V и $c_{V\mu}$ точнее всего находятся из эксперимента. Если же экспериментальные данные неизвестны, то можно приближенно рассчитать эти величины, пользуясь моделью одно- или двухатомного идеального газа:

¹ Для произвольной системы аналогичным образом, согласно первому закону термодинамики, получаем $\delta Q = dU + p dV = dU$ ($\delta A = 0$, т. к. $V = \text{const}$), следовательно, $dU = C_V dT$.

Или для удельных теплоемкостей c_V и $c_{V\mu}$: $dU = m c_V dT = \nu c_{V\mu} dT$.

Из этих формул, зная зависимость удельных теплоемкостей системы от термодинамических параметров, можно вычислить изменение внутренней энергии для любого процесса:

$$\Delta U = m \int_1^2 c_V dT = \nu \int_1^2 c_{V\mu} dT.$$

Внутренняя энергия – функция состояния, она не зависит от того, каким способом система пришла в это состояние. Изменение внутренней энергии системы зависит только от ее параметров в начальном и конечном состоянии. Поэтому полученное выражение для изменения внутренней энергии справедливо для любого процесса.

$$c_V = \frac{C_V}{m} = \frac{i}{2} \nu R = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}$$

$$c_{V\mu} = \frac{C_V}{\nu} = \frac{i}{2} \frac{\nu R}{\nu} = \frac{i}{2} R.$$

Изобарный процесс ($p = \text{const}$, $m = \text{const}$).

$$C_p = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{\nu R \Delta T + \Delta U}{\Delta T} = \nu R + \frac{\Delta U}{\Delta T} = \nu R + \frac{i}{2} \nu R = \nu R \left(\frac{i+2}{2} \right).$$

По первому закону термодинамики:

$$Q = A + \Delta U,$$

$$A = p \Delta V = \nu R \Delta T,$$

$$c_p = \frac{C_p}{m} = \frac{\nu R + C_V}{m} = \frac{R}{\mu} + c_V,$$

$$c_{p\mu} = \frac{C_p}{\nu} = \frac{\nu R + C_V}{\nu} = R + c_{V\mu}.$$

Уравнение Майера:

$$c_p - c_V = \frac{R}{\mu},$$

$$c_{p\mu} - c_{V\mu} = R.$$

Если пользоваться моделью одноатомного или двухатомного идеального газа, то те же формулы можно получить другим способом:

$$c_p = \frac{A + \Delta U}{m \Delta T} = \frac{\nu R \Delta T + \frac{i}{2} \nu R \Delta T}{m \Delta T} = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu},$$

$$c_{p\mu} = \frac{Q}{\nu \Delta T} = \frac{A + \Delta U}{\nu \Delta T} = \frac{\nu R \Delta T + \frac{i}{2} \nu R \Delta T}{\nu \Delta T} = \frac{i+2}{2} R.$$

Видим, что теплоемкость в изобарном процессе больше, чем теплоемкость того же газа в изохорном процессе. Это объясняется тем, что при $V = \text{const}$ вся теплота идет на изменение внутренней энергии газа, а при $p = \text{const}$ теплота помимо изменения внут-

ренной энергии тратится еще и на совершение газом работы. Поэтому, чтобы повысить температуру на 1 К при $p = \text{const}$, требуется больше теплоты, чем при $V = \text{const}$.

Изотермический процесс:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{Q}{0} = \infty,$$

$$C_T = \infty,$$

$$Q = \Delta U + A, \quad \Delta U = 0,$$

$$Q = A.$$

Адиабатический процесс – это процесс, в котором система не получает и не отдает теплоты.

$$Q = 0,$$

$$C = 0,$$

$$Q = \Delta U + A,$$

$$A = -\Delta U = U_1 - U_2,$$

то есть работа равна убыли внутренней энергии и адиабатическое расширение сопровождается уменьшением температуры. Адиабатическое сжатие, наоборот, сопровождается нагреванием.

На практике адиабатический процесс осуществляется либо в адиабатических изолированных сосудах (сосуд Дьюара), либо в быстрых процессах, когда система не успевает обмениваться теплотой с окружающими телами (резкое сжатие или резкое расширение). Уравнение адиабатического процесса на диаграмме $p - V$ для идеального газа имеет вид

$$pV^\gamma = \text{const},$$

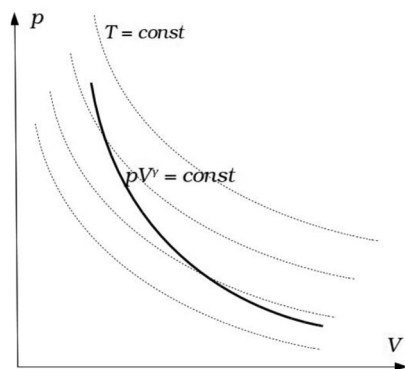


Рис. 18

где так называемый показатель адиабаты $\gamma > 1$ (адиабата всегда «круче» изотермы). Можно показать, что

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

Дополнение редактора. Действительно, подставим для идеального газа в области, где число степеней свободы $i = \text{const}$, основное уравнение МКТ $U = N\overline{E_k} = \frac{i}{2}pV$ в первое начало термодинамики:

$$\begin{aligned}\delta Q = 0 &= \delta A + dU = pdV + \frac{i}{2}d(pV), \\ d(pV) &= (p + dp)(V + dV) - pV = \\ &= pdV + Vdp + dpdV = pdV + Vdp\end{aligned}$$

(произведением бесконечно малых величин можно пренебречь, так как это уже бесконечно малое от бесконечно малого). Получаем:

$$-pdV = \frac{i}{2}pdV + \frac{i}{2}Vdp \Rightarrow \frac{2+i}{i}pdV = -Vdp \Rightarrow -\frac{1}{p}\frac{dp}{dV} = \frac{2+i}{i}V.$$

Так как

$$\frac{d \ln p}{dV} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dV} \quad \text{и} \quad \frac{i+2}{i} = \frac{C_p}{C_v} = \gamma,$$

получаем:

$$\frac{d \ln p}{dV} = -\frac{\gamma}{V}.$$

Отсюда легко угадать зависимость функции $\ln p$ от V . Действительно, так как

$$\frac{1}{V} = \frac{d \ln V}{dV},$$

имеем:

$$\ln p = -\gamma \ln V + \text{const} = \ln \left(\frac{1}{V^\gamma} \right) + \text{const}.$$

Возводим e в степень правой и левой части и получаем:

$$p = \frac{\text{const}}{V^\gamma} \quad \text{или} \quad pV^\gamma = \text{const}.$$

1.12. Тепловые машины. КПД тепловой машины

1. Тепловой машиной называют систему, в которой совершается работа за счет тепловой энергии, то есть происходит преобразование внутренней энергии в механическую работу. К тепловым машинам относят двигатели внутреннего сгорания, паровые машины, реактивные двигатели и др. С точки зрения физического принципа работы, тепловая машина обязательно включает в себя следующие части: рабочее тело, нагреватель и холодильник.

Рабочее тело – это та часть устройства машины, которая совершает механическую работу (в простейшем случае рабочее тело – это однородное вещество, например, в паровой машине – это пар).

Нагреватель – это часть машины, с помощью которой рабочему телу сообщается энергия, часть которой затем будет превращена в работу (например, топка в случае тепловых машин).

Холодильник – часть машины, в которой рабочее тело отдает часть энергии после совершения работы (в очень большом количестве случаев роль холодильника играет окружающая среда).

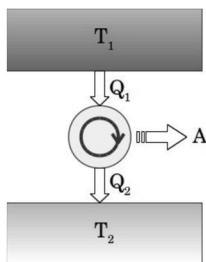
Тип машины	Часть машины			
	<i>Рабочее вещество</i>	<i>Нагреватель</i>	<i>Холодильник</i>	<i>Двигатель</i>
<i>Паровая машина</i>	Водяной пар	Котел и топка	Конденсатор и окружающая среда	Цилиндр с поршнем
<i>Паровая турбина</i>	Водяной пар	Топка	Конденсатор и окружающая среда	Турбина
<i>Двигатель внутреннего сгорания</i>	Горячие газы, образовавшиеся при сгорании смеси бензина с воздухом	Устройство подачи и поджига топлива, включая смесь бензина с воздухом до сгорания	Окружающая среда	Цилиндр с поршнем
<i>Реактивный двигатель</i>	Горячие газы, образовавшиеся при сгорании топлива	Камера сгорания	Окружающая среда	Сопло
<i>Автомат</i>	Газы при взрыве	Гильза, ствол	Окружающая среда	Ствол

2. Рассмотрим в качестве примера простую модель теплового двигателя, которая представляет собой цилиндр, в котором находится рабочее вещество (идеальный газ) под поршнем. Цилиндр приводится в тепловой контакт с более нагретым телом, газ расширяется и совершает работу.

Чтобы многократно повторить процесс и совершить любое необходимое количество работы, газ нужно вернуть в исходное состояние. Для этого цилиндр приводится в тепловой контакт с менее нагретым телом (холодильником), и газ возвращается в начальное состояние¹.

¹ Если холодильник и нагреватель гораздо больше рабочего тела, то можно считать, что их температура в процессе не меняется.

Тепловая машина, работающая только на двух резервуарах, которые в течение всего процесса имеют постоянную температуру, называется **машиной Карно** (в честь французского физика и инженера Сади Карно). В качестве рабочего тела в машине Карно может использоваться не только газ, а какое угодно (вообще говоря, достаточно сложное) устройство. Схема работы машины Карно изображена на рисунке.



Если процесс происходит квазистатически (т. е. достаточно медленно, проходя через ряд равновесных состояний), такую машину называют идеальной машиной Карно. Для обеспечения квазистатичности необходимо производить контакт рабочего тела с нагревателем и холодильником так, чтобы температура рабочего тела совпадала с температурой резервуара (тепловое равновесие). Следовательно, получение и отдача тепла должны проходить изотермически. Охлаждение же и нагрев рабочего тела (для выравнивания с температурами нагревателя и холодильника) должны проходить без теплопередачи, т. е. адиабатически. Таким образом, идеальный цикл Карно состоит из 4 процессов:

$$1 \xrightarrow{\text{Изотерма } T=T_1} 2 \xrightarrow{\text{Адиабатическое охлаждение } T_1-T_2} 3 \xrightarrow{\text{Изотерма } T=T_2} 4 \xrightarrow{\text{Адиабатический нагрев } T_2-T_1} 1$$

Идеальную машину Карно будем схематически изображать с буквой «i».

Хотя машины Карно практически не применяются в реальной жизни, они представляют собой замечательный инструмент для проведения мысленных экспериментов и получения важных (и часто весьма неожиданных) результатов путем простых рассуждений. Мы еще успеем в этом убедиться!

3. Коэффициентом полезного действия (КПД) циклического процесса называется отношение работы в процессе к количеству теплоты, которое подведено к системе в этом процессе.

$$\eta = \frac{A_{\text{проц}}}{Q_{\text{подв}}}. \quad (9)$$

В $Q_{\text{подв}}$ не входит отведенное от системы количество теплоты $Q_{\text{отв}}$. Далее договоримся обозначать подведенное тепло Q_1 , а отведенное – Q_2 . При этом будем считать, что $Q > 0$, если тепло сообщается системе, то есть в нашем случае $Q_2 < 0$.

$Q = \Delta U + A$, для циклического процесса $\Delta U = 0$.

$$Q_1 + Q_2 = Q_1 - |Q_2| = A.$$

Подставим в (9)

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}.$$

Карно доказал, что при данных температурах нагревателя (T_1) и холодильника (T_2) КПД тепловой машины не может превышать предельного значения

$$\eta_{\text{max}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Предельный η_{max} будет иметь идеальная тепловая машина Карно.

Если тепловая машина имеет более сложное устройство и работает не на одном резервуаре, то КПД такой машины не может быть выше предельного значения

$$\eta_{\text{max}} = \frac{T_{\text{max}} - T_{\text{min}}}{T_{\text{max}}},$$

где T_{max} и T_{min} – максимальная и минимальная температуры машины в рабочем цикле¹.

¹ Доказательство этих фактов приведено в Дополнении. Здесь отметим только, что данные утверждения дают нам почувствовать всю мощь машины Карно. Действительно, из каких-то очень общих соображений мы вдруг получаем весьма жесткие ограничения на эффективность **любой** тепловой машины! Например, решили мы построить паровую машину и уже заранее знаем, что максимум, на что мы можем рассчитывать, это

1.13. Изотермы реального газа. Насыщенный пар

1. Реальный газ отличается от идеального тем, что:

- 1) его молекулы притягиваются между собой,
- 2) его молекулы имеют размеры.

Когда концентрация реального газа мала (большой объем), притяжение молекул и их размеры не существенны и изотермы реального газа совпадают с идеальными (рис. 19, участок *ab*).

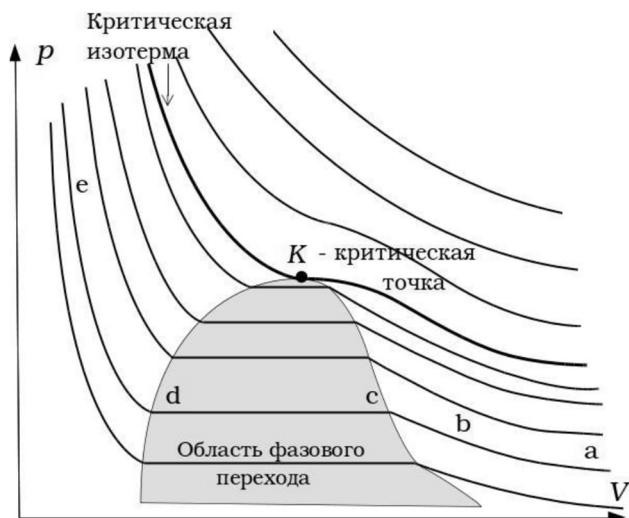


Рис. 19

При дальнейшем сжатии вдоль изотермы давление реального газа оказывается меньше, чем давление идеального при той же температуре (участок *bc*), так как межмолекулярное притяжение ослабляет силу удара о стенки.

$$\eta = \frac{T_{\text{пара}} - T_{\text{окр}}}{T_{\text{пара}}} \sim \frac{373 - 300}{373} \sim 0,2.$$

Более того, мы знаем, что в реальности КПД будет значительно меньше, так как все процессы в паровой машине существенно необратимы и температура меняется достаточно сложным образом.

Если температура газа меньше критической температуры, то с некоторого момента (точка c) сжатие при $T = \text{const}$ будет приводить к сжижению газа. При этом давление не будет меняться, но будет расти масса газа, перешедшего в жидкое состояние (cd). Когда газ полностью перейдет в жидкость, дальнейшее сжатие вещества вызовет резкое повышение давления (de), так как в жидкости молекулы расположены столь близко друг к другу, что дальнейшее сближение вызовет сильное отталкивание.

2. Основное отличие жидкой фазы от газообразной: газ занимает весь предоставленный ему объем, каким бы большим он ни был, а жидкость имеет строго определенный объем. Причина: молекулы газа слабо притягиваются и могут хаотически двигаться по любому предоставленному объему, а между молекулами жидкости притяжение такое сильное, что они совершают свое тепловое движение в пределах небольших областей, которые не могут свободно покидать (правда, иногда молекулы жидкости совершают скачки, меняя одну область на другую). Из-за этих скачков жидкость способна течь; чем чаще скачки, тем более текуча жидкость.

Перевести газ в жидкое состояние – значит лишить молекулы свободы передвижения. Это можно сделать следующими двумя способами:

1) сжатие (если температура газа меньше критической). При сжатии уменьшается среднее расстояние между молекулами и увеличивается сила притяжения молекул. Однако если скорости молекул достаточно высокие ($t \geq t_{\text{крит}}$), то даже самой большой возможной силы притяжения не хватит (F_{max}), чтобы лишить молекулы возможности свободно двигаться;

2) охлаждение: уменьшается скорость молекул, и даже малой силы притяжения будет достаточно, чтобы держать их вместе.

Оба способа приведут к сжижению газа только в том случае, если в газе имеются центры концентрации – элементы жидкой или твердой фазы, вокруг которых будет скапливаться жидкость. Если центров концентрации нет, можно получить пересыщенный пар.

3. Между газом и граничащей с ним жидкой или твердой фазой происходит постоянный обмен молекулами. Число молекул, вылетающих за секунду из жидкой (твердой) фазы, зависит от температуры. Число молекул газа, попадающих в жидкость, зависит от его концентрации.

Если сжимать газ, число молекул, переходящих из него в жидкость за секунду, будет расти, а число молекул, переходящих из жидкости в газ, при $T = \text{const}$ не меняется.

Определение 9. *Насыщенным паром называют газ, способный находиться в динамическом равновесии со своей жидкой фазой (то есть число молекул, переходящих из газа в жидкость, равно числу молекул, переходящих за то же время из жидкости в газ).*

На рисунке 19 газ является насыщенным паром на участке cd . На ac газ еще не насыщен: число молекул, переходящих из жидкости в газ, больше, чем число молекул, переходящих обратно. Если такой газ граничит с жидкостью, то жидкость будет испаряться. При сжатии концентрация газа растет, и в точке c он достигает насыщения.

Правило. *Давление и плотность насыщенного пара зависят только от температуры и вещества.*

Пар насыщен, если число молекул, переходящих из него в жидкую фазу, равно числу молекул, совершающих обратный переход из жидкой фазы в газ, но число молекул, покидающих жидкую фазу в единицу времени с единицы площади, определяется только температурой и типом вещества. Поэтому давление и плотность насыщенного пара также зависят от температуры. Величина $p_{\text{нас}}$ и $\rho_{\text{нас}}$ данного вещества при разных температурах определяется экспериментально и заносится в таблицу*.

Тем не менее, используя нашу замечательную машину Карно, про зависимость $p(T)$ вдоль кривой фазового перехода можно весьма много узнать и без экспериментальных данных.

Рассмотрим горизонтальный участок изотермы (участок фазового перехода) и построим на нем идеальный цикл Карно с очень близкими температурами T и $T + \Delta T$.

* См. § 21 «Испарение и конденсация» учебника А. А. Пинского «Физика. 10 класс. Профильный уровень» (М.: Просвещение, 2011).

