

А. В. РОДИН

МАТЕМАТИКА
ЕВКЛИДА
В СВЕТЕ
ФИЛОСОФИИ
ПЛАТОНА
И АРИСТОТЕЛЯ

«НАУКА»

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ФИЛОСОФИИ

А. В. РОДИН



**МАТЕМАТИКА
ЕВКЛИДА
В СВЕТЕ
ФИЛОСОФИИ
ПЛАТОНА
И АРИСТОТЕЛЯ**



МОСКВА «НАУКА» 2003

УДК 510
ББК 28.1г
Р60

*Издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского гуманитарного научного фонда
проект № 02-03-16132д*

Родин А.В.

Математика Евклида в свете философии Платона и Аристотеля /
А.В. Родин; Ин-т философии. – М.: Наука, 2003. – 211 с.
ISBN 5-02-006245-6

В книге предпринята попытка нового прочтения “Начал” Евклида на основе того понимания математики, которое реконструируется по античным классическим философским текстам Платона и Аристотеля, что позволяет по-новому интерпретировать классический труд Евклида, лучше понять цели великого математика древности и прояснить трудные места его текста.

Для философов, математиков и всех интересующихся философией и наукой.

По сети АК

ISBN 5-02-006245-6

© Российская академия наук, 2003
© Издательство “Наука” (художественное
оформление), 2003

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
Глава 1	
Теоретическая и “практическая” математика	10
Глава 2	
Философия Платона	16
2.1. Теория и теоретическая постановка вопроса	16
2.1.1. Основной теоретический вопрос	21
2.2. Определение и дизреза	22
2.3. “Кризис определения”	27
2.4. Эйдетический регулятивный принцип	29
2.4.1. Общая формулировка	30
2.4.2. Специальная формулировка. Верификация	36
2.4.3. Структуры верификаций	48
2.4.4. Обобщенная верификация. Эйдос и материя	49
2.5. Математика и диалектика	52
2.5.1. Математический верификатор “равенство”	57
2.5.2. “Математическая диалектика”	62
2.5.3. Математическая материя	64
2.5.4. Срединность математики и срединность эйдоса	67
2.6. Структура математики	68
2.7. Некоторые трудности философии Платона	73
2.7.1. Трудность “ложного вида”	73
2.7.2. Трудность причинного объяснения	79
Глава 3	
Философия Аристотеля	83
3.1. Теоретическая постановка вопроса у Аристотеля	84
3.2. Эпистема, диалектика, теория	86
3.2.1. Эпистема и диалектика	86
3.2.2. “Для нас” и “по природе”. Теория	88
3.3. Логика и онтология эпистемы (эпистемология)	91
3.3.1. Определение	92
а) дизретический синтаксис	92
б) смысл определения	93
α) платоновский смысл определения у Аристотеля	93
β) неплатоновский смысл определения у Аристотеля	97
3.3.2. Начала доказательства и их виды	108
3.3.3. Доказательство	114
а) доказательство утверждения	115
б) доказательство отрицания	120

в) доказательство “от противного”	124
г) Аристотелевская теория доказательства и Платон	125
3.4. Система эпистем (система знания)	126
3.4.1. Математика в системе эпистем	126
3.4.2. Структура математики	134
3.4.3. Ум	136

Глава 4

Математика Евклида	139
4.1. Название	139
4.2. Определения первой книги	140
4.3. Постулаты и аксиомы	163
4.3.1. “Проблемы” и “теоремы”	164
4.3.2. Постулаты	173
4.3.3. Аксиомы	177
4.4. Теория первых четырех книг “Начал”	185
4.4.1. “Геометрическая алгебра древних”	186
4.4.2. “Исправление многоугольника”	192
а) платоническая интерпретация: возведение многоугольника к своему эйдосу	192
б) аристотелианская интерпретация: возведение многоуголь- ника к своей причине	195
4.4.3. Вторая книга “Начал”: неалгебраическая интерпретация	198
Литература	207

ВВЕДЕНИЕ

Каким образом можно изучать математику прошлого? История математики начиная с пионерских работ Таннери [40] и вплоть до недавнего времени [103, 108, 100, 24] опиралась на следующую методологию исследований. Ученый берет в качестве эталона так или иначе понимаемый им компендиум наличного на сегодняшний день математического знания и сопоставляет с ним старые тексты, предположительно математические. Математическая составляющая этих текстов определяется при таком подходе как мера совпадения с указанным эталоном, т.е. старый текст считается математически содержательным постольку, поскольку в нем удастся выделить содержание, ставшее нормативным для современной математики. Поскольку полностью совпасть с какой-то частью современного “наличного” математического знания может только содержание современных же математических текстов и поскольку “степень совпадения” является по своему смыслу непрерывной зависимостью, указанный подход всегда дает картину прогресса математики на последнем участке развития, тогда как в прошлом возможны как локальные максимумы, т.е. “открытия, опередившие свое время”, так и локальные минимумы, т.е. “тупиковые ветви развития”. Будем в связи с этим называть только что описанную методологию истории математики *прогрессистской* методологией и соответственно историю математики, написанную в русле этой методологии, прогрессистской историей математики. Отметим, что самыми интересными прогрессистскими историями математики признаются не те, в которых “современный компендиум” определяется только критерием общепринятости в современном историко-математическом сообществе, но те, где этот “компендиум” определяется на основании собственных суждений историка о том, какой должна быть математика. К числу прогрессистских историй математики этого второго типа относятся, например, исторические главы “Элементов математики” Бурбаки [54].

В последнее время прогрессистская методология истории математики была подвергнута резкой критике [42]. Главным результатом этой критики оказалось, на наш взгляд, прояснение сути прогрессистской методологии: стало понятно, что прогрессистская история математики есть не “просто” история математики, а именно такого рода реконструкция, как мы ее описали выше. Впрочем сам инициатор критики прогрессистской методологии С. Унгуру настаивает на полной неприемлемости прогрессистской методологии, так как, по его

словам, она не исторична: в русле прогрессистской методологии все старые математические тексты оцениваются по стандартам, принятым в современной математике, и при этом не учитывается, что этим текстам соответствуют свои, отличные от современных, математические стандарты. С нашей точки зрения, здесь, впрочем, правильнее говорить не прямо о неисторичности прогрессистской методологии, а о том, что эта методология предполагает весьма примитивный способ исторической реконструкции, и о необходимости разработки более тонких способов исторической реконструкции математики.

Самое существенное возражение Унгуру высказал Фрейденталь [22]: указывая на методологические грехи традиционных прогрессистских реконструкций, Унгуру не предлагает ничего взамен; даже, если принять всю методологическую критику Унгуру, мы все равно вынуждены считаться с тем фактом, что прогрессистская методология позволяет *понимать* старые математические тексты, видеть их *смысл*, тогда как предлагаемые Унгуру “непосредственные” прочтения старых математических текстов не делают эти тексты понятными для современного математика¹. В связи с этим встает вопрос: возможна ли историко-математическая реконструкция, которая с одной стороны не была бы прогрессистской, а с другой – могла бы по своей объяснительной силе соперничать с прогрессистской реконструкцией? Чтобы ответить на этот вопрос и указать на искомый способ реконструкции, прежде всего заметим, что всякая непрогрессистская методология должна принимать во внимание не только старые математические тексты и их содержание, но и старые математические стандарты, старое понимание того, что такое математика, и самое главное – вообще старое понимание того, что осмысленно, а что бессмысленно. При этом необходимо помнить, что всякое “старое понимание” чего бы то ни было есть прежде всего именно *понимание*, т.е. то, что понятно – здесь и сейчас. Поэтому говорить о “старом понимании” можно только в смысле источника этого понимания: то, что нам становится понятным, когда мы читаем старые тексты, и не может быть понято иначе, и есть “старое понимание”. Понимание содержания старых математических текстов, к которому приводит прогрессистская реконструкция, действительно, не является в этом смысле “старым пониманием”, так как при такой реконструкции в старых математических текстах усматривается только то смысловое содержание, которое без всякой реконструкции уже имеется в наличии в современном “компендиуме математического знания”. Однако необходимость говорить об “особой форме”, в которой выражено современное нормативное содержание в старых текстах, указывает как раз на “старое понимание”. Все возможности “старого понимания”, присущие прогрессистской рекон-

¹ Впрочем само уяснение смысла прогрессистской методологии заставляет отбросить некоторые принятые прогрессистские реконструкции. См.: 4.4.1, 4.4.3.

рукции, ограничены этой “особой формой”, и они весьма невелики, так как “форма”, в которой выражается математическое содержание, противопоставляется здесь самому этому содержанию как нечто случайное, зависящее от вкусов, стилей, исторических и прочих особенностей – теоретически существенному. С другой стороны, всякое “непосредственное” прочтение старого математического текста есть собственно его *непонимание*, так как “непосредственность” здесь означает неопосредованность мышлением вообще и в частности – математическим мышлением. Поэтому всякая реконструкция старых математических текстов, претендующая на их понимание, предполагает опосредование этих текстов.

Если прогрессистская реконструкция опосредует старые математические тексты в основном современными текстами, то непрогрессистская реконструкция должна опосредовать старые математические тексты главным образом другими, нематематическими старыми текстами из изучаемого историко-культурного ареала. Самая реальная альтернатива прогрессистскому подходу состоит в возможности сопоставлять старые математические тексты со старыми *философскими* текстами. В философских текстах мы можем найти прежние объяснения того, что такое математика, какой она должна быть и к чему должна стремиться, и, наконец, что гораздо важнее, старые философские тексты дают нам в наиболее чистом виде само “старое понимание”, так как в отличие от специальных наук философия имеет понимание в качестве своего предмета. Таким образом, мы сможем понять старые математические тексты² самым “старым пониманием”, которое, еще раз заметим, есть “старое” только в том смысле, что приходит к нам через старые тексты. Именно этим путем мы и пойдем в данной работе.

Широкая волна дискуссий по основаниям математики, прокатившаяся в начале XX в., побудила ряд исследователей заняться “историей оснований математики”, или “историей философии математики” [12, 7, 8, 2]. Тем не менее дискуссия по основаниям математики так и не приобрела полноценного исторического измерения. Причина этого заключалась, как представляется, в том, что исторические исследования по основаниям (философии) математики происходили совершенно независимо от собственно историко-математических исследований. Если историко-математические исследования, проводились в рамках прогрессистской методологии и потому были тесно

² Мы здесь говорим о старых математических текстах как о чем-то данном, хотя сам этот предмет изучения определяется различно в зависимости от принятой методологии. При прогрессистском подходе математическим считается всякий текст, в котором удастся усмотреть современное нормативное математическое содержание. При предлагаемом “философском” подходе математические тексты суть те, о которых говорится как о математических в рассматриваемых философских текстах.

связаны с собственно математическими исследованиями³, то исследования по истории философии математики почти никак не были с ними связаны и потому оказались вне широкой математической дискуссии. Попытки сблизить исторические и историко-философские математические исследования до недавнего времени неизменно наталкивались на препятствие прогрессистской методологии историко-математических исследований: данную работу можно рассматривать как одну из попыток преодолеть этот разрыв.

Чтобы понять истоки указанного разрыва и убедиться в необходимости его преодоления, нужно вернуться в эпоху “Возрождения – ведь именно тогда разошлись пути тех мыслителей, которые в русле общей гуманистической программы осмысления античного наследия пытались понять античные математические тексты и прежде всего “Начала” Евклида как факт античной культуры [15], и тех, кто был заинтересован в первую очередь в получении новых математических результатов (главным образом в области алгебры) и видел в античной математике только обоснование алгебры. Позднее инициатива полностью перешла к алгебраистам, которым удалось достичь блестящих результатов, а работы по интерпретации античных математических текстов как фактов античной культуры, включающие попытки увязать содержание античных математических и философских текстов, были в конце XVI в. полностью прекращены [15]. В XVII в. Декарт заложил основы совершенно новой философии математики, не связывающей себя с античной традицией, после чего к античной философии математики не обращались вплоть до XIX в. [41, 29], причем как и в эпоху Возрождения этот интерес оставался и до сих пор остается за пределами собственно математических исследований. Таким образом, в математике сохраняется возникшая в эпоху Возрождения двусмысленная ситуация, когда математика, с одной стороны, продолжает во многом следовать античным образцам и включает многие античные тексты (прежде всего – “Начала” Евклида) в собственную традицию, а с другой стороны, этот античный пласт остается для математики не вполне проясненным. Очевидно, что это означает непроясненность, недостаточную прозрачность для себя самой современной математики. Мы выбрали для нашей реконструкции фрагмент классического текста “Начал” Евклида не случайно. Прежде всего именно “Начала” Евклида являются самым “живым” античным математическим текстом. В самом деле, любой школьный учебник геометрии начиная со средневековья и кончая современностью так или иначе отсылает к Евклиду⁴.

³ Так как “компендиум наличного математического знания” все время изменяется по мере получения новых математических результатов.

⁴ В 70-х годах XX в. сразу в нескольких странах была предпринята попытка поврать с этой традицией (названная впоследствии “революцией в школьной математике”), которая однако везде закончилась неудачей. В Советском Союзе

Кроме того, живым остается сам жанр математических “начал”, для которого “Начала” Евклида служат главным образцом: позднейшие произведения, написанные в этом жанре, – это “Основания геометрии” Гильберта [63] и “Элементы математики” Бурбаки [54]. Уже эти два названия свидетельствуют, что речь идет не о реликтовом античном жанре, а о жанре, в котором выражаются самые фундаментальные идеи современной математики. Есть и другая причина, по которой мы остановились на “Началах” Евклида. Жанр “начал” (στοιχεῖα) предполагает экспликацию базовых результатов, которые затем могли бы быть использованы в различных специальных разделах математики. Таким образом, именно в этом жанре *математически* решается вопрос об основаниях математики (ср. [54]), и именно этот математический жанр более тесно, чем другие математические жанры, соотносится с *философской* дискуссией по основаниям математики и вообще с широкой философской дискуссией. Так как соотношение математических текстов с философскими составляет суть нашего подхода, ясно, что “Начала” Евклида, остающиеся единственным сохранившимся античным текстом, написанным в этом жанре, представляют для нас наиболее подходящий объект исследования.

В античной Греции VI–V вв. до н.э. возникла не только философия, но и математика как *теоретическая наука*. Это, конечно, не случайное совпадение, но разные стороны факта появления теоретического знания как такового. Вопрос о появлении теоретического знания мы обсуждаем в первой главе работы – этот важнейший для развития математики факт очень редко затрагивается при прогрессистском подходе. Во второй и третьей главах мы даем реконструкции текстов двух крупнейших философов античности – Платона и Аристотеля, пользуясь при этом “Комментарием к Евклиду” неоплатоника Прокла. Заметим, что поскольку попытка вырвать из философских текстов фрагменты, относящиеся к математике приводит к тому, что вне контекста эти фрагменты остаются совершенно непонятными (ср. [25]), большая часть нашей реконструкции этих текстов не связана непосредственно с математикой. В четвертой главе работы приводятся реконструкции текста Евклида.

Заметим, наконец, что наши философские реконструкции зависят от их применений для интерпретации Евклида. Здесь имеет место классический герменевтический круг: философские тексты помогают прочесть математические, и наоборот, математические тексты помогают прочесть философские. Наши философские реконструкции на основе прочтения Платона и Аристотеля параллельно с Евклидом отнюдь не стандартны и, надеемся, представляют самостоятельный историко-философский интерес.

такого рода попытка реформировать школьный курс математики была представлена учебниками А.Н. Колмогорова [76].

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И “ПРАКТИЧЕСКАЯ” МАТЕМАТИКА

Общепризнано, что математика как теоретическая наука впервые возникает в Греции VI в. до н.э. Что это, собственно говоря, означает? Возникновение математики как теоретической науки обычно связывается с появлением математических доказательств [10, 53, 72]. Однако совершенно очевидно, что при этом термин “доказательство” понимается столь расширительно, что он становится почти бессодержательным: с тем же успехом возникновение теоретической математики¹ можно было бы связать с появлением математических *определений*². Если и определять “теоретичность” математики по наличию в ней “доказательств”, то эти “доказательства” нужно понимать не иначе, как некоторые *рассуждения*, т.е. как то, что Платон и Аристотель называют словом “λόγος”. “Λόγος”, в своем первом значении означает просто человеческую речь, однако речь в обыденном смысле этого слова используется, разумеется, и без всякой теории. Теперь нам нужно определить, чем теоретическая речь-логос отличается от всякой другой речи. Чтобы не расширять сразу исходную постановку вопроса, мы пока ограничимся рассмотрением именно *математического* логоса. Поняв, что такое математический логос, мы поймем что такое теоретическая математика.

Античные авторы единодушно указывают на восточное происхождение греческой математики. В частности, Аристотель говорит: “Математические искусства были созданы прежде всего в Египте, ибо там было предоставлено жрецам время для досуга” (Met.

¹ Термин “математика” (μαθηματικά) – греческий термин, относящийся именно к теоретической науке. Было бы поэтому исторически справедливо называть “математикой” *только* теоретическую математику, и говорить не о “практической математике” в противоположность теоретической, а о вычислительной и землемерной практике. Мы, однако, не станем спорить о терминах и будем придерживаться принятой терминологии.

² При современном подходе определение рассматривается как вспомогательный момент доказательства. Однако, как мы увидим ниже, в античной математике определение рассматривается как самостоятельный результат.

981b25 – пер. Кубицкого³). О “досуге” Аристотель упоминает здесь не случайно: он приводит пример математики, развиваемой на досуге египетскими жрецами, для демонстрации своего тезиса о том, что “знания обращены не на получение выгоды” в связи с чем “знания были приобретены ... прежде всего в тех местностях, где люди имели досуг” (Met. 981b22 – пер. Кубицкого⁴). В XX в. была проделана большая и плодотворная работа по изучению восточной “догреческой математики” [31, 32, 55, 60, 91, 92]. В результате обнаружилось много фактов, которые, с одной стороны, позволили историкам-математики говорить о высоком уровне “догреческой математики”, ранее недооцениваемом (особенно это относится к так называемой вавилонской алгебре). С другой стороны, описанные догреческие египетские источники не подтверждают высказанного Аристотелем мнения о “свободном” характере египетской математики: имеющиеся источники, напротив, свидетельствуют, что математика в Древнем Египте носила сугубо практический характер и использовалась вовсе не для проведения досуга, а для таких важных государственных нужд, как, например, сбор налогов, строительство и землепользование. Другие догреческие источники рисуют такую же картину. Решение столь ответственных задач требовало подготовки соответствующих специалистов. В частности, в Египте существовали специальные школы, где будущие математики приобретали вычислительные навыки: два основных источника по древнеегипетской математике [33], [39] представляют собой как раз учебные тексты, используемые в таких школах. В ходе обучения практические задачи, разумеется, не решались непосредственно: использовались имитации практических задач (как это делается и в современных школьных учебниках), а основные вычислительные приемы осваивались сами по себе без всякой апелляции к практическим задачам. Это, однако, не дает никакого повода говорить, что математика в этих школах хотя бы в малейшей степени “существовала для себя”, так как все обучение в целом имело целью подготовку специалиста, необходимого для решения тех государственных задач, о которых мы говорили.

Непроясненность вопроса о том, что такое теория вообще, позволяет исследователям усматривать элементы теоретичности в указанном опосредовании решения практических задач процессом обучения [60] и вообще работой “на папирусе” или “на глине”: тот факт, что некоторое время речь вообще может не идти о конкретных пра-

³ Цит. по: [47].

⁴ Ср. также “К знанию стали стремиться ради понимания, а не ради какой-нибудь пользы. Сам ход вещей подтверждает это: когда оказалось в наличии почти все необходимое, равно как и то, что облегчает жизнь и доставляет удовольствие, тогда стали искать такого рода разумение ... И также как свободным мы называем того человека, который живет для самого себя, а не для другого, точно так же и эта наука единственно свободная, ибо она одна существует ради самой себя” (ibid. 982b20–27 – пер. Кубицкого).

ктических задачах, но только о вычислениях и чертежах, оценивается как шаг к теории. Более того, Н.Я. Виленкин⁵ трактует как шаг к теории само создание систем исчисления: по его мнению, здесь имеет место переход от практически данного многообразия вещей к символам, каждый из которых соответствует множеству каких угодно вещей, взятых в определенном количестве, что, как он считает, есть важнейший шаг к теоретическому понятию числа. Некоторые догреческие источники действительно удивительно напоминают о теоретической греческой математике (как, например, табличка BM 15285 по каталогу Нейгебауэра [32] – об анализируемой в этой работе теории Евклида). Однако необходимо спросить: почему опосредование решения практических задач вычислениями и работой с чертежами и создание специального инструментария для такого опосредования (в частности – систем исчисления) есть шаг к теории, если сама теория характеризуется некоторым особым употреблением речи, которое имеют в виду, когда говорят о “доказательствах”? Действительно, теоретическая математика *пользуется* чертежами и вычислительным инструментарием, и без них она не была бы возможна, однако, если согласиться, что теоретическое знание есть более широкий феномен, чем теоретическая математика, определяющим моментом которого является теоретическая речь-логос, то нужно признать что чертежи и вычисления определяют скорее предмет математики, но ни в коей мере не ее теоретический статус. То отвлечение от практических конкретностей, о котором можно говорить при работе с чертежами и при “чистых” вычислениях, имеет мало общего с теорией, если мы определяем теорию по наличию “доказательств” – другое дело, что сами чертежи и вычисления оказываются *общими* и для практической и для теоретической математики, хотя работа с ними ведется тут и там совершенно по-разному. Правильно, наверное, будет сказать так: существует практика, связанная с работой с чертежами и с вычислениями, которая является элементом других практик (налогообложение, строительство и др.) и которую, если угодно, можно называть “практической математикой”; на основе этой практики в Греции VI в. возникает особая теория, которую греки и называют “математикой”. Конечно, интересно подумать над тем, почему именно такая практика особенно интенсивно и успешно подверглась “теоретизации”, однако важнее понять, в чем состоит сама эта теоретизация, и не путать теоретизацию с ее условиями. Вообще, оппозиция практическое/теоретическое должна использоваться в истории математики более критически и ответственно, чем это обычно делается, тем более, что в этом направлении имеются серьезные разработки [51].

⁵ В лекциях 1990 г., читанных им в Московском государственном заочном педагогическом институте.

Итак, Аристотель, как показывают наши источники, экстраполирует греческое теоретическое понимание математики на Египет. При этом он характеризует теоретическую математику как “свободную” и “существующую ради самой себя”, сравнивая ее с “существующим для себя” свободным человеком. Так же как свобода человека не есть его произвол, свобода теоретической математики не есть просто самоувлеченность. Чтобы иметь свою цель и вообще свое оправдание в себе, математика должна сама поставить и решить вопрос о собственной цели и собственном смысле – именно тогда цель и смысл будут не внеположены математике, но она будет заключать их в себе. Таким образом, по Аристотелю, теоретическая математика необходимо ставит вопрос о собственной цели и собственном существовании, т.е. вообще вопрос о себе. Тот факт, что в одно и то же время и в одном и том же месте в математике появляются “доказательства” и обсуждения смысла математики, для прогрессистской истории математики является случайным совпадением: теперь мы видим, что математический *логос* необходимо направлен на обсуждение смысла математики и математического. Ниже у Платона мы встретимся с различием математики в узком смысле слова, когда она (математика) ограничивает обсуждение самой себя определенными границами (и поэтому оказывается только “полутеоретической”), и “математической диалектики”, которая представляет собой до конца теоретическую математику (см.: [2, 5]), однако для того, чтобы понять, чем теоретическая математика отличается от практической, нам не нужно принимать во внимание эти детали: в полном смысле слова теоретическая математика обсуждает самую себя и в этом как раз состоит ее теоретичность. Итак, теоретическая математика – это математика, которая обсуждает самую себя. Обсуждение себя есть теоретическая речь, или логос.

Этот вывод в целом соответствует тому, что говорится о “появлении в математике доказательств”. Упоминание о самом раннем доказательстве принадлежит Проклу [35]⁶, передающему слова Эвдема, ученика Аристотеля, который приписывает Фалесу доказательства трех утверждений: о равенстве вертикальных углов, о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника и о том, что диаметр делит круг пополам. Вряд ли можно всерьез говорить, что Фалес сомневается в практической пригодности данных утверждений, особенно последнего. Если здесь и заводить речь о сомнении, то в каком-то специальном теоретическом смысле. Мы не знаем, в чем состояли “доказательства” Фалеса, однако, очевидно, они представляли собой некоторого рода обсуждения указанных обстоятельств. Если принять за точку отсчета практическую математику, которая использует равенство вертикальных углов, равенство

⁶ В дальнейшем, если не оговорено иное, при ссылках на Прокла имеется в виду именно эта работа.

углов равнобедренного треугольника и равенство частей круга, разделенного диаметром, для неких внеположенных целей (например, для строительства), то та математика, которую начинает развивать Фалес отличается от практической прежде всего тем, что обсуждает *свои* процедуры, и эти обсуждения суть как раз фалесовы доказательства. Не удивительно, что, раз начавшись, такое *обсуждение себя* не останавливается на отдельных частностях и “втягивает в себя” всю математику, определяя, таким образом, ее самость.

В самом деле, поскольку мы отличаем теоретическую математику от практической, постольку обсуждающая себя математика отличается от не обсуждающей себя математики, и значит неверно сказать, что теоретическая математика есть практическая математика плюс обсуждение самой этой практической математики. Какую “себя” обсуждает теоретическая математика? Мы этого не знаем и таким образом вновь возвращаемся к исходной постановке вопроса: что такое теоретическая математика? Ситуация может показаться тупиковой, но на самом деле она совершенно закономерна: ответить на вопрос “что такое теоретическая математика?” может только теоретическая математика – именно в этом смысле она свободна и “существует для себя”. Итак, ответа на вопрос “Что такое теоретическая математика?”, лежащего где-либо вне теоретической математики не существует: чтобы ответить на этот вопрос, необходимо самому заняться теоретической математикой. Этим мы и займемся в следующих главах. Специфика нашего подхода будет однако состоять в том, что мы станем это делать методом интерпретаций античных авторов – Евклида, Платона, Прокла и Аристотеля. Конечно, в привычном смысле слова только первого можно назвать “математиком”, тогда как остальные – “философы”. Однако то обстоятельство, что Евклид нам не представляет полных самообоснований математики, как раз указывает на него как на “не вполне теоретика”: чтобы восстановить полностью теоретический статус анализируемой математической теории Евклида, нам, с одной стороны, просто необходимо привлечь те обсуждения смысла математики и математического, которые мы находим у Платона и Аристотеля. С другой стороны, Платон, Прокл и Аристотель, разумеется, “не вполне математики” и не дают нам того математического содержания, которое мы находим у Евклида.

Может возникнуть сомнение: совместима ли интерпретация как метод, которым мы пользуемся, с теоретизированием, т.е. с самостоятельным рассуждением. Мы полагаем, что да. То, что классические философские тексты будят мысль людей, т.е. помогают им свободно и самостоятельно теоретизировать, вот уже две с половиной тысячи лет, является, если угодно, проверенным экспериментальным фактом. К стандартному списку мы, наверное, добавили только Евклида, которого сначала стали рассматривать как только “детского” теоретика, преподавая по его “Началам” школьную геомет-

рию, а затем лишили его и этой скромной роли. Но дело даже не в этом. Самостоятельность теоретического рассуждения как раз означает, что оно определяется само по себе, а не из внешних условий своего возникновения. Эти условия, строго говоря, вообще не должны приниматься в расчет. Мы предлагаем свои рассуждения, не претендуя, разумеется, на их истинность в последней инстанции, но отвечая за каждый вывод. Интерпретацию можно сравнить с научной дискуссией — теория в окончательной ее форме никак не апеллирует к предшествующей дискуссии, однако именно эта дискуссия дает ключ для понимания смысла теории. Таким образом, сказанное отнюдь не означает, что при интерпретации теоретической математики мы должны игнорировать всякое культурно-историческое своеобразие, однако это означает, что такое своеобразие мы должны понимать как момент интерпретации, а не как момент самой теории. Тот факт, что в данной работе мы, помимо “Начал” Евклида, пользуемся только философскими источниками и не принимаем во внимание исторический в узком смысле этого слова контекст объясняется не принципиальным отказом от такого контекста, а невозможностью охватить в одной работе все подходы к проблеме.

2.1. ТЕОРИЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Сначала попытаемся в предварительном порядке сказать, что вообще представляет собой для Платона теоретический *логос*. Дальнейшие подробности помогут уточнить и конкретизировать сказанное; кроме того, ниже мы специально будем говорить о *математическом* логосе у Платона.