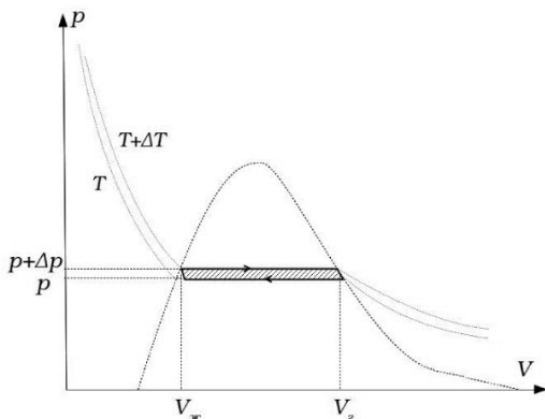


Рис. 20

Как мы помним, КПД любого идеального цикла Карно одинаков и равен

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

что в нашем случае, с учетом того, что ΔT очень мало, дает:

$$\eta = \frac{\Delta T}{T} = \frac{A}{Q} = \frac{\Delta p(V_{\text{г}} - V_{\text{ж}})}{\lambda m} \Rightarrow \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{\lambda m}{T(V_{\text{г}} - V_{\text{ж}})},$$

где λ – удельная теплота испарения жидкости, $V_{\text{г}}$ и $V_{\text{ж}}$ – объемы газа (насыщенного пара до начала конденсации) и жидкости (сразу после полной конденсации). Отсюда, при $\Delta T \rightarrow 0$, получаем уравнение, которому удовлетворяет зависимость $p(T)$:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda m}{T(V_{\text{г}} - V_{\text{ж}})}.$$

Если вещество находится в условиях, достаточно далеких от критической точки, в определенном диапазоне температур можно считать, что $\lambda \approx \text{const}$ и $V_{\text{г}} \gg V_{\text{ж}}$. Кроме того, в этом случае с хорошей степенью точности можно считать насыщенный пар идеальным газом:

$$V_{\text{г}} \approx \frac{mRT}{\mu p},$$

и тогда уравнение примет вид:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda_{\mu p}}{RT^2}.$$

Легко проверить, что это дает зависимость для кривой фазового перехода при температурах, далеких от критической:

$$p = p_0 e^{-\frac{\lambda_{\mu}}{RT}}.$$

Замечательно, что всё это удалось получить только из самых общих соображений.

1.14. Влажность воздуха *

Определение 10. Абсолютной влажностью воздуха называют парциальное давление или плотность водяного пара, который имеется в воздухе.

Определение 11. Относительной влажностью воздуха называют отношение парциального давления водяного пара, имеющегося в воздухе, к давлению насыщенного пара при той же температуре или отношение плотности водяного пара, содержащегося в воздухе, к плотности насыщенного пара при той же температуре.

$$f = \frac{p_{\text{пара}}}{p_{\text{насыщ. пара}}} 100\% = \frac{\rho_{\text{пара}}}{\rho_{\text{насыщ. пара}}} 100\%.$$

* См. § 21 «Испарения и конденсация» учебника А. А. Пинского «Физика. 10 класс. Профильный уровень» (М.: Просвещение, 2011).

1.15. Твердое тело *

Изобразим на диаграмме $p - T$ множество точек, соответствующее состоянию равновесия фаз (рис. 20):

- между жидкостью и газом (кривая линия AK – кривая испарения);
- между жидкостью и твердым телом (кривая линия AB – кривая плавления);
- между твердым телом и газом (кривая AC – кривая сублимации).

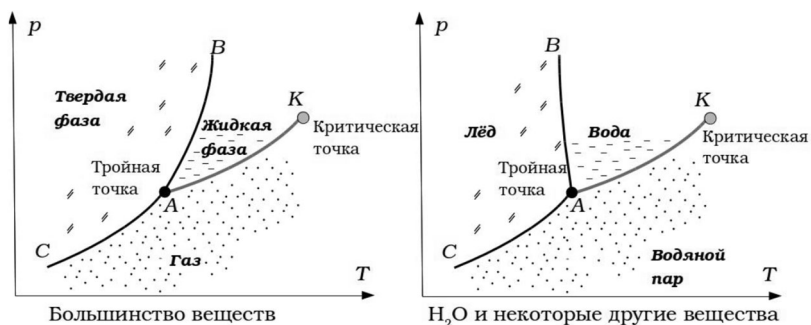


Рис. 20

1.16. Кипение

Кипением называют интенсивное испарение жидкости, происходящее по всему ее объему, внутри всплывающих пузырьков. Пузырьки воздуха всегда имеются на дне, иногда на стенках сосуда в микронеровностях и микротрещинах. Внутри пузырька находятся воздух и пар, причем пар обязательно насыщенный, так как пузырек – замкнутый объем газа, граничащий с жидкостью. При нагревании давление насыщенного пара увеличивается. Чтобы не нарушать при этом равновесия пузырька, уменьшается парциальное

* См. § 25 «Механические свойства твердых тел» учебника А. А. Пинского «Физика. 10 класс. Профильный уровень» (М.: Просвещение, 2011).

давление воздуха в нем ($p_{\text{внутри}} = p_{\text{снаружи}}$, не должно меняться). Однако при некоторой температуре рост давления снаружи приведет к тому, что внутреннее давление превысит внешнее; как только это произойдет (на сколько угодно малую величину), пузырек начнет расширяться. Далее следует отрыв от стенки и всплывание, после которого на месте пузырька останется зародыш нового пузырька, который ..., и т. д.

Условие кипения жидкости:

$$p_{\text{нас.пара}} = p_{\text{атм.}}$$

Давление внутри пузырька должно превышать давление снаружи. Очевидно, что температура, с которой начинается кипение, зависит от атмосферного давления, так как при разном атмосферном давлении будут требоваться разные температуры, чтобы $p_{\text{нас.пара}} = p_{\text{атм.}}$.

2. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

2.1. Электрическая сила, электрон, заряд. Закон Кулона

1. Электрическая сила была впервые открыта в Древней Греции: янтарь, потертый о шерсть, притягивал различные мелкие предметы. В XVII веке подробные исследования показали, что:

1) электрическая сила может быть не только притягивающей, но и отталкивающей;

2) кроме янтаря, электрической силой могут взаимодействовать и другие тела: стекло, потертое о шелк, сера, потертая шерстью.

Выделяют две группы веществ, действующих электрической силой по-разному: один и тот же предмет может притягиваться к стеклянной палочке, потертой о шелк, и отталкиваться от смоляной палочки, потертой о шерсть.

Тела, способные действовать на другие тела электрической силой, называют заряженными, обладающими электрическим зарядом. Электрический заряд – физическая величина, определяющая способность тел вступать в электрическое взаимодействие.

Различают два вида зарядов: «смоляной» и «стеклянный». Однако в науке утверждены названия «отрицательный» и «положительный»¹. Названия соответствуют знаку числа электрического заряда (q):

$$q > 0 - \text{«стеклянный»},$$

$$q < 0 - \text{«смоляной»}.$$

Опыты показывают, что заряды одного знака между собой отталкиваются, а заряды разных знаков притягиваются.

¹ Это тем более удобно, потому что, как показывает опыт, заряды разного вида взаимно уничтожаются. Более тщательные опыты показывают также, что заряд – алгебраическая величина, то есть заряды суммируются: если мы в любом порядке сообщим телу заряды q_1, q_2, \dots, q_n , то общий заряд тела будет равен

$$q = \sum_i q_i = q_1 + q_2 + \dots + q_n,$$

причем с учетом знаков, то есть мы можем измерять заряды и ввести понятие единицы измерения заряда. Кроме того (и это очень важно), заряд, подобно энергии, сохраняется. То есть в изолированной системе $q = \text{const}$.

2. Успешные исследования проводил Шарль Кулон в 1785 году.

Закон (Кулона). *Два неподвижных точечных заряда в вакууме взаимодействуют между собой с силой, модуль которой пропорционален модулям этих зарядов и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними.*

$$F_{\text{эл}} \sim \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}, \quad F_{\text{эл}} = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2},$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависит от системы единиц измерения.

$$\text{В СИ } k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}.$$

1 кулон – заряд, протекающий за 1 секунду через поперечное сечение проводника при постоянном токе в 1 ампер (электрический ток – это направленное движение зарядов).

1 ампер определяется через силу взаимодействия проводников с током.

Из закона Кулона видно, что он справедлив только:

- в вакууме;
- для точечных зарядов;
- для неподвижных зарядов.

Если заряды движутся, то появляется дополнительная (магнитная) сила.

Если заряды не в вакууме, то окружающее их вещество, содержащее заряженные частицы, может действовать на них дополнительной электрической силой (см. параграф 2.10).

Такая дополнительная сила в веществе, если до взаимодействия заряды (q_1 и q_2) окружены безграничным однородным диэлектриком, приведет к ослаблению силы взаимодействия между q_1 и q_2 в ϵ раз, где ϵ – свойство диэлектрика, называемое диэлектрической проницаемостью¹:

¹ Формула примет вид: $\vec{F}_{\text{эл}} = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^3} \vec{r}$, где \vec{r} – радиус-вектор заряда, на который действует сила относительно действующего заряда.

$$F_{\text{эл}} = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{\varepsilon r^2}.$$

Точечными называют заряды, размерами которых можно пренебречь в данной задаче и считать их как бы геометрическими точками, несущими заряды. Если заряды не точечные, заряженные тела разбивают на множество маленьких частей и суммируют (интегрируют) полученные силы.

2.2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля

1. По современным представлениям, электрическое взаимодействие двух зарядов происходит следующим образом: каждый заряд создает в окружающем пространстве особую материю, которую называют электрическим полем. Это поле действует электрической силой на другой заряд*.

Единственное проявление электрического поля в данной области пространства – это его воздействие электрической силой на находящиеся в нем заряды.

Количественной характеристикой электрического поля является электрическая сила, с которой поле действует на единицу помещенного в него заряда. Эта характеристика называется напряженностью электрического поля.

Определение 12. *Напряженностью электрического поля в данной точке называют отношение электрической силы, которая действовала бы на пробный заряд, помещенный в эту точку, к величине пробного заряда:*

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{эл}}}{q}, \quad (10)$$

* См. § 40 «Электрическое поле» учебника А. А. Пинского «Физика. 10 класс. Профильный уровень» (М.: Просвещение, 2011).

где q – точечный заряд, величина которого достаточно мала, чтобы при внесении в электрическое поле он не вызвал перемещение зарядов, создающих это поле.

Из формулы (10) видно следующее.

1) Вектор напряженности сонаправлен с электрической силой, которая действовала бы на положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

Если $q > 0$, то $\vec{E} \uparrow \vec{F}$;

$q < 0$, то $\vec{E} \updownarrow \vec{F}$.

2) Единицы

$$E = \frac{\text{ед. } F}{\text{ед. } q} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}.$$

3) Зная \vec{E} в данной точке, можно найти электрическую силу, действующую на некоторый заряд, помещенный в эту точку.

Вычислим величину электрического поля, которое создает точечный заряд Q на расстоянии от себя.

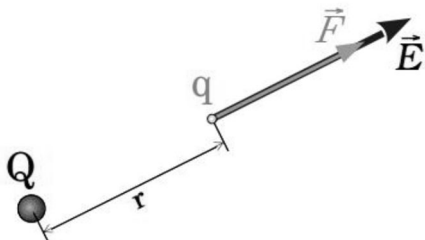


Рис. 21

$$|\vec{F}_{\text{эл}}| = k \frac{|q| \cdot |Q|}{r^2},$$

отсюда

$$|\vec{E}| = \left| \frac{\vec{F}_{\text{эл}}}{q} \right|,$$

$$E = \frac{k|Q|}{\epsilon r^2}.$$

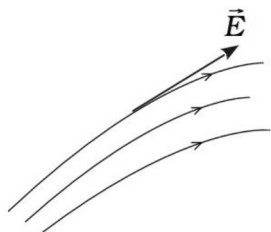


Рис. 22

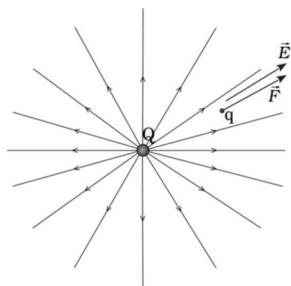


Рис. 23

2. Для наглядного изображения электрических полей используют силовые линии. Силовая линия – это такая линия, касательная к которой в любой точке совпадает по направлению с вектором \vec{E} электрического поля в этой точке.

Чтобы по силовым линиям можно было определять не только направление вектора \vec{E} , но и его модуль, договариваются проводить линии так, чтобы их густота была пропорциональна $|\vec{E}|$ (густота – это число силовых линий, пронизывающих единицу поверхности малой площадки, перпендикулярной силовым линиям). Кроме того, силовые линии «выходят» из положительных зарядов и «входят» в отрицательные, как легко видеть из конфигурации силовых линий точечного заряда.

3. Самая простая конфигурация электрического поля – это однородное электрическое поле ($\vec{E} = \text{const}$). Такое поле может создаваться бесконечной равномерно заряженной плоскостью¹.

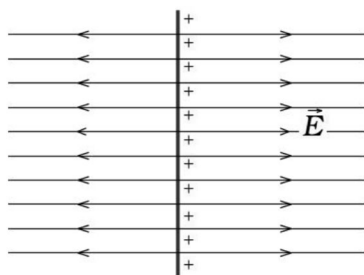


Рис. 24

¹ См. расчет поля равномерно заряженной плоскости в Дополнении.

$$E = 2\pi k \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда, т. е. заряд, приходящийся на единицу площади поверхности. Если заряд распределен равномерно, то $\sigma = q/S$, где q – заряд, находящийся на поверхности площадью S .

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2};$$

$$E_{\text{плоск}} = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Однородное электрическое поле может также создаваться между пластинами плоского конденсатора. Идеальный плоский конденсатор – две параллельные бесконечные равномерно заряженные плоскости с плотностями заряда, равными по модулю и противоположными по знаку.

2.3. Принцип суперпозиции

Принцип суперпозиции – экспериментальный факт, который вместе с законом Кулона лежит в основе электростатики.

Закон. Сила электрического взаимодействия двух зарядов не меняется в присутствии других взаимодействующих с ними зарядов.

Если на заряд действуют несколько зарядов, то равнодействующая сила будет равна векторной сумме сил, с которыми каждый из зарядов действовал бы на данный заряд в отсутствие остальных (все силы находятся по закону Кулона):

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots$$

Отсюда получаем другую формулировку принципа суперпозиции:

Закон. Если электрическое поле в данной точке создается несколькими зарядами, то его напряженность равна сумме \vec{E} , которые создал бы в этой точке каждый заряд в отсутствие остальных

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots^1$$

Однородным электрическим полем называют поле, во всех точках которого напряженность одинакова и по модулю и по направлению.

Для плоского конденсатора получаем:

$$E_{\text{конд}} = \frac{\sigma_{\text{конд}}}{\epsilon_0 \epsilon}, \quad E_1 = E_2 = \frac{\sigma_{\text{конд}}}{2\epsilon_0 \epsilon},$$

$$\sigma_1 = |\sigma_2| = \sigma_{\text{конд}}, \quad \sigma_2 = -\sigma_1 = -\sigma_{\text{конд}}.$$

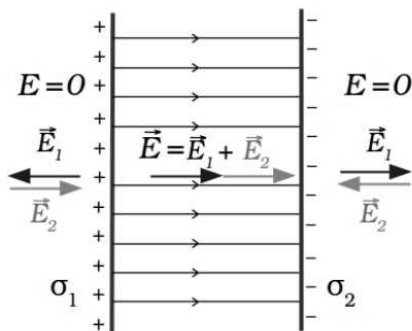


Рис. 25

¹ Иначе говоря, для системы зарядов q_1, q_2, \dots напряженность поля $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$. Принцип суперпозиции имеет общую природу с принципом аддитивности заряда, о котором упоминалось выше. Действительно, было бы невозможно понять путем измерения силы взаимодействия, что $q_{\text{системы зарядов}} = \sum_i q_i$, если бы не выполнялось $\vec{E}_{\text{системы зарядов}} = \sum_i \vec{E}_i$.

2.4. Работа электрической силы

1. Работа однородного электрического поля

Найдем работу A , которую совершит однородное электрическое поле напряженностью \vec{E} над пробным зарядом q при его перемещении из положения «1» в положение «2».

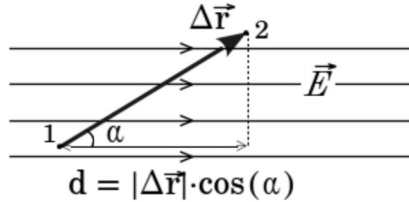


Рис. 26

$A = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$ (если $\vec{F} = \text{const}$ и движение прямолинейное).

1) Если заряд движется прямолинейно, то

$$A = \vec{F}_{\text{эл}} \cdot \Delta \vec{r} = F_{\text{эл}} \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = qEd,$$

где $d = |\Delta \vec{r}| \cos \alpha$ – проекция перемещения на силовую линию.

Легко доказать, что эта формула справедлива как для положительных, так и для отрицательных значений q и d .

2) Если заряд перемещается из «1» в «2» по кривой, то для нахождения работы траекторию нужно разбить на такие мелкие перемещения $\Delta \vec{r}_1, \Delta \vec{r}_2, \dots$, что каждую из них можно с достаточной точностью считать прямолинейным движением.

$$A = \vec{F}_1 \cdot \Delta \vec{r}_1 + \vec{F}_2 \cdot \Delta \vec{r}_2 + \dots + \vec{F}_n \cdot \Delta \vec{r}_n.$$

Если поле однородное, то

$$A = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i = \vec{F} \sum_i \Delta \vec{r}_i = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = qEd.$$

Получим для работы электрической силы однородного поля:

$$A = qEd.$$

2. Работа электрического поля, создаваемого точечным зарядом (неоднородное поле)

A_{1-2} , которую совершает электрическое поле, созданное неподвижным зарядом Q над зарядом q , который перемещается из положения «1» в положение «2».

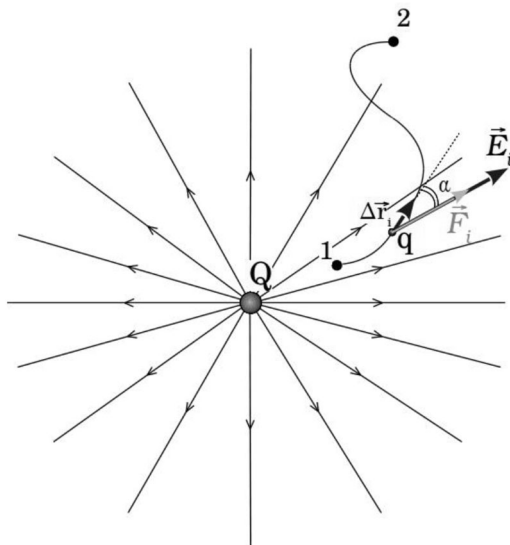


Рис. 27

С учетом того, что

$$\vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r} = F_i |\Delta \vec{r}| \cos \alpha = F_i \Delta r,$$

получаем

$$\begin{aligned} A_{1-2} &= \lim_{\Delta r_i \rightarrow 0} \sum \vec{F}_i \Delta \vec{r}_i = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} F dr = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{Qq}{r^2} dr = \\ &= kQq \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = - \left. \frac{kQq}{r} \right|_{r_1}^{r_2} = kQq \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \end{aligned}$$

И, обобщая на случай, если заряд перемещается в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , получаем

$$A_{\text{эл.п.}} = k \frac{Qq}{\varepsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (11)$$

Из формулы (11) видно, что работа электрического поля, созданного зарядом Q над движущимся зарядом q , зависит только от начального r_1 и конечного r_2 расстояний от Q до q . Она не зависит от длины и формы траектории движения заряда q . То же самое можно сказать про любое электрическое поле, создаваемое системой неподвижных зарядов (ведь оно, согласно принципу суперпозиции, будет складываться из полей точечных зарядов, для которых мы доказали независимость A_{1-2} от формы траектории).