Теоретическую речь-логос, высказывающую знание (*ἐπιστήμη*), Платон противопоставляет связанной с чувственным восприятием (*αἴσθησις*) внетеоретической речи-мнению (*δόξα*), прежде всего как самостоятельную речь несамостоятельной¹. Когда мы переводим у Платона *“αἴσθησις”* как “чувственное восприятие”, то здесь нужно сделать акцент не на “чувственном”, а на “восприятии”: мнение определяется восприятием чего-то “иного”, аффектом; “восприятие” это не активное, а пассивное подчинение внешнему аффикатору. Наоборот, логос связан с некоторой собственной активностью, собственной деятельностью, которую Платон называет *мышлением* (*νόησις*). Чтобы понять, что такое самостоятельность теоретической речи и что такое собственная деятельность, обратимся к историко-математическим примерам. Речь в обычном смысле этого слова участвует и в “практической” математике. Каким же именно образом? “Заказчик” ставит с помощью речи перед математиком-вычислителем задачу, а тот, в свою очередь, сообщает заказчику с помощью речи результат своих вычислений. Учитель-вычислитель с помощью речи поощряет или порицает своих учеников. Если поставленная задача требует одновременной работы над ней группы вычислителей, старший из них разбивает задачу на подзадачи и с помощью речи руководит своими подчиненными. Во всех этих случаях речь используется как средство

¹ В этой главе, носящей, как мы уже сказали, предварительный характер, мы не подтверждаем все наши соображения указаниями на конкретные тексты Платона. Эту работу мы проделываем ниже. Чтобы проверить, насколько сказанное в этой главе соответствует текстам Платона, нужно приводимые в последующих параграфах этой главы примеры и цитаты отнести к выводам первой главы. В важнейших случаях ниже для этого будут даваться специальные внутренние ссылки.

передачи информации – приказа или ответа на приказ. Поскольку такая речь полностью определяется той целью, для которой она произносится, и поскольку эта цель сама по себе не имеет отношения к речи, но есть нечто *иное*, будем называть такую речь *гетерономной*. Теоретическая речь-логос не есть гетерономная речь: доказательство математической теоремы не предполагает никаких внеречевых последствий. И все же, можно ли сказать, что математическое доказательство как некоторая речь не имеет никакой цели, кроме самой себя? Разве мы не считаем, что математическое доказательство *доказывает теорему*, устанавливает некоторую *истину*? Мы можем несколько изменить формулировку теоремы и доказательства не меняя их математического содержания, однако некоторые грамматически ничтожные изменения могут, наоборот, повлечь за собой значительные изменения математического содержания или полное уничтожение этого содержания: уже отсюда видно, что математическая речь имеет некоторое мерило, которое не есть сама эта речь. И все-таки математическая и вообще всякая теоретическая речь не есть гетерономная речь: мы, конечно, можем сказать, что в математической теореме *посредством* речи выражается некоторое математическое содержание, однако указать на это содержание как на “вот это”, которое не требует само по себе никакой речи, мы не можем. “Практический” математик говорит о конкретных вещах, к которым относятся его вычисления, и на которые можно указать пальцем; он может отвлечься от конечного практического смысла своих задач и говорить о чертежах и других знаках, которыми он пользуется при вычислениях – это не меняет сути дела, поскольку на эти знаки можно также указать пальцем. Но если мы говорим о теоретической, а не о практической математике, то указать пальцем на ее предмет и на ее содержание невозможно: указание на геометрический чертеж или числовой символ не есть такое указание, а любой разговор о математическом предмете или математическом содержании оказывается именно разговором, т.е. некоторой речью.

Чтобы прояснить эту странную связь теоретической речи со своим предметом, который оказывается и тождественным и нетождественным речи, рассмотрим *автономную* речь, т.е. речь, которая определяется сама собой без всякого отношения к чему-либо иному. Закон, определяющий такую речь, есть чисто речевой закон – ритмический, интонационный, и проч. Именно такую речь пытались практиковать в глазах Платона софисты, которых он резко критикует. Поэзию Платон также рассматривает как автономную речь и тоже ее критикует. Своей критикой Платон предельно сближает автономную и гетерономную речь, которые вместе оказываются у него противопоставленными теоретической речи-логосу. Так, хотя на первый взгляд кажется, что поэт высказывается совершенно самостоятельно, подробный анализ, который Платон проводит в диалоге “Ион”, показывает, что поэт сам не знает ничего из того, о чем он говорит, и потому более

правильным будет предположить, что поэт высказывается не самостоятельно, но через поэта высказывается бог. (Сам участвующий в диалоге поэт охотно соглашается с такой формулировкой и смело меняет самооценку “искусный” на “божественный” – 542a².) Софисты настаивают на автономии речи, однако их реальная практика состоит в подготовке юношей к политической карьере, в частности они учат, как пользоваться речью для политических целей: в демократическом обществе владение речью приобретает решающее значение в вопросах власти, и потому за такое обучение софистам платят огромные деньги. Интересно, что софистический аргумент о невозможности лжи, который основывается на автономии речи – поскольку речь не относится к чему-либо, она не может соответствовать или не соответствовать действительности и быть на этом основании истинной или ложной³ – оказывается уместным при гетерономном применении софистической речи в политической практике: не нужно ставить вопрос о том, говорится правда или ложь, а надо думать к каким политическим последствиям приведет данная речь. И автономная, и гетерономная речь оказываются здесь противопоставленными речи, спрашивающей о своей истинности и рискующей оказаться ложной, т.е. теоретической речи. Автономная поэзия и софистика также не ставят вопроса о своей истинности, как и гетерономная речь-приказ.

Итак, теоретическая речь не тождественна своему предмету как автономная речь, но она и не иная для своего предмета как гетерономная речь. Можно сказать, что теоретическая речь лежит *между* автономной и гетерономной речью, или, что она есть *граница* автономной и гетерономной речи. Конечно, это только некий образ, однако, как мы увидим, такого рода образом пользуется Платон, когда говорит о теоретическом *эйдосе*, лежащем *между* “искажениями” этого эйдоса (см. [2. 5. 4]). Образ теоретической речи-логоса как границы автономной и гетерономной речи приводит нас к другому важному платоновскому образу – теоретическому “касанию”. Гетерономная речь однозначно определяется своим предметом извне – можно сказать, что она *подчинена* своему предмету. Автономная речь вовсе беспредметна, если называть предметом речи нечто иное по отношению к самой речи. Теоретическая речь-логос *касается* (ἄλτω) своего предмета. Именно этот глагол употребляет Платон, говоря о теоретическом предмете в собственном смысле слова – “негипотетическом начале” (ἀρχή ἀνυποθέτων). Даже математические “гипотезы” (ὑποθέσεις), как считает Платон, “принуждают” (ἀναγκάζουσιν) рассуждения, которые, таким образом, оказываются не вполне теоретическими (см.: [2. 5]). Теоретический логос так же как автономная речь направлен на себя,

² Здесь и далее сочинения Платона цит. по [34]. Везде, где противное не оговорено особо, текст Платона дается в переводе автора.

³ Платоновскую критику софистического аргумента о невозможности лжи мы разбираем в 2.7.1.

однако он делает это не из увлеченности самим собой, а для установлений между собой и своим предметом отношений свободного *касания*. Само слово “философия” (φιλοσοφία), придуманное, по некоторым сведениям, Гераклитом и имеющее первоначально иронический смысл, противостоит “мудрости” (σοφία) как “дружба с мудростью” – дружба (φιλία), предполагающая эротическое касание вместо патриархального обладания. Насмешливое и злое изображение этого касания мы видим в комедии “Облака” Аристофана [48]: философы едва касаются “реальной жизни” и поэтому их нельзя принимать “всерьез” – над ними можно только посмеяться. Ирония Гераклита и Аристофана не случайна: ирония вообще близка теоретическому “касанию” – ведь относиться к предмету иронически означает и не отдавать себя ему во власть, и не отбрасывать его вовсе⁴.

Именно в свете проблематики теоретического “касания” следует, как представляется, понимать известное учение Платона о “припоминании” знания, которым душа человека, согласно излагаемому Платоном мифу, уже обладает с самого его рождения (Men. 81b-d). Платоновский Сократ иллюстрирует такое припоминание на живом примере: он беседует с никогда не изучавшим математики мальчиком, и в ходе этой беседы мальчику удается решить поставленную перед ним математическую задачу, несмотря на то что Сократ не сообщает ему решения, но только задает наводящие вопросы. Здесь Сократ демонстрирует такое использование речи, которое противоположно софистическому автономно-гетерономному *убеждению*. Знание, по мысли Платона, нельзя посредством речи или как либо еще передать от одного человека другому, ему нельзя просто научить. Знание можно обрести только в себе, а роль другого человека всегда будет только вспомогательной. В другом месте Сократ сравнивает эту роль с ролью акушерки при родах (Theaet. 150b). Сократ не формирует душу мальчика так как считает нужным, а осторожно *касается* его души вопросами и “будит” ее, так что эта душа “просыпается” и показывает себя. Сократа можно сравнить здесь также с зеркалом, в котором душа мальчика видит себя⁵.

⁴ Ср. характеристику философии Ф. Ницше как “веселой науки” [93].

⁵ Более детально Платон противопоставляет обучение убеждением и обучение “касанием” в диалоге “Софист”: “Один путь ... правильное всего можно было бы назвать вразумлением. ... Что же касается другого пути, то здесь ... расспрашивают кого-либо о том, что тот мнит, будто говорит дельно, а на самом деле говорит пустое. Затем, так как он и ему подобные бросаются из стороны в сторону, то легко выясняют их мнения и, сводя их в своих рассуждениях воедино, сопоставляют их между собой, сопоставляя же, показывают, что эти мнения противоречат друг другу относительно одних и тех же вещей, в одном и том же отношении, одним и тем же образом. Те же, видя это, *сами на себя* негодуют, а к другим становятся мягче и таким способом освобождаются от высокомерного и упорного самомнения” (229e–230c – пер. Ананьина; все русские переводы Платона, не принадлежащие автору, цитируются по изданию [94]).

Оказывается, что единственной речевой формой, в которой может высказываться знание, служит непринужденная *беседа*, тогда как заволаживающая речь софиста способна только внушить то или иное мнение.

К. Поппер в [95] говорит о Платоне как теоретике тоталитаризма, противопоставляя его софистам как теоретикам открытого общества. Софисты оказываются у Поппера теоретиками открытого общества прежде всего потому, что основным содержанием их деятельности является разработка практики *убеждения*, ставшей, как мы уже говорили, неотъемлемым элементом функционирования всякого демократического института власти. Мы, однако, прекрасно знаем, что при условии монополии на речь убеждение (пропаганда) становится мощнейшим средством насилия, успешно дополняющим средства физического насилия. Наверное, можно сказать, что убеждение речью в целом представляется меньшим насилием, чем физическое принуждение⁶, однако платоновское “касание”, на котором основано его понятие знания, безусловно, более либерально, чем то и другое. Сами софисты, по крайней мере в передаче Платона, говорят об убеждении как инструменте насилия совершенно определенно. Знаменитое “все-знайство” софистов и универсальность преподаваемого ими предмета, оказывается не чем иным, как поработавшей мощью, заставляющей одних людей действовать по произволу других⁷. Когда последователи Поппера [23] противопоставляют “гуманистический релятивизм” софистов “тоталитарному абсолютизму” Платона, то забывают, что софистический релятивизм связан с практикой убеждения, которую, как мы только что сказали, лишь весьма условно можно назвать либеральной, а платоновский “абсолютизм” – с его концепцией знания, достигаемого в свободной дискуссии. Тем не менее остается, конечно, фактом, что Платон пришел к идеалу государственного устройства, весьма напоминающему тоталитарное, и разобраться в том, как это произошло, несомненно, интересная и важная задача.

Приведенный выше пример из диалога “Менон” хорошо показывает, как теоретическое “касание” обеспечивает самостоятельность речи, т.е. делает речь теоретическим логосом. Сократово сравнение своей роли с ролью акушера как и всякое сравнение только приблизительно: рождение ребенка в принципе возможно и без акушера, однако вне свободной дискуссии речь *нико-*

⁶ Разумеется, некоторые современные методы психологического воздействия вряд ли можно считать более “либеральными”, чем методы физического принуждения.

⁷ “Владея такой силой, ты и врача будешь держать в рабстве, и учителя гимнастики, а что до ... дельца, то окажется, что он не для себя наживает деньги, а для другого – для тебя, умеющего убеждать толпу” (Gorg. 452c – пер. Маркиша).

гда не станет самостоятельным логосом. Задавая свои вопросы, Сократ не просто создает условие для того, чтобы душа собеседника “проснулась” и “вспомнила”, что она уже знает, но знание само предполагает беседу, в которой собеседники находятся друг к другу в отношении свободного теоретического касания: то же самое умение удвоить квадрат (именно такую задачу задает Сократ мальчику), которым прекрасно владели и вавилонские математики-практики (таблица BM15285 по [32]), вне такой беседы, имеет статус мнения, а не знания. Если бы мальчик, с которым беседует Сократ, оказался вундеркиндом и без лишних слов сразу “по наитию” правильно удвоил квадрат, это тоже не было бы знанием. Автономная речь, которую развивали софисты, самостоятельна только в возможности – ее можно уподобить лишившемуся хозяина рабу, который может стать свободным человеком, если не будет поступать по своему произволу. Произвол есть подчинение внешним, неясным самому себе целям – только отношение теоретического “касания” ограждает речь от такого подчинения. Таким образом, теоретическое “касание”, достигаемое в диалектической беседе, есть особое *принуждение к самостоятельности*, делающее речь теоретической речью-логосом. Самостоятельность теоретической речи-логоса и есть мышление. Мышление, таким образом, выступает как мерило теоретичности теоретической речи.

2.1.1. Основной теоретический вопрос

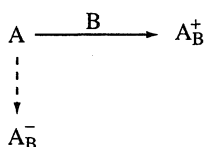
Как мы говорили, беседа, в которой может реализоваться знание, начинается с того, что по поводу высказываемых мнений ставятся некоторые вопросы. На самом деле у платоновского Сократа есть один универсальный вопрос, с которого он начинает всякое теоретическое исследование: “Что есть то, о чем идет речь?” (τί ἐστι)⁸. Ответ на такой вопрос называется *определением* (ὁρος).

⁸ См., например, “Лахет”, где сначала идет разговор о целесообразности для юноши изучать военное дело, пока Сократ не спрашивает: “А не нужно ли нам раньше понять, что это за дело такое, учителей которого мы разыскиваем?” (185b – пер. Шейнман-Топштейн), после чего беседа переходит в собственно теоретическое русло. См. также “Пир”, где собеседники поочередно произносят длинные и изящные речи об Эросе, пока Сократ не задается вопросом “Что такое Эрос?” и, давая на этот вопрос правдоподобные ответы, не показывает, что речи предыдущих ораторов с этими ответами не согласуются. В “Федре” Сократ прямо говорит об этом способе начинать теоретическое исследование: “Во всяком деле, юноша, надо для правильного его обсуждения начинать с одного и того же: требуется знать, что же именно подвергается обсуждению, иначе неизбежны сплошные ошибки” (237e – пер. Егунова).

2.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ДИЭРЕЗА

Аристотель утверждает, что “Сократ первым стал искать общие определения ($\delta\rho\acute{\iota}\xi\epsilon\sigma\theta\alpha\iota\ \kappa\alpha\theta\acute{o}\lambda\omicron\upsilon$)”⁹. (Met. 1078b19). Если это действительно так, то уже в рамках прогрессистского подхода Сократа следует считать одним из основателей теоретической математики: ведь определение это то, чем пользуется любой современный математик. Более того, в современной математике (и не только в математике) широко используется и тот “синтаксис” определения, которым пользуется Сократ в платоновских диалогах и Евклид в “Началах”. Речь идет о “диэрезе” ($\delta\iota\alpha\acute{\iota}\rho\epsilon\sigma\iota\varsigma$), т.е. способе построения определений, который состоит в следующем. Берется некоторый исходный термин. Затем производится деление ($\delta\iota\alpha\acute{\iota}\rho\epsilon\sigma\iota\varsigma$) этого термина по некоторому признаку, т.е. выделяется та часть значения исходного термина, которой этот признак присущ, и та часть, которой этот признак не присущ. К одному из получившихся в результате такого деления новых терминов может быть применена та же операция. Забегая вперед, сразу введем соответствующую терминологию, смысл которой мы разъясним ниже: разделяемый термин называется здесь “родом” ($\gamma\acute{\epsilon}\nu\omicron\varsigma$, genus); признак, по которому производится деление “различающим признаком” или “видовым отличием” ($\delta\iota\alpha\phi\omicron\rho\acute{\alpha}$, differentia); термины, получающиеся в результате деления – “видами” ($\epsilon\iota\delta\omicron\varsigma$, species). Ниже мы будем также называть деление одного термина, т.е. отдельный шаг диэрезы “дихотомией”. Процесс продолжается до тех пор пока результатом очередного деления не станет термин, определение которого мы разыскиваем. Определение этого термина дается как род и видовое отличие последней дихотомии диэрезы. Предыдущие дихотомии аналогичным образом дают определения всех промежуточных терминов, т.е. всех терминов, кроме определяемого и начального. Такие определения называют также “родовидовыми”.

Введем некоторые полезные для дальнейшего обозначения. Будем изображать отдельную дихотомию диэрезы следующим образом:



⁹ Здесь и далее Аристотеля мы цитируем по изданию [3]. Здесь и в дальнейшем, если противное не оговорено особо, текст Аристотеля дается в авторском переводе.

Здесь обозначено: A – род,
 B – различающий признак,
 A_B^+ – “положительный вид”, т.е. вид, которому различающий признак B присущ, и
 A_B^- – “отрицательный вид”, т.е. вид, которому различающий признак B не присущ.

У Платона самые чистые образцы диэрезы представлены в диалогах “Софист” и “Политик”, однако менее систематически Платон пользуется диэрезой и в других диалогах. Мы продемонстрируем эти примеры ниже, а сейчас сделаем одно важное замечание по поводу нашей реконструкции платоновской “логики определения”.

Дело в том, что Платон специально не занимается логикой – прерогатива выделения логической проблематики в отдельную дисциплину принадлежит, как известно, Аристотелю. В параграфе 3.3 мы подробнее обсудим это обстоятельство и укажем на причину, по которой Аристотель стал заниматься логикой. Таким образом, реконструируя логику Платона, мы на самом деле мерим Платона аристотелевской меркой, что несколько рискованно, так как ниже мы подробно говорим о различиях в подходах этих двух философов. Ситуация осложняется еще и тем, что, математика, в которой мы намереваемся обнаружить логику Платона, для самого Платона, как мы покажем ниже (см. параграф 2.5), выполняет частично ту же функцию, что логика – для Аристотеля. Тем не менее логический анализ как способ понимания рассуждений весьма прочно укоренен в современной традиции (идущей здесь за Аристотелем), и мы будем ей следовать. При этом мы будем иметь в виду, что речь должна идти не просто о применении платоновской логики в математике, но скорее о преобразовании платоновской логики в платоническую математику – преобразовании, с помощью которого мы понимаем Платона и Евклида. Такого же рода преобразование нам придется сделать при применении собственно аристотелевой логики к анализу “Начал” Евклида.

Итак, реконструируя логику Платона, мы вынуждены, с одной стороны, в чем-то следуя традиции интерпретации Платона, а в чем-то самостоятельно, делать логические обобщения на основании примеров платоновских рассуждений. С другой стороны, мы при этом пользуемся также замечаниями Платона, относящимися непосредственно к логической проблематике, которые Платон делает в некоторых диалогах (прежде всего – в “Политике”). Платон не дает даже приведенного выше описания диэрезы, хотя, казалось бы, составить такое описание на основании платоновских примеров из “Софиста” и “Политика” вообще не составляет никакого труда. Вместо этого мы находим у Платона только следующее описание диэрезы: “Как обнаружить тропу политика [в диэретическом древе]? Чтобы

обнаружить ее и отделить от прочих, нужно запечатлеть ее единой идеей, обозначая остальные ответвления другим единым эйдосом, ибо наша душа мыслит всякое знание как два эйдоса (вида)” (Polit. 258c). Впрочем, как мы видим, Платон здесь говорит скорее не о логической форме диэрезы, а о ее принципе, согласно которому иско-мое должно быть “запечатлено единой идеей”. Этот принцип мы подробно рассмотрим ниже в параграфе 2.4. В том же диалоге “По-литик” Платон пытается отличить просто “часть” (μέρος) рода от диэретического *вида* (εἶδος) данного рода. Так, согласно Платону, если просто выделить людей среди прочих животных, или эллинов среди людей, это будет “часть”, но не “вид” (263c–d, 262c–d). Платон прямо ставит вопрос о различии части и вида, но, по его собствен-ным словам, не решает этот вопрос окончательно, откладывая его на будущее¹⁰, и ограничивается лишь следующими замечаниями. Во-первых, согласно Платону, вид всегда есть часть, но не наоборот¹¹. Во-вторых, в отличие от вида, часть представляет собой нечто еди-ное только по названию, но не по существу¹². В чем же конкретно состоит единство вида, Платон здесь не говорит. В 3.3.1 мы увидим, как эту задачу решает Аристотель.

Порфирий [96] дает со ссылкой на Платона следующее описание диэрезы: “...Платон указывал опускаться не от самых общих родов до самых последних видов и [тогда] остановиться, а опускаться через промежуточные звенья, подвергая их делению с помощью видеооб-разующих признаков” (2b – пер. Кубицкого). Однако скорее всего эта ссылка Порфирия на Платона не точна и представляет собой позднейшую интерполяцию, сделанную на основе логики Аристоте-ля. В самом деле, сказанное здесь Порфирием весьма близко к тому,

¹⁰ “... как же яснее распознать, это вид или часть, если они не одно и то же, но друг от друга отличны? ... ты, Сократ, спрашиваешь недаром. Но мы и сей-час уже отклонились сильнее, чем должно, от нашего рассуждения, ты же по-буждаешь нас блуждать еще больше. Нет, вернемся ... назад. А по этому сле-ду пойдем, как ищейки, потом, на досуге. Однако крепко следи, чтобы не по-думать, будто ты слышал от меня ясное определение этого” (263a–b – пер. Шейнман-Топштейн).

¹¹ “вид чего-либо”, необходимо будет и частью... Часть же не есть необходимо вид” (263b).

¹² «[Пусть] некто, собирающийся разделить числа на два вида, выбирает из всех чисел 10000 и выделяет это число как единый вид, а всем остальным дает еди-ное имя, полагая, что благодаря этому названию рождается другой единый род, отличный от первого. Лучшим и в большей степени делящим на два ви-да будет делящий числа на четные и нечетные...» (262d–e); По поводу деле-ния “животных” на “людей” и “зверей”: «...если разумным является и какое-нибудь другое животное [помимо человека], например, из журавлей или ка-кое-то другое, и оно точно таким же образом как ты дает имена, то оно, воз-величивая само себя, [например,] противопоставит единый род журавлей дру-гим животным, включая человека, объединяя их и называя не иначе, как “зверями”» (263d).

что говорит о диэрезе Аристотель (см. 3.3.1a), а у Платона мы не находим никакого другого описания диэрезы помимо приведенного выше места из “Политика”.

Мы не случайно говорили выше о диэрезе только как о “синтаксисе”. Дело в том, что тот общий принцип, по которому построены современные и евклидовы математические определения, есть только общий синтаксический принцип, тогда как смысл современных и античных определений в корне различен. Общность синтаксиса позволяет нам сегодня с легкостью читать евклидовы определения, однако эта легкость способна ввести нас в заблуждение, если не помнить, что легкой здесь является только синтаксическая, но не смысловая сторона дела. Подробнее о смысле евклидовых определений и о том, каким смыслом наполняют диэрезу Платон и Аристотель, мы будем говорить ниже, здесь же укажем только на главное. У платоновского Сократа вопрос “τί ἐστί” (“Что это есть?”), ответом на который является родо-видовое определение, играет роль *теоретического запроса*, т.е. является вопросом, который переводит речь в теоретическую сферу, предваряет теорию как таковую. Определение, отвечающее на теоретический запрос, представляет собой существенный теоретический *результат*. В современной науке и, в частности, в математике роль теоретического запроса играют вопросы типа “Как это устроено?”, “Как это можно устроить?”, “Почему это происходит именно так, а не иначе?”, “Как сделать, чтобы это происходило именно так, а не иначе?” и другие вопросы, анализ которых не входит в нашу задачу, однако непосредственно вопрос “Что это есть?”, подразумевающий родо-видовое определение в качестве ответа, не играет здесь роль теоретического запроса, но является скорее *техническим* вопросом, встающим уже *по ходу* теоретического исследования. Соответственно в современной науке в качестве результатов рассматриваются законы, теоремы (в математике) и – вообще всякого рода *доказанные утверждения*, тогда как определения используются только в качестве вспомогательного средства, которое позволяет сформулировать эти утверждения. В этом смысле современная наука идет за Аристотелем, однако, как мы увидим, само доказательство у Аристотеля в некотором смысле отвечает на тот же вопрос, что и платоновское определение. Что же касается Платона, то напомним еще раз его слова о том, что “наша душа мыслит всякое знание как два эйдоса [вида]” (Polit. 258c). Таким образом, для Платона связанное с вопросом об определении диэретическое деление на виды является не специальной и тем более не вспомогательной процедурой, а главной и по сути единственной теоретической процедурой.

Карл Поппер [95] противопоставляет античный подход к определениям, который он называет “эссенциалистским” (от лат. *essentia* – сущность), подходу, за который ратует он сам, называя его “номиналистическим”: «Методологический эссенциализм, согласно которо-

му сущность науки состоит в раскрытии и описании при помощи определений сущности вещей, может быть лучше понят в сопоставлении с противоположной точкой зрения, т.е. методологическим номинализмом. Методологический номинализм стремится не к постижению того, чем вещь является на самом деле, и не к постижению ее подлинной природы, а к описанию того, как вещь себя ведет при различных обстоятельствах... Методологический номиналист никогда не считает, что вопросы “Что такое энергия?”, “Что такое движение?” или “Что такое атом?” являются важными для физики, но придает большое значение таким вопросам, как “При каких условиях атом излучает свет?”, “Как можно использовать энергию солнца?” или “Как движутся планеты?”» (гл. 3). Хотя сам Поппер, давая ниже (гл. 11) систематическое описание “методологического номинализма”, опирается на экспериментальный характер науки и даже специально подчеркивает, что не имеет в виду математику, которая, с его точки зрения, является не наукой, но языком науки, попперовский номинализм имеет место и в современной математике. Более того, именно в математике была сделана самая радикальная попытка провести реформу этой науки в духе попперовского номинализма. Мы имеем в виду математический “формализм” и специально “Основания геометрии” Гильберта [63].

Согласно Попперу, номинализм современной экспериментальной науки состоит в том, что в каждой дисциплине имеется ряд базовых терминов, значения которых не определяются и никак не влияют на содержание научных высказываний (например, в физике это термины “движение”, “энергия”, “сила”, “атом” и/или некоторые другие в зависимости от конкретной теории). Прочие термины, согласно Попперу, суть не более чем сокращения комбинаций базовых терминов, и определения этих терминов нужно понимать как указания на эти сокращения. Это означает, что в принципе наука может обойтись вовсе без определений, заплатив за это только громоздкостью языка. В точности эту программу и пытался реализовать Гильберт, придавая ряду геометрических объектов (точка, прямая, плоскость) и отношений (конгруэнтность и др.) статус неопределяемых и определяя прочие термины только через эти базисные. При этом Гильберт специально подчеркивал, что обычные смыслы этих терминов и связанные с ними пространственные образы для геометрии не имеют никакого значения: чтобы пересилить власть воображения Гильберт предлагал «заменить “точки”, “прямые” и “плоскости” на “столы”, “стулья” и “пивные кружки”» (ibid.). Как и у Поппера, у Гильберта вопрос “что?” заменяется вопросом “как?”, “каким образом?” – “Как работать с данным термином?”, “Каким образом объекты и отношения геометрии ведут себя по отношению друг к другу?”. Можно ли на основании сказанного сделать вывод о том, что попперовский номинализм на самом деле независим от экспериментального характера науки? Даже не отвечая на этот вопрос мы мо-

жем определенно констатировать, что номиналистический в смысле Поппера подход к вопросу об определениях не менее характерен для современной математики, чем для современной физики.