Вывод: $\vec{F}_{\text{эл}}$ – консервативная сила, а работа этой силы при перемещении заряда по замкнутому контуру равна нулю ($A_{\text{замк.к.}} = 0$).

2.5. Потенциальная энергия точечного заряда в электрическом поле

1. То, что электрическая сила консервативна, позволяет ввести понятие потенциальной энергии заряженного тела, находящегося в электрическом поле.

Определение 13. *Потенциальной энергией заряженной материальной точки называется такая функция от положения этой точки, что убыль этой функции при изменении положения точки равна работе поля над точкой при данном изменении положения.*

$$\Pi(\vec{r}_1) - \Pi(\vec{r}_2) = A_{1-2} \quad (12)$$

Очевидно, что если поле обладает свойством консервативности, работа однозначно определяет убыль функции Π независимо от пути перемещения материальной точки.

Для нахождения конкретных значений Π надо договориться, в каких положениях материальной точки ее $\Pi = 0$, тогда из (12)

можно найти потенциальную энергию этой точки в любой произвольной точке пространства M .

$$\begin{aligned} \Pi_M - \Pi_0 &= A_{M-0}^{\text{конс}} \\ \Pi_M &= A_{M-0}^{\text{конс}} \end{aligned} \quad (13)$$

Потенциальная энергия тела в произвольном положении M равна работе консервативных сил над этим телом при его перемещении из данного положения M в то положение (0) , где условились считать $\Pi = 0$. Используя это правило, найдем потенциальную энергию точечного заряда q , находящегося в электрическом поле, которое создает неподвижный точечный заряд Q . Будем считать, что $\Pi = 0$, когда заряд бесконечно удален от Q (это логично, так как тогда $F_{\text{эл}} = 0$ и заряды q и Q не взаимодействуют).

$$\Pi_M = A_{M-\infty}^{\text{эл.силы}} = k \frac{Qq}{\varepsilon} \left(\frac{1}{r_M} - \frac{1}{r_{\infty}} \right) = \frac{kQq}{\varepsilon r_M}$$

Итак,

$$\Pi = k \frac{Qq}{\varepsilon r}$$

– потенциальная энергия, которой обладает заряд q в электрическом поле заряда Q , а r – расстояние между этими зарядами.

2. Найдем потенциальную энергию заряда q в электрическом поле, которое создается системой точечных зарядов Q_1 , Q_2 и т. д.

Будем считать $\Pi = 0$, если q бесконечно удален от всех зарядов системы (заметим, что система зарядов Q_1 , Q_2 и т. д. должна быть ограничена в пространстве, чтобы можно было унести q на ∞ от нее).

$$\begin{aligned} \Pi &= A_{M-\infty} = A_{M-\infty}(\vec{F}_1) + A_{M-\infty}(\vec{F}_2) \\ \Pi &= k \frac{Q_1 q}{\varepsilon r_1} + k \frac{Q_2 q}{\varepsilon r_2} + \dots = \frac{kq}{\varepsilon} \sum_i \frac{Q_i}{r_i} \end{aligned}$$

2.6. Потенциал электрического поля

1. Введем соответствующую потенциальной энергии характеристику электрического поля.

Определение 14. *Потенциал электрического поля в данной точке – отношение потенциальной энергии (Π), которую имел бы пробный заряд, помещенный в эту точку, к величине пробного заряда:*

$$\varphi = \frac{\Pi}{q}. \quad (14)$$

1) Единицы измерения потенциала в СИ

$$\text{ед. } \varphi = \frac{\text{ед. } \Pi}{\text{ед. } q} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = 1 \text{ В (вольт)}.$$

Таким образом, 1 В – это разность потенциалов между такими двумя точками электрического поля, что при переносе из одной точки в другую пробного заряда в 1 Кл поле совершает над ним работу в 1 Дж.

2) Величина Π в числителе (14) зависит от того, в какой точке поле Π_q считается равной 0, поэтому для нахождения потенциала поля в какой-либо точке конкретно, нужно договориться, в каком месте считать $\varphi = 0$ ¹.

3) Из определения Π ($\Pi_1 - \Pi_2 = A_{1-2}$) следует аналогичное определение для потенциала:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\Pi_1}{q_{\text{пр}}} - \frac{\Pi_2}{q_{\text{пр}}} = \frac{\Pi_1 - \Pi_2}{q_{\text{пр}}} = \frac{A_{1-2}}{q_{\text{пр}}}.$$

То есть определение потенциала можно переформулировать другим образом и дать определение понятия разности потенциалов.

¹ То есть, как и в случае потенциальной энергии, конкретным физическим содержанием обладает только разность потенциалов, а не сам потенциал, определяющийся с точностью до константы. Разность потенциалов между двумя точками также называют «напряжением» между этими точками.

Определение 15. Разность потенциалов между двумя точками «1» и «2» электрического поля – отношение работы, которую поле совершило бы над пробным зарядом, если бы он переместился из «1» в «2», к величине этого заряда:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1-2}}{q}. \quad (15)$$

4) Правило: чтобы найти потенциал в произвольной точке M электрического поля, нужно договориться считать в некоторой точке $\varphi = 0$, тогда по формуле (15)

$$\varphi_M - \varphi_0 = \frac{A_{M-0}}{q} = \varphi_M = \frac{A_{M-0}}{q}.$$

Потенциал в любой точке поля есть отношение работы по перемещению пробного заряда q из этой точки в точку, где $\varphi = 0$, к величине пробного заряда.

2. Потенциал – энергетическая характеристика электрического поля, он численно равен потенциальной **энергии**, приходящейся на единицу заряда, помещенного в данную точку поля. В принципе, для описания электрического поля достаточно одной его характеристики – \vec{E} (напряженность – это **силовая** характеристика поля, так как она численно равна **силе** $F_{эл}$, действующей на единицу пробного заряда, помещенного в данную точку поля). Однако при решении задач, связанных с нахождением работы, часто удобнее использовать потенциал. Из формулы (15)

$$A_{1-2} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (16)$$

Потенциал электрического поля, от точечного заряда Q :

$$\varphi = \frac{\Pi}{q} = k \frac{Q}{\epsilon r}$$

($\varphi = 0$ в точке, которая удалена от Q на $r = \infty$).

Потенциал электрического поля, создаваемый системой точечных зарядов Q_1 , Q_2 и т. д.:

$$\varphi = \frac{\Pi}{q_{\text{пр}}} = k \frac{Q_1}{\varepsilon r_1} + k \frac{Q_2}{\varepsilon r_2} + \dots = \frac{k}{\varepsilon} \sum_i \frac{Q_i}{r_i}.$$

Видно, что для потенциала справедлив принцип суперпозиции: потенциал электрического поля, создаваемого системой зарядов, равен сумме потенциалов полей, которые каждый из зарядов систем создавал бы без остальных¹.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots = \sum_i \varphi_i$$

2.7. Связь между напряженностью и потенциалом в однородном электрическом поле

1. Найдем разность потенциалов между точками «1» и «2» однородного электрического поля напряженностью E . По определению 15:

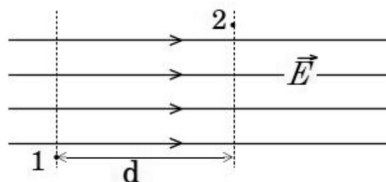


Рис. 28

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1-2}}{q} = \frac{qEd}{q} = Ed$$

(так как $A_{1-2} = qEd$). Получаем:

¹ Это очевидно, так как и суммирование, и интегрирование – линейные операции, значит, их можно производить в любом порядке. Мы получили φ из \vec{E} интегрированием, значит, из того, что $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$, следует, что

$$\varphi = \int \vec{E} = \int \sum_i \vec{E}_i = \sum_i \int \vec{E}_i = \sum_i \varphi_i$$

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}. \quad (17)$$

Из последней формулы ясно, что в СИ напряженность E может измеряться в В/м.

Определение 16. *1 В/м – напряженность электрического поля, в котором между точками, лежащими в одной силовой линии на расстоянии 1 м друг от друга, разность потенциалов будет равна 1 В.*

2. Для наглядного изображения распределения потенциала в электрическом поле используют так называемые эквипотенциальные поверхности. Эквипотенциальная поверхность – это воображаемая поверхность, во всех точках которой потенциал поля имеет одно значение. Эквипотенциальные поверхности принято рисовать так, чтобы разность потенциалов между соседними поверхностями была всё время одна и та же для данного рисунка, тогда по расстоянию между поверхностями можно судить о $|\vec{E}|$: там, где эквипотенциальные поверхности располагаются ближе друг к другу, $|\vec{E}|$ больше.

По формуле (17) при постоянной $\varphi_1 - \varphi_2$ чем меньше d , тем больше E .

Правило 1. *Эквипотенциальные поверхности в любой точке располагаются перпендикулярно силовым линиям (\vec{E} в данной точке).*

Доказательство. Рассмотрим произвольно малое перемещение $\Delta\vec{r}$ заряда q по эквипотенциальной поверхности такое, что в пределах $\Delta\vec{r}$ напряженность поля $\vec{E} = \text{const}$, тогда работа поля над пробным зарядом равна $\vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = q\vec{E} \cdot \Delta\vec{r}$, но $A = 0$, так как $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$ (поверхность эквипотенциальна),

$$0 = q\vec{E} \cdot \Delta\vec{r} \Rightarrow \vec{E} \perp \Delta\vec{r}.$$

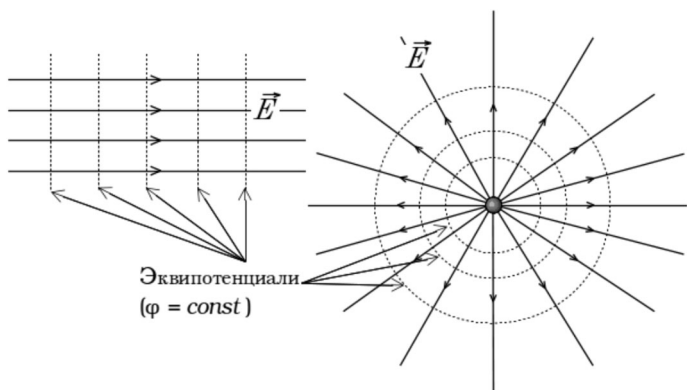


Рис. 29

Правило 2. \vec{E} направлен в сторону наиболее быстрого убывания потенциала с расстоянием, $|\vec{E}|$ равен скорости убывания потенциала с расстоянием в направлении \vec{E} .

Доказательство. В любом электрическом поле можно выделить такой малый объем ΔV , что в пределах этого объема можно считать $\vec{E} = \text{const}$, и поле внутри ΔV будет достаточно однородным. Рассмотрим точки 1 и 2, расположенные параллельно \vec{E} , и 1 и 3, расположенные под углом $\alpha \neq 0$. Пусть $d_{1-2} = d_{1-3} = d$.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed,$$

$$\varphi_1 - \varphi_3 = Ed \cos \alpha < Ed = \varphi_1 - \varphi_2,$$

то есть в направлении поля потенциал убывает наиболее быстро.

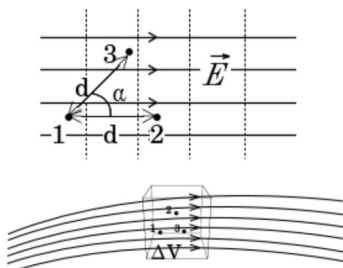


Рис. 30

2.8. Электрическое поле равномерно заряженной по поверхности сферы и равномерно заряженного по объему шара

1. В случае равномерно заряженной сферы или шара электрическое поле, которое создают в окружающем пространстве эти тела, совпадает с полем, которое создавал бы точечный заряд, равный заряду сферы (шара) и помещенный в центре этой сферы (шара)¹:

$$E_{\text{вне сферы}} = k \frac{|Q_{\text{сф}}|}{\varepsilon r^2},$$

$$E_{\text{вне шара}} = k \frac{|Q_{\text{ш}}|}{\varepsilon r^2},$$

$$\varphi_{\text{вне сферы}} = k \frac{Q_{\text{сф}}}{\varepsilon r} \quad (\text{при } \varphi = 0 \text{ на } \infty);$$

$$\varphi_{\text{вне шара}} = k \frac{Q_{\text{ш}}}{\varepsilon r} \quad (\text{при } \varphi = 0 \text{ на } \infty).$$

¹ Это легко понять, если использовать простые рассуждения «на пальцах». Во-первых, равномерно заряженная сфера и шар – это системы, обладающие симметрией относительно поворотов. А это значит, что мы сразу можем сказать, что и поле должно обладать такой симметрией, то есть зависеть только от r (расстояния до центра сферы или шара). Силовые линии поля в такой системе могут иметь только радиальное направление и одинаковую «густоту» на данном расстоянии от центра (E пропорциональна густоте линий, как мы помним). Так как количество силовых линий с ростом r не меняется и площадь сферы радиуса r пропорциональна r^2 , то густота линий обратно пропорциональна r^2 , т. е. $E \sim 1/r^2$. С учетом же того, что сфера или шар из бесконечности кажутся точкой, окончательно получаем:

$$E = \frac{kQ}{\varepsilon r^2},$$

где Q – полный заряд сферы или шара. Отсюда сразу получаем, что и φ вне сферы совпадает с потенциалом точечного заряда:

$$\varphi = \frac{kQ}{\varepsilon r},$$

(при условии, что $\varphi(\infty) = 0$).

Этот же результат легко доказать, используя теорему Гаусса, приведенную в Дополнении.

2. Внутри равномерно заряженной поверхности сферы $\vec{E} = 0$ ¹, так как $E = 0$, то для любых двух точек внутри сферы

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int \vec{E} d\vec{r} = 0,$$

то есть $\varphi = \text{const} = \varphi_{\text{поверхн.}}$.

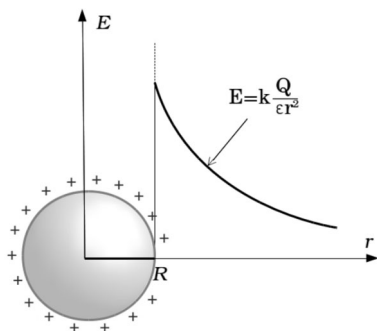


Рис. 31

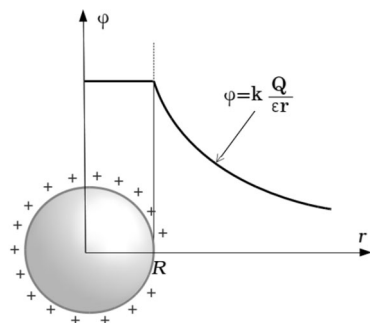


Рис. 32

3. Электрическое поле, создаваемое в произвольной точке M внутри шара, равномерно заряженного по объему, можно найти как сумму двух полей: первое создается внутренним шаром радиусом r_M , второе поле создается оставшейся частью шара, которая представляет собой «толстую» сферу (толщиной $R - r_M$). Эту оставшуюся часть шара можно рассматривать как совокупность большого числа тонких сфер разного радиуса.

Это второе поле в точке M равно нулю, так как всякая равномерно заряженная сфера создает внутри себя $\vec{E} = 0$.

Таким образом, для \vec{E}_M – напряженности электрического поля вне электрически заряженного шара радиуса r_M – получаем:

$$E_M = k \frac{Q'_{\text{шара } r_M}}{r_M^2},$$

$$Q'_{\text{шара } r_M} = \rho \cdot V_M = \rho \frac{4}{3} \pi r_M^3,$$

¹ Иначе, если бы внутри сферы $E \neq 0$, то при радиально расположенных силовых линиях в центре они должны были бы сходиться в одной точке, а такое может быть, только если в центре расположен точечный заряд, но в нашем случае заряд есть только на поверхности сферы.

где ρ – объемная плотность заряда, $\rho = Q/V$, если Q равномерно распределен на V .

$$E_M = k \frac{\rho \frac{4}{3} \pi r_M^3}{r_M^2} = \frac{4}{3} k \rho \pi r_M$$

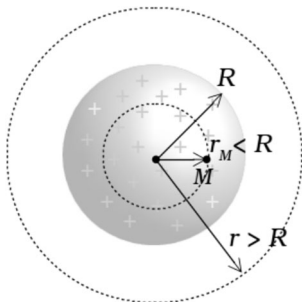


Рис. 33

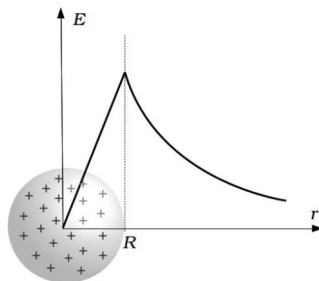


Рис. 34

Таким образом, внутри шара на расстоянии r от его центра

$$E = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r.$$

2.9. Проводники в электрическом поле

1. Проводниками называют вещества, в которых имеются свободные заряженные частицы. Примеры проводников:

1) металлы – в них самые дальние от ядра электроны оказываются практически не связаны с ядрами и ведут себя как свободные частицы¹. Они совершают хаотические тепловые движения по

¹ Это чисто квантовый эффект, обусловленный наличием периодической структуры кристаллической решетки. Пока у нас в арсенале только классические представления, подобные вещи (вроде наличия в металлах свободных электронов) мы понять не сможем. Но здесь ничего необычного нет: мы много чего пока не можем понять в микромире. Почему, например, электроны не падают на ядра? Вращение вокруг ядер ничего не объясняет, ведь они излучают и испытывают столкновения, значит, должны падать, причем очень быстро. Так быстро, что физик-ядерщик не успеет не то что сказать, а даже подумать «Ой!». Тем не менее, что-то удерживает мир от катастрофы!

всему объему металла, а в узлах кристаллической решетки находятся положительные ионы (атомные остатки);

2) электролиты – растворы или расплавы солей, кислот или оснований. В них имеются положительные и отрицательные ионы, свободно движущиеся по всему объему.

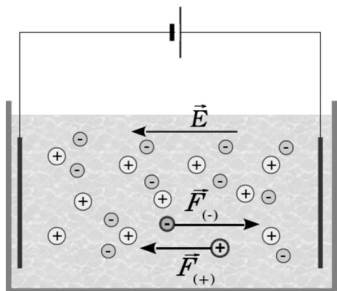


Рис. 35

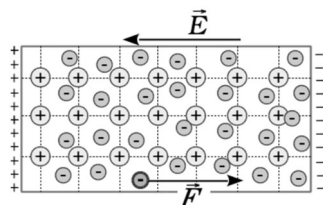


Рис. 36

Когда проводник попадает во внешнее электрическое поле \vec{E} , это поле, действуя на свободные заряды внутри проводника, вызывает их перемещение. Заряды начинают скапливаться, образуя заряженные области на поверхности проводника. Например, в металлическом бруске (рис. 36) внешнее поле приводит к появлению избыточного отрицательного заряда на одной грани (туда смещаются свободные электроны) и избыточного положительного заряда на другой (там оказывается недостаточно свободных электронов и избыток положительно заряженных ионов).