2.3. “КРИЗИС ОПРЕДЕЛЕНИЯ”

Обратимся к диалогу Платона “Софист”. В первой части этого диалога (216а–231а) дается шесть (!) различных определений софиста, одинаково строго удовлетворяющих всем правилам “диалектического синтаксиса”. Для современного математика, понимающего определение в духе попперовского номинализма, в этой ситуации нет ничего необычного: одни и те же комбинации базовых (т.е. неопределяемых) терминов могут быть обозначены различным образом с помощью различных ранее определенных терминов¹³, не говоря уже о том, что в качестве базовых могут быть выбраны различные термины. Кроме того, номиналистический подход предполагает значительный произвол в выборе термина для обозначения данной комбинации базисных терминов. Как говорит Поппер, номиналистические определения читаются не слева направо, но справа налево: правая часть определения не разъясняет соответствующий термин (левую часть), т.е. не отвечает на вопрос “Что это есть?”, а задает некоторую комбинацию терминов, которая обозначается термином, стоящим в левой части определения, как “сокращением”, причем выбор этого последнего термина ограничивается только требованием, согласно которому этот термин не должен быть левой частью другого определения и не должен быть базовым термином (во избежание эквивоканий). На самом деле, конечно, в реальной математической практике никому не придет в голову называть круг “эллипсом”, а эллипс “кругом”, однако такого рода ограничения с номиналистической точки зрения рассматриваются как дань традиции, следование которой представляет собой соглашение, удобное для взаимопонимания, но которое, вообще говоря, может быть изменено, если это почему-либо окажется более удобным. Итак, с номиналистической точки зрения нет ничего неправильного и в том, чтобы одним и тем же термином “софист” называть несколько разные вещи: необходимо только, чтобы было оговорено, что же именно имеется в виду под “софистом” в каждом конкретном случае употребления этого термина¹⁴.

¹³ Представим себе базовые термины как “кирпичики”, а определяемые термины как “блоки кирпичиков”. Тогда один и тот же блок кирпичиков может быть составлен многим (хотя всегда конечным) числом способов из блоков меньшей величины.

¹⁴ В связи с этим укажем на интересные исследования, проведенные Ольгой Скидан [102]. Исследуя математические работы Лейбница, автор замечает, что Лейбниц в различных работах различным образом определяет термин “дифференциал”, причем эти определения не только не являются формально

Для Платона дело обстоит иначе. Для Платона определение не просто указывает на некоторую вещь (на вещь указывает уже имя), но отвечает на вопрос “Что есть эта вещь?”. Ответ на этот вопрос предполагается определенным, т.е. единственным. Множественность полученных не увязанных между собой ответов свидетельствует о том, что вопрос остался без удовлетворительного ответа. Заметим, что дело здесь не в том, что Платон держится за слово “софист” и не может себе представить, что это слово может обозначать различные вещи. Дело здесь вообще не в словах. Дело в том, что участники диалога пришли к шести различным определениям софиста, пытаясь все время думать *об одном и том же*¹⁵, однако это единство в результате так и не удалось схватить в речи (а не просто в имени). Как говорит один из участников диалога, “когда так много уже выяснилось, я все же затрудняюсь, кем, говоря по истине и наверняка, нужно назвать софиста по сути (ὅπως εἶναι)” (231b). Заметим, что сами по себе правила “диэретического синтаксиса” не дают никакого ключа для решения этой проблемы.

Очевидную недостаточность диэретического синтаксиса для решения поставленной задачи – ответа на вопрос “Что есть определяемое?” – Платон демонстрирует в диалоге “Политик”, который написан как продолжение “Софиста”. В начале диалога делается попытка получить диэретическое определение политика. Путем диэрезы, содержащей целых одиннадцать дихотомий, здесь дается определение политика как “пастуха человеческих стад”, причем Платон специально настаивает на том, чтобы “люди” здесь были также диэретически определены (258b–263d). Определение человека, для которого используются семь из одиннадцати дихотомий, Платон дает здесь следующее: “Гладкое (не имеющее перьев) двуногое животное”, тогда как противоположный вид – “пернатое двуногое животное” – есть вид птиц. Такое определение человека и его отнесение к общему роду с птицами представляются нелепыми не только нам сегодня, но и Платону, при том, что, подчеркнем, это определение построено строго в согласии с правилами диэрезы¹⁶. Далее Платон обнаруживает, что,

эквивалентными, но и вообще не обнаруживают какой-либо формальной связи друг с другом. В то же время, представляется нелепым, чтобы Лейбниц одним и тем же термином “дифференциал” по своему произволу в разных работах обозначал совершенно разные вещи. Для выяснения общего смысла термина “дифференциал”, который стоит за всеми лейбницевскими определениями, автор анализирует употребление этого термина в эпоху Лейбница в естественном языке.

¹⁵ То есть, следуя терминологии Поппера, все эти определения получены “слева направо” и так же следует их читать.

¹⁶ “... не усмотрим ли мы и чего-то очень смешного, случившегося с нами при этом делении, – словно мы заправские шуты? – Что же это? – Да [то, что] наш человеческий род получил равный удел и шагает в ногу с родом ... самым благородным и в то же время наилегчайшим. – Да, я вижу и нахожу это очень странным” (266b–c – пер. Шейнман-Топштейн).

несмотря на такую подробную и громоздкую диэрезу, политик все же не определен: как показывает Платон под данное определение кроме политика подходят “всякие купцы, землепашцы, булочники... учителя гимнастики и врачи” (267е). Другими словами, оказывается, что, несмотря на большую проделываемую работу, “находится некоторая схема властвования (σχημα βασιλικόν), но политик не схватывается с точностью” (268с). Таким образом, становится очевидно, что, хотя правила диэрезы задают подходящую форму построения определений, одних этих правил для построения определения недостаточно.

Завершая этот параграф, заметим, что “кризис определения”, о котором мы здесь говорим, нельзя понимать непосредственно исторически – так, что Платон столкнулся с недостаточностью правил диэрезы для решения поставленных задач и стал преодолевать эту трудность введением дополнительных принципов, о которых у нас речь пойдет ниже. На самом деле, наоборот, интерес к чистому “синтаксису” возник, по всей видимости, у Платона достаточно поздно (как полагают некоторые исследователи, под влиянием Аристотеля)¹⁷, в то время как “дополнительные принципы”, о которых у нас пойдет речь, представляют собой важнейшую тему философии Платона, которая обнаруживается уже в ранних диалогах. Тем не менее для нашего исследования представляется выгодной именно такая “обратная перспектива”: мы берем родо-видовое определение как нечто хорошо знакомое, указываем на проблемы, связанные с родо-видовым определением, стоявшие перед Платоном, и только затем рассматриваем, каким образом Платон преодолевает эти проблемы.

2.4. ЭЙДЕТИЧЕСКИЙ РЕГУЛЯТИВНЫЙ ПРИНЦИП

Итак, Платону необходим некоторый принцип, который позволил бы из всевозможных определений одного и того же термина, построенных в соответствии с правилами диэрезы, выбрать единственное “правильное” определение, которое отвечало бы удовлетворительным образом на вопрос “Что это есть?”¹⁸ Таким принципом становится для Платона следующий:

¹⁷ Мнение высказано Ю.А. Шичалиным в частной беседе.

¹⁸ Ср. у Поппера: “...эссенциализм не способен решить следующую проблему: как возможно установить, истинно ли данное формально правильное определение? Или, иначе говоря: каким образом совершать выбор между двумя конкурирующими определениями? Очевидно, что для методологического номиналиста ответ на вопросы такого рода тривиален... Номиналист... укажет на то, что спор о ярлыках не интересует его, поскольку их выбор совершенно произволен” (ibid. примеч. 44 к гл. 11). Поппер прав здесь в том, что перед “эссенциализмом” действительно стоит указанная задача – именно такова трудность, связанная со множественностью определений софиста. Однако Поппер безосновательно утверждает, что “эссенциализм” не способен

1) *определение должно определять определяемый термин сам по себе (καθ' αὐτό), а не определять его через нечто другое.*

Платон, вообще говоря, формулирует этот принцип шире – как самый общий принцип теоретического исследования:

2) *всякая вещь должна исследоваться, взятая сама по себе, а не по отношению к чему-либо иному.*

А применение этого принципа к родо-видовым определениям представляет собой у Платона специальный, хотя и, наверное, важнейший случай использования этого принципа. В соответствии с этим мы сначала рассмотрим, как Платон приходит к общему принципу 2, а затем – как Платон применяет этот принцип к определениям (принцип 1) и конкретно – как принцип 1 действует на уровне “диэретического синтаксиса”. Заметим, что общий принцип 2 необходимо предполагается *самостоятельностью* теоретической речи-логоса, о которой мы говорили в параграфе 2.1: самостоятельность речи предполагает самостоятельность предмета речи. Отношение теоретического “касания”, о котором мы говорили, есть отношение двух “самостей”. И наоборот: самостоятельность возможна только через отношение к иному как к самостоятельному через теоретическое “касание”.

2.4.1. Общая формулировка

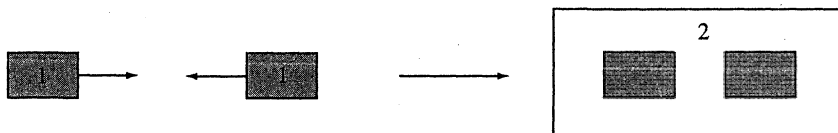
Напомним, что в параграфе 2.1 мы определяли платоновский теоретический логос как границу автономной и гетерономной речи. В диалоге “Федон” Платон уточняет эту границу, рассматривая “околотеоретическую” речь, т.е. из различных вариантов теоретизирования выбирает единственный. Сначала Платон критикует гетерономные “физические” объяснения вещи через нечто иное, а затем автономные объяснения вещи через саму себя, нащупывая таким образом собственно теоретические объяснения. Именно в контексте такого уточнения “теоретичности теоретического” и нужно понимать принцип 2. Посмотрим теперь, что Платон делает конкретно.

Сократ в последние часы своей жизни вспоминает свою философскую биографию. Первым увлечением Сократа, по его словам, была физика (96a). Однако Сократ вскоре разочаровывается в физике¹⁹.

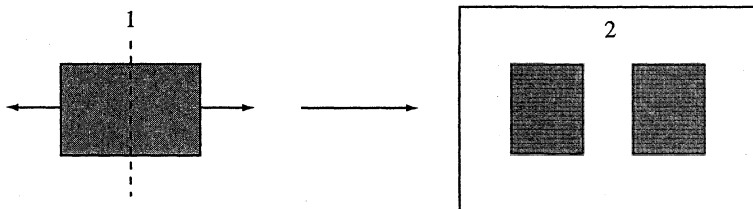
решить эту проблему, так как не замечает тех попыток Платона справиться с этой проблемой, которые мы анализируем ниже.

¹⁹ “В молодые годы, Кебет, у меня была настоящая страсть к тому виду мудрости, который называют познанием природы. Мне представлялось чем-то возвышенным знать причину каждого явления – почему что рождается, почему погибает и почему существует... Размышлял я о ... переменах, которые происходят на небе и на земле, и все для того, чтобы в конце концов счесть себя совершенно непригодным к такого рода исследованию. (Федон 96a–с – пер. Маркиша).

Мотивируя свое разочарование в физике, Сократ приводит примеры физических корректных рассуждений, которые, однако, с его точки зрения, являются неудовлетворительными. Первый пример Сократа – “физические” объяснения *двойки* (96е–97b). Представляется весьма естественным говорить, что двойка возникает в результате соединения одной единицы с другой единицей:



Однако можно в том же духе сказать и наоборот – что двойка возникает в результате разделения одной единицы на две половины:



Каждое из таких генетических объяснений двойки представляется допустимым, однако оба эти объяснения, взятые вместе, невозможно считать удовлетворительными, так как они очевидным образом противоречат друг другу. Действительно, в обоих случаях единица рассматривается в качестве “материала” для двойки, однако в первом случае единица подвергается *соединению* с другой единицей, а во втором случае противоположному действию – *разъединению*²⁰.

²⁰ “Я не решаюсь судить даже тогда, когда к единице прибавляют единицу ... Пока каждая из них была отдельно от другой, каждая оставалась единицей и двух тогда не существовало, но вот они сблизилась, и я спрашиваю себя: в этом ли именно причина возникновения двух – в том, что произошла встреча, вызванная взаимным сближением? И если кто разделяет единицу, я не могу больше верить, что двойка появляется именно по этой причине – через разделение, ибо тогда причина будет как раз противоположной причине образования двух (указанной выше. – А.Р.): только что мы утверждали, будто единицы взаимно сближаются и прибавляются одна к другой, а теперь говорим, что одна от другой отделяется и отнимается! ... Короче говоря, этот способ исследования мне решительно не нравится...” (96е–97b – пер. Маркиша).

Сократ критикует и следующее физическое представление: человек растет, потому что потребляет пищу²¹. Возражения Сократа вызывает здесь в первую очередь некритическое употребление слова “растет”, которое, по словам Сократа, предполагает, что “малорослый человек становится крупным”. Сократ усматривает здесь трудность в том, что всякий низкорослый человек может оказаться высоким по сравнению с другим, более низким человеком, и наоборот, всякий высокий человек может оказаться низким по сравнению с более высоким. В этом смысле каждый человек является *одновременно* низким и высоким²², однако такое положение дел показывает, что принятый без всяких оговорок в физических рассуждениях способ мыслить “низкое” и “высокое” нуждается в переосмыслении.

Сказать, что “низкое” и “высокое” суть *относительные* понятия, которые не могут прямо относиться к конкретному человеку, но только – к *отношению* этого человека к какому-либо другому человеку, не является, по всей видимости, для Сократа простым решением. Сказав так, мы проясним *смысл* слов “низкое” и “высокое”, но при этом останется непонятным, каким образом “низкое” и “высокое” вообще *существует*, если ни то, ни другое, вопреки принятому и в нашем современном языке словоупотреблению, не может быть свойством человека или любой другой существующей вещи. Говорить, что *существует* отношение Сократа к Симмию только потому, что кому-то захотелось сравнить их по росту, гораздо более самонадеянно, чем просто сказать – существуют вот этот Сократ и этот Симмий. На самом деле, в вопрошании Сократа, о котором у нас идет речь, семантическая и онтологическая стороны дела не различены, и поэтому Сократ не предлагает только что рассмотренного решения поставленной им проблемы, хотя именно такое решение представляется для нас естественным. Платон приходит к различению семантики и онтологии только в диалоге “Софист”, далее эту тему активно развивает Аристотель (пара τί–ὄτι) – ниже мы подробно остановимся на этом вопросе.

Наконец, последний пример неудовлетворительности физического способа рассуждений из диалога “Федон”, который мы здесь упомянем, это живой пример самого Сократа в момент беседы. Напомним, что беседа происходит непосредственно перед казнью Сократа, причем Сократ имеет возможность беспрепятственно бежать из заключения и избежать казни, однако он этого не делает, так как считает своим долгом и, следовательно, благом для себя подчиниться приговору суда, хотя он и считает его несправедливым. Сократ с иронией говорит о возможных физических (физиологических) объясне-

²¹ Прежде я думал, что это каждому ясно: человек растет потому что ест и пьет. ... Так малорослый человек делается крупным (96d – пер. Маркиша).

²² “Выходит, что Симмия можно назвать разом и маленьким, и большим по сравнению с двумя другими...” (102c-d – пер. Маркиша).

ниях своего поведения: “Сократ сейчас сидит здесь потому, что его тело состоит из костей и сухожилий, и кости твердые и отделены одна от другой сочленениями, а сухожилия могут натягиваться и расслабляться и окружают кости – вместе с мясом и кожей, которая все охватывает. И так как все кости свободно ходят в своих суставах, сухожилия, натягиваясь и напрягаясь, позволяют Сократу сгибать ноги и руки. Вот по этой-то причине он и сидит здесь, согнувшись... Да, клянусь собакой, эти жилы и эти кости уже давно, я думаю, были бы где-нибудь в Мегарах или Беотии, увлеченные ложным мнением о лучшем, если бы я не признал более справедливым и более прекрасным не бежать и не скрываться, но принять любое наказание, какое бы ни назначило бы мне государство” (Федон 98с–99а – пер. Маркиша). То, что Сократ поступает в данном случае скорее вопреки, чем благодаря физиологическим законам человеческого поведения, в данном случае кажется очевидным: инстинкт самосохранения оказывается не властным над Сократом, хотя никакая другая физиологическая “сила” сама по себе как будто и не противостоит этому инстинкту.

Что же Сократ предлагает взамен физического способа рассуждений? Приводя перечисленные выше и подобные им примеры физических рассуждений, Сократ подводит собеседников к мысли о том, что объяснение одного *через другое* не есть настоящее объяснение. Конечно, соединение единиц наводит на мысль о двойке, и равным образом на мысль о двойке наводит разделение единицы. Можно ли, однако, такое наведение считать объяснением и даже причинным объяснением? Может быть дело обстоит наоборот: сама двойка является причиной того, что соединяются две единицы, и того, что единица разделяется на две половины? Это означает, другими словами, что *существующая* двойка, т.е. двойка как *сущность* (οὐσία) является причиной *возникновения* двойки – как при соединении двух единиц, так и при разделении единицы на две половины. Именно такой подход предлагает Сократ²³. Итак, чтобы понять, что такое двойка, нужно не объяснять, “как возникает” двойка из чего-либо иного, но, наоборот, понять двойку саму по себе, отдельно от отношений двойки к чему-

²³ “Разве не остерегся бы ты говорить, что, когда прибавляют один к одному, причина появления двух есть прибавление, а когда разделяют одно – то разделение? Разве ты не закричал бы во весь голос, что знаешь лишь единственный путь, каким *возникает* любая вещь, – это ее причастность особой *сущности*, которой она должна быть причастна, и что в данном случае ты можешь назвать лишь единственную причину возникновения двух – это причастность двойке. Все, чему предстоит сделаться двумя, должно быть причастно двойке, а чему предстоит сделаться одним – единице. А всяких разделений, прибавлений и прочих подобных тонкостей тебе даже и касаться не надо. На эти вопросы пусть отвечают те, кто помудрее тебя, ты же, боясь, как говоришь, собственной тени и собственного невежества, не расставайся с надежным и верным основанием, которое мы нашли и отвечай соответственно” (Федон 101с–d – пер. Маркиша).

либо иному. “Сама по себе двойка” есть “*существующая двойка*”, тогда как двойка в отношении к чему-либо иному есть нечто, что *становится* двумя, т.е. “возникающая двойка”. Понять двойку, таким образом, означает перейти от “возникающих двоек” к “существующей двойке”, понять двойку как “существующую в соответствии с собственным смыслом”. Каким образом и в какой мере это может быть выполнено, мы покажем ниже, пока же нам важно зафиксировать сам принцип. Обратим также внимание на противопоставление “возникновения” “существованию”, которое имеется в этом рассуждении – об этом противопоставлении мы будем говорить ниже в 2.5.4, и оно будет важным для нашей интерпретации “Начал” Евклида.

Аналогичным образом Сократ преодолевает трудность, связанную с употреблением таких относительных характеристик, как “большой” и “маленький”. Хотя, говорит Сократ, отдельный человек всегда оказывается одновременно большим и маленьким, это не значит, что сами по себе “большое” и “малое” смешиваются друг с другом и теряют таким образом смысл. Это означает только то, что отдельный человек в одном отношении причастен “большому самому по себе”, а в другом “маленькому самому по себе”²⁴. Вопрос о су-

²⁴ “– Мне кажется, не только большое не только не согласится быть одновременно большим и малым, но и большое в нас никогда не допустит и не примет малого...

– Ради богов, да ведь мы раньше сошлись и согласились как раз на обратном тому, что говорим сейчас! Разве мы не согласились, что из меньшего возникает большее, а из большего меньшее и что вообще таково происхождение противоположностей – из противоположного? А теперь, сколько я понимаю, мы утверждаем, что так никогда не бывает!

– ...ты не понял разницы между тем, что говорится теперь и говорилось тогда. Тогда мы говорили, что из противоположной вещи *рождается* противоположная вещь, а теперь – что сама противоположность никогда не перерождается в собственную противоположность. Тогда, друг, мы говорили о вещах, *несущих* в себе противоположное... а теперь о самих противоположностях... (Федон 102d–103b – пер. Маркиша). Ср. также место, где Платон противопоставляет красивое “само по себе” относительно красивому:

“Кто, наставляемый на пути любви, будет в правильном порядке созерцать прекрасное, тот, достигнув конца этого пути, вдруг увидит нечто удивительно прекрасное по природе, то самое, Сократ, ради чего были предприняты все предшествующие труды, – нечто, во-первых, вечное, т.е. не знающее ни рождения, ни гибели, ни роста, ни оскудения, а во-вторых, не в чем-то прекрасное, а в чем-то безобразное, не когда-то, где-то, для кого-то и сравнительно с чем-то прекрасное, а в другое время, в другом месте, для другого и сравнительно с другим безобразное. Прекрасное это предстанет ему не в виде какого-то лица, рук или иной части тела, не в виде какой-то речи или знания, *не в чем-то другом*, будь то животное, Земля, Небо или еще что-нибудь, а само по себе, всегда в самом себе единообразное; все же другие разновидности прекрасного причастны к нему таким образом, что они *возникают и гибнут*, а его не становится ни больше, ни меньше, и никаких воздействий оно не испытывает” (Пир 210e–211b – пер. Апта).

ществовании “большого” и “малого”, таким образом, предположительно решается: “большое само по себе” и “малое само по себе” суть как раз “существующее большое” и “существующее малое”. Конечно, просто *назвав* “большое само по себе”, мы еще не можем утверждать, что в самом деле говорим о чем-то существующем, т.е., что мы в самом деле *нашли* “большое само по себе”, однако, повторяем, мы пока формулируем только принцип исследования, общую структуру искомого, а каким образом этот принцип реализуется Платоном, мы увидим ниже.

Наконец, последний упомянутый нами живой пример – поведение Сократа перед казнью – не требует даже специального комментария. Единственное разумное объяснение своего поведения приводит сам Сократ: “Я признал более справедливым и более прекрасным не бежать”. Сократ сам принял это решение. Все внешние обстоятельства противодействуют, а не содействуют поступку Сократа. В этой ситуации неверно будет даже сказать, что причиной поступка Сократа являются собственные представления Сократа о прекрасном и справедливом. Очевидно, что этот поступок есть нечто большее, чем какие бы то ни было представления о нем. Адекватно понять этот поступок можно только взяв этот поступок сам по себе.

Это все звучит достаточно убедительно, однако приводит к нелепым выводам. Объяснение “двойки” “самой по себе двойкой” или “большого” “самим по себе большим”, очевидным образом, вообще не есть объяснение. Такие “объяснения” можно назвать *автономными*, и они, повторяем, не суть объяснения,²⁵ т.е. *теоретические* объяснения. Сократ их характеризует как “надежные, но невежественные” (Phaed. 105c)²⁵. Таким образом, здесь Платон делает обратный шаг и, отталкиваясь от автономного объяснения, пытается, не возвращаясь к гетерономным объяснениям, удержаться на грани собственно теоретического. “Огонь” здесь не является для Платона просто *иным* для “теплого”, через которое оно объясняется, но является “*своим* иным” необходимым для теоретизирования. Тем не менее, как представляется, Платон все же не обосновывает этот обратный шаг достаточным образом и не объясняет, почему для того, чтобы понять “теплое само по себе”, приходится говорить об “огне”. Не разъясняет он достаточно, что такое такое объяснение отличается от гетерономного. Кроме того, этот обратный шаг Платон делает только в “Федоне”, а в других местах он, отталкиваясь от гетерономных объяснений, пользуется принципом 2 как идеалом автономного объяснения, пытаясь удержаться на границе теоретического. Поэтому мы подробно рассмотрим этот обратный шаг и аргу-

²⁵ Он говорит, например: «Если бы ты спросил меня, что должно появиться в теле, чтобы оно стало теплым, я уже не дал бы того надежного, но невежественного ответа, не сказал бы, что “теплое”, но, наученный нашим рассуждением, ответил бы потоньше – что огонь». (105c – пер. Маркиша).

ментацию, которую дает по этому поводу Платон, в параграфе 2.7, посвященном трудностям платоновской философии. Именно от этих трудностей отталкивается Аристотель и развивает свою философию в попытках их преодоления. В частности, исходя из эпистемологии Аристотеля мы сможем прояснить ситуацию с “огнем” и “теплым самим по себе” (см. 3.3.3г).

Отметим теперь один важный терминологический момент. Вещь, взятую “саму по себе”, Платон называет “эйдосом” (εἶδος) этой вещи²⁶. В этом смысле “эйдос” означает “истинный вид” вещи, существующий образец возникающей вещи. Платон употребляет слово “эйдос” в этом смысле, когда говорит: “Речи достойного человека всегда направлены к высшему благу, он никогда не станет говорить наобум, но всегда держит в уме какой-то образец (εἶδος), как и все остальные мастера: стремясь выполнить свое дело, каждый из них выбирает нужные снасти не кое-как, но чтобы вещь, над которой они трудятся приобрела определенный вид (σχῆμα – фигура, форма) (Горгий 503ε – пер. Маркиша).

Будем поэтому в дальнейшем называть платоновский принцип понимания вещи самой по себе *эйдетическим регулятивным принципом*.

2.4.2. Специальная формулировка. Верификация

Посмотрим теперь, как Платон применяет эйдетический регулятивный принцип к дизерезе. Подчинение дизерезы эйдетическому регулятивному принципу означает, что деление рода на виды имеет смысл уточнения родового термина, прояснения его собственного смысла, т.е. ответа на вопрос “Что есть (означает) родовой термин сам по себе?”. В связи с этим мы будем называть каждую дихотомию, сделанную в соответствии с эйдетическим регулятивным принципом, *верификацией* соответствующего родового термина, а различающий признак этой дихотомии – *верификатором*. Будем при этом также говорить о верификации данного родового термина *А по данному верификатору В*.

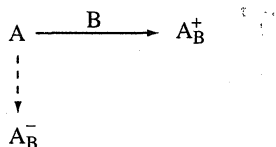
Обратим внимание на следующий важный терминологический момент. Хотя, как мы видели, термины “эйдос” и “вид” являются переводами одного и того же платоновского термина “εἶδος”, эти русские термины употребляются не как синонимы²⁷. О “видах” говорят,

²⁶ См., например: “Не кажется ли тебе, что как только прекрасное само по себе, благодаря которому все остальное украшается и представляется прекрасным, – как только этот эйдос присоединяется к чему-либо, это становится прекрасной девушкой, кобылицей или лирой” (Гиппий Большой 289d – пер. Болдырева). Ср. также у Аристотеля: «Очевидно, что “быть самим по себе”... присуще как род всем эйдосам» (Met. 1079b10).

²⁷ Платоновский термин “εἶδος” (а не только ἰδέα) часто переводится на русский язык также как “идея”.

когда речь идет о диэрезе, а об “эйдосах”, когда речь идет о вещах “самых по себе”. На самом деле, речь здесь, конечно, должна идти об одном и том же термине, поскольку “эйдетический регулятивный принцип” реализуется у Платона именно через диэрезу. Трудность, однако, состоит в том, что “вещь сама по себе” представляет собой один эйдос, в то время как дихотомия всегда дает нам два эйдоса (вида), и при этом остается, вообще говоря, неясным, какой из этих эйдосов следует считать родовым термином верификации, взятом “самим по себе”. Мы покажем, что родовым термином “самим по себе” является *положительный* эйдос (вид) дихотомии. Чтобы это сделать, необходимо сказать, что представляет собой верификатор. Верификатор не является просто специфическим признаком данного вида (эйдоса), но представляет собой термин, выявляющий “собственное” (собственный смысл и собственное существование) родового термина. Выделение той части денотата родового термина, которому присущ денотат термина-верификатора (выделение положительного вида) есть, таким образом, выделение “собственной” и “истинной” его части, тогда как другая часть (отрицательный вид) есть “несобственная” часть, в которой данным родовым термином названо на самом деле нечто *иное*, то, что называется этим именем не само по себе, а только в отношении к иному. Ниже мы все это поясним на платоновских примерах, а теперь введем еще некоторые нужные нам термины.

Пусть имеется верификация термина А верификатором В:



Будем называть:

положительный вид A_B^+ – *эйдосом* термина А по верификатору В

отрицательный вид A_B^- – *призраком* термина А по верификатору

В (а также – призраком эйдоса A_B^+)

родовой термин А – *образом* эйдоса A_B .

Кроме того, положительный вид (эйдос) мы будем называть *истинным*, а отрицательный вид (призрак) – *ложным*. Термин “эйдос” мы здесь употребляем и в смысле диэретического “положительного вида”, и в смысле “вещи самой по себе”, а для “отрицательного вида” используем вслед за Платоном термин “призрак” (φανταστικός). Термин “образ” (εἰκαστικός) также принадлежит Платону. Примеры употребления этих терминов Платоном мы приводим ниже.

Заметим, что свойство, выражаемое термином-верификатором, должно быть присуще всякому эйдосу или, по крайней мере, очень широкому классу эйдосов. Иначе, верификация была бы невозмож-

на, так как мы бы не знали, как выбрать верификатор для данного родового термина.

Теперь мы переходим к примерам из диалогов Платона. Заметим, что в чистом виде дизреза присутствует только в последнем примере, взятом из диалога “Софист”, тогда как в остальных примерах нам приходится дизрезу реконструировать. Добавим, однако, что “эйдетический регулятивный принцип”, который интересует нас в первую очередь, присутствует равным образом во всех примерах.

Пример 1

В диалоге “Протагор” выясняются отношения между такими понятиями, как “добродетель” (ἀρετή), “мудрость” (σοφία), “рассудительность” (σωφροσύνη), “мужество” (ἀνδρεία), “справедливость” (δικαιοσύνη) и “благочестие” (δσιότης). Сначала высказывается правдоподобное предположение о том, что последние пять понятий являются своего рода частями или “слагаемыми” первого понятия – добродетели (349b). Однако это предположение подвергается критике со стороны Сократа, который обращает внимание своего собеседника Протагора на то обстоятельство, что понятия в парах “справедливость – благочестие” и “мудрость – рассудительность” или попросту тождественны или, во всяком случае, чрезвычайно близки, откуда следует, что понятия, входящие в эти пары, никак не могут рассматриваться как независимые слагаемые (т.е. “кирпичики”) добродетели. В связи с этим Сократ высказывает даже предположение о том, что все шесть рассматриваемых терминов суть просто различные имена одного и того же понятия, т.е. синонимы. Тогда Протагор обращает внимание Сократа на понятие “мужество” и замечает, что если относительно других исследуемых терминов еще можно сомневаться, означают ли они одно и то же или разное, то “мужество” наверняка означает нечто иное, чем каждый из остальных терминов, поскольку “среди несправедливых, нечестивых, разнузданных и невежественных [людей]²⁸ многие отличаются мужеством” (349d). Сократ сам помогает Протагору построить пример мужественного, но не добродетельного человека. Именно таковым оказывается человек, не знающий военного искусства, но вместе с тем смелый (ὑάρρουνος)²⁹ (350b). Да-

²⁸ Здесь и далее в переводах античных авторов мы помещаем в квадратные скобки слова, отсутствующие в греческом тексте, но необходимые для понимания. В то же время, мы при необходимости заменяем указательные местоимения существительными, на которые они указывают, и приводим пропущенные существительные, упомянутые выше в тексте, после относящихся к ним прилагательных, не отмечая их квадратными скобками.

²⁹ К выводу о том, что такой человек не будет добродетельным, Сократ и Протагор приходят, соглашаясь в следующих двух пунктах:

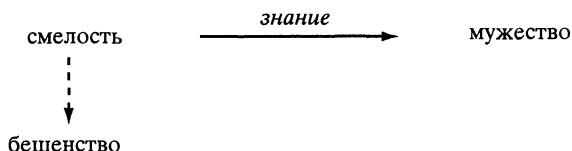
1) добродетель полностью прекрасна (349a);

2) мужество человека в приведенном примере безобразно (350b).

лее, Сократ делает один логически важный ход: “[говорит Протагор, комментируя пример Сократа] Такое мужество было бы, однако, безобразным, потому что это люди бешеные (μαίνομένοι). Но как ты говоришь о мужественных? Разве не как о смелых? – Я так говорю и теперь. – Однако, таким образом, смелые оказываются не мужественными, а бешеными?” (350b–c). Заметим, что Сократ в последней реплике, как бы переспрашивая Протагора, на самом деле требует от собеседника подтвердить то, чего тот не утверждал. Именно, Протагор говорил о людях *одновременно* мужественных и бешеных (которые, таким образом, оказываются не добродетельными), а Сократ в последней реплике уже *противопоставляет* мужество и бешенство и характеризует человека из своего примера как только бешеного, но не мужественного. Поскольку “бешенство” отличается в этом смысле от “мужества” тем, что первое предполагает отсутствие, а второе наличие определенного знания (ἐλπίστην) (а именно, знания военного искусства), то Сократ тут же высказывает предположение, что “мудрость есть мужество”, (поскольку мудрость предполагает наличие знания), развивая таким образом свою первоначальную стратегию отождествления “слагаемых добродетели”. Протагор, в ответ на это, не возражая против противопоставления “мужества” “бешенству”, пытается прояснить ситуацию следующим образом. Он теперь утверждает, что всякий мужественный человек является *смелым*, но не всякий смелый обязательно мужествен, поскольку он может оказаться и бешеным. Итак, если считать, что приведенный пример обладает достаточной общностью, то получается следующая диэреза: род “смелость” делится на виды “мужество” и “бешенство” по видовому отличию “знание военного искусства” – “смелости” такое знание присуще, а бешенству не присуще. Этой диэрезе соответствует следующее определение: “Мужество есть смелость знающего военное искусство”.

Вспомним теперь регулятивный принцип “понять определяемое само по себе” и посмотримся к тому, как было получено это определение. При сопоставлении “мужества” со “знанием военного искусства” в исходном “мужестве” было обнаружено “истинное мужество” и “ложное мужество” (“бешенство”), которое “похоже” на мужество и потому раньше ошибочно принималось за мужество. Таким образом, с помощью данной диэрезы термин “мужество” был уточнен или, как мы говорим, *верифицирован*: собственно мужество (мужество *само по себе*) было отделено от того, что только на первый взгляд кажется мужеством, но на самом деле таковым не является. Для того чтобы описать эту ситуацию, пришлось ввести еще один термин “смелость” и сказать, что то, что мы раньше называли “мужеством”, было на самом деле только родом “смелость”, который при наличии “знания военного искусства” становится действительным “мужеством” (положительный вид, эйдос), а при отсутствии такого знания оборачивается “бешенством” (отрицательный вид, призрак). “Знание военного искусства” есть такое знание, кото-

рое *предполагает* смелость: если человек трусоват, он вообще не может обучаться военному искусству³⁰. С другой стороны, очевидно, что Сократ здесь ставит своей целью сопоставить “мужество” со “знанием” вообще, с тем, чтобы затем сблизить “мужество” с “мудростью”. Таким образом, можно говорить, что “знание военного искусства” есть знание, примененное специальным образом к “мужеству”, т.е. говорить здесь о “знании” как верификаторе. Итак, данная верификация выглядит следующим образом:



Еще раз обратим внимание на одну терминологическую тонкость: “смелость” здесь обозначает то же, что и “мужество” до верификации.

Пример 2

В том же диалоге “Протагор” Платон (в лице Сократа) разыскивает определение “добродетели”, однако так и не приходит к удовлетворительному, с его собственной точки зрения, результату. Связывая добродетель со знанием так же как и “мужество”, Сократ запутывается, вступая в противоречие со своим исходным тезисом о том, что добродетели нельзя научить (а именно ради решения актуального для софистической практики вопроса о возможности научить добродетели и было предпринято все дальнейшее исследование): ведь знание, это именно то, что достигается обучением (361a–e). К вопросу об определении добродетели Платон возвращается в диалоге “Менон”, где и приходит к “эйдетическому” определению добродетели. Здесь Сократ снова сопоставляет “добродетель” со “знанием” и выделяет добродетель, основанную на знании, и добродетель, основанную только на “истинных мнениях”³¹. Хотя Сократ говорит, что знание более ценно и, так сказать, более стабильно, чем истинное мнение³², он в то же время считает собственно добродете-

³⁰ Как мы увидим ниже (3.3.1), Аристотель считает такое свойство видового отличия необходимым для правильной дизреззы.

³¹ При этом Платон не указывает здесь нового родового термина для “истинной” и “ложной” добродетели.

³² “Истинные мнения пока они остаются [при нас], хорошая вещь и делают много доброго. Однако они не имеют обыкновения оставаться [при нас] долгое время и ускользают из человеческой души. Поэтому они не очень ценны, до тех пор, пока они не связаны рассуждением о своих причинах. [То есть до тех пор, пока они не станут знанием.]” (Мен. 98a).

лью добродетель, основанную на истинных мнениях, а не на знании. В этом отношении ситуация здесь обратная той, с которой мы сталкивались в предыдущем примере. Там, выделив “истинную” и “ложную” стороны исходного понятия “мужества”, Сократ уточняет это понятие, беря его “истинную” часть и отбрасывая “ложную” (“бешенство”). Здесь же, проведя такую же дихотомию “добродетели” и выделив “истинную добродетель”, основанную на знании, и “ложную добродетель”, основанную на истинных мнениях, Сократ видит, что то, что обычно называется добродетелью (например, добродетелью политика), скорее есть именно “ложная добродетель” в смысле указанной дизъюнкции, а “истинная добродетель” почти не знакома людям. В этом случае естественно сказать, что “добродетель” в обычном смысле основывается на правильных мнениях, а не на знании, и закрепить за этим термином смысл “ложной добродетели”, а для “истинной добродетели” при необходимости найти другой термин. Таким образом, Платон, не нарушая принятого языка и не рискуя навлечь на себя обвинения в том, что он называет недобродетельными тех, кого принято считать добродетельными, в то же время ясно показывает ложность этой принятой добродетели и существование более ценного свойства, которым может обладать только *знающий*, а не всякий, имеющий верные мнения.

Получается, что вопрос “Что такое добродетель по истине?” можно понимать в двух разных смыслах и, соответственно, отвечать на него противоположным образом с помощью одной и той же верификации. Во-первых, этот вопрос можно понять как вопрос о том, что *есть* добродетель по истине – на этот вопрос нужно ответить, что таковой является основанная на знании “истинная добродетель”. Во-вторых, этот вопрос можно понять как вопрос о том, что *значит* слово “добродетель” в обычном смысле – на этот вопрос нужно ответить, что это слово имеет значение основанной на истинных мнениях, а не на знании, “ложной добродетели”. Исходная постановка вопроса у Платона не предполагает различия существования и значения – к этому различию Платона приводит как раз трудность, которая состоит в том, что (семантически) истинная “добродетель” оказывается (онтологически) ложной. Различение семантической и онтологической сторон дела как раз выступает попыткой преодоления этой трудности: *семантическая* истинность уже не противоречит прямо *онтологической* ложности. Вместе с тем проблема остается в понятии “онтологической ложности” – если “семантическая ложность” это неправильное понимание смысла слова, то что такое “онтологическая ложность” и возможно ли о ней говорить вообще, остается совершенно неясным. Все эти вопросы, связанные с указанной трудностью, которую мы называем “трудностью ложного вида”, Платон обсуждает в диалоге “Софист”. Это обсуждение мы рассматриваем в 2.7.1. Забегая вперед, заметим также, что трудность ложного вида и, в частности, вопрос об “онтологической ложности” оказывается исходным пунк-

том для философии Аристотеля и для его критики платонизма. Таким образом, вопрос о том, за каким именно из двух видов верификации нужно сохранять исходный верифицируемый термин, нельзя считать чисто терминологическим.

Говоря, что добродетель политиков основывается на истинных мнениях, а не на знании, Платон сравнивает этих политиков с боговдохновенными прорицателями и поэтами, которые также делают нечто хорошее, не понимая того, что они делают, и тем оправдывает эпистет “божественный”, применительно к политикам (99c–d). Тут же Платон оправдывает и свой тезис из “Протагора” о том, что добродетели нельзя научить: раз добродетель основана не на знании, а на истинных мнениях, она дается только “по божественному уделу” (100b)³³. Однако совершенно ясно, что Платон ставит такую божественность ниже обладания знанием, а божественный жребий – ниже возможности научить, так как тут же Платон говорит, что если бы среди политиков нашелся обладающий *знанием* и способный научить политическому искусству другого, он был бы “как настоящая вещь среди теней в отношении добродетели” (100a).

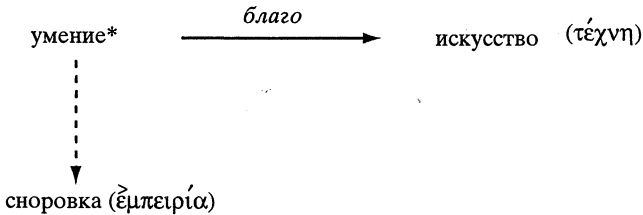
Пример 3

В диалоге “Горгий” Платон дает классификацию “гуманитарных технологий”, т.е. умений, связанных с действиями, направленными на человека. Целью этой классификации является выяснение статуса *риторики*, которая также находит свое место в этой классификации. Эта классификация построена по принципу противопоставления “эйдоса” и его “призрака”, т.е. по принципу верификации. “Умение, направленное на человека”³⁴, верифицируется двояко: один раз верифицируется “умение”, а другой раз “человек”. Верификатор в обоих случаях один и тот же – “благо” (τὸ ἀγαθόν):

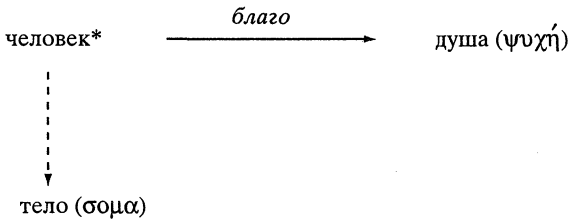
³³ Возникает вопрос: почему нельзя научить “истинным мнениям”. Если понимать под учебой убеждение ученика в определенных истинах, то, казалось бы, такая учеба способна дать именно правильные мнения, но не знания. Очевидно, здесь Платон понимает под “правильными мнениями” не догматические истины, которые можно заучить, а правильные решения в конкретных практических ситуациях. Разница между знающим и незнающим политиком состоит в том, что знающий политик, принимая то или иное решение знает *почему* он его принимает, а незнающий принимает его по божественному вдохновению. Знания есть именно эти причины практических поступков и им можно научить, заставив ученика “вспомнить” о них (см. 2.1) с помощью философского “повивального искусства”. Способности испытывать божественное вдохновение научить нельзя по определению.

³⁴ Родовые термины (исходные верифицируемые термины) в явном виде здесь у Платона указаны не везде, в частности отсутствует исходный термин “умение, направленное на человека”. Там, где родовые термины не указаны, мы восстанавливаем их по смыслу, помечая вводимый термин звездочкой при записи верификации.

(1) “...оно стремится к удовольствию, а не к лучшему: я его называю не искусством (τέχνη), а сноровкой (ἐμπειρία)” (465a):



(2) Это дихотомия души и тела, которую Платон здесь специально не обсуждает ввиду ее общепринятости. К благу стремится душа, а тело – к удовольствию (ἡδονή):



В результате, исходное “умение, обращенное к человеку”, оказывается разделенным на четыре части (см. табл. 1):

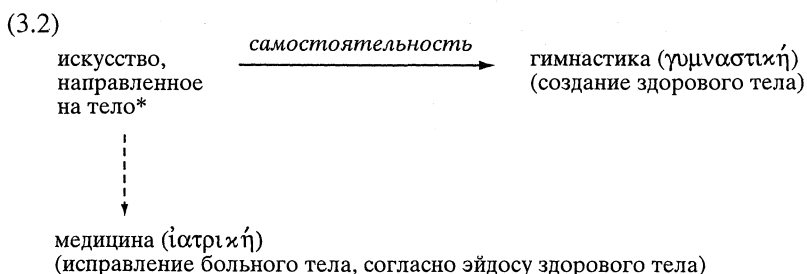
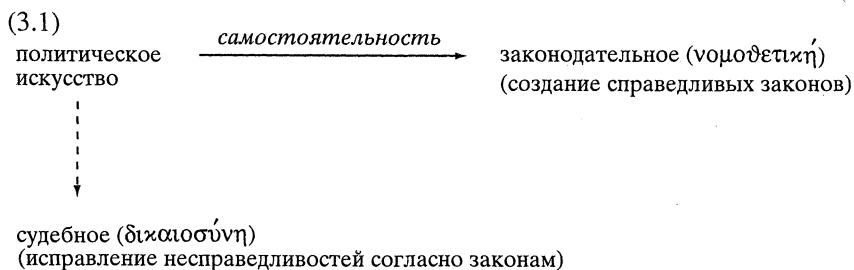
Таблица 1

	искусства	сноровки
душа	искусства, направленные на душу – политические искусства (πολιτικάί) ³⁵	сноровки, направленные на душу – "политические сноровки"
тело	искусства, направленные на тело	сноровки, направленные на тело

Далее, каждый из двух образовавшихся видов *искусств*, верифицируется верификатором “самостоятельность” в следующем смысле: *создание благого* как эйдос противопоставляется *исправлению* (“облагораживанию”) *дурного*. Нечто исправляется или “облагоражива-

³⁵ “Раз есть душа и тело, значит и искусства тоже будет два. То, что относится к душе, я называю политикой” (464b). Здесь Платон понимает благо как политическое благо.

ется”, в соответствии с ранее с данным эталоном благого, тогда как создается благо само по себе³⁶:



Далее, каждому из получившихся четырех искусств ставится в соответствие своя *сноровка*, как призрак – эйдосу: «Итак, есть четыре искусства, заботящихся о лучшем – одни заботятся о лучшем для тела, другие для души. Лъстивость же, чувствуя [это] – не зная, я подчеркиваю, но [только] имея [это] в виду, – разделяется на четыре части и подстраивается под каждое из четырех искусств и притворяется ими. При этом лъстивость не думает, однако, о лучшем, но через приятнейшее вечно стремится к глупости и обману, представляясь таким образом полной достоинств. Под медицину подстраивается кулинария (ὀψολογική), притворяясь, что [именно] она знает, какая пища является лучшей для тела³⁷... под гимнастикой таким же образом лежит косметика (κοσμητική) – зловерное, лживое, плебейское и низкое [умение]... натягивать чуждую красоту, пренебрегая родной, которую дает гимнастика. Чтобы быть короче, я скажу как говорят геометры... как косметика относится к гимнастике, так и кулинария относится к медицине. Далее, та-

³⁶ Конечно, в человеческой деятельности благо, согласно Платону, творится также в соответствии с эйдосом блага. Однако в этом случае творящий благо соотносит свое творчество непосредственно с вечным эйдосом, тогда как исправляющий зло, соотносит свои действия уже только с рукотворным образом блага и, таким образом, с вечным эйдосом – только опосредованно. Ср. также использование верификатора “самостоятельность” для противопоставления “искусства творить” и “искусства подражать” в следующем примере.

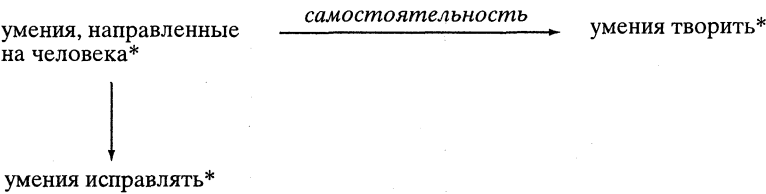
³⁷ Медицину здесь Платон понимает главным образом как диетологию.

ким же образом: как косметика относится к гимнастике, так и софистика относится к законодательному искусству, и как кулинария относится к медицине, так и риторика относится к судебному искусству... Итак, ты слышишь, чем я считаю риторику: это кулинария, относящаяся к душе, тогда как обычная кулинария относится к телу. [То есть риторика, согласно Платону, это “политическая кулинария”.]» (464c–465e)³⁸. Итак, вся классификация выглядит следующим образом (см. *табл. 2*). Здесь Платон распростра-

Таблица 2

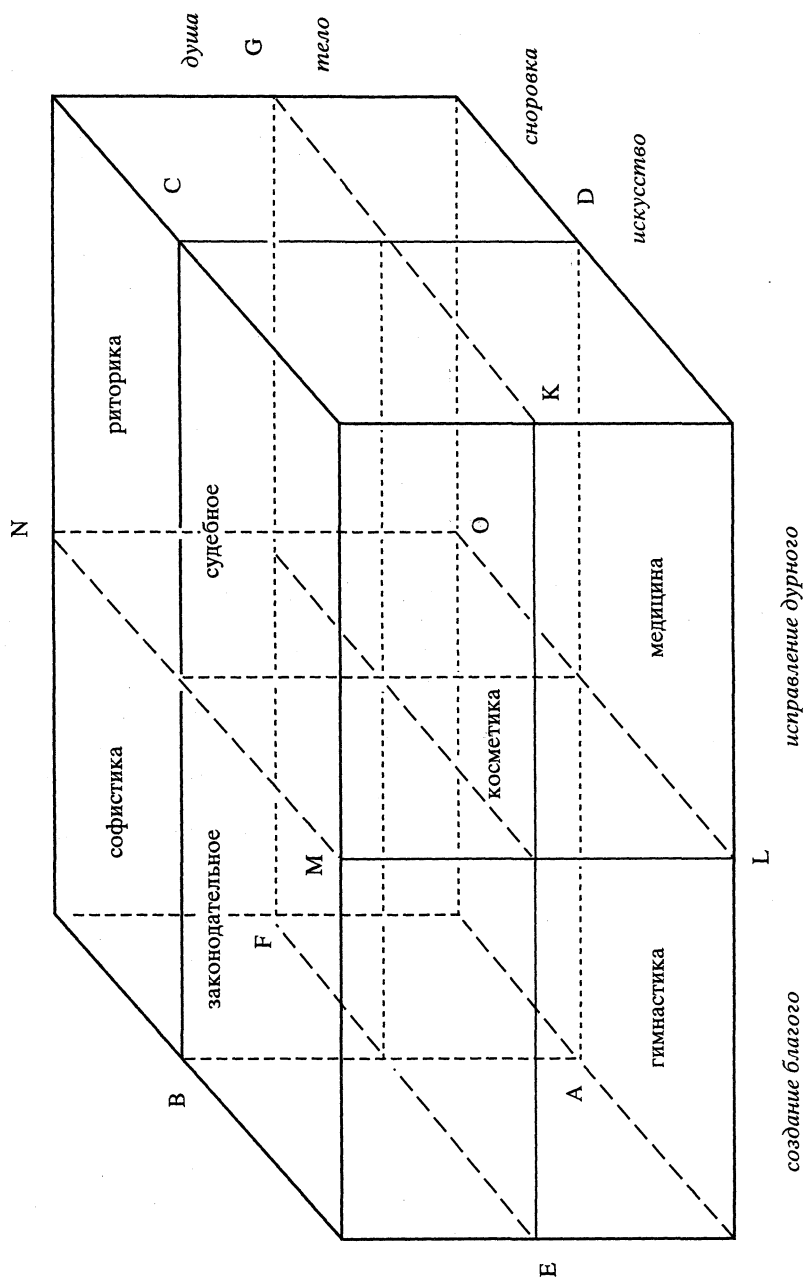
	искусства	сноровки
душа	законодательное судебное	софистика риторика
тело	гимнастика медицина	косметика кулинария

няет верификацию искусств по “самостоятельности” и на “сноровки”, т.е. на “умения, направленные на человека” в целом: хотя неясно, чем софистика самостоятельнее риторики, а косметика – кулинарии, если рассмотреть каждую из этих сноровок как призрак соответствующего эйдоса, то это соотношение между призраками можно установить на основе такого же соотношения между эйдосами. Будем, таким образом, считать, что здесь имеется не две, как мы говорили выше, а три независимые верификации исходного понятия “умения, направленные на человека” (третья верификация проводится по новому верификатору “самостоятельность” и потому действительно не зависит от предыдущих):



Проведя независимым образом трижды дихотомию исходного термина, мы получаем $2^3 = 8$ терминов, а именно все термины, входящие в платоновскую классификацию:

³⁸ Ср. также выше: “Риторика... это призрак (εἶδωλον) части политики. [Как обнаруживается впоследствии, именно судебного искусства.] (463d).



Плоскость ABCD здесь обозначает дихотомию верификации (1) (искусство-сноровка); EFGK – верификации (2) (душа–тело); LMNO – верификации (3) (создание благого – исправление дурного).

Пример 4

Как мы уже говорили выше (2.3), в диалоге “Софист” Платон сначала дает шесть различных определений софиста, построенных по правилам “диэретического синтаксиса”. Поскольку существование различных определений одного и того же понятия с точки зрения Платона невозможно, философ отбрасывает все эти определения и после обсуждения проблемы “ложного вида”, о котором мы будем говорить в 2.7.1, дает окончательное определение софиста, построенное в согласии не только с диэретическим синтаксисом, но и с эйдетическим регулятивным принципом. Если быть точным, то этому принципу подчинены пять из семи участвующих в этом определении дихотомий (кроме четвертой и седьмой). Ниже мы приводим “диэретическое дерево”, соответствующее этому определению. Всегда, когда дихотомия является верификацией, дальнейшему делению здесь подвергается *призрак*, а не эйдос верификации. (Именно поэтому в этом диалоге для Платона особенно актуальна проблема “ложного вида”.) В каждой следующей строке *табл. 3* выписана пара терминов, получившаяся в результате дихотомии термина предыдущей строки, стоящего *справа* (независимо от того, является ли эта дихотомия верификацией). В первой строке дана дихотомия на-

Таблица 3

N	Верификатор	Термин 1 (эйдос)	Термин 2 (призрак)	Место
1	изначальность, автономия	божественное т.и. (θεῖον)	человеческое т.и. (ἀνθρώπινον)	265b
2	автономия	самостоятельное творчество (создание вещей) (αὐτολοποητικόν αὐτοουρική)	создание изображений вещей (εἰολοποιική)	266a–d
3	истинность воспроизведения	создание образов (εἰκαστικόν)	создание призраков (φανταστικόν)	266e
4	–	посредством орудий (δι’ ὀργάνων)	посредством подражания (μίμησις)	267a
5	знание	подражание знающих	подражание незнающих	267b–d
6	простота	простое (ἀπλός)	лицемерное (θησομένος)	268a
7	–	публичное (δημολογικός)	в частной беседе	268b–c

чального (родового) термина всей диэрезы “творческое искусство” (ποίησις, сокращение – “т.и.”). Верификаторы у Платона не указаны, и мы попытались восстановить их по смыслу верификации (табл. 3). Определение софиста получится, если соединить все термины правого столбца, или, иначе говоря, полностью развернуть последний термин правого столбца.

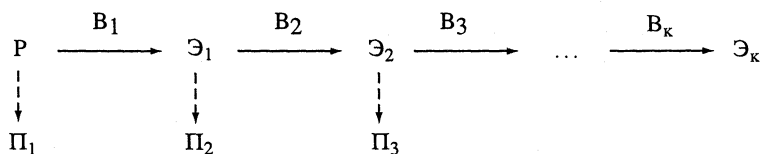
В этом примере, как и в предыдущем, имеется не одна верификация, а целая структура верификаций. Данная структура верификаций характеризуется тем, что призрак одной верификации становится исходным родовым термином для другой верификации. В следующем пункте мы формально рассмотрим вопрос о структурах верификаций. Полученные при этом результаты понадобятся нам для интерпретации Евклида.

2.4.3. Структуры верификаций

Мы рассмотрим две основные структуры верификаций, которые могут комбинироваться между собой. (Примеры таких структур мы приведем в параграфе 4.2.) –

а) цепочка уточнений;

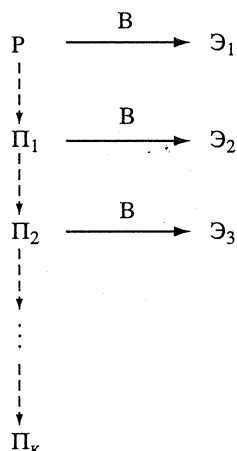
Эта структура выглядит следующим образом:



Здесь P – исходный родовый термин, B с индексами – верификаторы, Ξ с индексами – эйдосы верификаций и P с индексами – призраки верификаций. Смысл такой цепочки очевиден – один и тот же термин верифицируется несколько раз, чем достигается более высокая степень “совершенства” эйдоса. В такой цепочке, вообще говоря, не должно быть верификаций по одному и тому же верификатору, идущих непосредственно одна за другой – то, что уже один раз верифицировано не может быть еще раз верифицировано точно таким же образом. Исключение составляет случай, когда термин верифицируется одним и тем же верификатором в разных отношениях – как, например, “умение, направленное на человека” в *примере 3* верифицировалось одним и тем же верификатором “благо” один раз в отношении “умения”, а другой – в отношении “человека”. В то же время, ничто не мешает проверифицировать призрак некоторой верификации по тому же верификатору, что и исходный родовый термин. Таким образом, получается –

б) цепочка искажений, которая выглядит следующим образом:

Эта цепочка имеет следующий смысл. После того как в родовом термине призрак был отделен от эйдоса, остается возможность в этом призраке выделить в ослабленном виде тот же эйдос и соответственно “призрак призрака”. Эта процедура может быть повторена еще раз. Таким образом, эйдосы \mathcal{E}_2 , \mathcal{E}_3 , \mathcal{E}_k и последний призрак Π_k оказываются последовательными “искажениями” первого эйдоса \mathcal{E}_1 . В некотором смысле эта цепочка обратна цепочке уточнений: если там последовательность эйдосов упорядочена по возрастанию “совершенства”, то, здесь, наоборот, по убыванию “совершенства”.