Результатом смещения свободных зарядов под действием внешнего поля будет появление внутри проводника (и за его пределами) компенсирующего электрического поля, которое создается зарядами, выступившими на поверхности проводника. Эти заряды называют индуцированными, а процесс их появления называют электрической индукцией.

Собственное поле направлено так, что в сумме с внешним полем дает внутри проводника $\vec{E} = 0$. Если это не так и внутри проводника $\vec{E} \neq 0$, то смещение свободных зарядов в нем продолжается и в конце концов приведет к тому, что $\vec{E} = 0^1$.

¹ В обычных условиях для компенсации внешнего поля достаточно очень малого количества свободных электронов. Чтобы это понять, можно оценить силу

Итак, внутри проводников, если отсутствуют токи,

$$\vec{E} = 0. \quad (18)$$

2. Проводник эквипотенциален (то есть внутри проводника везде $\varphi = \text{const}$).

Действительно, для любых двух точек «1» и «2» внутри проводника

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r} = 0.$$

Таким образом, $\varphi = \text{const}$ во всех точках проводника, если не течет ток.

3. Если проводник заряжен, то его заряд распределен в тонком слое на поверхности проводника¹.

Максимальная плотность заряда оказывается на выпуклостях и остриях, минимальная – на вогнутостях.

4. Если в проводнике не течет электрический ток, то вектор напряженности электрического поля всегда перпендикулярен поверхности проводника.

Доказательство: проводник эквипотенциален, \vec{E} перпендикулярен эквипотенциальной поверхности².

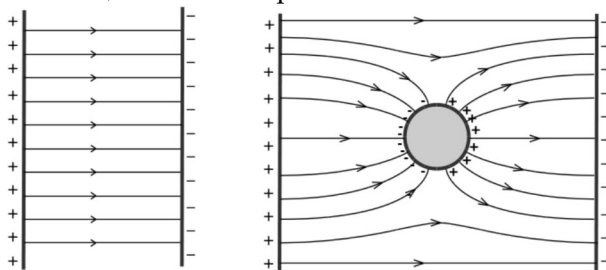


Рис. 37

взаимодействия двух стальных сантиметровых шариков, расположенных на расстоянии 1 м, из которых удалили всего по 1 электрону из каждого атома.

¹ Это следует из того, что силовые линии начинаются и заканчиваются на зарядах. Если бы существовал объемный заряд внутри проводника, то $E \neq 0$.

² Иначе заряды бы перемещались вдоль поверхности проводника.

2.10. Диэлектрик в электрическом поле

Диэлектрики – это вещества, которые не имеют свободных зарядов.

Если диэлектрик попадает во внешнее электрическое поле, то его молекулы под действием этого электрического поля поляризуются (то есть положительные и отрицательные заряды расходятся). А так как поле тянет разноименные заряды в разные стороны, то молекулы разворачиваются вдоль поля. Вследствие разворота молекул на гранях диэлектрика выступают избыточные заряды. Их называют поляризационными зарядами, а процесс их появления – поляризацией диэлектрика¹.

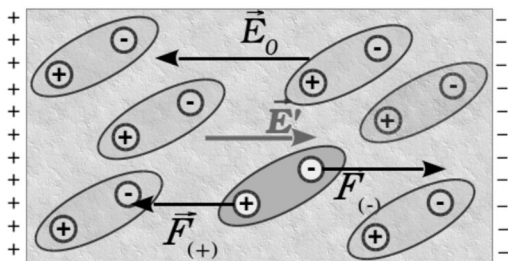


Рис. 38

Поляризационные заряды создают собственное электрическое поле, которое ослабляет внешнее поле внутри диэлектрика. Из-за этого в диэлектрической однородной среде, вдали от ее границ, сила электрического взаимодействия между зарядами ослабевает в ϵ раз ($\epsilon > 1$). Величина ϵ называется диэлектрической проницаемостью вещества. В общем случае, если диэлектрик ограничен и неоднороден, ϵ в разных точках разная. Электрическое поле внутри диэлектрика находят как сумму внешнего поля \vec{E}_0 и поля, созданного поляризационными зарядами \vec{E}' , появившимися на поверхности диэлектрика (если диэлектрик неоднороден, то заряды могут появиться и внутри диэлектрика):

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'.$$

¹ Поляризационные заряды обычно не способны полностью компенсировать поле: их значительно меньше, чем в проводнике (не во всем объеме, а только на поверхности), кроме того, внутриатомные силы не позволяют им далеко разойтись.

2.11. Плоский конденсатор. Электрическая емкость

1. Плоским конденсатором называется система, состоящая из двух параллельных пластин, разделенных диэлектриком или вакуумом. Пластины называют обкладками конденсатора. В идеальном плоском конденсаторе обкладки – бесконечные равномерно заряженные плоскости и

$$E_{\text{конд}} = \frac{\sigma_{\text{конд}}}{\epsilon_0 \epsilon}, \quad (19)$$

где $\sigma_{\text{конд}} = \sigma_+ = -\sigma_-$ – поверхностная плотность заряда на пластинах.

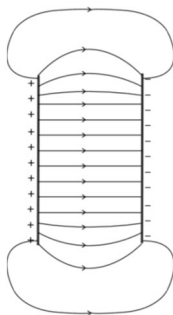


Рис. 39

В реальном плоском конденсаторе поле оказывается неоднородным (см. рис. 39).

Однако если расстояние между пластинами (обкладками) существенно меньше их размеров, то в достаточно большой области внутри конденсатора поле можно считать однородным с достаточной точностью, и его напряженность может быть вычислена по формуле (19). Краевыми эффектами в этом случае можно пренебречь. В формуле (19) предполагается, что заряды обкладок одинаковы по модулю и противоположны, а площади обкладок равны (в принципе, возможны и иные варианты). В этом случае конденсатор рассматривается как две заряженные плоскости. Поле каждой из них $E = \frac{|\sigma^-|}{2\epsilon_0 \epsilon}$ в точках, расстояние от которых до плоскости существенно меньше расстояния до краев пластин. Далее будем рассматривать только случай, когда $\sigma_+ = -\sigma_-$.

2. Электрической емкостью плоского конденсатора называют отношение заряда конденсатора к напряжению между его пластинами (под зарядом конденсатора понимают заряд положительной пластины):

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\varphi_+ - \varphi_-},$$

где φ_+ и φ_- – потенциалы положительно и отрицательно заряженных пластин. Единицы емкости:

$$\text{ед. } C = \frac{\text{ед. } q}{\text{ед. } U} = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = 1 \text{ Ф (фарад)}.$$

Определение 17. 1 фарад – это емкость такого конденсатора, между пластинами (обкладками) которого будет напряжение 1 В при заряде конденсатора в 1 Кл.

3. Найдем электрическую емкость плоского конденсатора, состоящего из обкладок, каждая из которых имеет площадь S и расстояние между которыми d ($d \ll$ размеров обкладок). Между обкладками находится однородный диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε .

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\varphi_+ - \varphi_-}$$

$$\varphi_+ - \varphi_- = E \cdot d$$

Будем считать, что электрическое поле внутри конденсатора однородно (это будет тем более справедливо, чем меньше отношение d к размеру обкладок), тогда поле равно сумме полей двух бесконечных заряженных пластин:

$$E = 2 \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Получаем:

$$C = \frac{q}{Ed} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 q}{\sigma d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Видим, что C повышается:

- при увеличении площади обкладок;
- при увеличении ϵ ;
- при уменьшении d .

Емкость – это свойство, не зависящее от q и U . Она определяется только устройством конденсатора, а именно размерами конденсатора и диэлектрической проницаемостью ϵ ¹.

2.12. Соединение конденсаторов в батарею

1. Параллельное соединение. Каждый из конденсаторов одной обкладкой соединен с одним выходом батареи, а другой обкладкой – с другим выходом.

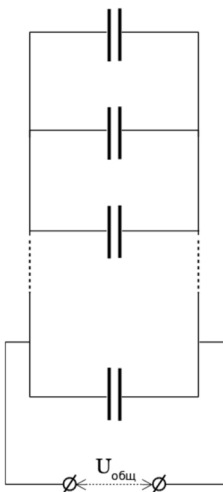


Рис. 40

¹ Пользуясь тем, что в проводнике $\varphi = \text{const}$, вводят также понятие емкости ограниченного проводника $C = q/\varphi$. Мы говорим именно про ограниченные проводники, потому что, как мы помним, потенциал определяется с точностью до константы, но в случае ограниченного проводника можно воспользоваться естественной нормировкой $\varphi = 0$ на бесконечном удалении от проводника.

$$C_{\text{общ}} = \frac{q_{\text{общ}}}{U_{\text{общ}}},$$

где $q_{\text{общ}}$ – заряд проводника, который соединен с выходом (+),
 $U_{\text{общ}}$ – напряжение между выходами батареи конденсаторов.

$$U_{\text{общ}} = U_1 = U_2 = \dots = U_N$$

$$q_{\text{общ}} = q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_N$$

$$C_{\text{общ}} = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_N}{U_{\text{общ}}} = \frac{q_1}{U_{\text{общ}}} + \frac{q_2}{U_{\text{общ}}} + \dots + \frac{q_N}{U_{\text{общ}}} = \\ = C_1 + C_2 + \dots + C_N$$

Таким образом, при параллельном соединении:

$$C_{\text{общ}} = C_1 + C_2 + \dots + C_N. \quad (20)$$

2. Последовательное соединение

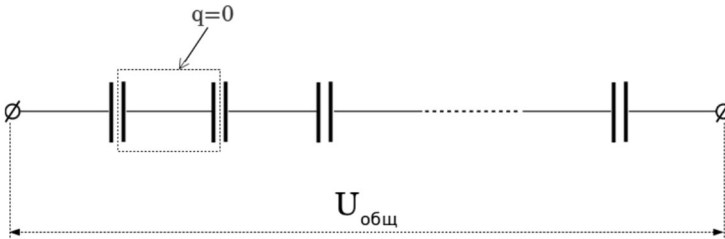


Рис. 41

$$C_{\text{общ}} = \frac{q_{\text{общ}}}{U_{\text{общ}}}$$

Пользуясь тем, что $q_{\text{общ}} = q_1 = q_2 = \dots = q_N$ (суммарный заряд на выделенном проводнике $-q_i + q_{i+1}$, так как проводник изолирован), получаем:

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + \dots + U_N,$$

$$C_{\text{общ}} = \frac{Q_{\text{общ}}}{U_1 + U_2 + \dots + U_N},$$

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{U_1}{q_{\text{общ}}} + \frac{U_2}{q_{\text{общ}}} + \dots + \frac{U_N}{q_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}.$$

Итак, при последовательном соединении:

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}. \quad (21)$$

3. В частном случае, если батарея состоит из одинаковых конденсаторов числом N , формулы (20) и (21) приобретают более простой вид:

$$C_{\text{параллел}} = NC,$$

$$C_{\text{послед}} = \frac{C}{N}.$$

2.13. Энергия конденсатора

1. На обкладку заряженного конденсатора действует электрическая сила со стороны второй обкладки. Эта сила консервативная, поэтому тела, на которые она действует (в данном случае обкладка конденсатора), будут обладать потенциальной энергией. Найдем эту энергию (потенциальную энергию одной обкладки в поле второй). По определению, потенциальная энергия системы есть такая функция расположения системы, что убыль этой функции при изменении расположения тел равна работе консервативных сил над этими телами:

$$\Pi'_{\text{сист}} = \Pi''_{\text{сист}} = A_{1-2}^{\text{эл. силы}}.$$

Чтобы находить конкретные значения Π , нужно выбрать какое-либо расположение тел системы и считать в этом расположении $\Pi = 0$. Тогда Π_M – энергия в произвольном расположении « M » – равна:

$$\Pi_M = A_{M-0}^{\text{кон. силы}}.$$

Логично считать, что $\Pi_{\text{конд}} = 0$, если его «+» и «-» пластины совпадают¹.

Осуществим переход в это состояние путем переноса «+»-пластины на неподвижную «-»-пластину. При этом поле «-»-пластины будет совершать работу над зарядом «+»-пластины:

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q_{\text{конд}}}{2S\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$A = q_{(+)}E_{(-)}d = \frac{q^2d}{2S\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{q^2}{2C}$$

$$\Pi_{\text{конд}} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}.$$

2. Согласно современным представлениям, носителем энергии конденсатора является его электрическое поле. Тот факт, что поле обладает энергией, был экспериментально доказан в конце XIX века. Герцем было показано, что электрическое (и магнитное, а точнее говоря, электромагнитное) поле может существовать независимо от своего источника, распространяться в пространстве (свет) и совершать работу над зарядами. Раз поле способно совершать работу, значит, оно обладает энергией.

Выразим энергию поля конденсатора через характеристики поля E , U , ξ .

$$E_{\text{конд}} = \frac{U}{q} \Rightarrow U = Ed$$

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$$

$$W_{\text{конд}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}E^2d^2}{2} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} \cdot V_{\text{поля}}$$

$$W_{\text{конд}} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} \cdot V_{\text{поля}} \quad (\text{поле однородное}) \quad (22)$$

¹ В этом случае конденсатор как бы «схлопнется», заряды компенсируют друг друга, и система будет не заряжена, а поле отсутствовать. Логично считать, что если $q = 0$ и $E = 0$, то и $\Pi = 0$.

Определение 18. *Плотностью энергии электрического поля называют отношение энергии поля к объему, занимаемому полем, при условии, что поле однородно:*

$$\omega_{\text{поля}} = \frac{W_{\text{поля}}}{V_{\text{поля}}}. \quad (23)$$

Подставим (22) в (23), получим выражение для объемной плотности электрического поля¹:

$$\omega_{\text{эл. поля}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}.$$

¹ Заметим, что ω зависит только от локальной характеристики поля E и не зависит от конфигурации зарядов. Это позволяет нам предположить (и действительно, в общем случае можно показать, что это так), что эта формула верна для любой конфигурации поля, а не только для поля конденсатора. Можно считать, что энергия как бы запасена в каждой точке пространства, в которой $E \neq 0$, и полную электрическую энергию системы находить как интеграл по всему объему, где есть поле:

$$W = \int \omega dV.$$

3. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

3.1. Условия существования электрического тока

1. Определение электрического тока

Определение 19. *Электрическим током называют упорядоченное движение заряженных частиц.*

В процессе этого движения должен происходить перенос электрического заряда из одних областей пространства в другие. Поэтому важно, чтобы движение заряженных частиц было упорядоченным. При неупорядоченном движении переноса заряда не происходит, так как во все направления движется одно и то же количество частиц.

Хаотическое движение	Упорядоченное движение
$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots + \vec{v}_n}{N} = 0$	$\vec{v}_{\text{ср}} \neq 0$ $\vec{v}_{\text{ср}}$ направлено в сторону переноса заряда $\vec{v}_{\text{ср}} = \vec{v}_{\text{уп}}$

$\vec{v}_{\text{уп}}$ – скорость упорядоченного движения заряженных частиц или средняя скорость движения зарядов.

Иногда эту скорость называют скоростью дрейфа, так как в реальных проводниках упорядоченное движение зарядов происходит вместе с хаотическим тепловым движением. Частицы, хаотически двигаясь во всех направлениях, при этом очень медленно смещаются всей своей массой в направлении $\vec{v}_{\text{уп}}$ ¹.

¹ Оценим порядок скоростей хаотического и упорядоченного движения

$$\frac{m\vec{v}_{\text{кв}}^2}{2} = \frac{3}{2}kT \Rightarrow v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}} \sim \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3 \cdot 10^2}{9 \cdot 10^{-31}}} \sim 3 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

– километры в секунду. Для вычисления упорядоченного движения оценим скорость электронов при токе в 1 А в медном проводнике сечением 1 мм².

2. Чтобы в веществе шел ток, необходимо выполнение двух условий:

- 1) наличие в веществе свободных заряженных частиц,
- 2) наличие силы, действующей на эти частицы и приводящей их в движение (упорядоченное).

Рассмотрим каждое из условий подробнее:

1) свободные заряженные частицы называются носителями тока. Вещества, в которых они есть, – проводники: металлы, электролиты¹;

2) сила, которая порождает упорядоченное движение носителей, может быть электрической силой или сторонней (то есть любой другой силой, способной вызвать направленное движение заряженных частиц).

3. Если на участке цепи в проводнике (1–2) нет сторонних сил, причиной тока является только электрическое поле. Закон Ома на некотором участке цепи имеет вид

$$I = \frac{U}{R}, \quad (24)$$

где I – сила тока, определяемая как количество заряда, перемещенное за единицу времени через поперечное сечение проводника:

$$I = q/t.$$

В стационарном случае $I = \text{const}$.

Единица $I = 1 \text{ Кл/с} = 1 \text{ А}$.

Строгое определение 1 А в СИ дается через магнитное взаимодействие токов².

$$I = env_{\text{уп}}^2 \Rightarrow v_{\text{уп}} = \frac{I}{enS} \sim \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{29} \cdot 10^{-6}} \sim 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{с}} \sim 0,1 \frac{\text{мм}}{\text{с}}.$$

Электроны в проводнике еле-еле ползут направленно и при этом носятся хаотически, как сумасшедшие.

¹ Есть и такие вещества, в которых свободные заряды появляются только при определенных условиях. Например, полупроводники, в которых заряды появляются только при определенных температурах и их количество зависит от температуры. Или, например, в некоторых газах при подаче напряжения может начаться лавинообразный процесс ионизации, сопровождающийся появлением свободных зарядов и тока (ионизированные газы).

² Экспериментально доказано, что токи действуют друг на друга, причем сила взаимодействия пропорциональна $I_1 \cdot I_2$. Рассмотрим два очень длинных проводника (настолько длинных, что их можно считать бесконечными), расположенных параллельно друг другу на расстоянии 1 м, по которым текут

За направление тока принимается направление, в котором переносятся положительные заряды¹.

Коэффициент R называется сопротивлением.

При комнатной температуре и при небольших U можно считать, что $R = \text{const}$, то есть рассматривать его как свойство проводника, которое показывает, какой ток потечет в данном проводнике при данном напряжении: чем больше R , тем меньший ток будет в проводнике при $U = \text{const}$ ². Из (24) следует, что

$$R = \frac{U}{I}.$$

Единица $R = 1 \text{ В/А} = 1 \text{ Ом}$.

Определение 20. *1 Ом — сопротивление такого проводника, в котором при напряжении между его концами 1 В течет ток силой 1 А.*

Сопротивление R зависит от длины проводника (l), от площади поперечного сечения (S) и от материала, из которого изготовлен проводник (ρ — удельное сопротивление материала)³.

одинаковые токи. За 1 А принимается такая сила тока, при которой сила взаимодействия 1 м таких проводников равна $2 \cdot 10^{-7} \text{ Н}$.