2.4.4. Обобщенная верификация. Эйдос и материя

У Платона есть еще один пример верификации, о котором необходимо сказать особо. Строго говоря, это не пример верификации, а верификация как таковая взятая в своей общности. Правда эта общность есть не совсем та *логическая* общность, которую мы подразумевали, говоря о верификации вообще. Выше мы уже говорили, что сам Платон не занимается логикой, и его логику мы можем только реконструировать, исходя из платоновских рассуждений по различным конкретным поводам – это мы и делали, говоря о верификации и приводя примеры ее использования. Тем не менее было бы совершенно неверно сказать, что сам Платон не поднимается до обобщений: на самом деле, Платон, конечно же обобщает те многочисленные рассуждения о мужестве, добродетели и т.д., которые мы находим в его ранних диалогах, однако это обобщение не является в обычном смысле логическим.

В диалоге “Тимей” Тимей, от лица которого высказывается здесь Платон, начинает “разговор обо всем” (περί τοῦ παντὸς λόγος) (27с, ср. также 48е). Это “ $\pi\lambda\alpha\nu$ ”, которое является *обобщенным* предметом разговора (в отличие от тех частных предметов, о коих Платон рассуждает в рассмотренных выше примерах), нужно понимать двояко и соответственно двояко нужно понимать само обобщение. Во-первых “ $\pi\lambda\alpha\nu$ ” здесь означает “всякое”, и в этом отношении данное обобщение можно понимать как действительно логическое обобщение: если выше мы разбирали верификации разных конкретных понятий, то теперь верифицируется обобщенное “всякое понятие” и таким образом процедура верификации выступает в своей *логической* общности. Это, однако, только одна сторона дела, так как во-вторых “ $\pi\lambda\alpha\nu$ ” означает здесь “все”, т.е. универсум. В этом отношении данное обобщение нужно понимать как *онтологическое*: бе-

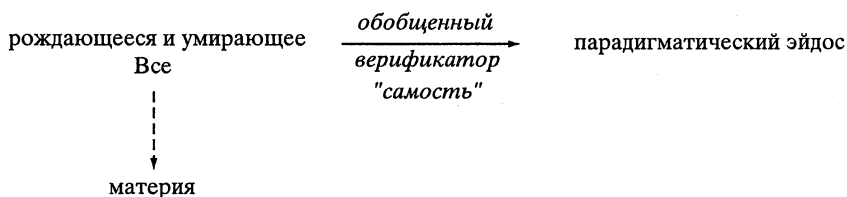
рется вообще все, что *есть*. У Платона оба эти значения “ $\pi\alpha\upsilon\nu$ ” объединены по принципу “все во всем” – постольку, поскольку он не говорит отдельно об онтологии и отдельно о логике³⁹.

Посмотрим теперь, как именно Платон в “Тимее” верифицирует “все”. Прежде всего заметим, что эта обобщенная верификация предполагает обобщенный верификатор, включающий в себя все возможные частные верификаторы (автономия, неделимость, простота, знание и т.д.). В этом смысле обобщенная верификация является также единственной *абсолютной* верификацией: если всякая частная верификация выявляет совершенство эйдоса только в некотором отношении, которое задается конкретным верификатором, то обобщенная верификация выявляет абсолютное совершенство эйдоса. Платон, однако, пользуется для обозначения обобщенного верификатора не термином “совершенство”, а уже знакомым нам термином “сам по себе”, т.е. ($\alpha\upsilon\tau\acute{o}\varsigma\ \kappa\alpha\theta'\ \alpha\upsilon\tau\acute{o}\omega$), который часто переводят и как “тождественный”. “Тождественность”, или “самость”, есть то, что отличает эйдос от призрака. Эта “самость” и есть для Платона наше “совершенство” в самом абсолютном смысле. В частных верификациях эта самость может выступать как “знание”, “простота” и т.д., но в общем случае верификатором является уже сама самость. Как и в некоторых предыдущих примерах, Платон не производит здесь последовательно дизерезу родового термина, а только называет получающиеся виды. Кроме того, Платон называет не оба вида сразу, а сначала указывает на обобщенный эйдос верификации, и только затем – на обобщенный призрак: “По моему мнению, сначала разделяются: [с одной стороны], вечно сущее, не имеющее рождения, и, [с другой стороны], вечно рождающееся, никогда не сущее. Постигаемое разумом посредством рассуждения ($\nu\omicron\iota\eta\sigma\epsilon\iota\ \mu\epsilon\tau\acute{\alpha}\ \lambda\omicron\gamma\omicron\upsilon$ – разумом посредством речи) это сущее само по себе, а мнящееся мнением посредством внеречевого чувственного восприятия ($\mu\epsilon\tau'\ \alpha\iota\sigma\theta\eta\sigma\epsilon\omega\varsigma\ \acute{\alpha}\lambda\omicron\gamma\omicron\upsilon$) это рождающееся и гибнущее, никогда не сущее сущим” (27d–28a)⁴⁰. “Сущее само по себе” ($\kappa\alpha\tau\alpha\ \tau\alpha\upsilon\tau\acute{\alpha}\ \acute{\omicron}\nu$), есть эйдос данной верификации, однако “вечно рождающееся” не может быть – призраком. В самом деле, с одной стороны, сама верификация есть процедура, осуществляемая “разумом посредством рассуждения”, и поэтому оба ее вида мыслятся, а не мнятся. С другой стороны, исходное “все” дается именно “мнением посредством

³⁹ Таким образом, нужно признать неправильным игнорирование логической стороны дела за счет онтологической, которое получается у С.С. Аверинцева [94] при переводе “ $\pi\alpha\upsilon\nu$ ” в 27а и 48е словом “Вселенная”. Правильнее и проще всего прямо перевести здесь “ $\pi\alpha\upsilon\nu$ ” словом “все”, которое и в современном русском языке совмещает значения “всякое” и “все в целом”, т.е. “Вселенная”.

⁴⁰ Напомним, что о противопоставлении существования и возникновения нам уже приходилось говорить выше – при противопоставлении автономного объяснения гетерономному (2.4.1).

чувственного восприятия”: верификация как мыслительный процесс имеет в качестве исходного пункта именно мнение. Таким образом, “вечно рождающееся” это не призрак, а исходный родовой термин верификации, тождественный “всему”, т.е. образ эйдоса “сущее само по себе”. На призрак этого эйдоса Платон указывает чуть ниже: “Прежде было выделено два вида, а теперь мы обнаруживаем третий, иной род. Выше было достаточным говорить о двух [вещах]: о лежащем в основании парадигматическом эйдосе (παράδειγματος εἶδος ὑποτέθεν), мыслимом и существующем самом по себе, и втором [виде], подражающем парадигматическому, имеющем рождение и зримом... теперь же, кажется, рассуждение заставляет [нас] попытаться прояснить третий трудный и смутный вид [новыми] рассуждениями... Итак, мы теперь можем помыслить три рода: рождающееся, то, в чем [нечто] рождается, и то, уподобляясь чему растет рождающееся. И поскольку воспринимающее похоже на мать, то, чему уподобляется рождающееся – на отца, а срединная природа – на ребенка, ясно, что для того, чтобы отпечаток показал все многообразие оттенков [образа], то, в чем отпечатывается отпечаток, должно быть само полностью лишенным форм всех тех идей, которые она воспринимает... Поэтому мы не говорим, что матерью и вместилищем рожденного видимым и всего чувственно воспринимаемого является земля, воздух, огонь или вода, или, то, что родилось из них, или же то, из чего родились они: мы не ошибемся, если скажем, что это – невидимый, бесформенный, всепринимающий вид, сомнительным образом участвующий в мысли (μεταλαμβάνον ἄλρωτάτα πῃ τοῦ νοητοῦ) и труднодостижимый... [Итак], одно – это существующий сам по себе эйдос, не рождающийся и не гибнущий, не принимающий иного со стороны и сам не переходящий в иное, не видимый и не воспринимаемый другими чувствами, рассмотрение которого есть прерогатива разума. Второе – одноименное и подобное ему, воспринимаемое чувствами, рождающееся и вечно движущееся, возникающее в некотором месте и опять оттуда исчезающее, которое постигается мнением посредством чувственного восприятия. Третье – это еще род вместилища – вечное, не допускающее разрушения, дающее место всему, имеющему рождение, которого касаются неким умным расчетом (λογισμῷ τινὶ νότῳ) и в которое с трудом верится” (48e–52e). Для этого “третьего” традиционно используется термин “материя”. Итак, мы имеем здесь обобщенную верификацию, которая выглядит следующим образом:



Материя так же как и парадигматический эйдос мыслится, а не мнится и не ощущается. Впрочем мышление материи оказывается более проблематичным, чем мышление парадигматического эйдоса, так как оно связано с проблемой “ложного вида”. В самом деле, если “парадигматический эйдос” есть “сущее само по себе”, т.е. бытие, то материя есть некоторое небытие. В каком смысле тогда материя есть? Так же как и парадигматический эйдос материя оказывается вечной и мыслимой, а не мнящейся. Но “вечность” и мыслимость являются верификаторами, *определяющими* эйдос, выделяя его из неопределенности – тут же оказывается, что неопределенный призрак сам определяется теми же верификаторами. Материя, будучи обобщенным “ложным видом”, оказывается, таким образом, “мыслимой немислимостью”. Это и есть проблема “ложного вида”, взятая в той особой общности, которую мы находим здесь у Платона.

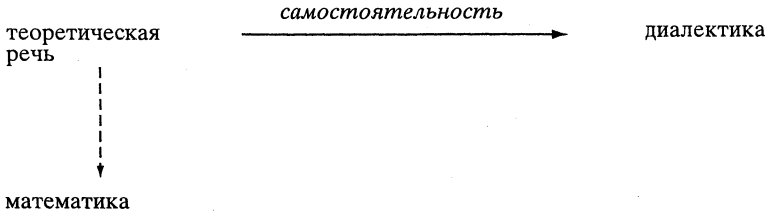
2.5. МАТЕМАТИКА И ДИАЛЕКТИКА

Область теоретического Платон делит надвое: “– В одном разделе мыслимого душа вынуждается гипотезами искать, имея дело с образными подражаниями и идя не к началу, а к концу, тогда как во втором разделе душа восходит от гипотезы к негипотетическому началу (ἀρχή ἀνυπόθετον), пролагая себе путь самими по себе эйдосами без таких образов... ты знаешь, что занимающиеся геометрией, счетом (λογισμός и [другими] такими вещами *предполагают* четное, нечетное, фигуры, углы трех видов и другие подобные [объекты], соответствующие пути каждого [из них], делая гипотезы, согласно которым эти [объекты] известны (εἰδότες), и не дают ни себе, ни другим никаких объяснений, считая, что данные [объекты] всем ясны. Из них как из начальных они выводят остальное и таким образом завершают в согласии с ними то, что рассматривается... Когда они пользуются видимыми изображениями и рассуждают о них, они подражают не их, а те [объекты], на которые эти изображения похожи: рассуждают о *самом* квадрате, о *самом* диаметре, а не о нарисованных квадрате и диаметре... Об этом виде мыслимого и говорилось, что [здесь] душа вынуждается гипотезами брать искомое, и что она [здесь] не восходит к началу, так как не может подняться выше гипотез, имея дело с образами, т.е. тем, что ниже изображаемого... – Понимаю, ты говоришь о геометрии и родственных ей искусствах. – Пойми и то, что под другим разделом мыслимого я имею в виду такой, где рассуждение касается (ἄλτεται) [своего предмета] с помощью способности вести диалектическую беседу (διαλέγεσθαι). Не делая гипотезы началами, но оставляя их гипотезами, т.е. “наскоками” и “порывами” (ἐπιβάσεις καὶ ὄρμας), направленными на достижение негипотетического начала всего, такое рассуждение, коснувшись (ἀψάμενος) этого начала, опускается обратно к завершению, имея то, что имеется в этом начале. При этом оно не выставляет никако-

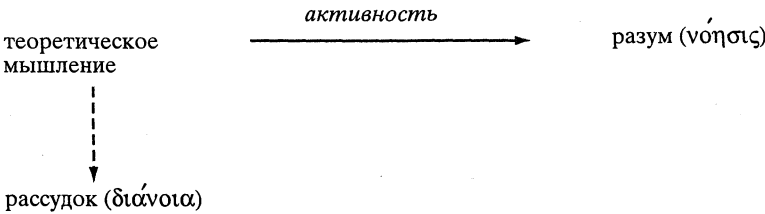
го чувственного восприятия, но только – сами эйдосы через самих себя, и завершается в эйдосах. – Понимаю, что ты предлагаешь отделить то сущее и мыслимое, которое более ясно теоретически рассматривается (θεωρούμενον) диалектической эпистемой, от того, что рассматривается так называемыми искусствами (τέχναι), которые принуждаются гипотетическими началами и рассудком, хотя они и не рассматривают рассматриваемое чувственным восприятием. Искусства рассматривают [свой предмет] не поднявшись к началу, а [исходя] из гипотез и потому, как ты считаешь, не имеют дела с разумом (νόον), поскольку мыслимое (νοητόν) существует через начало. Рассудком же ты называешь по-моему то, чем владеют геометры и им подобные. Рассудок не есть разум: рассудок промежуточен между мнением и разумом (Rep. 510b–511d) “– ...Геометрия и подобные ей [науки], ухватывающие, как было сказано, нечто из сущего, видят сущее [как бы] во сне, а наяву они не способны его увидеть, пока оставляют неподвижными свои гипотезы и не могут дать им никаких объяснений. Разве когда-нибудь станет эпистемой такое ухищрение (μυχανή), в котором неизвестно начало и неизвестна связь середины и завершения? – Никогда. – Итак, я утверждаю, что в этом смысле только диалектика идет [правильным] путем: отвергая гипотезы и [устремляясь] к самому началу, для того чтобы упрочиться, она понемногу извлекает зарытый в каком-то варварском варварстве глаз души и ведет ввысь, используя упомянутые выше искусства в качестве проводников и помощников. Обычно эти искусства называют эпистемами, однако, их нужно называть другим именем, поскольку они точнее мнения, но менее точны, чем эпистема... [Впрочем] не нужно спорить о слове, когда рассматриваемое столь значительно, как в нашем случае” (ibid. 533b–e).

Здесь Платон верифицирует само теоретизирование. Хотя всякое теоретическое рассуждение, как мы говорили в параграфе 2.1, противопоставляется Платоном мнению как нечто активное и самостоятельное – пассивно воспринимаемому, степень самостоятельности в теоретических рассуждениях может быть различной. Диалектика делает возможной абсолютную самостоятельность через *касание* (ἄψις) “негипотетического начала”, тогда как другой, низший род рассуждений обладает лишь относительной самостоятельностью, будучи, как и мнение, связанным с *принуждением*, а именно с принуждением *гипотезами*. Этот низший род теоретизирования Платон называет просто “искусством” (τέχνη – техникой), хотя нужно понимать, что он делает это для полемического заострения своих рассуждений, и что на самом деле он говорит здесь о “теоретических техниках”, противостоящих разнообразным “практическим техникам”. Во втором приведенном выше отрывке Платон прямо говорит, что он имеет здесь в виду то, что обычно называют “науками” (ἐπιστήμη – эпистемами), и конкретно указывает на систему математических эпистем, которую мы подробно рассмотрим в следующем

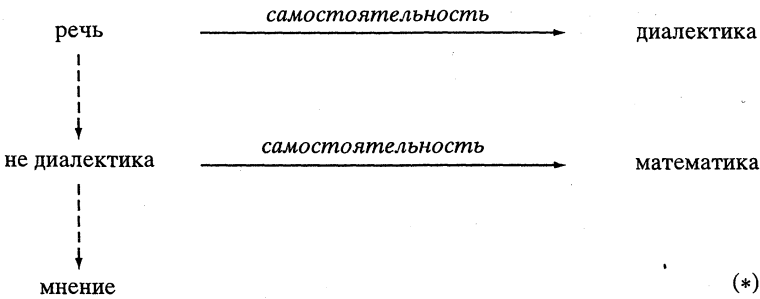
параграфе. С точки же зрения самого Платона, истинной эпистемой является только “диалектическая эпистема” (511c), а математические эпистемы не являются эпистемами в полном смысле слова, хотя их и принято так называть. Чтобы не путаться в терминологии, мы будем в дальнейшем высший род теоретизирования называть “диалектикой”, а низший – “математикой”⁴¹. Тогда данная верификация будет выглядеть следующим образом:



Параллельным образом Платон верифицирует здесь “теоретическое мышление”:

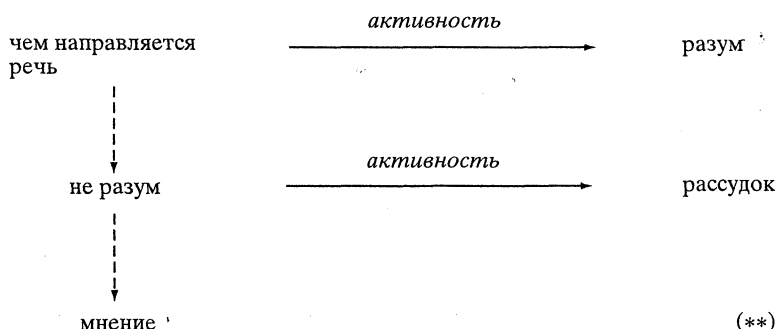


Если первоначальное разделение теоретической речи и мнения также записать в виде верификации, то можно будет выписать следующую цепочку искажений (см. 2.3.3), где математика займет “срединное” положение:



⁴¹ Это оправдано, поскольку никаких других “гипотетических” наук, кроме математических, Платон не рассматривает: с его точки зрения, гипотетичность и есть определяющее свойство математики. Подробнее см. ниже.

Диалектическая речь направляется разумом, математическая – рассудком, а мнение не направляется ничем *собственным*⁴². Таким образом, параллельная цепочка искажений имеет следующий вид:



Таким образом, рассудок “промежуточен между мнением и разумом” (511d).

Итак, диалектика есть теоретизирование в собственном смысле, а математика – некоторое “подражание” такому теоретизированию. О диалектике Платон говорит именно так, как мы говорили о теоретизировании в параграфе 2.1: определяющим моментом теоретизирования как такового оказывается свободное “касание” иного, противостоящее принуждению иным. Что же представляет собой математика для Платона? Чтобы ответить на этот вопрос, нужно прежде всего понять, что такое гипотеза в понимании Платона. Как мы видели, Платон называет гипотезой предположение о том, что некий математический объект (например, число, фигура, треугольник) *известен* (εἶδον) (510c). Эту “известность” нужно опять-таки понимать двояко – как знание о том, что данный объект *есть*, и как знание о том, *что* он есть. Соответственно, принять гипотезу, по Платону, значит не просто принять некоторое утверждение о математическом объекте (в частности, его определение)⁴³, но принять сам объект как существующий. Вопрос о различении этих двух сторон дела впервые ставит только Аристотель, и мы подробно будем обсуждать его в следующей главе. В указанном отношении гипотеза не отличается от эйдоса, однако если эйдос есть элемент действительного знания, то гипотеза только может казаться известной, подобно мнению. В то же время, в отличие от

⁴² Чувственное восприятие (αἰσθησις) не направляет мнение в том же смысле, в каком разум направляет диалектическую речь, а рассудок – математическую. И разум и рассудок это некоторая собственная *деятельность*, управляющая речью. Чувственное же восприятие это не деятельность, а *способность*, а именно способность иметь мнение.

⁴³ Определение, как мы уже говорили, является, по Платону, именно содержательным утверждением, а не просто названием, как при номиналистическом подходе.

мнения математическая гипотеза⁴⁴ предполагает некоторую частично самостоятельную деятельность, а именно деятельность *рассудка* (διδνοια). Рассудок “промежуточен между мнением и разумом” (511d), и поэтому сама математика промежуточна между областью мнения и диалектикой⁴⁵. Математическая гипотеза, таким образом, есть “частичный аффикатор”, который действует подобно чувственно воспринимаемому аффикатору, но если чувственное восприятие полностью определяется своим аффикатором, то математический аффикатор оставляет некоторое поле для самостоятельности. Это поле относительной самостоятельности и есть сфера математического. Другими словами, математика есть первый шаг на пути к собственно теоретическому, т.е. к деятельности разума, к подлинному смыслу и подлинному бытию. Именно поэтому Платон говорит о математических науках как о “проводниках и помощниках” диалектики (533d)⁴⁶. Заметим, что в приведенной цитате Платон указывает на два возможных взгляда на математические гипотезы. Для “чистого” математика, не занимающегося диалектикой, математическая гипотеза есть, собственно говоря, не гипотеза, а истинное *начало* его науки. Понятие о “гипотезе” возникает только в ходе *диалектического* рассмотрения, которым занят здесь сам Платон: именно диалектика своими вопросами способна поколебать уверенность в истинности математических начал, показать их гипотетический характер и тем самым сделать возможным прикосновение “негипотетического начала”, которое уже есть начало в собственном смысле слова. С другой стороны, поскольку математическое мышление, т.е. *рассудок*, представляет собой, в отличие от восприятия мнения, относительно самостоятельную деятельность, диалектическое обсуждение математических начал-гипотез быстрее и вернее приводит к искомой самостоятельности *разума* (т.е. *касанию* негипотетического начала), чем непосредственное обсуждение разнообразных мнений. В связи с этим Платон в последний период своего творчества развивает “математическую диалектику”, т.е. занимается диалектическим обсуждением математических начал-гипотез и формулирует

⁴⁴ “Математическая гипотеза” здесь плеоназм – с рассматриваемой точки зрения всякая гипотеза является математической.

⁴⁵ “Платон утверждал, что помимо чувственно воспринимаемого и эйдосов существует промежуточное математическое” (Arist. Met. 987b14).

⁴⁶ Ср. у Прокла: “...тому, кто от природы одержим философией, откуда и с помощью чего начать движение к умному знанию и пробудиться к сущему и к истине? И в самом деле, добродетель дана ему только в виде природных задатков, а его око и нрав несовершенны. А значит... его нужно обратить к математическим дисциплинам, чтобы приучить к бестелесной природе, а с их помощью как бы с помощью чертежей – возводить к диалектическим рассуждениям и к рассмотрению сущего” (21. 14–24 – пер. Шичалина [97], пагинация везде по [35]). Так же как чувственно воспринимаемые чертежи помогают рассудку в математическом рассуждении, сами математические рассуждения помогают разуму в диалектическом рассуждении.

свои основные результаты (в частности, “обобщенную верификацию”) в квазиматематических терминах.

Итак, определением математики, по Платону, является ее “полутеоретичность”, т.е. промежуточное положение между мнением и диалектикой⁴⁷. Теперь мы должны понять, где именно находятся те грани, которые отделяют математику от мнения, с одной стороны, и от диалектики – с другой. Ключом для нахождения этих граней оказывается понятие “равенств” (ἰσον). Выяснение смысла равенства окажется также первостепенно значимым для нашей интерпретации Евклида. Далее мы поговорим о платоновской “математической диалектике”.

2.5.1. Математический верификатор “равенство”

Прежде всего необходимо показать, что “равенство” (ἰσον) действительно может выступать как верификатор. Напомним, что в диалоге “Фадон” Платон устанавливает неопределенность тех относительных терминов, которые связываются с терминами “больше” и “меньше” (см. 2.3.1). В диалоге “Филеб” Платон связывает эту неопределенность с “беспредельностью”: «Наши рассуждения всегда показывают, что “больше” и “меньше” не имеют завершения (τέλος), а то, что не имеет завершения возникает, по-видимому, совершенно беспредельным (ἄλειτουργ – неопределенным) образом» (24b). Поэтому «то, что кажется становящимся больше и меньше, то, что принимает “очень” и “едва” и все подобное, нужно отнести к роду беспредельного» (24e–25a), и наоборот, «то, что не принимает этого, а принимает все противоположное, и в первую очередь “равное” и равенство... все это будет правильным отнести к пределу (τὸ πέρας)» (25a–b). Итак, Платон здесь понимает “равенство” как некоторый “предел” (πέρας). “Предел” является одним из основных платоновских верификаторов: имеющее предел как определенное нечто противопоставляется “беспредельному” (ἄλειτρον), как чему-то неопределенному и неясному⁴⁸. Поскольку “предел” служит верификато-

⁴⁷ Ср. также у Прокла: “Необходимо, чтобы математическое бытие не принадлежало ни к самым первым находящимся в сущем родам, ни к низшим – в отличие от простого бытия – разделенным, но чтобы оно занимало среднюю область между не имеющими частей, простыми, несоставными и неделимыми реальностями, и реальностями, состоящими из частей и находящимися во всевозможных сочетаниях и разнообразных разделениях: то, что в геометрическом логосе вечно, тождественно, неизменно и неопровержимо, показывает, что она стоит выше так называемых материальных видов, но последовательность ее представлений и делимость ее предмета... низводит ее в более скромный разряд по сравнению с природой неделимой и целиком утвержденной в себе самой” (1.0–1.4 – пер. Шичалина).

⁴⁸ Оппозиция “предел–беспредельное” выступает в качестве основной у Прокла. О ранней истории этой важнейшей для всей античной мысли оппозиции см. [84].

ром, постольку, таким образом, выступает верификатором и “равенство”: можно сказать, что верификатор “равенство” становится частным случаем более общего верификатора “предел”.

Кроме “равенства” к верификатору “предел” сводится еще один верификатор, широко используемый в математике, а именно “неделимость” (ἄτομον, ἄδιαίρετον). Если вещь делима, она делима либо неограниченно, либо только на ограниченное число частей. В первом случае вещи в указанном отношении присуще беспредельное (неограниченное). Во втором случае вещь состоит из определенного числа неделимых частей. Неделимость этих частей, кладет предел делению вещи. Таким образом, делимость в собственном смысле нужно понимать как только неограниченную делимость, т.е. как беспредельное: ограниченная делимость имеет место там, где в процессе деления мы сталкиваемся с неделимым, т.е. с тем, чему не присуща делимость. (В этом случае вещь, состоящая из конечного числа частей, определяется числом этих частей, причем само число, как мы видим, понимается здесь как своего рода “сочетание” предела и беспредельного.) Аристотель прямо противопоставляет делимое как злое неделимому как доброму⁴⁹.

Приведем еще дополнительные примеры, подтверждающие тот факт, что “равенство” имеет смысл верификатора. В диалоге “Горгий” Платон сначала устанавливает, что “если душа сдержанна (σώφρων), она хороша, если она наделена противоположностью сдержанности, она плоха” (507a), а затем прямо связывает “сдержанность” (σωφροσύνη – также благоразумие, рассудительность, скромность) с “равенством” (ἰσότης), причем специально с геометрическим равенством: «Мудрые говорят, Калликл, что и небо, и землю, и богов, и людей охватывают взаимодействие, дружба, достоинства (μοσιότητα), сдержанность и справедливость, поэтому все это в целом называют “космосом” (κόσμος – порядком), а не “беспорядочностью” (ἄμοσιάν) и не “разнузданностью”. Ты же, как мне кажется, сам будучи мудрым, и не принимая во внимание эту мысль, не заметил, как много значит у богов и у людей *геометрическое равенство*, и думаешь, что нужно упражняться в превосходстве. [Это] потому, что ты пренебрегаешь геометрией» (507d–508a). Обратим внимание, что в греческом языке прилагательное “ἴσος” означает одновременно “равный” и “справедливый” [66]. Приведенный отрывок из Платона свидетельствует, что здесь нужно говорить не об омонимии, а о смысловом единстве “равенства” и “справедливости”. По крайней мере, Платон смотрит на дело именно таким образом.

Следующее рассуждение Платона из диалога “Политик” позволяет уточнить сказанное: “– Не кажется ли тебе естественным, что о большем нужно говорить как о большем меньшего, а не чего-то

⁴⁹ “...быть злом – значит быть делимым... быть добром – значит быть неделимым” (An. Post. 92a22–24).

другого, и о меньшем – как о меньшем большего, а не чего-то другого? – Мне так кажется. – Так? А разве превышающее природу умеренного (μέτριον) и превышаемое ею в речах и делах не называется по сути (ὄντως) рождающимся (становящимся), и разве не так [т.е. как неумеренные и умеренные] отличаются среди нас плохие и хорошие? – Очевидно, что так. – Тогда сущность большего и меньшего и решение вопроса о них будет двояким: о большем и меньшем нужно говорить... и в их отношении друг к другу, и в их отношении к умеренному... Если не относить природу большего ни к чему другому кроме меньшего, она никогда не будет отнесена к умеренному, не так ли? – Так. – Не затемнятся ли таким рассуждением сами искусства и все связанные с ними дела, [в том числе] и искомое политическое искусство... Ведь все они оберегают себя от превышающего умеренное и от меньшего умеренного не как от несущего, но как от сущего, вредного для практики. Придерживаясь умеренного, они все делают хорошо и красиво... [Таким образом] большее вместе с меньшим измеряются не только друг другом, но и рождением умеренного” (Polit. 283d–284d).

Итак, противопоставление большего меньшему есть противопоставление одной неопределенности другой неопределенности, т.е. некоторое неопределенное, условное противопоставление (ср. выше). Напротив, противопоставление большего и меньшего вместо *мере* есть противопоставление неопределенного определенному, плохого – хорошему, некрасивого – красивому. Правда, в этом диалоге Платон уже не рассматривает данное противопоставление как противопоставление небытия бытию, специально подчеркивая это обстоятельство. Дело в том, что “Политик” является непосредственным продолжением “Софиста”, и вывод о необходимости различения существования и значения, сделанный Платоном в “Софисте” (см. об этом в 2.7.1), сохраняет свою силу и в “Политике”. Возможно, что именно с этим связано то обстоятельство, что здесь “большее–меньшее” противопоставляется не “равному”, как в “Филебе” и в “математической диалектике” (см. ниже), а “умеренному”. Так или иначе, опираясь на указанные источники, можно сказанное здесь об “умеренном” отнести к “равенству”, связав его таким образом с определенным, хорошим, красивым и полезным для деятельности. То же, что больше или меньше (умеренного), является неопределенным, становящимся, плохим и гибельным для всякого дела.

Поскольку “равенство” является верификатором, основной (собственный) смысл “равенства” у Платона⁵⁰ – это не отношение между некоторыми А и В (А равно В), а свойство некоторого А (А равно себе). Чтобы понять это, уместно сравнить “равенство” с универсальным верификатором “тождеством” (“самостью” – см. 2.4.4). Когда го-

⁵⁰ Платоновское понимание “равенства” мы в последней главе применяем к “Началам” Евклида.

ворится, что А тождественно В и тождество понимается как верификатор, здесь самым существенным оказывается то, что объект, обозначенный один раз как А, а другой раз как В тождествен себе. Тот факт, что этот объект один раз был обозначен как А, а другой раз как В, является, вообще говоря, случайным обстоятельством. Точно так же, если говорится, что некоторое А *равно* некоторому В, и “равенство” понимается как верификатор, здесь существенно то, что имеется некоторый *равный себе* объект, предстающий один раз как А, а другой раз как В. В некоторых случаях равенство себе некоторого объекта выражается через относительное равенство его элементов (например, равенство сторон правильного треугольника или равенство радиусов круга), однако в простейших случаях (например, в случае прямой линии – см. в 4.2 евклидово определение 1.4 и наш комментарий к нему) это равенство себе не выражается через что бы то ни было иное. (Заметим, что в определении правильного треугольника речь идет о равенстве между собой некоторых прямых линий (отрезков), которое *предполагает* безотносительное равенство себе прямой линии.)

Наше сравнение равенства с тождеством нельзя считать искусственным – его проводит и Аристотель, приводя примеры, когда равенство означает тождество⁵¹. Не случайно, что все эти примеры яв-

⁵¹ “...равные прямые линии тождественны и равны и равноугольные четырехугольники тоже: хотя их несколько, у них равенство означает единство” (Met. 1054b0-3). Если принять корректуру Боница (который следует здесь Александру) и читать “τὰ ἴσα καὶ ἰσογώνια τετράγωνα”, т.е. понимать Аристотеля так, что тождественными между собой являются четырехугольники, которые *одновременно* равны и равноугольны, то здесь речь идет об отождествлении между собой различных равных (говоря современным языком – равновеликих) прямоугольников через приравнивание равному им квадрату – об этой процедуре мы будем подробно говорить ниже (см. 4.4.2). Если же не принимать эту корректуру и читать “τὰ ἴσα καὶ τὰ ἰσογώνια τετράγωνα”, как стоит в рукописях, т.е. понимать Аристотеля так, что тождественными между собой являются, во-первых, равные (равновеликие) четырехугольники, а во-вторых, равноугольные (?) четырехугольники, то это не приводит к удовлетворительной интерпретации. В самом деле, об отождествлении вообще всех равных (равновеликих) многоугольников у Евклида мы также будем говорить ниже. Остается однако непонятным, почему Аристотель выделил здесь именно четырехугольники. Отождествление же “равноугольных” четырехугольников понять гораздо труднее. Прежде всего неясно, что вообще в этом случае имеется в виду под “равноугольностью”. Если Аристотель понимает этот термин в смысле равенства между собой всех углов одного и того же многоугольника, то здесь речь идет об отождествлении зараз всех прямоугольников и квадратов – такое отождествление не соответствует нашей интерпретации Евклида. Далее, отождествление всех четырехугольников таких, что все углы одного четырехугольника равны соответствующим углам другого четырехугольника, вообще ничему не соответствует: если “равноугольные” в этом смысле треугольники будут необходимо подобны, то для четырехугольников это уже неверно. Таким образом, наша интерпретация говорит в пользу чтения Александра–Боница.

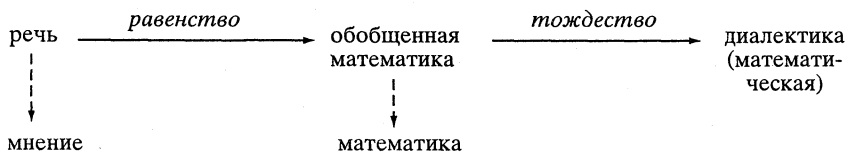
ляются математическими. Дело в том, что “равенство” это “математическое тождество”, которое нам теперь необходимо отличить от простого, т.е. диалектического “тождества”, различая тем самым математику и диалектику.

“Тождество” есть универсальный, т.е. более “сильный” верификатор, чем “равенство”: “тождественное себе” всегда “равно себе”, но не наоборот. Равные, но не тождественные объекты и рассматривает, по Платону, математика: например, математическая единица это не тождественный себе объект как “эйдетическая единица”, рассматриваемая в “математической диалектике”, а множество равных друг другу единиц⁵². Можно сказать и так: если диалектика рассматривает свои объекты с точностью до тождества (т.е. как эйдосы), то математика – с точностью до равенства⁵³. При этом только важно понимать, что установление равного себе объекта является для математики не только исходным пунктом, но и ее целью, так же как установление тождественного себе объекта – не только исходный пункт, но и цель диалектики. На самом деле и тут и там исходный пункт и цель совпадают – одно и то же в одном отношении выступает как исходный пункт, а в другом отношении как цель. Как это конкретно осуществляется в математике, мы увидим в последней главе на примере “Начал” Евклида. Итак, “равенство” является для Платона “ослабленным”, или гипотетическим, “тождеством”: если мнение имеет дело с совершенно беспорядочными “образами эйдосов”, то математика – с более упорядоченными, т.е. более точными образами эйдосов”; математический объект не является в полном смысле слова тождественным себе, однако его нетождество себе (“инаковость”) все же ограничена “равенством”, что делает возможными рассуждения особого рода, более точные, чем мнения, но менее точные, чем диалектические рассуждения, а именно математические рассуждения. Таким образом, именно “равенство” служит границей, отделяющей математику от мнения, с одной стороны, и от диалектики – с другой.

⁵² “[Платон] утверждает, что существуют математические [объекты] ...которые отличаются ...от эйдосов тем, что имеется много одинаковых таких [объектов], тогда как каждый эйдос сам по себе единственен” (Met. 987b14–17).

⁵³ Такой подход в чем-то аналогичен современному алгебраическому подходу, в рамках которого всякий объект рассматривается “с точностью до изоморфизма” [79, 88]. Если такая интерпретация объектов арифметики, т.е. чисел, оказывается достаточно естественной, то такая же интерпретация объектов геометрии, которую мы приводим в последней главе, оказывается весьма неожиданной. Это связано с тем, что геометрическое “равенство” у Евклида определяется так, что оно интерпретируется как наша “равновеликость”, и, таким образом, равновеликие геометрические объекты оказываются “математически тождественными” так же как различные “одинаковые” числа в арифметике.

Сказанное можно изобразить в виде верификации, если цепочку искажений (*) из этого раздела попытаться записать в обратном порядке в смысле цепочки уточнений. Взяв тот же исходный родовой термин “речь”, мы будем иметь:



“Обобщенная математика”, которая выступает здесь промежуточным родовым термином, — это математика, которая может быть как и “гипотетической” математикой, так и математикой, диалектически обсуждающей собственные гипотезы, т.е. “математической диалектикой”. Диалектика в такой цепочке искажений будет уже не просто диалектикой, полученной непосредственно из “речи” в общем смысле, но “математической диалектикой”. Таким образом, принятие в расчет математики делает ненужной какую-либо другую диалектику, кроме математической.

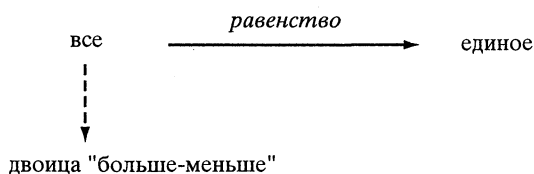
2.5.2. “Математическая диалектика”

Не сохранилось текстов Платона, в которых он развивает “математическую диалектику”. По всей видимости, таких текстов вообще никогда не существовало и “математическая диалектика” развивалась Платоном и группой его учеников исключительно в устной форме. Действительно, в последний период своего творчества, к которому и относится “математическая диалектика”, Платон высказывает серьезные сомнения в возможности письменной философии и решительно склоняется к “логоцентризму”, т.е. к философии, основанной на непосредственном устном общении⁵⁴. Поэтому есть веские основания полагать, что “неписанное учение” (ἄγραφα δόγματα) Платона, изучавшееся впоследствии в неоплатонических школах [97, преамбула], по крайней мере включало в себя “математическую диалектику”, если вообще ею не исчерпывалось. Основной источник, дающий нам сведения о “математической диалекти-

⁵⁴ “...надо показать, что из себя представляет философия в целом... У меня самого по этим вопросам нет никакой записи и никогда не будет... Это не может быть выражено в словах как остальные науки; только если кто постоянно занимается этим делом и слил с ним всю свою жизнь, у него внезапно, как свет, засиявший от искры огня, возникает в душе это сознание и само себя там питает... Ведь есть некое неопровержимое основание, препятствующее тому, кто решается написать что бы то ни было” (Седьмое Письмо 340b–342a – пер. Кондратьева).

ке”, – это “Метафизика” Аристотеля, в которой содержится принципиальная критика “математической диалектики”. Кроме этого имеется масса упоминаний и большой фрагмент трактата ученика Платона Ксенофана “О неделимых линиях” [26]. Реконструкция “математической диалектики” по этим источникам представляется весьма трудным делом, во всяком случае, если иметь в виду не “доксографию”, а настоящую философскую реконструкцию. Попытки такой реконструкции предпринимались неоднократно – в качестве наиболее значительных укажем на [9, 28, 29, 37, 41, 83]. Мы ограничимся только рассмотрением того, как в терминах “математической диалектики”, т.е. в квазиматематических терминах, формулируется “обобщенная верификация”.

Аристотель говорит о том, что платоники “противопоставляют неравное равному” как материю эйдосу (Met. 1075a33); “единому как равному противопоставляют неравное, как природу многого... [они полагают, что] числа рождаются из двоицы неравного – большого и малого... сущностью единого (ὕλὴ τῆς τοῦ ἑνὸς οὐσίας)⁵⁵ ...тот, кто говорит о неравном и едином как о началах (στοιχεῖα), понимая под неравным двоицу из большого и малого, говорит, что неравное, или большое и малое, есть [также нечто] единое” (ibid.: 1087b5-12). В последнем отрывке Аристотель очевидно имеет в виду самого Платона – то о чем говорит здесь Аристотель весьма близко к рассуждениям Платона в “Политике”, которые мы только что рассмотрели. Выше Аристотель говорит о платониках, и мы сейчас не будем вступать в непростую дискуссию о том, кого именно он имеет тут в виду. Для нас важно только то, что “равенство” и здесь связывается с единым, а противоположное ему “неравенство” – с “двоицей большого и малого”, о которой Аристотель говорит как о “неопределенной (ἁόριστος) – например, ibid. 1082b30. Судя по контексту, здесь говорится о “едином” и “неопределенной двоице” как о первых принципах “всего”, т.е. именно об обобщенной верификации. Эта верификация выглядит следующим образом:

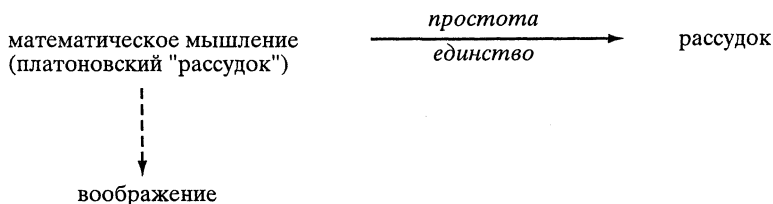


⁵⁵ То есть единое выступает как причина рождения числа, а двоица как материя, оформляемая единым. В переводе Кубицкого [47] рождение числа совершается из двоицы “через посредство сущности единого”. Это неточно: скорее уж это рождение совершается “через посредство двоицы”, тогда как единое выступает здесь, наоборот, главным агентом, а не посредником.

Нужно иметь в виду, что так же как “единое”, здесь это не математическая единица, а эйдос математической единицы, и двойца – эйдос математической двойки, “равенство” здесь обозначает не математическое, а эйдетическое равенство, т.е. тождество: так же как о равных математических объектах можно говорить в математике как о тождественных, понимая что речь идет именно о математическом тождестве, так же и о тождестве в “математическом диалектике” можно говорить как об “эйдетическом равенстве”.

2.5.3. Математическая материя

О “математической материи” мы читаем у Аристотеля: “есть чувственно воспринимаемая материя ($\psi\lambda\eta$) и есть мыслимая ($\nu\omicron\eta\tau\acute{\eta}$): чувственно воспринимаемая – это, например, медь, древесина или движение, а мыслимая – ...например, в математических [объектах]” (Мет. 1036a9–12). Понимать здесь аристотелевскую “ $\psi\lambda\eta$ ” непосредственно как платоновскую материю в смысле 2.3.4 невозможно: у Платона, как мы помним, материя всегда является мыслимой. Однако такое понимание станет возможным, если допустить, что Аристотель имеет здесь в виду следующее: есть материя, которая рассматривается при верификации чувственно воспринимаемого, и есть материя, которая рассматривается при верификации *рассудочного*, т.е. математического. (При этом и та и другая материя *мыслится*, т.е. рассматривается разумом.) Именно таким образом рассуждает Прокл [35], развивая в платоновском духе аристотелевское указание на “математическую материю”. Правда, Прокл решает более специальную задачу и рассматривает только *геометрическую* материю, однако, очевидным образом, его выводы могут быть распространены и на другие математические дисциплины. Если Платон, как мы видели, всякое математическое мышление называет “рассудком” ($\delta\acute{\iota}\alpha\nu\omicron\iota\alpha$), то Прокл различает в математическом (именно геометрическом) мышлении “рассудок” и “воображение” ($\phi\alpha\upsilon\tau\alpha\sigma\acute{\iota}\alpha$), тесно связывая воображение с геометрической материей. Прокл имеет в виду следующую верификацию:



Как поясняет Прокл, воображение это конструктивное начало в геометрии: все многообразие геометрических объектов разворачивается воображением. Воображение же осуществляет разнообразные операции над геометрическими объектами – прежде всего

разделения и соединения этих объектов. Сама возможность этих операций, предполагающая делимость геометрических объектов, указывает на их “материальность”⁵⁶, т.е. на геометрическую материю. В одном месте Прокл говорит о том, что “мыслимая материя имеется в воображении” (53.1), однако, судя по всему, это просто оборот речи, а по сути дела проклово понятие “воображения” представляет собой оригинально развитое в платоническом духе аристотелево понятие “мыслимой материи”. Главное отличие воображения от “чувственно воспринимаемой” материи состоит в том, что оно не только страдательно, но обладает собственной активностью, в связи с чем Прокл называет его страдательным разумом” (νοῦς παθητικός), что звучит несколько парадоксально, поскольку разум есть абсолютная активность. Разворачиваемые воображением геометрические формы сами по себе мыслятся только разумом: воображение воспринимает от разума эти формы и в этом смысле является страдательным. Однако воображение воспринимает эти простые формы не совершенно пассивно, как чувственное восприятие, но самостоятельно разворачивая их как сложные и делимые. *Рассудок* (в уточненном прокловом смысле) собирает развернутое воображением многообразие в относительное теоретическое единство, хотя это теоретическое единство остается математическим и не есть “самость” мыслимого разумом эйдоса⁵⁷. Другими словами, геометрия в конструктивном плане, т.е. в плане геометрических построений, имеет дело, конечно, не с нарисованными на бумаге фигурами, но все же с конкретными образами. Прокл и относит к воображению; в дедуктивном же плане геометрия имеет дело с понятиями отдельно от их воображаемых образов и не апеллирует непосредственно к этим образам. Производя построение (например, строя касательную к данному кругу из данной точки), геометр имеет дело с “данной прямой”, “данном кругом” и т.д., производя доказательство (например, доказывая, что касательная к кругу перпендикулярна радиусу, опущенному в точку касания), геометр говорит в рамках поставленных условий о

⁵⁶ Поскольку обобщенный верификатор “самость” включает в себя “неделимость”.

⁵⁷ “Я говорю о мыслимой материи. Когда логосы переходят в нее и ее оформляют, по-видимому уместно говорить о некоем рождении: движение нашего рассудка и выявление его логосов мы называем рождением фигур в воображении и [проведением] операций над ними. Именно в воображении производятся построения, рассечения, установления [фигуры в данном месте], составления и отрезания, тогда как в рассудке все пребывает без рождения и какого бы то ни было изменения” (78. 19–79.2). “Истинный геометр стремится к пробуждению и переходу от воображения к рассудку самому по себе, увлекая себя от раздельности и страдательного ума к рассудочной деятельности, в которой все видится неразделимым” (55. 23–56.2). Здесь и далее, если противное не оговорено особо, текст Прокла дается в переводе автора.

“прямой вообще” и “круге вообще”. И “данный круг” и “круг вообще” в геометрии есть математический круг, а не чувственно воспринимаемый круг и не круг-эйдос. Однако теперь в самом математическом круге Прокл выделяет указанные две стороны, одна из которых, связанная с воображением, тяготеет к чувственно воспринимаемому кругу, являющемуся предметом мнения (т.е. к чертежу), а другая, связанная с рассудком, тяготеет к кругу-эйдосу, являющемуся предметом разума. При этом воображаемый (“данный”) круг служит своего рода материалом для “круга вообще”, о котором рассудок проводит доказательства: чтобы сформулировать и доказать теорему нужно предварительно провести некоторую конструктивную работу и затем сделать соответствующее обобщение. Именно в этом смысле воображение есть “математическая материя”⁵⁸. Различение в геометрическом мышлении воображения и рассудка влечет за собой у Прокла различение в геометрии *проблем и теорем*: основным для проблемы является построение, а для теоремы – доказательство. Подробнее о проблемах и теоремах мы поговорим в 4.3.1.

Хотя сам Прокл относит свои выводы исключительно к геометрии, очевидно, что “математическая материя” необходима и для второй главной античной математической дисциплины – арифметики⁵⁹. В самом деле, арифметические *вычисления* предполагают такую материю так же как и геометрические построения, делимость чисел предполагает материю так же как и делимость геометрических фигур⁶⁰. Аристотель прямо говорит, что единицы-эйдосы в отличие от математических единиц не складываются друг с другом ($\acute{\alpha}\sigma\mu\nu\beta\lambda\eta\tau\omicron\iota$)⁶¹ и потому всякое число-эйдос не состоит из единиц, т.е. неделимо⁶². “Арифметическая материя” будет “более тонкой”, чем геометрическая, поскольку, как мы увидим в следующей главе, арифметика не имеет дела с неопределенностью, связанной с “положением”, с которой имеет дело геометрия.

⁵⁸ С. Бретон [11], на наш взгляд, удачно сравнивает проклово “воображение” со “средой свободного становления” (Medium des freien Werden) Л. Брауэра.

⁵⁹ О разделении античной математики на дисциплины см. в следующей главе.

⁶⁰ Заметим, что делимости чисел и геометрических фигур противостоит неделимость их начал (см. главу 3) – единицы для чисел и точки для геометрических фигур.

⁶¹ Аристотель даже рассматривает различные варианты такой “нескладываемости” (Met. 13.7).

⁶² “Если все единицы складываются друг с другом и не различаются друг от друга [по виду], то получается математическое число и только оно [но не число-эйдос]” (Met. 1081a6); “им [т.е. платоникам, рассматривающим числа-эйдосы] приходится говорить, что счет ведется так: один, два [и так далее] без прибавления к тому, что предшествует – иначе... число не могло бы быть идеей” (ibid. 1082b28–31).

2.5.4. Срединность математики и срединность эйдоса

Говоря о срединности математики как основном определяющем математику свойстве, нельзя не упомянуть о следующем обстоятельстве. Дело в том, что всякий эйдос выступает как середина между своими противоположными искажениями. Это делается особенно очевидно, когда обобщенная верификация формулируется в “математической диалектике”: здесь эйдос как “равное единое” является серединой между “большим” и “меньшим” (см. 2.5.2). Таким же образом, например, “хорошая погода” есть середина между холодом и жарой, “правильное отношение к деньгам” – середина между скупостью и расточительностью, “хорошее душевное состояние” – середина между депрессией и эйфорией. Аристотель прямо говорит о том, что “избыток и недостаток губительны для благоразумия и мужества, а обладание серединой благотворно” (Eth. Nic. 1104a25 – пер. Брагинской, [47]) и о том, что “всякая наука успешно совершает свое дело... стремясь к середине” (ibid. 1106b10 – пер. Брагинской). Это позволяет, например А.Ф. Лосеву, говорить об “эстетике середины” и относить такую эстетику, в частности, к рассудку, т.е. математическому мышлению [85]. Здесь, однако, требуются следующие оговорки. Всякий эйдос является некоторой серединой, но не всякая середина является эйдосом. Именно, не является эйдосом середина между эйдосом и некоторым искажением этого эйдоса. Аристотель в цитированных выше отрывках имеет в виду именно середину-эйдос, а не всякую середину, на что он прямо указывает: “...не всякий поступок и не всякая страсть допускает середину, ибо некоторые из них в самом названии выражают дурное качество, например злорадство, бесстыдство, злоба, а из поступков – блуд, воровство, человекоубийство. Все это и подобное этому считается дурным само по себе, а не избыток или недостаток... И подобно тому, как не существует избытка благоразумия и мужества, так и [в названных выше пороках] невозможно ни обладание серединой, ни избыток, ни недостаток... Ведь, вообще говоря, невозможно ни обладание серединой в избытке и недостатке, ни избыток и недостаток в обладании серединой” (ibid. 1107a8–27 – в пер. Брагинской). В самом деле, если добро есть середина между разными видами зла, а зло само по себе есть отклонение от добра, то, во-первых, невозможно “неумеренное добро”, так как более высокая степень добра будет означать только более точное нахождение середины, а во-вторых, всякое “умеренное зло” все равно будет злом, т.е. отклонением от добра, хотя и меньшим злом, чем то крайнее зло, по сравнению с которым оно представляется умеренным. Как мы показали выше, срединность рассудка и, соответственно, математики, есть именно срединность в смысле “умеренного зла”: математика является промежуточным искажением “диалектической эпистемы”. Таким образом, нельзя сказать, что рассудок и математика особенно высоко оцениваются именно благодаря своему промежуточному положению. Другое дело, что

некоторое промежуточное искажение эйдоса может пониматься как эйдос группы таких искажений в смысле “ложного вида”: в следующем параграфе мы покажем, что структура античной математики дает нам как раз такой пример.

2.6. СТРУКТУРА МАТЕМАТИКИ

В диалоге “Государство” (525a–531c) Платон приводит четырехчастное деление математики, которое по возникшей в средние века традиции принято называть “квадривиумом”. Это 1) логистика и арифметика (λογιστική καὶ ἀριθμητική) (525a); 2) геометрия (γεωμετρία) (526c); 3) астрономия (ἀστρονομία) (527d); 4) гармоника (теория музыкальной гармонии) – термин “ἁρμονική” встречается у Аристотеля, а у Платона нет никакого специального термина для обозначения этой науки: он просто указывает, что ее предметом является музыкальная гармония (ἁρμονία) (531a).

Проблему идентификации на уровне терминологии составляют только “логистика и арифметика”. Традиционно в истории математики логистика противопоставляется арифметике как искусство счета – науке о числе [62]. Эта традиция имеет античные основания – так, Прокл кроме квадривиума приводит еще одну классификацию математических дисциплин, которую он приписывает Гемину, в которой арифметика и геометрия как теоретические дисциплины противопоставляются “прикладным” дисциплинам, среди которых находится и логистика (38. 1–12). Однако Фоулер [21] высказал предположение, согласно которому по крайней мере для математиков круга Платона дело не обстояло таким образом, а логистика отличалась от арифметики тем, что вторая имела дело с самими числами, а первая – с отношениями (λόγοι) чисел. При этом, как считает Фоулер, термины “логистика” и “арифметика” могли обозначать как практические вычислительные навыки, связанные с операциями над числами и их отношениями, так и соответствующие теоретические дисциплины. Анализируемое место “Государства” безусловно подтверждает гипотезу Фоулера: Платон здесь как раз говорит о теоретическом статусе математических дисциплин, и при этом ставит арифметику и логику рядом, не противопоставляя их по этому признаку. Поскольку решение вопроса о логистике не связано непосредственно с темой нашего исследования (мы анализируем только геометрические книги “Начал” Евклида), мы поступим следующим образом: будем вслед за Проклом и большинством современных историков математики называть первую теоретическую дисциплину квадривиума “арифметикой”, однако не станем противопоставлять ее логистике как вычислительному навыку, допуская возможность того, что “теоретическая логистика” включается в таким образом понимаемую арифметику.

В добавление к обсуждению терминологической стороны дела укажем на синонимы для “астрономии” и “гармоники”, которые упо-

треблялись в античности: “астрология” (ἄστρολογία – Аристотель) и “сферика” (σφαῖρική – Прокл) для “астрономии” и просто “музыка” (μουσική – Прокл) для гармоник⁶³.

Платон настаивает на теоретическом статусе всех четырех дисциплин, последовательно отделяя их от одноименных практических умений⁶⁴. Если теоретический статус арифметики и геометрии во времена Платона был уже достаточно устоявшимся, то утверждение Платоном теоретического статуса астрономии и гармоник оставалось, насколько можно судить по реакции собеседников в диалоге, весьма дискуссионным. Платон критикует как наблюдательные методы астрономии, имеющие древнюю вавилонскую традицию, так и экспериментальные методы изучения созвучий, практиковавшиеся среди пифагорейцев⁶⁵.

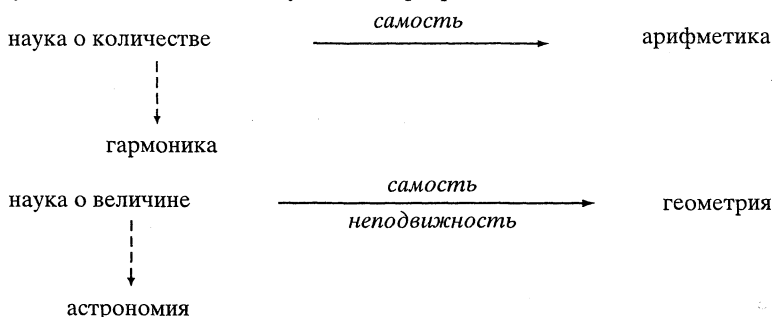
Приведенное четырехчастное деление математики, по всей видимости, не принадлежит самому Платону. По крайней мере Прокл, который в каждом удобном случае старается ссылаться именно на Платона, относит это деление к пифагорейской традиции. Прокл же приводит и теоретические основания этого деления, отсутствующие в явном виде у Платона, пользуясь при этом “основными родами” из платоновского “Софиста” – “тождественным” (“самим”), “иным”, “движением” и “покоем”: “Пифагорейцы считают, что математическая эпистема в целом делится на четыре части: выделяется одна

⁶³ У Платона слово “μουσική” имеет другой смысл: он понимает его как “искусство играть на кифаре, быть приятным и правильно ходить” [66], т.е. как “хорошие манеры”. Термин “каноника”, который теперь используется как синоним “гармоник” – позднейшего происхождения и связан, по всей видимости, с латинским названием труда Евклида, посвященному данному предмету, “Sectio Canonis” [17], что значит “Наука о том, как правильно делить [струну, чтобы получить гармонические созвучия]”.