¹ Как видим, сила тока, как и заряд, это алгебраическая величина, и она может быть как положительной, так и отрицательной. Если в задаче заранее не известно направление движения заряда, формально выбирают некоторое направление тока вдоль контура. Если в конце концов получится $I < 0$, то это означает, что ток течет в другую сторону.

² Как очень часто бывает в элементарной физике, закон Ома — это линейное приближение. В определенном приближении мы можем пренебречь дополнительными слагаемыми в сложной формуле и оставить только линейное, которое дает максимальный вклад. Также заметим, что мы пока говорим о стационарных процессах. Когда мы включаем батарейку в цепь, ток ведь не сразу подскакивает до определенного значения, идут сложные, но быстрые процессы, в результате которых ток устанавливается. А потом еще сопротивление и проводники начинают нагреваться (энергия батарейки ведь на что-то тратится!), что ведет к небольшому изменению R . Так вот, пока будем рассматривать стационарные (установившиеся) процессы, когда все потоки (тепла, заряда и т. п.) постоянны.

³ А что делать, если токи текут не в тонком проводнике, а в какой-то среде с удельным сопротивлением ρ ? В этом случае вводят понятие плотности тока: $\vec{j} = (j_x, j_y, j_z)$. Это вектор, в котором, например, j_x — это заряд, проходящий

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} \Rightarrow \rho = \frac{RS}{l}.$$

Единица $\rho = 1 \text{ Ом/м}$.

Определение 21. *1 Ом/м – удельное сопротивление такого материала, что изготовленный из него проводник длиной 1 м и площадью поперечного сечения 1 м² будет иметь сопротивление 1 Ом.*

4. Если на участке цепи кроме электрической действуют и сторонние силы, то закон Ома имеет вид:

$$I = \frac{U + \mathcal{E}}{R}, \quad (25)$$

где \mathcal{E} – так называемая электродвижущая сила (ЭДС).

Определение 22. *Электродвижущей силой источника называется отношение работы, которую совершили бы сторонние силы над пробным зарядом при его перемещении через источник в направлении обхода (1–2), к величине пробного заряда¹.*

$$\mathcal{E} = \frac{A_{1-2}^{\text{стор}}}{q_{\text{пр}}}$$

в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси X . Тогда легко показать, что закон Ома переписется в следующем виде:

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho}.$$

Действительно, для участка среды площадью сечения S и длиной l

$$I = jS = \frac{U}{R} = \frac{El}{\rho l} S \Rightarrow j = \frac{E}{\rho},$$

при этом $\vec{E} \parallel \vec{j}$, так как \vec{E} – это сила, движущая заряды.

¹ Сторонними силами могут быть любые силы, не связанные с электрическим полем в проводнике, например, химические силы в батарее или гравитационные силы (если проводник находится в поле сил тяжести).

Источником тока называют участок цепи, на котором действуют сторонние силы.

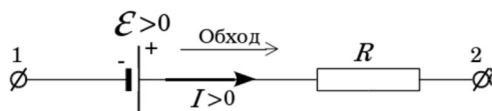


Рис. 42

Правило расстановки знаков в (25): выбирается условное направление тока и обхода контура. Величина тока ставится со знаком «+», если выбранное направление тока совпадает с направлением обхода, и «-», если не совпадает. ЭДС также может быть положительной и отрицательной.

ЭДС > 0 , если источник стремится направить носителя тока так, чтобы ток шел по обходу.

ЭДС < 0 , если источник стремится направить ток против обхода¹.

Частным случаем (25) является закон Ома для замкнутой цепи. В этом случае (25) записывают для участка, для которого начало (1) совпадает с концом (2). Такой участок включает в себя всю цепь целиком, и, так как точки (1) и (2) совпадают, $U = 0$.

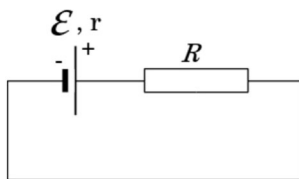


Рис. 43

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R}$$

В этой формуле сопротивление цепи (R_{1-2}) разбито на два слагаемых: r — сопротивление источника тока (внутреннее

¹ То есть если, двигаясь в направлении обхода, мы сначала встречаем «-» источника тока (короткая палочка в условном изображении ЭДС на рисунке), а потом «+» (длинная палочка), то при записи закона Ома \mathcal{E} берется со знаком «+».

сопротивление), R – сопротивление всей остальной цепи, кроме источника, то есть сопротивление внешней цепи, или, иначе говоря, сопротивление нагрузки.

3.2. Параллельное и последовательное соединение проводников

1. Последовательное соединение



Рис. 44

$$R_{\text{общ}} = \frac{U_{\text{общ}}}{I_{\text{общ}}} = \frac{U_1 + U_2 + \dots + U_N}{I_{\text{общ}}} = \frac{U_1}{I_{\text{общ}}} + \frac{U_2}{I_{\text{общ}}} + \dots + \frac{U_N}{I_{\text{общ}}} =$$

$$= R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + \dots + U_N$$

$$I_{\text{общ}} = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$

$$R_{\text{общ}} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

Если $R_1 = R_2 = \dots = R_N = R$, то $R_{\text{полс}} = R \cdot N$.

2. Параллельное соединение

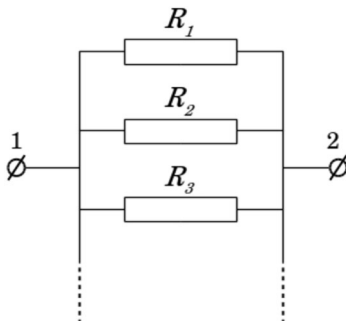


Рис. 45

$$U_{\text{общ}} = U_1 = U_2 = \dots = U_N$$

$$I_{\text{общ}} = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{I_{\text{общ}}}{U_{\text{общ}}} = \frac{I_1}{U_{\text{общ}}} + \frac{I_2}{U_{\text{общ}}} + \dots + \frac{I_N}{U_{\text{общ}}} = \frac{I_1}{U_1} + \frac{I_2}{U_2} + \dots + \frac{I_N}{U_N}$$

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

Если $R_1 = R_2 = \dots = R_N = R$, то

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} = \frac{N}{R}$$

и

$$R_{\text{пар}} = \frac{R}{N}.$$

3.3. Работа и мощность в цепи постоянного тока

1. Когда по проводнику течет ток, над упорядоченно движущимися носителями тока совершают работу три силы: электрическая, сторонняя (если присутствуют источники тока) и сила сопротивления (это сила, которая действует на систему носителей тока в данном участке проводника со стороны частиц, с которыми носители сталкиваются). Например, в металле сила сопротивления возникает из-за воздействия со стороны хаотически колеблющихся ионов кристаллической решетки. В стационарном случае электрическая и сторонняя силы уравновешиваются силами сопротивления.

Найдем работу электрической и сторонней сил. Пусть через поперечное сечение элемента проводника за время t протекает заряд $q = It$. По определению напряжения:

$$U_{1-2} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{1-2}^{\text{эл}}}{q},$$

$$A_{1-2}^{\text{эл}} = qU_{1-2} = IUt.$$

Также по определению ЭДС:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{1-2}^{\text{стор}}}{q},$$

$$A_{1-2}^{\text{стор}} = q\mathcal{E} = I\mathcal{E}t.$$

Как уже было сказано, при постоянном токе скорость упорядоченного движения частиц $\vec{v}_{\text{уп}} = \text{const}$, то есть носители тока движутся с постоянной скоростью, и сумма всех сил, действующих на систему носителей, равна 0.

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{эл}} + \vec{F}_{\text{стор}} + \vec{F}_{\text{сопр}} &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \vec{F}_{\text{эл}} \cdot \Delta\vec{r} + \vec{F}_{\text{стор}} \cdot \Delta\vec{r} + \vec{F}_{\text{сопр}} \cdot \Delta\vec{r} &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow A_{\text{эл}} + A_{\text{стор}} + A_{\text{сопр}} &= 0\end{aligned}$$

$$A_{\text{сопр}} = -(A_{\text{эл}} + A_{\text{стор}}) = -(IUt + I\mathcal{E}t) = It(U + \mathcal{E}) = -I^2Rt$$

(В последнем равенстве учтен закон Ома (25).)

Как известно, сила сопротивления относится к диссипативным силам, то есть работа этой силы имеет результатом выделение теплоты¹.

Таким образом, получаем, что за время t на участке цепи с общим сопротивлением R выделяется количество теплоты

$$Q = A_{\text{эл}} + A_{\text{стор}} = I^2Rt$$

– закон Джоуля – Ленца.

2. Мощность – это отношение работы ко времени, за которое она произведена (в случае стационарного процесса):

$$N_{\text{эл}} = \frac{A_{\text{эл}}}{t} = IU$$

– мощность электрической силы;

¹ Электрическая и сторонняя энергии переходят во внутреннюю энергию проводника. Проводник тоже может рассматриваться как термодинамическая система; если применить к нему первое и второе начала термодинамики, получаются очень интересные результаты.

$$Q = N_{\text{тепл}} = \frac{Q}{t} = I^2 R$$

– мощность тепловых потерь или рассеиваемая мощность (в стационарном случае всё тепло, выделяемое в проводнике, рассеивается в окружающую среду).

В частном случае для участка цепи, не содержащего \mathcal{E} , закон Джоуля – Ленца принимает вид:

$$Q = A_{\text{эл}} = I^2 R t = \frac{U^2}{R t} = I U t \quad (\text{если нет } \mathcal{E}),$$

$$N_{\text{эл}} = N_{\text{тепл}} = I^2 R = \frac{U^2}{R} = I U \quad (\text{если нет } \mathcal{E}).$$

В данном случае R – это сопротивление нагрузки¹.

3.4. КПД электрической цепи

1. КПД электрической цепи есть отношение полезной мощности (или работы) к полной мощности (или работе), которая имеет место в этой цепи.

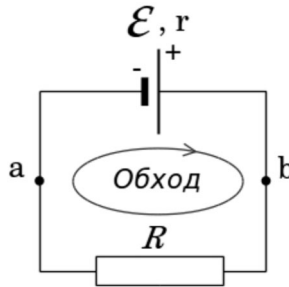


Рис. 46

¹ Если ток протекает в сплошной среде с удельным сопротивлением ρ , то, учитывая, что средняя мощность электрической силы, действующей на одну частицу, равна $N_{\text{ср},1} = \vec{F}_{\text{эл}} \vec{v}_{\text{ср}} = \vec{E} e \vec{v}_{\text{уп}}$, получим для электрической мощности, выделяющейся в единице объема среды:

$$\frac{dN_{\text{эл}}}{dV} = n N_{\text{ср},1} = \vec{E} e n \vec{v}_{\text{уп}} = \vec{E} \vec{j}.$$

В схеме на рисунке 46 будем считать полезной работой выделение тепла на резисторе R .

$$A_{\text{полез}} = I^2 R t,$$

$$N_{\text{полез}} = I^2 R.$$

Полная работа, совершаемая в данной цепи, – суммарная работа электрической и сторонней сил, она равна полному теплу, выделяющемуся в этой цепи:

$$A_{\text{полн}} = I \mathcal{E} t + 0 = I^2 (R + r) t,$$

$$A_{\text{полез}} = A_{aRb} = U_{ab} I t = I^2 R t.$$

КПД:

$$\eta = \frac{A_{\text{полез}}}{A_{\text{полн}}} = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r},$$

$$\eta = \frac{I U_{ab}}{I \mathcal{E}} = \frac{U_{ab}}{\mathcal{E}}.$$

2. Условие выделения максимальной мощности в нагрузке

Если имеется источник с известными значениями \mathcal{E} и r , то можно рассчитать, при каком сопротивлении нагрузки R будет выделяться максимальная полезная мощность.

$$N_{\text{полез}} = I^2 R,$$

где

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{R + r} \Rightarrow \\ \Rightarrow N_{\text{полез}} &= \frac{\mathcal{E}^2 R}{R^2 + 2Rr + r^2} = \frac{\mathcal{E}^2}{R + 2r + \frac{r^2}{R}}. \end{aligned}$$

Дробь будет максимальна, если знаменатель будет минимальным. Исследуем функцию:

$$f(R) = R + 2r + \frac{r^2}{R}.$$

Для нахождения экстремальных значений приравняем к нулю производную по R :

$$\frac{d}{dR}f(R) = 1 - \frac{r^2}{R^2} = 0 \Rightarrow R_{\text{экстр}} = r; \quad f(R_{\text{экстр}}) = 4r.$$

Если при $R \rightarrow 0$ или $R \rightarrow \infty$, то $f(R) \rightarrow \infty$, то есть $R = r$ – это единственный минимум $f(R)$ на участке $(0, \infty)$.

Таким образом, для получения максимальной мощности на нагрузке от данного источника нужно брать сопротивление нагрузки равным внутреннему сопротивлению источника.

3.5. Электрический ток в электролитах

Дипольная молекула – положительный и отрицательный заряд распределены в молекуле таким образом, что их электрические центры тяжести не совпадают.

Ионная связь – связь между положительно и отрицательно заряженными ионами.

1. Носителями тока в электролитах являются положительные и отрицательные ионы, которые возникают в результате электрической диссоциации молекул солей, кислот и оснований (каждый из таких ионов может состоять из нескольких атомов).

Также молекулы могут быть разбиты на отдельные ионы в результате тепловых соударений. В случае расплавов температуры высоки и кинетической энергии достаточно, чтобы создавать заметную концентрацию носителей тока. В растворах связь между ионами в молекуле ослабляется дипольными молекулами растворителя, и тепловое движение разбивает ионную связь. Если погрузить в электролит электроды и подать на них напряжение, то в электролите пойдет ток. Положительные ионы пойдут к отрицательно заряженному электроду (катоде), отрицательные – к положительно заряженному (аноду). При этом будут выделяться вещества, составными элементами которых являются ионы.

Попадая на электрод, ионы электролита нейтрализуются и оседают (выделяются на нем в виде нейтральных атомов или молекул).

Пусть m – масса вещества, осевшего на электроде за время Δt , а m_0 – масса одного иона. Тогда $m = N \cdot m_0$, где N – число ионов, нейтрализованных на электроде за время Δt . Каждый такой ион

приносит заряд q_0 , по модулю равный $q_0 = Z \cdot e$ (Z – валентность, e – модуль заряда электрона).

Поэтому сила тока через электролит может быть выражена так:

$$I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{q_0 N}{\Delta t} = \frac{ZeN}{\Delta t}.$$

Выразим N и подставим в $m = Nm_0$:

$$N = \frac{I\Delta t}{Ze} \Rightarrow m = \frac{I\Delta t m_0}{Ze},$$

$$m_0 = \frac{\mu}{N_a} \Rightarrow m = \frac{\mu}{ZeN_a} I\Delta t,$$

где μ – молярная масса ионов, N_a – число Авогадро. Из формулы видно, что:

Закон. *Масса вещества, выделяющегося на электроде при электролизе, прямо пропорциональна силе тока на электролите и времени его прохождения (то есть величине заряда, прошедшего через электрод):*

$$m \sim I\Delta t, \quad m = KI\Delta t = Kq.$$

Этот закон был экспериментально открыт Фарадеем. Константа K была названа электрохимическим эквивалентом вещества.

Физический смысл электрохимического эквивалента: он численно равен массе данного вещества, которое выделится на электроде за 1 секунду при силе тока 1 А, то есть при прохождении через электролит заряда 1 Кл. Мы теоретически вывели, что

$$K = \frac{\mu}{ZeN_a}.$$

Фарадей не знал о существовании электронов и числа Авогадро, но обнаружил связь между μ , K и Z . По Фарадею

$$K = \frac{\mu}{ZF},$$

где F – так называемая постоянная Фарадея:

$$F = eN_a = 1,6 \cdot 10^{-10} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 96\,500 \text{ Кл/моль}.$$

Зная N_a , можно провести измерение заряда электрона, измеряя числа Фарадея для различных веществ.

4. ДОПОЛНЕНИЯ

Дополнение 1 Начала термодинамики

1. Большинство утверждений, которые были сформулированы выше, относятся к некоторым очень частным случаям и простейшим физическим моделям – идеальный газ, лабораторные условия и т. д. Поэтому такие утверждения, как, например, закон Шарля, закон Гей-Люссака и им подобные можно называть «законами» весьма условно: это, скорее, некоторые частные наблюдения, относящиеся к очень простым системам.

Однако интуитивно мы понимаем, что тепловые явления – понятие очень общее. Тепловая составляющая присутствует практически во всех процессах в природе, где только есть достаточно большое количество частиц, взаимодействующих между собой нелинейным образом; т. е. если говорить о макроскопических явлениях, то можно смело сказать «во всех процессах». Наука давно уже не набор частных фактов (не «собираание марок», по меткому выражению Резерфорда), а мощная система общих положений и методов, позволяющих найти подход к решению любой задачи.

В термодинамике тоже есть свой набор общих положений (одно из них мы уже рассматривали), которые носят название «начала термодинамики». Иногда говорят «законы термодинамики», и здесь уже слово «закон» употребляется в самом хорошем смысле. Начал термодинамики всего три, и они: а) очень просты, б) по большей части почти очевидны, в) носят чрезвычайно общий характер. Сейчас мы их сформулируем и сами в этом убедимся, причем для формулировки нам потребуется не более двух десятков слов. Итак, **начала термодинамики:**

I. Энергия сохраняется.

II. Теплота самопроизвольно переходит только от более горячего тела к более холодному.

III. Абсолютный ноль недостижим.

Всего 16 слов в трех утверждениях, причем про всё, кроме последнего, можно сказать: «Это же очевидно!» Однако из этих простых и очевидных положений термодинамика выводит мно-

жество важных и совсем не очевидных следствий. Разберем все три по порядку.

2. Первое начало — это вообще не что иное, как закон сохранения энергии. Про него мы знаем, что это просто-таки чемпион по всеобщности: энергия сохраняется всегда и везде, без каких-либо условий, только переходит из одной формы в другую. Про то, что энергия сохраняется, знают буквально все и уже очень давно, но очень немногие знают глубокие причины существования этого закона. В начале XX века замечательный математик Эми Нётер доказала теорему, согласно которой, если система симметрична относительно каких-то преобразований, то существует соответствующая сохраняющаяся величина. Энергия соответствует симметрии относительно сдвигов во времени, именно с этим связана такая тотальная всеобщность этого закона сохранения. Действительно, все точно уверены в том, что во Вселенной с течением времени принципиально ничего не меняется, но сохранение энергии, согласно теореме Нётер, непосредственно следует из этого факта.

Однако много лет назад этого еще не знали, и то и дело пытались изобрести такую машинку, которая нарушает закон сохранения энергии и берет энергию «из ничего». Такая гипотетическая машинка носит название **«вечный двигатель первого рода»**, а первое начало можно с помощью этого понятия переформулировать как утверждение **«вечного двигателя первого рода не существует»**.

3. Второе начало тоже звучит как всем известный и очевидный факт. Действительно, маленький ребенок, пытаясь согреть свои ручки, будет тянуться к теплой батарее, а не к холодной железке, даже не задумываясь о том, что в этих своих действиях он исходит из второго начала термодинамики. Мы тоже, кстати, уже воспользовались этим фактом (при введении понятия температуры), считая его очевидным.

Тем не менее, мы очень быстро можем из этого очевидного факта получить весьма неочевидные следствия. Вот, например:

Невозможно совершить положительную работу только за счет охлаждения одного резервуара.

Действительно, если у нас есть устройство, которое совершает работу только за счет охлаждения резервуара с температурой T , мы

можем направить эту работу на нагревание другого резервуара с температурой $T' > T$ (например, посредством трения) и, таким образом, будем нагревать более горячее тело, отбирая тепло у более холодного. При этом в окружающей среде не будет происходить никаких изменений, т. е. передача тепла будет именно самопроизвольной (без внешних воздействий), что запрещено вторым началом термодинамики.

Легко также доказать, что если бы была возможность нарушить второе начало, то это немедленно привело бы к существованию машины, которая совершает работу за счет охлаждения одного резервуара. Действительно, нарушая второе начало, нагреем одну половину резервуара и охладим вторую, а потом на этой разности температур произведем работу с помощью машины Карно, тогда работа совершится только за счет охлаждения одного резервуара. Таким образом, мы показали, что утверждение невозможности совершать работу за счет охлаждения одного резервуара есть не просто следствие второго начала, а его эквивалентная формулировка.

Давайте теперь назовем **вечным двигателем второго рода** такую тепловую машину, которая работает только за счет тепла одного резервуара. Такой двигатель поистине будет вечным, ведь легковые машины смогут носиться по улицам только за счет охлаждения окружающего воздуха, а бензин будет никому не нужен. При этом закон сохранения энергии будет прекрасно выполняться! Здорово, но неосуществимо, так как мешает второе начало термодинамики, которое, как легко видеть, может быть сформулировано и так: ***вечный двигатель второго рода невозможен.***

4. Но самые интересные следствия можно получить, если использовать в логических рассуждениях машину Карно. Для начала докажем упомянутое выше ограничение сверху на КПД тепловой машины.

Рассмотрим произвольную тепловую машину, работающую на двух резервуарах. В общем случае, эта машина неидеальна и имеет любое устройство с любым рабочим телом. Мы знаем про нее только то, что она на каждом цикле получает от нагревателя тепло Q_1 , от холодильника – тепло Q_2 (то есть отдает тепло холодильнику, так как $Q_2 < 0$) и совершает работу $A = Q_1 + Q_2 = Q_1 - |Q_2|$. Возьмем теперь такую идеальную машину Карно, которая работает на тех же

резервуарах и за цикл получает от нагревателя тепло Q'_1 , от холодильника – тепло Q_2 (то есть отдает холодильнику в точности такое же тепло, как и первая машина) и совершает работу $A' = Q'_1 - Q_2$.

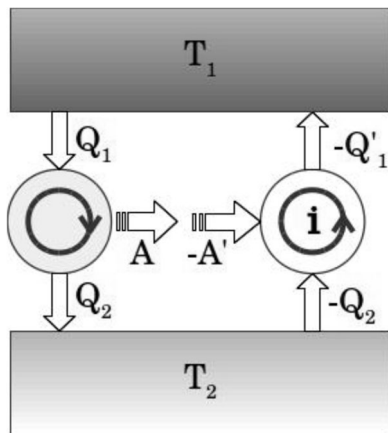


Рис. 47

Теперь, пользуясь тем, что вторая машина идеальна (а значит, обратима), запустим две машины вместе, причем вторую заставим работать в обратную сторону (то есть она будет получать от нагревателя тепло $-Q'_1$, от холодильника – тепло $-Q_2$, и работу $-A'$), Общий результат работы двух машин за цикл будет таков (рис. 47):

- нагреватель отдает системе тепло $Q_1 - Q'_1$,
- система совершает работу $A - A'$,
- холодильник остается в первоначальном состоянии.

Но, согласно второму началу термодинамики, работа не может совершаться только за счет охлаждения одного резервуара, поэтому обе разности должны быть отрицательны или равны нулю: $Q_1 - Q'_1 = A - A' \leq 0$. Это означает, что КПД любой идеальной машины Карно больше или равен КПД любой неидеальной машины Карно:

$$\eta' = \frac{A'}{Q'_1} \geq \frac{A}{Q_1} = \eta.$$

Если же обе наши машины идеальны, то мы можем провести те же рассуждения, обратив работу уже теперь первой машины, и получить противоположное неравенство. Оба неравенства могут

быть верны только при $\eta' = \eta$, и мы немедленно получаем, что *КПД любых двух идеальных машин Карно одинаков независимо от их устройства и рабочего тела*.

Раз так, мы можем еще и посчитать КПД любой идеальной машины Карно, выбрав для расчетов наиболее простое и удобное для нас устройство. Конечно, для нас удобнее выбрать машину с идеальным газом в качестве рабочего тела, ведь про идеальный газ мы, можно сказать, всё знаем. Цикл Карно для идеального газа изображен на рисунке 48.

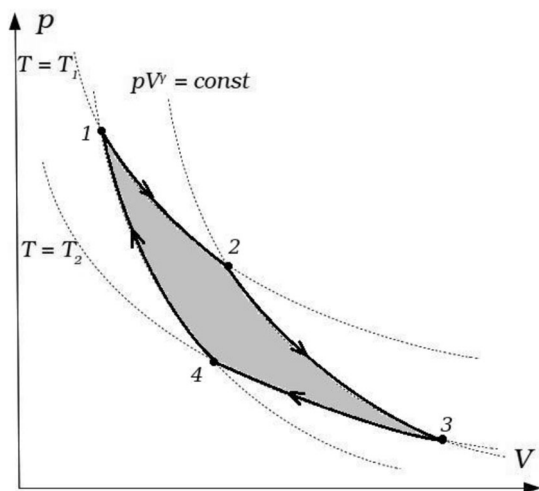


Рис. 48

Тепло машина получает на участке 1–2:

$$Q_1 = \int_1^2 \delta Q = \int_1^2 p dV = \nu R T_1 \int_1^2 \frac{dV}{V} = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1},$$

а отдает на участке 3–4:

$$Q_2 = \int_3^4 \delta Q = \nu R T_2 \ln \frac{V_4}{V_3}.$$

Так как уравнения адиабаты на участках 2–3 и 4–1 выглядят как:

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad T_2 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1},$$

то

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \Rightarrow \ln \frac{V_2}{V_1} = -\ln \frac{V_4}{V_3} \Rightarrow \frac{|Q_2|}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

То есть *КПД любой идеальной машины Карно равен* $\eta = 1 - T_2/T_1$, что и требовалось доказать.

5. Есть еще много других замечательных следствий второго начала термодинамики, которые легко доказать с помощью машины Карно. Перечислим самые важные из них.

Неравенство Клаузиуса

В любом циклическом процессе выполняется:

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} = \int \frac{\delta Q}{T} \leq 0,$$

причем если процесс квазистатический, то

$$\int \frac{\delta Q}{T} = 0.$$

Новая функция состояния – энтропия

То, что в квазистатическом циклическом процессе интеграл от $\delta Q/T$ обращается в ноль, означает, что существует еще одна, до сих пор не известная нам, функция состояния, ведь в этом случае интеграл $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ не зависит от пути перехода 1 \rightarrow 2. Значит, можно ввести такую функцию состояния S , разность которой в точках 1 и 2 равна:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}.$$

Эта функция состояния называется «**энтропия**».

Возрастание энтропии изолированных систем

Пусть система переходит из состояния 1 в состояние 2 адиабатически (то есть без теплопередачи). Переход может быть произведен любым – в том числе неквазистатическим – образом. Теперь вернем систему квазистатически обратно в состояние 1. Для получившегося циклического процесса неравенство Клаузиуса дает:

$$\int \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = S_1 - S_2 \leq 0.$$

Получаем, что для любого – в том числе неквазистатического – перехода теплоизолированной системы из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geq 0.$$

Это важное утверждение в явном виде указывает направление макроскопических процессов. Совместно с утверждением о существовании энтропии закон ее неубывания может рассматриваться как еще одна эквивалентная формулировка второго начала термодинамики.

Энтропия в реальных процессах играет в некотором смысле даже более важную роль, чем энергия. Закон сохранения энергии – это главный «бухгалтер» природы: он точно подсчитывает, откуда сколько энергии ушло и куда сколько пришло, и всегда точно сводит «дебет» с «кредитом». Энтропия же – это всемирный «директор», который **указывает направление** протекания процессов в природе. Более того, закон возрастания энтропии – это еще и «властелин времени», ведь именно он делает для нас время однонаправленным и устанавливает однозначную причинно-следственную связь прошлого с будущим.

6. Энтропия имеет глубокий статистический смысл. Говоря в стиле журналистики, можно сказать, что это функция, описывающая меру беспорядка в системе. На том же нестрогом языке можно переформулировать второе начало примерно так: *в системе, предоставленной самой себе, беспорядок только увеличивается*. Это хорошо видно из того, как ведет себя наша комната или поверхность письменного стола, когда мы их на долгое время «предоставляем самим себе» (то есть не убираемся).

Если же говорить более строго, то энтропия определяется статистически как $S = k \ln(\Omega)$, где Ω – это так называемый «статистический вес», то есть *общее число микроскопических состояний, которые реализуют данное макроскопическое состояние*. Например, существует всего один способ расположить книги на полке в строго заданном порядке, а вот число способов разбросать их по столу весьма велико.

Приведем физический пример: пусть один и тот же идеальный газ при одинаковой температуре в первом случае занимает объем V , а во втором – $2V$. Ясно, что $Q_2 > Q_1$. Действительно, пусть ω – число способов расположить одну частицу в объеме V , тогда, очевидно, число способов расположить одну частицу в объеме $2V$ будет равно 2ω . Число способов расположить N независимых частиц в объеме V будет равно ω^N , а в объеме $2V$, соответственно, $(2\omega)^N = 2^N \cdot \omega^N$.

Получаем:

$$\Omega_2 = 2^N \cdot \Omega_1$$

и

$$S_2 = k \ln \Omega_2 = k \ln(2^N \cdot \Omega_1) = kN \ln 2 + k \ln \Omega_1 = kN \ln 2 + S_1.$$

Мы получили, что при изотермическом увеличении объема идеального газа из N молекул наша статистическая энтропия увеличивается на $\Delta S = kN \ln 2$. Посмотрим, что произойдет с энтропией, которую мы определили как $dS = \delta Q/T$. Действительно, так как при $T = \text{const}$ в идеальном газе $U = \text{const}$, то:

$$\Delta S = \int_V^{2V} \frac{\delta Q}{T} = \int_V^{2V} \frac{p}{T} dV = Nk \int_V^{2V} \frac{dV}{V} = Nk \ln 2.$$

То есть статистическое и термодинамическое определения энтропии дают одно и то же, по крайней мере, в случае идеального газа.

7. Наконец, скажем несколько слов и про третье начало термодинамики. Оказывается, третье начало тоже связано с понятием энтропии. Как мы помним, термодинамически было определено только изменение энтропии, то есть сама функция состояния была определена только с точностью до константы. Можно показать, что

третье начало может быть переформулировано как однозначная фиксация этой константы. В частности, для однородных систем третье начало формулируется как

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0.$$

То есть при стремлении абсолютной температуры к нулю энтропия однородной системы также стремится к нулю. Это означает, что статистический вес такой системы $\Omega \xrightarrow{T \rightarrow 0} 1$, и у однородной системы при $T = 0$ есть только одно микроскопическое состояние. С точки зрения классических представлений, это очень странно: даже если частицы не движутся, их можно расположить в сосуде множеством разных способов. Зато с точки зрения квантовых представлений, наоборот, всё очень логично. Получается, что без квантовой физики третье начало термодинамики как следует не понять. Но это уже совсем другая история...

Дополнение 2

Теорема Гаусса

Введем понятие потока поля через поверхность. Пусть ΔS — очень маленькая площадка в электростатическом поле. Обозначим $\Delta\Phi = E\Delta S \cos \alpha$, где α — угол между \vec{E} и перпендикуляром к площадке¹.

$\Delta\Phi$ называется потоком поля \vec{E} через поверхность ΔS . Теперь можно обобщить это понятие на любые поверхности. Для произвольной поверхности S поток поля через эту поверхность определяется как предельное значение суммы по маленьким поверхностям, составляющим поверхность S :

¹ Вектор, перпендикулярный поверхности в данной точке, длина которого равна 1, называется вектором единичной нормали или просто нормалью и обозначается \vec{n} . Легко видеть, что $\vec{E} \cdot \vec{n} = E \cos \alpha$.

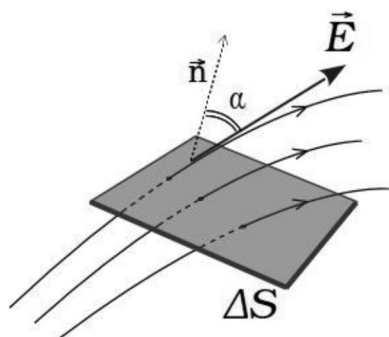


Рис. 49

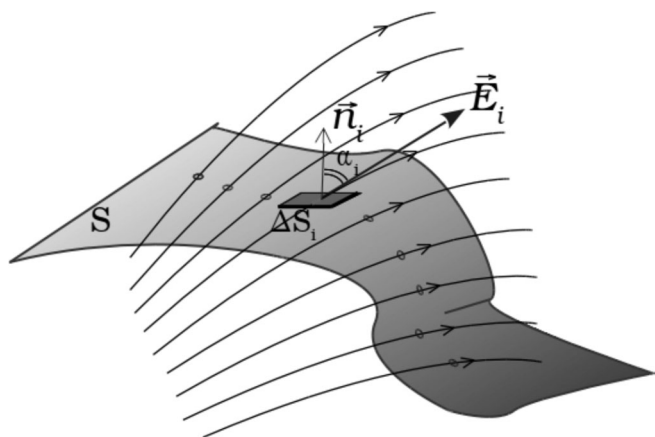


Рис. 50

$$\Phi = \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \sum_i E_i \cos \alpha_i \Delta S_i = \int_S E \cos \alpha dS.$$

Наглядный смысл потока – это число силовых линий, пронизывающих поверхность. Действительно, введем формальную величину γ – «густоту» силовых линий на единицу поверхности, перпендикулярную линиям поля:

$$\gamma = \frac{\Delta N}{\Delta S_{\perp}},$$

где ΔN – число силовых линий, пронизывающих поверхность ΔS_{\perp} .

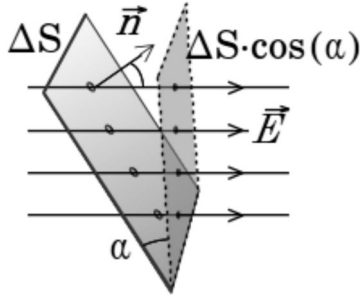


Рис. 51

Мы знаем, что $\gamma = \lambda E$ (густота силовых линий пропорциональна напряженности поля, λ – коэффициент пропорциональности, который в рамках данного наглядного изображения можно выбрать произвольно). Поэтому

$$\begin{aligned}\Phi &= \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \sum_i E_i \cos \alpha_i \Delta S_i = \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\gamma_i}{\lambda} \Delta S_i \cos \alpha_i = \\ &= \frac{1}{\lambda} \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \sum_i \gamma_i \Delta S_{\perp i} \frac{N}{\lambda}.\end{aligned}$$

При этом нужно помнить, что линии, выходящие из поверхности, считаются со знаком «+», а входящие в поверхность – со знаком «-» (то есть у поверхности есть внешняя и внутренняя стороны).

Для замкнутой поверхности во внешнем электростатическом поле $\Phi = 0$. Действительно, для замкнутой поверхности, внутри которой нет зарядов, количество входящих линий N_- равно количеству выходящих линий N_+ , то есть

$$\Phi = \frac{N_+ - N_-}{\lambda}.$$

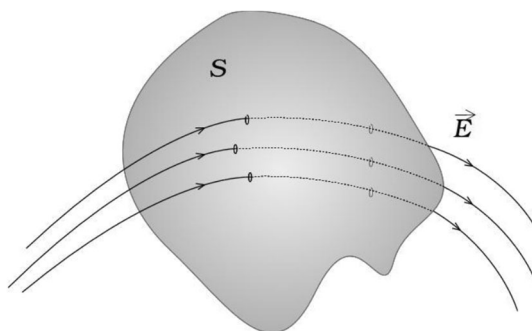


Рис. 52

Если внутри поверхности расположены заряды q_1, q_2, \dots, q_n , то

$$\Phi = \sum_i \Phi_i,$$

где Φ_i – поток поля i -го заряда. Поток поля Φ_i – это фактически число силовых линий, поэтому он не зависит от того, поверхностью какой формы окружить заряд. В качестве поверхности удобнее всего взять сферу радиуса r , такую, что заряд q_i находится в центре этой сферы. Так как на такой сфере

$$E_i \frac{kq_i}{r^2} = \text{const},$$

а $\cos \alpha = 1$, то

$$\Phi_i = \int E_i \cos \alpha dS = \frac{kq_i}{r^2} S_{\text{сферы}} = 4\pi kq_i.$$

Общий поток через поверхность:

$$\Phi = \sum_i \Phi_i = 4\pi k \sum_i q_i = 4\pi kq = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Это утверждение носит название **теоремы Гаусса**.

Теорема Гаусса. Поток через замкнутую поверхность пропорционален суммарному заряду внутри поверхности:

$$\Phi = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0}.$$

С помощью теоремы Гаусса удобно решать некоторые задачи.

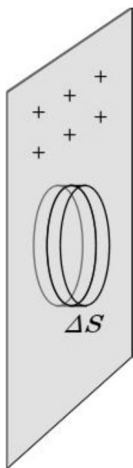


Рис. 53

Например, легко найти поле бесконечной равномерно заряженной плоскости: возьмем на плоскости поверхность ΔS и окружим ее цилиндром с основанием ΔS . Тогда $q = \sigma \Delta S$, где σ – поверхностная плотность заряда на плоскости. Получаем

$$\Phi = E \cdot 2\Delta S = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \cdot \Delta S.$$

Итак, получаем для поля бесконечной равномерно заряженной плоскости:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Особенно удобно применять теорему Гаусса в тех случаях, когда в системе имеется какая-нибудь симметрия: в этих случаях можно понять конфигурацию поля из соображений симметрии, а для поиска величины поля применить теорему Гаусса. Например, при нахождении поля бесконечной плоскости мы воспользовались симметрией относительно перемещений вдоль плоскости и поворотов относительно перпендикулярной к плоскости оси. Также с помощью этой теоремы очень легко найти поле заряженной сферы

или шара (да и вообще любой центрально симметричной системы зарядов).