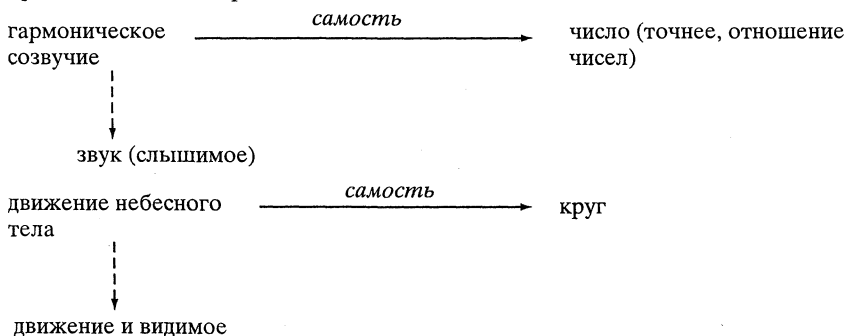
⁶⁴ “...из того, что было сказано о науке о вычислениях (περί τοῦς λογισμῶς μαθημάτων [т.е., по нашему соглашению, – об арифметике], я понимаю, что она изысканна и очень полезна для нашей цели, если заниматься ею для познания, а не для коммерции” (Rep. 525c–d); “арифметики говорят о числах, которые можно только помыслить рассудком” (ibid. 526a); «кто хоть немного знает толк в геометрии, не станет оспаривать, что эта наука полностью противоположна тем словесным выражениям, которые в ходу у занимающихся ею. – То есть? – Они выражаются как-то очень забавно и принужденно. Словно они заняты практическим делом и имеют в виду интересы этого дела, они употребляют выражения “построим” четырехугольник, “проведем” линию, “произведем наложение” и так далее: все это так и сыплется из их уст. А между тем все это наука, которой занимаются ради познания» (ibid. 527a – пер. Егунова). Об астрономии и гармонике см. след. примеч.

⁶⁵ “...проблемы астрономии мы возьмем как геометрические, покидая то, что на небе” (ibid. 530b–c); “Разве ты не знаешь, что и в отношении гармонии повторяется та же ошибка? Так же как астрономы, люди трудятся там бесплодно: они измеряют и сравнивают воспринимаемые на слух созвучия и звуки” (ibid. 531a – пер. Егунова). О вавилонской астрономии см [56]; об экспериментальных методах пифагорейской гармоник см. [55a].

часть, предмет которой число (τὸ πλῆθος – “сколько”, количество), и другая часть, предмет которой величина (τὸ μέγεθος – “какой величины”). Каждая из этих двух частей [в свою очередь] берется двояко: число рассматривается как гипотеза либо само по себе, либо по отношению к иному, а величина – либо в покое, либо в движении. Таким образом, арифметика рассматривает число само по себе, музыка – по отношению к иному, геометрия рассматривает неподвижную величину, а сферика – саму по себе движущуюся” (35. 22–36.3). Таким образом, гармоника подчинена арифметике: в гармонике арифметика применяется к звуковому материалу, а астрономия подчинена геометрии: астрономия есть “геометрия движения” (а именно кругового движения), которая опирается на “геометрию неподвижного”, т.е. на собственно геометрию в античном смысле слова. Платон называет астрономию и гармонику “сестрами”, поскольку “как глаза вперяются в астрономию”, так и уши – в движение гармоний” (Rep. 530d). Принимая во внимание это замечание, можно сопоставить геометрию с астрономией таким же образом, как Прокл сопоставляет арифметику с гармоникой: геометрия рассматривает величину саму по себе, а астрономия – в видимых небесных светилах. Таким образом, различие арифметики и гармоники и различие геометрии и астрономии получается на основе следующих верификаций:



Выпишем еще верификации, связывающие *предмет* гармоники с предметом арифметики, и, соответственно, предмет астрономии – с предметом геометрии:



Итак, созвучия суть отношения чисел, “обремененные” материей звука, движения небесных тел суть круги, обремененные материей движения и видимости.

По поводу геометрии и арифметики Прокл говорит еще следующее: “...геометрия... занимает второе место после арифметики, поскольку она исполняется и определяется (τελειομένη καὶ ἀφορίζομένη) из арифметики: все, что говорится и познается в геометрии, определяется из арифметических логосов” (48.9–13). Это говорит о том, что различие арифметики и геометрии также основано на верификации, и показывает, что Платон не случайно упоминает об арифметике сначала, а о геометрии потом. Ключ к этой верификации дает Аристотель, который указывает на то, что числа, которые рассматривает арифметика, не имеют положения (ἔθετο), а объекты геометрии имеют положение (θετό). На этом основании Аристотель считает арифметику точнее (ἀκριβεστέρα) геометрии⁶⁶. Аргументацию Аристотеля мы рассмотрим ниже в 3.4.2, а сейчас мы воспользуемся приведенным указанием Аристотеля для того, чтобы понять первенство арифметики над геометрией в смысле платоновской верификации. Для этого нужно только понять “положение” как “антиверификатор”: то, что “не имеет положения”, является “более определенным” и “более тождественным себе”, чем то, что “имеет положение”. В самом деле, точка “менее тождественна себе”, чем единица в том смысле, что точка может быть расположена тут или там, тогда как единица не связана с такого рода неопределенностью. Итак, верификация, на которой основано различие арифметики и геометрии, выглядит следующим образом:

математическая дисциплина,
исследующая свой предмет
сам по себе

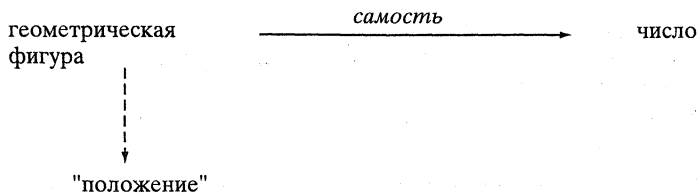


арифметика



Верификация, связывающая предметы арифметики и геометрии, будет следующей:

⁶⁶ “Арифметика точнее геометрия... [так как] единица это сущность, не имеющая положения, а точка – имеющая положение” (An. Post. 87a30–37). Мы здесь сознательно пропустили “средний термин” аристотелевской аргументации – см. ниже в тексте.



“Положение”, таким образом, есть геометрическая материя в узком смысле слова, которой нет в предметах арифметики. Что касается сопоставлений чисел и геометрических фигур, то такого рода сопоставления мы действительно во множестве находим у Прокла. Некоторые из них мы приведем в параграфе 4.2⁶⁷.

Хотя гармоника связана с арифметикой, а астрономия – с геометрией, разница в “эйдетическом статусе” между арифметикой и геометрией не распространяется на гармонику и астрономию: их уравнивает в эйдетическом статусе то, что обе эти науки так или иначе имеют дело с чувственно воспринимаемым, и Платон, как мы уже говорили, называет их “сестрами”. Таким образом, квадривиум имеет трехуровневую (в смысле “цепочки искажений”) структуру:

арифметика	
геометрия	(***)
гармоника и астрономия	

Мы видим, что геометрия занимает промежуточное положение в квадривиуме. Поскольку основным определением математики у Платона является ее “срединность”, т.е. промежуточное положение между мнением и диалектикой, геометрия, таким образом, оказывается самой “математической” из математических дисциплин квадривиума, или, используя терминологию Платона, геометрия оказывается эйдосом математики. Не случайно поэтому, говоря о математике, и Платон, и Аристотель в первую очередь приводят в пример геометрию⁶⁸. Здесь мы имеем как раз такую ситуацию, о которой мы упоминали в 2.5.4, когда промежуточная неопределенность некоторого эйдоса сама может быть рассмотрена как эйдос. В самом деле, если вписать квадривиум (***) в цепочку искажений (*) (см. 2.4.1), в которой весь квадривиум является промежуточным искажением эйдоса “диалектическая эпистема”, то арифметика окажется ближе всего к этому эйдосу. Однако то, что среди дисциплин квадривиума арифметика имеет наивысшей эйдетический статус в смысле цепочки искажений (*), не означает, что арифметика окажется эйдосом самого квадривиума, т.е. эйдосом математики. Пос-

⁶⁷ Ср. также учение о “многоугольных числах”, которое было одной из тем античной арифметики [24, 68].

⁶⁸ Ср., например, о математике: “...геометрия и родственные ей искусства” (Plat. Rep. 511b).

кольку математика в целом есть промежуточное искажение эйдоса “диалектическая эпистема”, арифметика, с одной стороны, оказывается “слишком хороша”, т.е. слишком близка к этому эйдосу, чтобы быть “самой математичной” из математических дисциплин квадриуума. С другой стороны, астрономия и гармоника “слишком плохи”, так как стоят дальше всех от эйдоса “диалектическая эпистема” и ближе всего к крайнему искажению этого эйдоса “мнение”. Остается “промежуточная” геометрия. Здесь мы, очевидно, вновь имеем дело с “трудностью ложного вида”: математика есть искажение эйдоса, т.е. “ложный вид”, и мы не знаем, как нам отвечать на вопрос “Что такое истинная математика?” – то ли нужно выбросить из математики всю “ложность” и получить “математическую диалектику”, которая, однако, уже не будет математикой, то ли выбросить как можно больше ложности так, чтобы математика все же осталась математикой, и получить арифметику, то ли, как мы только что говорили, найти в математике некоторую “середину ложности”, т.е. “эйдос ложности”, который, однако, будет серединой не между противоположными ложностями, а между ложным и истинным, т.е. серединой между серединой и отклонением от середины, т.е. не будет эйдосом.

2.7. НЕКОТОРЫЕ ТРУДНОСТИ ФИЛОСОФИИ ПЛАТОНА

Теперь мы рассмотрим некоторые трудности философии Платона, которые помогут нам лучше понять рассуждения Аристотеля.

2.7.1. Трудность “ложного вида”

Верифицируя некоторый термин, мы выделяем “собственный” (эйдос) и “несобственный” (призрак) смысл этого термина. Поставим теперь вопрос следующим образом: каков собственный смысл призрака? Речь здесь не идет о том, чтобы верифицировать призрак еще раз, получая цепочку искажений – таким образом мы можем только выхватить в призраке “остатки эйдоса”, тогда как нас в данном случае интересует смысл призрака как такового. Действительно, призрак любой верификации есть некоторый термин, имеющий для этой верификации строго определенный смысл. Но что такое “определенный призрак”, когда призрак по своему смыслу является чем-то неопределенным? С этой трудностью мы сталкивались во втором и четвертом примерах из 2.4.2. Во втором примере Платон посчитал, что термин “добродетель” широко употребляется не в собственном, а в несобственном смысле, и потому разумно (в частности, по конъюнктурным соображениям) закрепить за термином “добродетель” именно этот несобственный смысл, т.е. сделать его

квазисобственным, а для собственного смысла “добродетели” при необходимости подыскать другой термин. В четвертом примере, дав шесть неудачных (не подчиненных эйдетическому регулятивному принципу) определений “софиста”, Платон посредством наводящих рассуждений (Софист 231c–236c) приходит к мысли о том, что термин “софист”, будучи связанным со своего рода обманом или “фокусничеством”, означает нечто само по себе ложное⁶⁹. Это значит, что “софист” может быть только призраком определяющим этот термин верификации (или системы верификаций). Таким образом, дать определение термина “софист”, значит определить истинный смысл термина, означающего нечто ложное, или “определить неопределенность”. С этой же трудностью мы столкнулись выше, когда говорили о геометрии как об эйдосе математики.

В диалоге “Софист” Платон прямо начинает анализировать указанные трудности, сразу переводя их в онтологическую плоскость: «— На самом деле, дорогой, мы стоим перед весьма трудным вопросом. “Представляться и казаться, но не быть” и “говорить то, что не истинно” — все это вечно вызывает трудности: так было в прошлые времена, так это и сейчас. Каким образом говорящий о “ложной речи” или о “мнимой действительности” не допускает противоречия, [понять,] Теэтет, весьма трудно. — Что [ты имеешь в виду]? — Такая речь осмеливается предположить существование небытия (τὸ μὴ ὄν), ибо иначе ложное не стало бы сущим» (236d–237a).

Итак, ложь квалифицируется здесь как род *небытия*⁷⁰, в связи с чем ставится под сомнение сама возможность существования лжи: если существует ложь, то существует некоторое небытие, т.е. то, что не существует, что нелепо. Этот софистический аргумент Платон критикует следующим образом.

Согласно Платону, небытие можно понимать двояко:

- а) как противоположность бытия (небытие А);
- б) как нечто иное по отношению к бытию (небытие В).

Приведенный софистический аргумент подразумевает только небытие А, так как только о небытии А можно сказать, что оно *не существует* постольку, поскольку оно противоположно бытию. Существование же небытия В, с точки зрения Платона, не является противоречивым, но лишь свидетельствует о том, что “роды”, за исключением противоположных, “взаимодействуют” (κοινωνεῖν) (254b). В частности, род “бытие” взаимодействует со всеми существующими и имеющими смысл родами. Разобраться в

⁶⁹ “Оказывается, что софист имеет обо всем мнимое знание (δόξατιμὴ ἐλιότημ), а не истинное [т.е. имеет мнение (δόξα), а не знание] (233c); о софистике: “...искусство привлечения юношей и [всех] стоящих далеко от истины вещей с помощью завораживания слуха речами и демонстрации речевых призраков” (234c); о софисте: “будучи подражателем действительности, он — некий колдун” (235a), “он — некий фокусник” (235b).

⁷⁰ Ср. также Arist. Met. 1024b27: “ложная речь относится к несуществующему”.

структуре взаимодействия родов и является главной задачей диалектики (253с–d)⁷¹. Платон в этом диалоге подробно рассматривает структуру пяти “главнейших” родов: “бытия”, “покоя”, “движения”, “тождественного” (“самого”) и “иного” (254с–256с). Итак, оспариваемый софистический аргумент не будет иметь силы, если понимать в этом аргументе термин “небытие” не как небытие А, но как небытие В. Заметим, что над термином “небытие” Платон проводит здесь процедуру, аналогичную верификации: выделяется осмысленная и существующая часть значения этого термина (небытие В) и бессмысленная и несуществующая его часть (небытие А). В связи с этим подчеркнем, что Платон не просто различает здесь два вида небытия, но уточняет (верифицирует) смысл термина “небытие” таким образом, что “небытие” всякий раз понимается в дальнейшем Платоном только как небытие В (так как только это значение термина “небытие” в глазах Платона представляется осмысленным), а возможное значение этого термина как небытие А Платон попросту отбрасывает (так как, с его точки зрения, это значение ничего не значит, т.е. собственно говоря, такого значения не существует).

Понимание небытия как только небытия В, но не как небытия А, имеет ряд важных следствий. Прежде всего это означает, что “в каждом виде ... есть много бытия и в то же время бесконечное количество небытия” (256е) или, что “каждое [отдельно] и все в совокупности многими способами существует, многими же не существует” (259b). То есть каждая вещь есть такая, какая она есть и не есть такая, какая она не есть, причем если набор существенных

⁷¹ “Говоря о небытии, мы, как представляется, говорим не о противоположном бытию, а только об ином” (257b); “Итак, никто не скажет, что мы, взяв небытие как противоположность бытия, осмеливаемся говорить, что оно существует” (258е); “Противопоставление природы части иного и природы бытия, противоположащих друг другу, есть, если так можно сказать, не меньшее бытие, чем само бытие, и оно обозначает не противоположность бытия, а только иное, нежели бытие... Очевидно, что это то самое небытие, которое мы искали для софиста” (258а–b); “...одни роды допускают возможность взаимодействия (κοινωνεῖν) друг с другом, а другие нет; [из первых] одни допускают возможность взаимодействия с немногими родами, другие – со многими, третьи беспрепятственно во всех случаях взаимодействуют со всеми [другими родами]” (254b–c): “Бытие” относится как раз к последнему типу, поскольку оно не имеет противоположности; “Делить по родам, не подчиняя тот же самый эйдос другому, а другой тому же самому – разве мы скажем, что это относится к диалектическому знанию (διαλεκτικῇ ἐπιστήμῃ – “диалектической эпистеме” (ср. 2.5)? – Да, скажем. – Кто сможет это сделать, тот расставит удовлетворительным образом одну идею, единую, лежащую отдельно от каждой [вещи] и пронизывающую все, многие иные по отношению друг к другу идеи, охватываемые извне одной, и одну, единство которой скрепляется совокупностью многих, многие идеи, отдельные и изгнанные из всего. Это есть познание с помощью разделения по родам: каким образом все [вещи] взаимодействуют, а каким образом – нет” (253d–e).

признаков, присущих данной вещи, составляет определение данной вещи (“какая она есть”) и поэтому обязан быть конечным, то набор признаков, не присущих данной вещи, не обязан быть конечным⁷². В случае с “софистом” это означает, что все небытие, связанное с софистом состоит лишь в том, что софист это *не* философ, *не* воин, *не* сосуд с вином и так далее до бесконечности; точно так же философ или воин это не софист и т.д. Именно здесь, как мы видим, Платон впервые начинает определенно различать значение и существование, точнее отделять значение от существования – небытие софиста оказывается чисто семантическим (предикативным): софист **есть**, но софист *не есть* философ, воин и т.д. Тут же Платон с удивлением обнаруживает, что такие вещи, как “некрасивое” и “несправедливое” “принадлежат в той же степени к существующему” как и “красивое” и “справедливое”⁷³. Зачем Платон делает здесь эти, казалось бы, тривиальные утверждения о том, что существует не только красивое, но и некрасивое, не только справедливое, но и несправедливое? Представляется, что Платон отходит здесь от своей же первоначальной точки зрения, в рамках которой он рассматривал “красивое” и “справедливое” в качестве верификаторов. Согласно этой первоначальной точке зрения, которую мы уже обсуждали выше (см. 2.4), истинно существующее есть красивое и справедливое, и как раз “красота”, “справедливость” и другие верификаторы выступают в качестве признаков, по которым мы можем отличить истинно существующее от того, что только кажется таковым, но на деле таковым не является. Теперь же Платон приходит к мысли, что существование есть нечто отдельное от таких значимостей, как, например, “красивое” и “справедливое”. С этой новой точки зрения можно сказать, что “некрасивое” обладает отрицательной эстетической значимостью, а “несправедливое” – отрицательной этической значимостью, но нельзя сказать что “некрасивое” и “несправедливое” обладают “отрицательной экзистенцией”, т.е. не существуют в

⁷² Это замечание Платона позволяет дополнительно прояснить смысл призрака верификации как “неопределенности”. Утверждение вида “А присуще В” может быть элементом определения: именно всякое определение подразумевает конечный набор утверждений такого вида. Напротив, утверждение вида “А не присуще В” не является элементом никакого определения, так как число таких утверждений, могущих быть высказанными относительно всякого В, неограниченно.

⁷³ «– “Некрасивое” выделяется из некоторого единого рода сущего и снова противопоставляется этому сущему. Таким ли образом оно случается? – Таким. – Похоже на то, что “некрасивое” случается при противопоставлении сущего сущему. – Правильно. – Так что? Относится ли у нас согласно этому рассуждению “красивое” в большей степени к сущему, а “некрасивое” в меньшей? – Никоим образом. ... – Не будет ли ... и справедливое существовать не больше чем несправедливое? – Как же иначе?» (257e–258a).

полном смысле слова⁷⁴. Конечно, эта новая точка зрения требует заново ответить на вопрос “Что значит быть?”, однако на этот вопрос в указанном новом смысле Платон уже не отвечает. Вместо него это делает Аристотель, для которого разделение значения и существования является уже своего рода данностью. Мы не случайно так подробно останавливаемся на этом моменте: противопоставление Аристотелем семантики и онтологии, вопросов “Что есть?” (τί ἔστι) и “Есть ли?” (εἰ ἔστι), будет играть важнейшую роль в нашей интерпретации Евклида. Говоря о различии значения и существования в платоновском “Софисте”, отметим также следующее важное обстоятельство: для небытия А это различие Платон не производит, выводя небытие А из рассмотрения как одновременно несущее и бессмысленное. Это обстоятельство не случайно: легко видеть, что именно удаление из рассмотрения небытия А было для Платона условием различения значения и существования. К вопросу о небытии А мы вернемся позже, а теперь рассмотрим последнее рассуждение Платона, критикующего софистический аргумент о невозможности лжи.

Только что мы рассмотрели, как Платон решает здесь вопрос о небытии в общем. Ложь есть, однако, не небытие вообще, но небытие в речи. Таким образом Платон, завершая свою критику, исследует вопрос о возможности небытия (которое он теперь понимает только как небытие В) в речи, т.е. как раз вопрос о возможности лжи. Прежде всего Платон уточняет термин “речь” (λόγος), выделяя:

а) синтаксическую структуру речи. Согласно Платону, элементарная речь состоит из “имени” (ὄνομα) и “глагола” (ῥῆμα), т.е. подлежащего и сказуемого, субъекта и предиката в смысле традиционной логики. Таким образом значение термина “речь” ограничивается до “утверждения” некоторого предиката относительно некоторого субъекта (262а–е);

б) семантическую структуру речи. Платон подчеркивает, что “речь, когда она есть, необходимо должна быть речью о чем-либо, ведь речь ни о чем невозможна” (262е). “О чем-либо” здесь значит “о чем-либо существующем”, иначе это “что-либо” оказалось бы причастно небытию А.

Синтаксическая и семантическая структуры речи, согласно Платону, находятся в следующем простом соответствии – то, на что на-

⁷⁴ В диалоге “Политик” Платон сохраняет подход, развитый в “Софисте”. Как мы уже говорили (2.5.1), в этом диалоге речь идет о том, что “большое” и “малое” должны, с точки зрения Платона, противопоставляться не друг другу, а они вместе – “умеренному”, так как и превышение и недобор до меры одинаково нехороши. При этом Платон, однако, подчеркивает, что дело не обстоит таким образом, что превышение и недобор меры есть некоторое небытие: “...все они [речь идет о различных искусствах] сберегают себя от превышающего умеренное и от меньшего умеренного не как от несущего, но как от сущего, вредного для практики” (284а).

правлена речь, формальным образом обозначено в речи как “имя”, т.е. логический субъект. Эти структуры речи позволяют Платону ввести наконец и

а) алетическую структуру речи. Платон на простых примерах показывает, что предикат (ῥῆμα), высказываемый о данном существующем субъекте, может соответствовать действительности и не соответствовать действительности. В первом случае речь является истинной, а в последнем – ложной.

Ложная речь “говорит... о несуществующем как о существующем” или, как уточняет Платон, “о существующем, отличном от того существующего, которое должно быть высказано [о данном субъекте]” (263b). Таким образом, ложной речи действительно причастно небытие (небытие В): ложная речь содержит предикат, указывающий на несуществующее для данного субъекта положение дел. Однако такая причастность небытия не является чем-то исключительным и не влечет несуществование ложной речи: аналогичным образом, но в другом отношении, небытие (В) причастно и любой истинной речи и вообще любому “виду”. Итак, ложная речь является особым рода сущим, которому, как и любому другому сущему в специфическом для него отношении, причастно небытие. Это позволяет Платону, играя словами, говорить об “истинно ложной речи” (ἀληθῶς λόγος ψευδός – 263d), а в конце диалога – об “истинном софисте” (268d).

Посмотрим теперь, насколько эту критику, по ходу которой Платон приходит к важнейшему различению онтологии и семантики, можно считать основательной. Платон, как мы видим, рассуждает следующим образом:

«Софист и ложная речь представляют собой некоторого рода небытие. Термин “небытие” имеет смысл только как небытие В, и значит мы будем понимать его именно в этом смысле. Тогда опровергаемый софистический аргумент не имеет силы. Более того, можно совершенно точно показать, каким именно образом небытие В причастно ложной речи».

Однако легко видеть, что небытия В на самом деле *не достаточно* для объяснения “софиста” и “ложной речи”. Действительно, когда Платон говорит, что в ложной речи утверждается некоторый существующий предикат относительно некоторого существующего субъекта, однако не тот предикат, который “должен быть высказан” относительно данного субъекта, он подразумевает, что отношение предиката к субъекту, задаваемое ложной речью, *не существует в действительности*. Это последнее “не существует”, есть противоположность бытия, т.е. небытие А. Итак, Платон, говоря о ложной речи, использует небытие в смысле А, хотя говорит, что понимает небытие только в смысле В. Что касается “софиста”, то проблемой здесь является не возможность ложной речи, понятой в специальном смысле как утверждение некоторого предиката о некото-

ром субъекте, а своего рода ложность самого по себе софиста. В конце диалога Платон дает определение софиста, эквивалентное определению, рассмотренному нами в четвертом примере, как “подражателя мудреца” (268с)⁷⁵. Тут можно снова спросить: что значит “являться, казаться [...подражать], но вместе с тем не быть?” (263е). “Не быть” и здесь имеет смысл противоположности бытия (небытия А), а не только указания на нечто иное, чем бытие (небытие В). В самом деле, “не быть” здесь относится к софисту не только в том смысле, что он не есть мудрец, атлет, воин и т.д. “Не мудрец” в смысле “не что иное, нежели мудрец” не есть определение софиста: определение софиста как “подражателя мудреца” имеет смысл *противоположности* мудреца (а не воина или атлета), т.е. софист не есть мудрец именно в смысле противоположности, или в смысле небытия А. Можно сказать, что софист не имеет другого бытия, кроме небытия (А) мудрецом. Равным образом и бытие мудрецом есть небытие (А) софистом⁷⁶.

2.7.2. Трудность причинного объяснения⁷⁷

Выше мы подробно рассмотрели, как эйдетический регулятивный принцип действует применительно к диэрезе, и убедились, что этот принцип был в этом применении содержательным. Диэреза связана с определением и, следовательно, с вопросом “Что это есть?”. Как мы говорили, этот вопрос является важнейшим у Платона, однако Платон упоминает и о другом важном вопросе – “Почему?” (διότι), который становится главным теоретическим вопросом для Аристотеля. Ответить на вопрос “Почему?” значит найти *причину* (αἰτία) данного явления. Как должен применяться эйдетический регулятивный принцип к причинному объяснению? Непосредственное применение этого принципа к причинному объяснению приводит к абсурду. Например, следуя эйдетическому принципу, мы не будем говорить, что солнце нагрело камень, но скажем, что причиной того, что этот камень теплый, является теплота. Очевидно, что такое объяснение ничего не объясняет⁷⁸. Почему же такие объяснения неудовлетворительны? Как представляется, дело здесь в следующем. Говоря, что камень является теплым благодаря

⁷⁵ При условии, что имеется определение мудреца, построенное как и определение четвертого примера, в соответствии с эйдетическим регулятивным принципом.

⁷⁶ Платоновскую критику софистического аргумента против возможности ложной речи можно, таким образом, также назвать софистической: Платон выделяет тот смысл термина “небытие”, использование которого позволяет обойти софистический аргумент, однако все последствия этой замены Платон не исследует.

⁷⁷ См. 2.4.1.

⁷⁸ См. примеч. 25 из 2.4.1.

теплоте, мы, следуя правильному направлению мысли, обращаемся к “теплоте самой по себе”, т.е. к эйдосу теплоты. Однако таким образом мы только *называем* этот эйдос, тогда как сам эйдос остается для нас таким же неизвестным, как и раньше. Когда эйдос дается как диэретический вид, за этим стоит рассуждение, посредством которого мы *понимаем* этот эйдос, в то время как объясняя “теплый камень” через “теплоту саму по себе”, мы только называли эйдос. Какое же рассуждение должно стоять за причинным объяснением? Платон дает следующий ответ: чтобы понять эйдос нужно найти “ближайшее искажение” этого эйдоса, т.е. то, что причастно данному эйдосу, так сказать, в наибольшей степени, или, как говорит Платон, то, “что не есть эйдос, но когда существует имеет его форму (μορφή)” (103e). Платон приводит следующие примеры. Число три есть всегда, а не иногда или в некотором отношении нечетное, т.е. является такой вещью, которая всегда имеет форму “нечетного самого по себе” и ни в каком отношении не имеет форму “четного самого по себе”. Снег, хотя и может быть уничтожен теплотой, когда существует имеет форму “холодного самого по себе” и ни в каком отношении не является теплым⁷⁹. Аналогичным образом, огонь, когда существует имеет форму “теплого самого по себе” и ни в каком отношении не является холодным. Сказав, что причиной того, что этот камень теплый, является *огонь*⁸⁰, мы не сможем утверждать, что “схватили” таким образом сам эйдос, однако, очевидно, мы сделали нечто большее, чем только называли эйдос, выставляя в качестве причины “теплое само по себе”. Хотя огонь не есть сам эйдос “теплого”, созерцая огонь “умным взором”, мы можем лучше понять этот эйдос, чем когда мы созерцали теплый камень, который был теплым только случайным образом, а мог бы быть и холодным, оставаясь при этом тем же камнем. Следуя эйдетическому принципу, мы не должны понимать “огонь”, выставленный в качестве причины “теплого камня” чисто натуралистически, но должны помнить, что “огонь” здесь служит только указанием на эйдос. Можно сказать, таким образом, что мы должны здесь мыслить “огонь” идеально, мыслить некий “идеальный огонь”, который и является искомым эйдосом.