В качестве другого примера найдем поле бесконечной прямой равномерно заряженной нити. Обозначим $\tau = \frac{\Delta q}{\Delta l}$ — плотность заряда на единицу длины нити. Очевидно, поле симметрично относительно перемещения вдоль нити и вращений вокруг оси, проходящей через нить. Окружим нить цилиндром радиуса r и длиной l . Поток поля через торцы цилиндра равен нулю, так как поле параллельно торцам. Для остальной поверхности цилиндра поле одинаково и перпендикулярно поверхности. Применяя теорему Гаусса, получаем:

$$\Phi = ES = E2\pi rl = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0} = \frac{\tau l}{\epsilon\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

Тепловые явления

1. Уравнение Менделеева-Клапейрона.

Для идеального газа

Абсолютная температура

$$T = (t^{\circ}\text{C} + 273)\text{K}$$

$$pV = \nu RT$$

Универсальная газовая постоянная

$$R \approx 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{K)}$$

Давление газа (в Па)

$$1 \text{ атм} \approx 10^5 \text{ Па} \approx 760 \text{ мм.рт.ст.}$$

Объем газа (в м³)

$$1 \text{ л} = 10^{-3} \text{ м}^3$$

Количество вещества — число моль газа.

1 моль — группа из $\approx 6,02 \cdot 10^{23}$ молекул.

Число Авогадро

$$N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$$

$$pV = \frac{NRT}{N_A}$$

$$k = R/N_A \approx 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$$

постоянная Больцмана

$$\nu = \frac{N}{N_A}$$

Число молекул газа

Число молекул в 1 моль

$$\nu = \frac{m}{M}$$

Масса газа

Масса 1 моль газа — молярная масса

$$p = \frac{N}{V} kT$$

$n = N/V$ — концентрация газа — число молекул в 1 м³.

$$p = nkT$$

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

разделим обе части на V:

$$p = \frac{mRT}{VM} \quad \rho = m/V \text{ — плотность газа.}$$

$$p = \frac{\rho}{M} RT$$

$$M \approx 16 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$15,9994 \text{ О}$$

Кислород

2. Закон Дальтона.

$$p_{\text{смеси}} = p_1 + p_2 + \dots$$

Давление смеси нереагирующих газов.

$$p_1 = \frac{\nu_1 RT_{\text{смеси}}}{V_{\text{смеси}}}$$

Парциальное давление первого из газов, входящих в смесь, — т. е. давление, которое создавал бы этот газ, если бы он один занимал весь объем смеси.

3. Основное уравнение МКТ.

$$\bar{E}_k^{\text{пост}} = \frac{m_0 v_{\text{кв}}^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул

$$\bar{E}_k^{\text{пост}} = \frac{\frac{m_0 v_1^2}{2} + \frac{m_0 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_0 v_N^2}{2}}{N} = \frac{m_0}{2} \left(\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N} \right) = \frac{m_0 \overline{v^2}}{2} = \frac{m_0 v_{\text{кв}}^2}{2}$$

Для идеального газа

$$p = \frac{2}{3} n \bar{E}_k^{\text{пост}} = \frac{1}{3} n m_0 v_{\text{кв}}^2$$

Плотность газа ρ

$$m_0 = \frac{M}{N_A}$$

Масса 1 моль

Число молекул в 1 моль

Масса одной молекулы

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{v^2}$$

Средняя квадратичная скорость

4. Газовые законы.

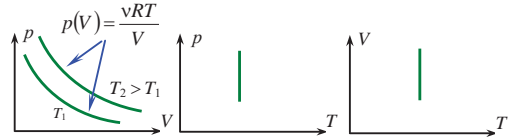
Из $pV = \nu RT$ следует, что если $\nu = \text{const}$, то $\frac{pV}{T} = \text{const}$.

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

$\nu = \text{const}$, газ идеальный

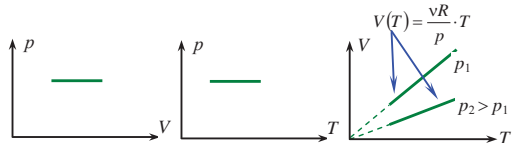
$$\nu = \text{const}, T = \text{const} \quad p_1 V_1 = p_2 V_2$$

Изотермический процесс, график — изотерма.



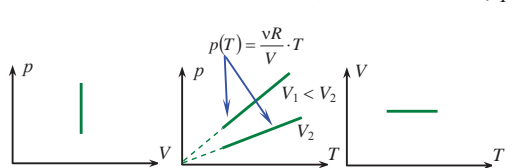
$$\nu = \text{const}, p = \text{const} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Изобарный процесс, график — изобара.



$$\nu = \text{const}, V = \text{const} \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Изохорный процесс, график — изохора.



5. Первый закон термодинамики.

Количество теплоты, полученное ($Q > 0$) или отданное ($Q < 0$) системой.

(Энергия, полученная или отданная системой в процессе теплопередачи, т. е. при обмене энергией между молекулами — на микроскопическом уровне.)

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow Q = C \Delta T$$

Теплоемкость тела (системы)

$$c = \frac{Q}{m \Delta T} \Rightarrow Q = cm \Delta T$$

Удельная теплоемкость вещества

$$C_M = \frac{Q}{\nu \Delta T} \Rightarrow Q = C_M \nu \Delta T$$

Молярная теплоемкость вещества

При $V = \text{const}$: $C_V = \frac{\Delta U}{\Delta T}$

При $p = \text{const}$:

$$C_p = \frac{\Delta U + A}{\Delta T} > C_V$$

6. Адиабатический процесс.

$$Q = 0 \Rightarrow A_{\text{газа}} = -\Delta U$$

В теплоизолированной системе или при быстрых процессах

При адиабатическом расширении ($A_{\text{газа}} > 0$) газ охлаждается ($\Delta U < 0$).

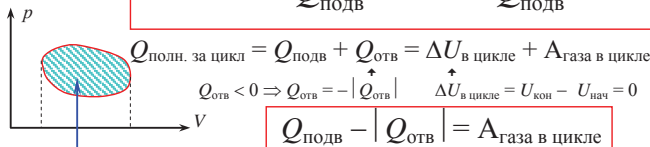
При адиабатическом сжатии ($A_{\text{газа}} < 0$) газ нагревается ($\Delta U > 0$).

Адиабата — гипербола, идущая более "круто", чем изотермы (с ростом V убывает T).

Изотермы

7. КПД циклического процесса (теплового двигателя).

$$\eta_{\text{цикла}} = \frac{A_{\text{газа в цикле}}}{Q_{\text{подв}}} = \frac{Q_{\text{подв}} - |Q_{\text{отв}}|}{Q_{\text{подв}}} = 1 - \frac{|Q_{\text{отв}}|}{Q_{\text{подв}}}$$



$$A_{\text{газа в цикле}} = \pm S_{\text{внутри цикла } p(V)}$$

численно

"+" — если цикл идет "по часовой стрелке"
 "-" — если цикл идет "против часовой стрелки"

8. Насыщенный пар

— газ, дальнейшее изотермическое сжатие или изохорное охлаждение которого приводит к превращению части этого газа в жидкость (при наличии центров конденсации).

газ, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, т. е. в состоянии, когда число молекул, переходящих из газа в жидкость, равно числу молекул, переходящих обратно за то же время.

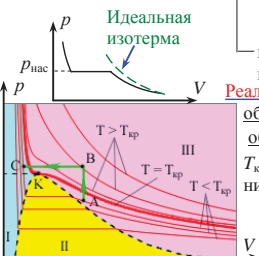
Реальные изотермы: область I — вода,

область II — вода в равновесии с насыщенным паром,
 область III — газ.

$T_{\text{кр}}$ — критическая температура, при $T > T_{\text{кр}}$ газ никаким сжатием нельзя перевести в жидкость.

Условие кипения: $p_{\text{нас}} = p_{\text{на пузырек}} \approx p_{\text{атм.}}$

Для воды $p_{\text{нас}} (100^\circ \text{C}) \approx 10^5 \text{ Па}$



Давление насыщенного пара (а также его плотность) однозначно определяется температурой и больше ни от чего не зависит (ни от объема, ни от массы пара).

Относительная влажность воздуха

$$\varphi = \frac{p_{\text{пара в воздухе}}}{p_{\text{нас. пара при данной } T}} = \frac{\rho_{\text{пара в воздухе}}}{\rho_{\text{нас. пара при данной } T}} (\times 100 \%)$$

Работа газа

$$A_{\text{газа}} = -A_{\text{над газом}}$$

$$V = \text{const}$$

$$A_{\text{газа}} = 0$$

$$p = \text{const}$$

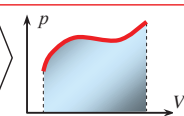
$$A_{\text{газа}} = p \Delta V = \nu R \Delta T$$

$$\nu = \text{const}$$

численно

$$A_{\text{газа}} = \pm S_{\text{под граф. } p(V)}$$

"+" — если газ расширяется
 "-" — если газ сжимается



Нагреватель
 $T_{\text{наг}}$

$Q_{\text{подв}}$

Рабочее вещество (газ)
 A

$Q_{\text{отв}}$

Холодильник
 $T_{\text{хол}}$

$$\eta_{\text{идеал}} = \frac{T_{\text{наг}} - T_{\text{хол}}}{T_{\text{наг}}}$$

КПД идеальной тепловой машины, работающей по циклу Карно — максимальный теоретически возможный КПД при данных $T_{\text{наг}}$ и $T_{\text{хол}}$.

Электростатика

1. Закон Кулона.

Сила

электростатического взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2 .

Точечными считаются заряженные тела, размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними.

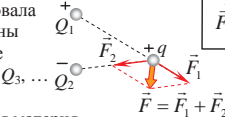
2. Принцип суперпозиции.

Если на заряд q действуют несколько зарядов Q_1, Q_2, \dots , то:

$$\vec{F}_{\text{на } q} = \vec{F}_{\text{на } q}(Q_1) + \vec{F}_{\text{на } q}(Q_2) + \dots$$

Сила, действующая на заряд q со стороны системы зарядов Q_1, Q_2, \dots

Сила, которая действовала бы на заряд q со стороны заряда Q_1 , в отсутствие остальных зарядов Q_2, Q_3, \dots



$$F_{\text{эл}} = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{\epsilon r^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$$

$$\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \text{ — электрическая постоянная}$$

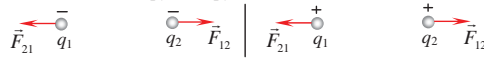
ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся заряды q_1 и q_2 (полагается, что среда — безграничный, однородный диэлектрик).

$$\epsilon_{\text{возд}} \approx \epsilon_{\text{вакуума}} = 1$$

Заряды противоположных знаков ("разноименные") притягиваются друг к другу:



Заряды одинаковых знаков ("одноименные") отталкиваются друг от друга:



3. Электрическое поле

— особая материя, возникающая вокруг любых электрических зарядов и действующая электрической силой на любые электрические заряды, попавшие в это поле.

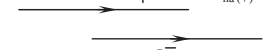
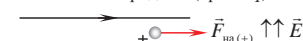
Характеристики электрического поля

\vec{E} — **напряженность** электрического поля — силовая характеристика поля. Напряженность численно равна силе, которая действовала бы на единицу пробного заряда, помещенного в данную точку поля.

$$\vec{F}_{\text{эл на } q} = q\vec{E}$$

Электрическая сила, действующая на точечный заряд q со стороны электрического поля.

Напряженность электрического поля, создаваемого в той точке, где находится заряд q , всеми остальными зарядами (кроме q).



$$\text{Единица } E \text{ в СИ } 1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = 1 \frac{\text{В}}{\text{м}}$$

ϕ — **потенциал** электрического поля — энергетическая характеристика поля. Потенциал численно равен потенциальной энергии, которую имела бы единица пробного заряда, помещенного в данную точку поля.

$$W = q \cdot \phi \Rightarrow$$

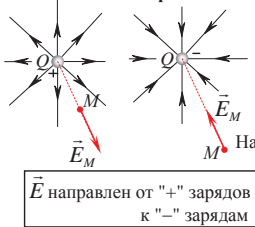
Потенциальная энергия заряда q , который находится в точке, где все остальные заряды (кроме q) создают потенциал ϕ .

$$A_{1-2}^{\text{эл. над } q} = q(\phi_1 - \phi_2)$$

Работа электрических сил над зарядом q при его перемещении из точки с потенциалом ϕ_1 в точку с потенциалом ϕ_2 . (потенциалы ϕ_1 и ϕ_2 создаются всеми зарядами, кроме q).

$$\text{Единица потенциала в СИ: } 1 \text{ Дж/Кл} = 1 \text{ В}$$

3.1. Напряженность и потенциал электрического поля, созданного одним точечным зарядом Q .



$$E_M = k \frac{|Q|}{\epsilon r_M^2}$$

Напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом Q в точке M , расположенной на расстоянии r_M от Q .

$$\phi_M = k \frac{Q}{\epsilon r_M}$$

$\phi = 0 \text{ на } \infty$

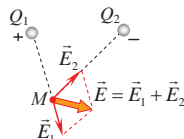
Потенциал электрического поля, созданного точечным зарядом Q в точке M , расположенной на расстоянии r_M от Q .

3.2. Напряженность и потенциал электрического поля, созданного системой точечных зарядов Q_1, Q_2, \dots

$$\vec{E}_M = \vec{E}_M(Q_1) + \vec{E}_M(Q_2) + \dots$$

Напряженность электрического поля, созданного системой точечных зарядов Q_1, Q_2, \dots в точке M .

Напряженность электрического поля, которое создавал бы в точке M заряд Q_1 в отсутствие остальных зарядов Q_2, Q_3, \dots

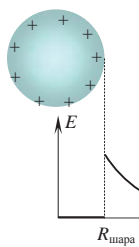


$$\phi_M = \phi_M(Q_1) + \phi_M(Q_2) + \dots$$

Потенциал электрического поля, созданного системой точечных зарядов Q_1, Q_2, \dots в точке M .

Потенциал электрического поля, которое создавал бы в точке M заряд Q_1 в отсутствие остальных зарядов Q_2, Q_3, \dots

3.3. Напряженность и потенциал электрического поля, созданного равномерно заряженным по поверхности шаром



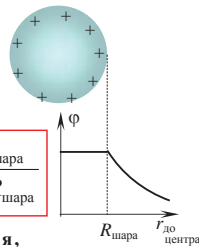
$$E_{\text{вне шара}} = k \frac{|Q_{\text{шара}}|}{\varepsilon r_{\text{до центра шара}}^2}$$

$$E_{\text{внутри шара}} = 0$$

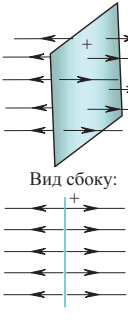
$$\varphi_{\text{вне шара}} = k \frac{Q_{\text{шара}}}{\varepsilon r_{\text{до центра шара}}}$$

$$\varphi = 0 \text{ на } \infty$$

$$\varphi_{\text{внутри шара}} = \varphi_{\text{поверхн шара}} = \varphi_{\text{шара}} = k \frac{Q_{\text{шара}}}{\varepsilon R_{\text{шара}}}$$



3.4. Напряженность и потенциал однородного электрического поля, (созданного равномерно заряженной плоскостью или плоским конденсатором)



$$E_{\text{плоск}} = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

$$\sigma = \frac{q}{S}$$

Поверхностная плотность заряда / Заряд поверхности площадью S

$$E_{\text{конд}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}$$

Для любого однородного электрического поля:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \vec{E} \cdot \Delta \vec{r}_{1-2} = E \cdot |\Delta \vec{r}_{1-2}| \cdot \cos \alpha = E_x \cdot \Delta x$$

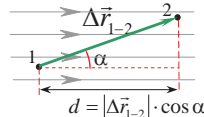
Вектор, проведенный из точки 1 в точку 2.
Напряженность (разность потенциалов) между точками 1 и 2 в однородном электрическом поле.

$$\text{При } \vec{E} \parallel OX \text{ или } \Delta \vec{r}_{1-2} \parallel OX$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E_x(x_2 - x_1)$$

$$U = E \cdot d$$

d — проекция вектора $\Delta \vec{r}_{1-2}$ на силовую линию.



4. Потенциальная энергия системы электрических зарядов.

$$W_{\text{сист}} = W_{\text{внеш}} + W_{\text{взаим}}$$

Энергия взаимодействия зарядов системы с внешним электрическим полем

$$W_{\text{внеш}} = q_1 \varphi_1^{\text{внеш}} + q_2 \varphi_2^{\text{внеш}} + \dots$$

$\varphi_1^{\text{внеш}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$ — потенциал внешнего электрического поля в той точке, где расположен заряд q_1 .

Энергия взаимодействия зарядов системы друг с другом: для системы из трех зарядов q_1, q_2 и q_3

$$W_{123}^{\text{вз}} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon r_{12}} + k \frac{q_1 \cdot q_3}{\varepsilon r_{13}} + k \frac{q_2 \cdot q_3}{\varepsilon r_{23}}$$

$$W_{12}^{\text{вз}} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon r_{12}}$$

для системы из двух зарядов q_1 и q_2

$$W_{\text{вз}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i \varphi_i^{\text{собст}}$$

$\varphi_i^{\text{собст}}$ — потенциал, создаваемый всеми зарядами системы кроме q_i в точке, где находится заряд q_i

5. Емкость.

Емкость уединенного проводника $C_{\text{пров}} = \frac{q}{\varphi}$

Заряд конденсатора (заряд его "+" - пластины)

$$C_{\text{конд}} = \frac{q}{U} = \frac{q_1}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

Заряд пластины "1" / Разность потенциалов между пластинами "1" и "2"

Емкость конденсатора

Напряжение на конденсаторе (разность потенциалов между "+" и "-" пластинами)

$$U = E \cdot d$$

расстояние между пластинами конденсатора / Напряженность электрического поля между пластинами конденсатора

Диэлектрическая проницаемость вещества между пластинами

Площадь пластины конденсатора

$$W_{\text{конд}} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}$$

Энергия электрического поля конденсатора



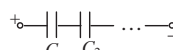
Параллельное соединение конденсаторов (каждый конденсатор соединен одной пластиной с "+"-выходом системы, а другой пластиной с "-"-выходом)

$$C_{\text{общ}}^{\text{пар}} = C_1 + C_2 + \dots$$

$$U_{\text{общ}}^{\text{пар}} = U_1 = U_2 = \dots$$

$$q_{\text{общ}}^{\text{пар}} = q_1 + q_2 + \dots$$

Общая емкость системы конденсаторов — емкость такого одного конденсатора, при включении которого вместо всей системы не изменятся напряжение между выходами ($U_{\text{общ}}$) и общий заряд $q_{\text{общ}}$



Последовательное соединение конденсаторов (каждый конденсатор соединен одной пластиной с предыдущим, а другой пластиной с последующим конденсатором без ответвлений)

$$U_{\text{общ}}^{\text{посл}} = U_1 + U_2 + \dots$$

$$\frac{1}{C_{\text{общ}}^{\text{посл}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

$$q_{\text{общ}}^{\text{посл}} = q_1 = q_2 = \dots$$

Если проводник заряжен, то заряд распределен в бесконечно тонком слое на поверхности проводника. (σ максимальна на выпуклостях, особенно на остриях, и минимальна на вогнутых участках поверхности)

$$\vec{E}_{\text{внутри проводника}} = 0$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_{\text{проводника}}$$

Силовые линии входят в проводник и выходят из него перпендикулярно поверхности

Если в проводнике нет тока

Проводник эквипотенциал

Постоянный ток

1. Упорядоченная скорость.

Обычно заряженные частицы в веществе движутся беспорядочно — "хаотично". Среди направлений движения этих частиц нет преимущественного — все направления встречаются одинаково часто, поэтому через любое сечение проводника проходит в обе стороны в среднем одинаковое число носителей. Среднее значение вектора скорости заряженных частиц при таком движении в

любой момент равно нулю: $\vec{v} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots + \vec{v}_N}{N} = 0$. Но если, продолжая беспорядочное движение, вся эта масса хаотически

движущихся носителей начинает смещаться в какую-либо сторону (это называется "дрейф"), то такое движение считается упорядоченным и образует электрический ток. В этом случае среднее значение вектора скорости уже не равно нулю и называется

скоростью упорядоченного движения носителей: $\vec{v}_{yn} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots + \vec{v}_N}{N}$. \vec{v}_{yn} направлена туда, куда смещается масса

хаотично движущихся частиц - в сторону дрейфа. Можно представить себе ток в проводе так: цилиндрический сосуд, заполненный хаотически движущимися носителями тока, медленно (по сравнению со скоростями теплового движения носителей) перемещается. Скорость сосуда в этой модели - \vec{v}_{yn} . Если сосуд мысленно рассечь неподвижной плоскостью $\perp \vec{v}_{yn}$, то через эту плоскость будет переноситься заряд.

2. Сила тока.

Модуль силы тока

$$I = \frac{q}{t}$$

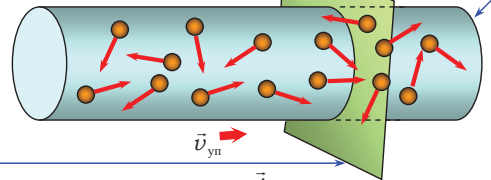
Единица измерения силы тока в СИ:

$$1 \text{ A} = 1 \text{ Кл/с}$$

Если сила тока меняется ($I \neq \text{const}$), то вычисляют мгновенные значения силы тока (для каждого момента):

$$I = \frac{dq}{dt} = q'(t)$$

Модуль заряда, перенесенного через поперечное сечение проводника за время t .
 $I = \text{const}$
 dq - заряд, перенесенный в направлении обхода через поперечное сечение проводника за такое малое время dt , за которое сила тока не успевает существенно измениться.



3. Плотность тока

— вектор \vec{j} , направление которого

совпадает с направлением, в котором

переносится положительный заряд:

$$\vec{j} \uparrow \uparrow \vec{v}_{yn(+)}; \vec{j} \uparrow \downarrow \vec{v}_{yn(-)}$$

модуль вектора \vec{j}

$$j = \frac{I}{S}$$

сила тока через поперечное сечение S

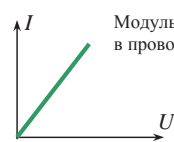
во всех точках сечения S одинаковы \vec{j}

$$\vec{j} = q_0 n \vec{v}_{yn}$$

Скорость упорядоченного движения носителей тока

Концентрация носителей тока

4. Закон Ома для участка цепи, не содержащего ЭДС.



Модуль силы тока в проводнике

$$I = \frac{U}{R}$$

Сопротивление проводника

Удельное сопротивление материала, из которого изготовлен провод.

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \cdot t)$$

ρ_0 — удельное сопротивление при 0°C

α — температурный коэффициент сопротивления металла

t — температура проводника в $^\circ \text{C}$.

Напряжение (разность потенциалов) между концами проводника $U = \phi_1 - \phi_2$, (если ток течет от точки 1 к точке 2).

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

ρ — удельное сопротивление материала

l — длина провода

S — площадь поперечного сечения провода

Заряд одного носителя

Единица измерения сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} = 1 \text{ В/А}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Единица измерения удельного сопротивления в СИ: $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

5. Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС

$$I \cdot R = \phi_1 - \phi_2 + \mathcal{E}$$

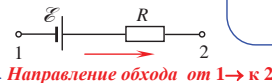
Сила тока, текущего по участку 1-2

Полное сопротивление участка 1-2

Суммарная ЭДС на участке 1-2

$$I > 0, \text{ если ток } \uparrow \uparrow \text{ обходу } 1 \rightarrow 2$$

$$I < 0, \text{ если ток } \uparrow \downarrow \text{ обходу } 1 \rightarrow 2$$



Направление обхода от 1 → 2

$\mathcal{E} > 0$, если источник направляет ток $\uparrow \uparrow$ обходу 1 → 2

$\mathcal{E} < 0$, если источник направляет ток $\uparrow \downarrow$ обходу 1 → 2

обход

обход

обход

обход

обход

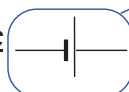
обход

обход

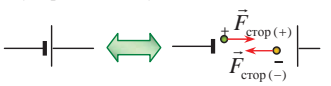
обход

обход

обход



Источник тока — проводник, в котором действуют сторонние силы. **Сторонние силы** — любые силы не электростатического происхождения, понуждающие носители тока к упорядоченному движению.



ЭДС источника (электро-движущая сила)

$$\mathcal{E} = \frac{A_{1-2}^{\text{stop}}}{q}$$

Работа сторонних сил источника над зарядом q при его перемещении через источник в направлении обхода 1 → 2

Внутреннее сопротивление источника

6. Закон Ома для замкнутой неразветвленной цепи.

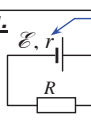
$$I = \frac{\sum \mathcal{E}}{R_{\text{полн}}}$$

Сила тока, текущего через каждый элемент цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

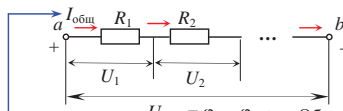
Суммарная ЭДС цепи

Полное (суммарное) сопротивление цепи



7. Последовательное соединение проводников

— соединение, при котором заряд полностью, без ответвлений, перетекает из предыдущего проводника в следующий.



$$I_{\text{общ}}^{\text{пол}} = I_1 = I_2 = \dots$$

$$U_{\text{общ}}^{\text{пол}} = U_1 + U_2 + \dots$$

$$R_{\text{общ}}^{\text{пол}} = R_1 + R_2 + \dots$$

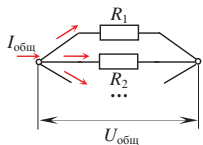
$$\text{Если } R_1 = R_2 = \dots = R_N = R, \text{ то } R_{\text{общ}}^{\text{пол}} = NR$$

$I_{\text{общ}}$ — общий ток — ток, втекающий через (+) выход системы и вытекающий через (-) выход.

$R_{\text{общ}} = \frac{U_{\text{общ}}}{I_{\text{общ}}}$ — общее сопротивление системы проводников с двумя выходами — сопротивление резистора, который можно включить один вместо всей системы между ее выходами, при этом $I_{\text{общ}}$ и $U_{\text{общ}}$ не изменятся.

8. Параллельное соединение проводников

— соединение, при котором каждый проводник присоединен одним концом к (+) выходу системы, а другим концом к (-) выходу.



$$I_{\text{общ}}^{\text{пар}} = I_1 + I_2 + \dots$$

$$U_{\text{общ}}^{\text{пар}} = U_1 = U_2 = \dots$$

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}^{\text{пар}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

$$\text{Если } R_1 = R_2 = \dots = R_N = R, \text{ то } R_{\text{общ}}^{\text{пар}} = \frac{R}{N}$$

9. Работа и мощность электрического тока.

Количество теплоты,

выделяющаяся на участке

Для участка, не содержащего ЭДС

Тепловая мощность

(количество теплоты, выделяющееся за единицу времени)

$$A_{\text{тока}} = A_{\text{эл}} = Q = IUt = I^2 Rt = \frac{U^2}{R} t$$

$$N_{\text{тока}} = N_{\text{эл}} = N_{\text{тепл}} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

$$I = \text{const}$$

Работа тока

Работа электрической силы

Мощность тока

Мощность электрической силы

Для участка, содержащего ЭДС

10. Переменный ток.

$$A_{\text{тока}} = A_{\text{эл}} = IUt$$

$$N_{\text{тока}} = N_{\text{эл}} = IU$$

$$Q = I^2 Rt$$

$$N_{\text{тепл}} = I^2 R$$

$$A_{\text{стор}} = I\mathcal{E}t$$

$$N_{\text{стор}} = I\mathcal{E}$$

$$I = \text{const}$$

Работа сторонних сил источника

Мощность сторонних сил источника

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_L = \omega L$$

Емкостное и индуктивное сопротивление

При резонансе $X_C = X_L$

$$I = I_m \cos(\omega t + \varphi_{i0})$$

$$U = U_m \cos(\omega t + \varphi_{u0})$$

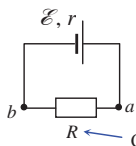
$$A_{\text{тока на } R} = Q_{\text{на } R} = I_o^2 Rt$$

$$I_o = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$U_o = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Действующие значения тока и напряжения
Работа переменного тока на резисторе за время t , кратное четверти периода колебаний.

11. КПД электрической цепи.



$$\eta = \frac{N_{\text{нагр}}}{N_{\text{ист}}} = \frac{U}{\mathcal{E}} = \frac{R}{R + r}$$

Сопротивление нагрузки (внешнее сопротивление)

12. Условие выделения максимальной мощности на нагрузке: $R = r$

При данных значениях внутреннего сопротивления r и ЭДС источника \mathcal{E} максимальная мощность выделяется при условии, что сопротивление нагрузки R равно r .

13. Закон Фарадея для электролиза.

$$m = \frac{M_{\text{ионов}}}{ZeN_A} It = kIt = kq$$

Молярная масса ионов, выделяющихся при электролизе.

Электрохимический эквивалент вещества, выделяющегося при электролизе

Заряд, выделившийся на электроде при электролизе.

Сила тока при электролизе

Число Авогадро.

Энергия, затраченная на электролиз

Модуль заряда электрона

Количество теплоты, выделившееся в электролите

Масса вещества, выделившегося на электроде за время t

Валентность ионов, выделяющихся при электролизе

Напряжение между электродами

$$IUt = I^2 Rt + I\mathcal{E}_{\text{пол}} t$$

Сопротивление электролита

ЭДС поляризации электролита

14. Закон сохранения энергии в электрических цепях:

$$\Delta W_{\text{конд}} + \Delta W_{\text{кат}} = A_{\text{ист}}^{\text{стор}} - Q + A_{\text{внеш}}^{\text{мех}}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Благотворительный образовательный проект «Удивительная физика. В. Е. Котов»

Издание, которое вы держите в руках, первоначально появилось благодаря усилиям учеников и друзей, которым дорога память о В. Е. Котове и которые не смогли смириться с большой потерей в сфере преподавания школьной физики в связи с его внезапным ранним уходом.

В настоящее время проект этот полностью благотворительный. Нами движет желание сохранить и передать сегодняшним школьникам подходы и методы преподавания физики одного из лучших учителей России.

Данное учебное пособие сформировано по конспектам школьных лекций, записанных учениками. Своим принципом работы В. Е. Котов называл принцип диалога, то есть метод Сократа, когда истина не излагается дидактически, а сама рождается в голове ученика. К сожалению, перенести личное обаяние учителя на бумажный носитель и составить уникальный диалог с каждым отдельным учеником через учебное пособие невозможно. Тем не менее, мы постарались сохранить, насколько было возможно, авторский подход к изложению и стиль лекций В. Е. Котова.

Изданное таким образом учебное пособие по физике за 10 класс – первое из предполагаемой серии. Далее планируется издать аналогичные пособия за 9 и 11 класс, а также материалы для восьмиклассников в виде иллюстрированной рукописи Вадима Евгеньевича, которые были подготовлены самим автором для своих учеников.

Цель первого пробного тиража, отпечатанного нами на собственные средства, – получить обратную связь от учителей и учеников, а также найти единомышленников проекта, получить административную и финансовую поддержку для его дальнейшего развития.

Вопросы, на которые мы бы хотели получить ответы после издания первого малого тиража:

- Полезно ли такое пособие в вашей учебной деятельности?
- Повышает ли оно интерес к изучению школьной физики?

- Удобно ли систематизирована информация?
- Чем хотелось бы дополнить учебное пособие?

И другие предложения, замечания и отзывы, за которые мы были бы крайне признательны всем, кто будет пользоваться этим учебным пособием: как учителям, так и ученикам.

Актуальность проекта

К созданию обновленных, современных учебных материалов по физике существует много предпосылок. Может показаться, что законы физики не меняются со временем. Однако сильно меняется их понимание. В итоге понимание, изложенное в школьных учебниках, часто очень сильно отстает от современности. Следствием является снижение интереса к физико-техническим наукам среди школьников.

В учебных материалах необходимо рассматривать актуальные примеры: процессы в современных приборах и устройствах, новооткрытые эффекты, физические явления в повседневных житейских ситуациях. Следует уделить внимание новым представлениям и концепциям, рассмотреть направления современных исследований на доступном школьнику уровне. Учебные материалы обязательно должны поддерживать интерес к науке, стимулировать школьников к логическому анализу и самостоятельному получению результатов. Кроме того, не только физика, но и сама школа и ее возможности сильно изменились за последние десятилетия.

В связи с этим, очень надеемся, что проект «Удивительная физика» получит развитие. Это возможно при получении финансовой и административной поддержки, а также диалога с заинтересованными профессионалами, к сотрудничеству с которыми мы открыты.

В таком случае мы сможем сделать наши учебные материалы отвечающими главным целям проекта: развитие у школьника способности самостоятельно анализировать и переосмысливать физические явления и процессы, формирование и поддержка интереса к получению школьных знаний, воспитание у подростка качеств ученого-исследователя и инженера-изобретателя.

Кроме печатных учебных материалов, продолжением проекта может стать создание бесплатного портала «Удивительная

физика» в виде структурированной базы знаний по физике для всех классов.

По всем вопросам и предложениям по проекту можно обращаться к руководителю или администратору проекта.

Единомышленники и участники проекта

Андрей Боганов – инициатор и руководитель проекта.

Алла Виноградова – администратор проекта.

Юлия Шартова – литературный редактор.

Максим Пекар (10 класс), *Юлия Скоробогатова* (11 класс), *Валентина Дидина* (9 класс) – тематические редакторы. Подготовка и редактирование материала, наполнение пособий в соответствии с требованиями для 9–11 классов, проверка соответствия школьной программе, дополнение, уточнение и связывание информации, анализ откликов рецензентов и подготовка пособий по классам к печати.

Алексей Счетчиков, Ольга Разуваева – технические писатели. Перевод текста со сканов тетрадей в электронный вид.

Константин Казаков, Елена Ткачёва, Анна Гаврюхина (ученики В. Е. Котова) – сбор и первичный анализ материала (тетради и конспекты уроков В. Е. Котова по физике).

Контакты ведущих проекта

Андрей Боганов, ученик В. Е. Котова и руководитель проекта.
boganov@mail.ru

Алла Виноградова, ученица В. Е. Котова и администратор проекта.
alla_av@mail.ru

Будем признательны за обратную связь и сотрудничество!

Содержание

<i>Как появилась эта книга</i>	3
<i>От первого лица</i>	6
1. ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ	9
1.1. Основные положения молекулярно-кинетической теории	10
1.2. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории	16
1.3. Закон Бойля – Мариотта	19
1.4. Закон Гей-Люссака	21
1.5. Объединенный газовый закон Шарля. Уравнение Менделеева – Клапейрона	27
1.6. Закон Дальтона	29
1.7. Связь между абсолютной температурой и кинетической энергией молекул	29
1.8. Внутренняя энергия идеального газа	34
1.9. Два способа изменения внутренней энергии	36
1.10. Работа газа	38
1.11. Теплоемкость	40
1.12. Тепловые машины. КПД тепловой машины	46
1.13. Изотермы реального газа. Насыщенный пар	49
1.14. Влажность воздуха	53
1.15. Твердое тело	54
1.16. Кипение	54
2. ЭЛЕКТРОСТАТИКА	56
2.1. Электрическая сила, электрон, заряд. Закон Кулона	56
2.2. Электрическое поле. Напряженность электрического поля	58
2.3. Принцип суперпозиции	61
2.4. Работа электрической силы	63
2.5. Потенциальная энергия точечного заряда в электрическом поле	65
2.6. Потенциал электрического поля	67
2.7. Связь между напряженностью и потенциалом в однородном электрическом поле	69
2.8. Электрическое поле равномерно заряженной по поверхности сферы и равномерно заряженного по объему шара	72
2.9. Проводники в электрическом поле	74
2.10. Диэлектрик в электрическом поле	77
2.11. Плоский конденсатор. Электрическая емкость	78

2.12. Соединение конденсаторов в батарею	80
2.13. Энергия конденсатора	82
3. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК	85
3.1. Условия существования электрического тока	85
3.2. Параллельное и последовательное соединение проводников	90
3.3. Работа и мощность в цепи постоянного тока	91
3.4. КПД электрической цепи	93
3.5. Электрический ток в электролитах	95
4. ДОПОЛНЕНИЯ	97
Дополнение 1. Начала термодинамики	97
Дополнение 2. Теорема Гаусса	105
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	
Благотворительный образовательный проект «Удивительная физика. В. Е. Котов»	111

Учебное издание

КОТОВ Вадим Евгеньевич

УДИВИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

10 класс

Учебное пособие

*Благотворительный
образовательный проект
силами учеников и друзей
Вадима Евгеньевича Котова*

Редактор Ю. И. Шартова.

Художественное оформление – Е. А. Свиридова.

Подготовка оригинал-макета – Т. В. Лазарева.

Подписано в печать 31.08.2020.

Формат 60×90/16. Бумага офсетная.

Печать ризографическая.

Усл. печ. л. 7,25. Тираж 300 экз.

ООО «Тульское производственное полиграфическое объединение».

300600, Тула, ул. Каминского, 33.



Автор этой книги – Вадим Евгеньевич Котов.

Его называли Учителем от Бога. Он виртуозно и увлекательно, через живой диалог с учениками, объяснял школьникам свой предмет – физику. Он брал мел и рисовал на доске «картину мира», и это всегда было восхитительно интересно!

Его помнят все, кто у него хотя бы недолго учился: и те, кто после поступил в ведущие физические вузы, и те, для кого физика не была важна.

Он особенный учитель. Со своим глубоким внутренним миром.

Если вы были знакомы с ним, вам не нужно ничего объяснять. Если нет, просто представьте: ученики бережно сохранили его лекции в тетрадях (некоторые 20 лет!) и решили издать их в виде учебника.

В ваших руках учебник физики Вадима Евгеньевича Котова, который издан его учениками, в благодарность Учителю.

Вадим Евгеньевич, спасибо!