⁷⁹ Чтобы было выполнено последнее условие, нужно считать, что снег не имеет степеней “холодного”, т.е. не может быть более или менее холодным, но является просто холодным. В противном случае снег мог бы быть теплым по отношению к более холодному снегу. Аналогичное замечание нужно сделать относительно следующего примера – огня.

⁸⁰ “Если бы ты спросил меня, что должно появиться в теле, чтобы оно стало теплым, я ... не сказал бы, что теплота, но ... ответил бы потоньше – что огонь. И если ты спросишь, почему тело становится недужным, не скажу, что от недуга, но – от горячки. Подобным же образом, если ты спросишь меня, что должно появиться в числе, чтобы оно сделалось нечетным, я отвечу, что не нечетность, но единица. Ну и так далее” (105b–c – пер. Маркиша).

Трудность, разобранный в этом пункте еще более очевидным образом, чем предыдущая разобранный трудность, обращает нас к Аристотелю. “Обладание формой эйдоса на протяжении всего существования” в противоположность временной и относительной причастности эйдосу Аристотель разовьет в понятии “присущего” (ὀλάρχοντα), противоположном “присоединенному” (συμβεβηκότα). “Вещь, имеющую, когда она существует, форму эйдоса” Аристотель разовьет в понятие “среднего термина” (см. 3.3.3д). Причинное объяснение в целом будет описано Аристотелем как “доказательство” (см. 3.3.3г). Обо всем этом мы скажем подробнее ниже, а теперь сделаем в завершение главы одно важное замечание.

В наших⁸¹ объяснениях мы всегда пользуемся словами, обозначающими знакомые нам по нашему опыту вещи, но не сами эйдосы. Если же пытаться говорить непосредственно о эйдосах, речь становится бессмысленной. Значит, так или иначе, имея в виду эйдос, мы все же вынуждены говорить *о другом*. Правда, это другое является более или менее удачным “подражанием” тому же самому эйдосу, и созерцая такие “подражания” мы узнаем что-то о самом эйдосе. Здесь мы снова сталкиваемся с вопросом, который мы обсуждали в предыдущем параграфе: что значит подражать, но не быть? Возникают и другие вопросы. Не является ли “инаковость”, связанная с “подражанием” (т.е. то обстоятельство, что подражающее всегда есть нечто иное по сравнению с тем, чему подражают), принципиальным моментом всякого объяснения, а не просто некоторой преградой, стоящей на пути реализации эйдетического принципа (идеала автономного объяснения)? Обе разобранные трудности платоновской философии указывают на то, что ответ на этот вопрос должен быть положительным. В предыдущем параграфе мы видели, что призрак (отрицательный вид) всякой верификации определяет своей неопределенностью и дает бытие своим небытием эйдосу (положительному виду) этой верификации. Здесь мы видим, что непосредственно автономные объяснения ничего не объясняют, а разумными объяснениями оказываются так или иначе объяснения через иное, хотя и не через какое угодно иное, а через “свое иное”. “Своим иным” является и всякий призрак верификации для ее эйдоса — именно в этом смысле можно интерпретировать сказанное в конце предыдущего параграфа. Выше мы, иллюстрируя вслед за Платоном принцип автономного объяснения, приводили в качестве примера поступок Сократа, добровольно подчинившегося несправедливому смертному приговору, говорили, что смысл этого поступка ясен сам по себе и не может быть сведен к чему-либо иному. Здесь мы должны оговориться: конечно, этот поступок не может быть *сведен*

⁸¹ Читай — платоновских. Мы здесь берем платоновские объяснения как “наши”, т.е. постольку, поскольку они являются объяснениями для нас сегодня, поскольку они являются рациональными в наших глазах.

к чему-либо иному, однако, если бы за этим поступком не стояла вся жизнь Сократа и прежде всего его беседы, только благодаря которым ученики этого мыслителя понимали и мы сегодня понимаем смысл этого поступка, этот смысл не был бы ясен “сам по себе”, и Сократа можно было бы считать просто фанатиком.

Таким образом, речь должна здесь идти о недостаточности эйдетического регулятивного принципа и связанного с ним идеала автономного объяснения и необходимости “возвратного импульса”, возвращающего на *границу* автономного и гетерономного объяснения. Именно на этой границе, как и вообще на границе автономной и гетерономной речи, возникают такие теоретические конструкции, как, например, “идеальный огонь”, о котором мы упоминали выше. Именно эта граница и есть, как мы говорили в параграфе 2.1, теоретический *логос*.

Как мы видели, в диалоге “Софист” Платон, пытаясь справиться с трудностью “отрицательного вида”, высказал гипотезу, согласно которой небытие как противоположность бытия должно быть исключено из всякого рассмотрения. Это привело к различению существования и значения (экзистенциального и предикативного смыслов “бытия” – см. 2.7.1). Можно сказать так: значения потеряли гарантию существования, а бытие – гарантию значения. Таким образом, во-первых, встал вопрос о существовании значений, т.е. о том, суть ли те значимости, с которыми имеет дело диалектика, *существующие реальности* (и если да, то каким именно образом существует та или иная значимость); во-вторых, вопрос о значении “бытия” как такового (ὅν ἢ ὅν – сущего как сущего) и, в-третьих, – вопрос о значимости как таковой независимо от того, как существует эта значимость. Эти вопросы и являются основными вопросами философии Аристотеля, в игнорировании которых он упрекает платоников. На первый вопрос – о существовании диалектических значимостей – у Аристотеля отвечают различные *специальные* эпистемы, которые в отличие от диалектики особо занимаются вопросом о существовании своих объектов (каким именно образом, мы подробно скажем ниже). На второй вопрос – о бытии как таком – у Аристотеля отвечает особая эпистема, результаты которой относятся к каждой специальной эпистеме и которая поэтому является *общей*; эту эпистему Аристотель называет “первой философией”, или “теологией”; сочинение Аристотеля, в которой излагается эта эпистема, было названо александрийскими библиотекарями “Метафизикой”, а сегодня мы эту науку называем “онтологией”. Наконец, на третий вопрос – о значении как таком или, ближе к аристотелевской терминологии, о чистом логосе (речи), противопоставленном чистому бытию, т.е. вопрос о *речи, говорящей о сущем*, отвечает особая эпистема, которая, как и “первая философия”, имеет общий характер (т.е. ее результаты относятся ко всякой специальной эпистеме): эту эпистему Аристотель называет “аналитикой”, а позднее (у стоиков) она получила название “логики”, которое сохраняет по сегодняшний день.

Платон, как мы помним (см. 2.4) полагает, что возможна единственная подлинная эпистема, а именно “диалектическая эпистема”. Другой, низший раздел теоретического знания, а именно математику, Платон считает нужным называть не эпистемой, а “техникой” (τέχνη). Аристотель же, как мы убедились, сразу говорит о множестве эпистем, хотя, как мы увидим впоследствии, эти эпистемы имеют для него неодинаковую ценность. Самое же существенное различие между Платоном и Аристотелем в данном вопросе состоит в том, что Аристотель не сопоставляет, как Платон, а *противопоставляет* эпистеме и диалектике. Чтобы понять смысл этого противопоставления, прежде всего необходимо рассмотреть, каким образом Аристотель изменяет основную платоновскую постановку теоретического вопроса.

3.1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ВОПРОСА У АРИСТОТЕЛЯ

Чтобы понять, почему и как Аристотель изменил платоновскую (сократовскую) форму постановки вопросов и ответов на них, необходимо принять во внимание, что семантически нейтральное понимание бытия, развитое Платоном в “Софисте”, подрывает всю логику Платона, основанную на эйдетическом регулятивном принципе. Как мы видели в 2.3.1 и 2.3.4, “эйдетический принцип” Платона связан с фундаментальным различием бытия и становления (ὄν καὶ γένεσις). С новой точки зрения это различие должно быть понято следующим образом: *есть* бытие и *есть* становление, *есть* становящиеся, воспринимаемые чувствами вещи и наряду с ними *есть* мыслимые вечные вещи, а именно эйдосы – где *есть* понимается в смысле семантически нейтрального бытия. Когда Аристотель критикует “сторонников идей”, его аргументы направлены именно против последнего взгляда на вещи. В связи с этим часто говорят, что Аристотель не понимает Платона¹, так как, критикуя его учение, он якобы рассматривает это учение в весьма упрощенной и вульгаризированной форме. На самом деле, как мы только что показали, речь здесь должна идти не об упрощении или вульгаризации, а о модификации первоначального учения Платона, которая произошла в соответствии с внутренней логикой развития этого учения (а именно, в связи с трудностью “ложного вида”), причем при участии самого Платона. Совершенно очевидно, что модификация учения Платона, о которой идет речь, прямо противоречит первоначальному смыслу этого учения: в то время как эйдос вещи, по замыслу Платона, есть “собственное” вещи, ее собственное существование и ее собственный смысл, эйдос вещи, существующий

¹ См. [82]. Критика платонизма Аристотелем – тема, требующая самостоятельного исследования, поэтому мы затронем этот вопрос только в интересующих нас аспектах.

наряду с существующей вещью, есть не эта существующая вещь, но нечто иное. Другими словами, интерпретация эйдетического принципа через семантически нейтральное понимание бытия противоречит исходной формулировке этого принципа, в связи с чем при такой интерпретации этот принцип теряет всякую объяснительную силу. Ставится совершенно неясной связь вещи со своим эйдосом и тем более неясной – возможность понять вещь посредством этой связи. Как говорит Аристотель, дело обстоит с эйдосами таким образом, “как если бы желающий пересчитать некоторые вещи полагал, что это невозможно сделать при небольшом их количестве, но что если увеличить количество этих вещей, пересчет станет возможен” (Met. 990b3, 1078b34); «“Тогда как мудрость должна искать причину видимых (φανερόν) вещей, мы [платоники] это оставили без внимания (ведь мы ничего не говорим о причине, откуда берет начало изменение), но, думая, что говорим о сущности видимых, [на самом деле только] утверждаем, что существуют некоторые другие сущности, а о том, каким образом эти последние являются сущностями первых, мы говорим неосновательно, ибо “причастность” (μετέχειν) ничего [определенного] не означает”» (ibid. 992a23–28)².

После того как были различены существование и значение, экзистенциальный и предикативный смыслы глагола “быть”, универсальный вопрос Сократа и Платона “Что есть” (τί ἔστι) то, о чем идет речь?” стал только вопросом о значении. В связи с этим Аристотель ставит параллельно второй вопрос: “Есть ли (ἐἶ ἔστι) то, о чем идет речь?”, и при этом показывает, что не ответив на этот второй вопрос, бессмысленно отвечать и на первый. «Необходимо ведь, чтобы тот, кто знает, что такое (τί ἔστι) “человек” или что-либо другое, знал бы также, что он есть (ὅτι ἔστιν), ибо о несущем, никто не полагает, что оно есть (ὅτι ἔστι), но [только] – что означает [соответствующая] речь или имя, как ... например... “козлоолень”: что такое (τί ἔστι) козлоолень знать невозможно» (An. Post. 92b4–7). Заметим, что, и наоборот, удостовериться, что нечто *есть*, нельзя, если это “нечто” не определено, т.е. если мы по поводу этого “нечто” не отвечаем также на вопрос “Что оно есть?”. Можно сказать, что в приведенном рассуждении Аристотель восстанавливает первоначальный смысл платоновского вопроса “Что это?” (τί ἐστὶ), который, как мы говорили, предполагает единство онтологической и семантической сторон дела³. Од-

² См. также гл. 5 кн. 13 “Метафизики”.

³ В этом смысле можно согласиться с теми исследователями, которые полагают, что вообще вся аристотелевская критика платонизма имеет смысл восстановления его (платонизма) подлинного смысла (см. например: [69]). Тем не менее в целом, с нашей точки зрения, такое суждение неправильно, во-первых, потому что сам Аристотель, конечно же, не хотел никуда возвращаться, а проводил совершенно самостоятельные исследования, а во-вторых, потому что результаты этих исследований в корне отличны от платоновских по всем конкретным вопросам, в частности по вопросу о статусе математики (см. 3.4.1).

нако Аристотель тут же снова противопоставляет семантику и онтологию: “*Что человек есть* (τὸ τί ἔστιν ἄνθρωπος) и что человек есть (τὸ εἶναι ἄνθρωπον) — не одно и то же” (ibid. 92b11).

Можно говорить о том, что вопросы “Что это есть?” (τί ἔστι) и “Есть ли это?” (εἰ ἔστι) обретают у Аристотеля единство в вопросе “Почему это — есть?” (διὰ τί ἔστιν, διότι). Ответить на вопрос “Почему?” — значит найти причину (αἰτία, αἴτιον) того, о чем спрашивается. Найдя причину, мы, во-первых, уже имеем и определение, т.е. ответ на вопрос “Что это есть?” относительно той же вещи: “одно и то же знать что есть [вещь] и знать причину, по которой [она] есть” (ibid. 93a5). Во-вторых, ответив на вопрос “Почему?”, мы имеем *доказательство* того, что то, о чем спрашивается, действительно *есть*. Напомним, что Платон в “Федоне” также говорит о *причине*, и, в частности, о “причине возникновения двух”, выставляя в качестве такой “причастность двойке” (самой по себе, т.е. эйдосу двойки; см. 2.3.1). Таким образом, здесь можно снова говорить о том, что аристотелевский вопрос “Почему?” восстанавливает исходный смысл платоновско-сократовского вопрошания. Однако Аристотель предполагает, что ответ на вопрос “Почему?” дается не в диалектике, но в эпистеме, которую он противопоставляет диалектике.

3.2. ЭПИСТЕМА, ДИАЛЕКТИКА, ТЕОРИЯ

3.2.1. Эпистема и диалектика

Аристотель иначе понимает эпистему и диалектику, чем Платон. Аристотель упрекает платоновскую диалектику в пренебрежении проблемой существования: Аристотель спрашивает о том, в каком смысле можно (если можно) считать то или иное определение, полученное в диалектике, *сущностью*, т.е. в каком смысле можно говорить о вещи, определяемой этим определением как о *существующей* вещи; чтобы уметь отвечать на такой вопрос, необходимо прежде исследовать “существование” само по себе, что диалектика не делает⁴. Диалектическая процедура, таким образом, имеет в глазах Аристотеля предварительный характер: получаемые в диалектике результаты (а именно определения) требуют дальнейшего исследования, связанного с вопросом о существовании определяемых объектов⁵. Такое исследование осуществляется, согласно Аристотелю, в форме *эпистемического* исследования. Что такое эпистема в

⁴ См. [20]: “...диалектика [с точки зрения Аристотеля] имеет дело со свойствами, которыми вещи обладают просто в силу того, что они суть вещи, но не с бытием, в силу которого эти свойства присущи вещам” (с. 50).

⁵ “диалектика [только] испытывает то, что познает философия” (Met. 1004b26); ср. также: “В философии имеют дело с положениями в горизонте истины, а в диалектике — в горизонте мнения” (Тор 105b30).

понимании Аристотеля? Прежде всего, это рассуждение, имеющее *истинные начала* (ἀλήθη ἀρχαί), истинность которых дается не через что-либо иное, а через самих себя, непосредственно. Истинные начала Аристотель строго отличает от гипотез (ὕποθεσις) и постулатов (αἴτημα), истинность которых только предположительна, причем если гипотезы имеют характер *правдоподобных* положений, то постулаты не связаны с этим ограничением, т.е. являются чисто *условными* положениями⁶. Гипотезы и постулаты используются в эпистемических исследованиях, но в законченной эпистеме они должны быть сведены к истинным началам. Кроме того, Аристотель уточняет термин “гипотеза” еще следующим образом: гипотеза это не просто нечто взятое как “известное”, но предположение о том, что нечто *есть*⁷. О том, что представляют собой эпистемические начала, мы будем подробно говорить в следующем параграфе, а сейчас сделаем некоторые предварительные замечания по поводу их “непосредственной истинности”. Хотя, как мы только что отметили, сам Аристотель и противопоставляет истинные эпистемические начала гипотезам, нелегко сказать, в каком смысле эти начала более истинны, чем гипотезы в платоновском смысле, – ведь математику, по мысли Платона, его гипотезы кажутся “непосредственно истинными началами”, а не просто правдоподобными предположениями, и только диалектик может показать, что это не так. В параграфе 3.4 мы покажем, что на самом деле начала различных эпистем оказываются у Аристотеля истинными в различной мере и в различном смысле в зависимости от их онтологического статуса, который выясняется в рамках “философской эпистемы”, т.е. онтологии. Таким образом, оказывается, что говорить об эпистемических началах как об истинных ответственно, и отличать эти истинные начала от гипотез может только человек, занимающийся наряду со специальными эпистемами онтологией, т.е. философ. В этом смысле только начала онтологии оказываются безусловными. Хотя онтология, та-

⁶ “То, что является необходимым само через себя и представляется необходимым, не есть ни гипотеза, ни постулат... То, что доказуемо, но принимается без доказательства при том, что оно представляется рассуждающему правильным, есть гипотеза, причем не вообще, а только по отношению к данному рассуждающему [поскольку другому рассуждающему это положение может уже не представляться правильным]. То, что рассуждающий принимает, не имея никакого мнения об этом или имея противоположное мнение, есть постулат. Этим и различаются гипотеза и постулат” (An. Post. 76b23–32); “...начало есть не правдоподобное для нас, но первое из рода о котором [нечто] показывается” (ibid. 74b24–25 – здесь мы принимаем корректуру Росса).

⁷ «Если положение (θέσις) принимает ту или другую сторону противоречия – я имею в виду, “это есть” или “этого нет” – это гипотеза, в противном случае – определение... арифметик выдвигает положение, что единица по количеству неделима, но это не гипотеза, так как не одно и то же сказать, что есть (τί ἐστι) единица, и что единица *есть*». (An. Post. 72a21–25). Ср. выше в 2.5 о гипотезах у Платона.

ким образом, оказывается “эпистемой эпистем”, т.е. главной эпистемой, она не включает в себя всякое возможное теоретизирование подобно платоновской “диалектической эпистеме”, и ее начала не включают в себя начала других эпистем. При этом, как мы уже говорили, онтология даже не оказывается единственной *общей* эпистемой, поскольку другой общей эпистемой является логика. У Платона единственной, подлинной эпистеме, а именно “диалектической эпистеме”, соответствует единственное же “негипотетическое начало”. У Аристотеля же множеству эпистем соответствует множество “истинных начал”, хотя это множество имеет свою структуру и возводится к единству *ума* (νοῦς – разум). Эти вопросы мы рассмотрим в следующей главе, после того как подробно изучим “механику” отдельной эпистемы. До этих пор мы будем говорить об “истинных началах” данной эпистемы без всяких оговорок.

Математику (в смысле платоновского квадривиума) Аристотель, в отличие от Платона, прямо называет эпистемой, оговаривая ее особый онтологический статус (см. 3.4.1). Математика оказывается у Аристотеля особым случаем специальной эпистемы: наряду с математикой, Аристотель рассматривает такую специальную эпистему, как физика, о которой Платон не говорит ни как об эпистеме, ни как о “теоретической технике” (см. 3.5).

Если результат диалектического исследования дается в виде *определения*, то результатом эпистемического исследования является *доказательство*: доказательство обуславливает существование объектов эпистемы существованием *начальных* объектов этой эпистемы, т.е. объектов, существование которых известно. (Каким именно образом – мы покажем ниже.) Таким образом, Аристотель считает, что эпистема способна решить вопрос, который не способен решить диалектика: вопрос о существовании вещей, о которых идет речь.

3.2.2. “Для нас” и “по природе”. Теория

Всякое эпистемическое исследование есть переход от известного к неизвестному, или, как более аккуратно говорит Аристотель, – от более известного к менее известному⁸. Здесь Аристотель делает следующее важное различие. Нечто может быть “более известным” (и, следовательно, первым в рассуждении) или “менее известным” (последующим в рассуждении) в двояком смысле. Первый

⁸ “...всякое обучение и рассудочное познание (μάθησις διανοητική) исходит из некоторого начального знания” (An. Post. 71a0); “...ничто не мешает тому, чтобы познаваемое было как [в одном смысле] известным, так и [в другом смысле] неизвестным: нет ничего нелепого в том, что познаваемое в определенном смысле [заранее] известно, но является нелепым [только] то, если познаваемое [заранее] известно именно так и таким способом, как его познают” (An. Post. 71b7).

смысл “более известного” субъективный: мне известно то, с чем я уже имел дело, к чему я привык. “Более известное” в этом смысле Аристотель называет “более известным нам” (ἡμῖν). Об “известном” в этом смысле бессмысленно говорить абсолютно, т.е. без указания на то, кому и когда именно это известно. Есть, однако, истины, которые, вообще говоря, известны далеко не всякому, но путем некоторого рода рассмотрения (а именно, диалектического рассмотрения) могут стать известны всякому независимо от его или ее индивидуальных особенностей, причем известны *сами по себе*, т.е. истинность этих истин не будет при этом следствием чего-либо другого. Такие истины Аристотель называет “первыми”, или “более известными” “по природе” (φύσει), т.е. первыми и более известными в соответствии с самым порядком вещей⁹. Другие истины, которые в рамках эпистемы доказываются на основании этих первых истин, суть “вторые по природе”. Если мы рассуждаем диалектически, наши выводы хотя и могут приходиться к “первым истинам”, однако это не необходимо, так как эти рассуждения отталкиваются от “более известного для нас”, которое является случайным, зависит от индивидуальных особенностей собеседников. Это значит, что истинностью может обладать только результат диалектического рассуждения – если это рассуждение было успешным и закончилось тем, что была найдена некоторая “первая истина” – но не сами диалектические рассуждения, которые зачастую идут в “противоприродном порядке” и которые, таким образом, после установления “первых истин” могут быть, по словам Витгенштейна [59], отброшены, как прикладная лестница. Напротив, эпистемические рассуждения (доказательства) происходят в “природном” порядке – от первого по природе к последующему по природе – и таким образом сами по себе истинны и необходимы. Такова точка зрения Аристотеля, в значительной мере адаптированная современной эпистемологией. Очевидно, именно на различии “первого для нас” и “первого по природе” основано аристотелевское противопоставление эпистемы и диалектики: диалектика, не различая “природного” порядка и порядка “для нас”, не дает необходимых выводов, тогда как эпистема дает необходимые выводы пользуясь строго “природным” порядком.

Впрочем дело, конечно, не обстоит таким образом, что Платон по недосмотру не различает “первое для нас” и “первое по природе”, а Аристотель догадался сделать это важное различие. Для Аристотеля *необходимость* (ἀνάγκη) эпистемического вывода является его основным условием – если вывод не необходим, он не является

⁹ «“Первое” (πρῶτον) и “более известное” (γινωριώτερον) бывает двояким, ибо не одно и то же первое по природе и первое для нас и не одно и то же более известное [по природе, *просто* более известное] и более известное нам» (Ap. Post. 71b35–72a1).

эпистемическим¹⁰. Для Платона же, как мы помним, дело обстоит противоположным образом¹¹. Платон, наоборот, противопоставляет самостоятельную деятельность разума, с которой он связывает “диалектическую эпистему”, необходимости. Именно необходимая зависимость математических рассуждений от гипотез для Платона служит основанием для того, чтобы не считать математику эпистемой в полном смысле слова. “Негипотетическое начало”, т.е. единственное истинное, по Платону, начало единственной истинной эпистемы, не принуждает разум необходимым образом, но *касается* разума. Именно такое касание, а не необходимое принуждение характеризует для Платона истинное теоретизирование (см. 2.5). Однако одну ли и ту же необходимость имеют в виду Платон и Аристотель, когда первый противопоставляет ее теории, а второй, напротив, связывает с теорией? Платон говорит о необходимости, которая принуждает речь, делая ее гетерономной, т.е. не теоретической (см. 2.1). Такая необходимость в терминах Аристотеля есть “необходимость для нас”. Аристотель же, говоря о необходимости теоретического рассуждения, имеет в виду “необходимость по природе”, подчеркивая, что она является необходимостью независимо от того, убеждает она кого-либо или нет. Поэтому, в частности, проводящий доказательство, в отличие от диалектика, не ставит своим слушателям никаких вопросов (An. Post. 77a34). Таким образом, Платон и Аристотель говорят о совершенно разных необходимостях. Эпистемическая “необходимость по природе”, о которой говорит Аристотель, близка к тому “принуждению к самостоятельности”, которое мы видели в платоновском “Меноне”, когда Сократ своими вопросами заставлял необразованного мальчика решать математическую задачу (см. 2.1). И все же Аристотель мыслит иначе, чем Платон. Теоретическая речь-логос у Аристотеля есть *речь о сущем*, т.е. речь, принуждаемая сущим. Еще раз подчеркнем, что о принуждении здесь говорится в очень специальном смысле: сущее никого ни к чему не принуждает, оно просто *есть*, но сама речь может каким-то образом “приладиться” к сущему, начать *отвечать* сущему, и тогда она станет теоретической речью-логосом. Если Платон, как мы говорили, подходит к теоретической речи со стороны гетерономии речи, выставляя идеал автономного объяснения, то Аристотель, наоборот, подходит к теоретической речи со стороны автономии речи; если главной заботой Платона было освобождение речи от внешнего принуждения¹², то главной заботой Аристотеля является то, чтобы речь не была речью *не о чем*, а была речью о том, что есть. Для это-

¹⁰ “...познанное доказывающей эпистемой необходимо” (An. Post. 73a22).

¹¹ Современная научная традиция идет здесь за Аристотелем: и сегодня говорят о логическом следовании как необходимом.

¹² Впрочем в дискуссии с софистами Платон затрагивает и противоположную сторону дела, однако иначе, чем это делает Аристотель.

го нужно, с одной стороны, понять сущее *как сущее* (онтология), а с другой стороны, разработать речевые формы ответа сущему (логика). Последовательный разбор онтологии и логики Аристотеля выходит за рамки нашей задачи. Однако тот основной блок аристотелевской эпистемологии, в котором логика и онтология тесно связаны, мы рассмотрим, а в следующей главе применим полученные результаты к анализу теории Евклида.

3.3. ЛОГИКА И ОНТОЛОГИЯ ЭПИСТЕМЫ (ЭПИСТЕМОЛОГИЯ)

Именно Аристотель впервые стал специально заниматься логикой, и выше мы указали на причину этого обстоятельства: самостоятельный вопрос о речи, направленной на сущее, отдельный от вопросов о различных сущих и от вопроса о самом бытии, возникает у Аристотеля при столкновении с трудностями платоновской философии, о которых мы говорили выше. Если, пытаясь восстановить логику Платона, мы частично должны были выискивать рассуждения Платона, относящиеся к вопросам логики, среди рассуждений, относящихся к иным вопросам, а частично – сами реконструировать эту логику, анализируя структуру платоновских рассуждений, то Аристотель требует другого подхода. Мы имеем собрание текстов Аристотеля, а именно его “Органон”, непосредственно посвященных вопросам логики, и теперь нам будет достаточно только интерпретировать тексты Аристотеля. Логика “эйдетического принципа” Платона есть логика получения определений – она поможет нам понять у Евклида только систему основных определений и основные мотивировки дальнейшей теории. Это очень важно, но совершенно недостаточно для интерпретации “Начал”. Платон, например, вообще ничего не говорит о доказательствах, которые являются важнейшим элементом математики. Напротив, Аристотель подробно говорит в “Аналитиках” о задачах и структуре эпистемы и о доказательстве как основном элементе эпистемы. Как мы увидим в следующем параграфе, математику Аристотель рассматривает как эпистему особого рода, так что все выводы, которые Аристотель относит к эпистеме вообще, применимы к математике в частности¹³. В рамках данной работы мы не имеем ни возможности, ни необходимости анализировать “Органон” полностью. Мы пользуемся в основном “Вторыми Аналитиками”, где описана общая структура эпистемы, т.е. ее “металогика”. Кроме того, мы будем широко пользоваться “Метафизикой”, содержащей *онтологию* Аристотеля.

¹³ Так обстоит дело в замысле Аристотеля, однако, как мы покажем в следующей главе, такое применение отнюдь не беспроблемно.

3.3.1. Определение

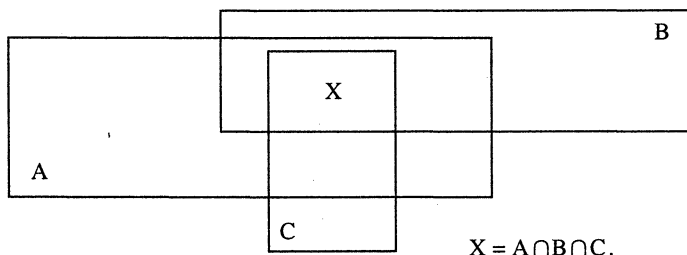
В том, что касается теории определения, Аристотель, во-первых, следует Платону, переформулируя платоновский “эйдетический принцип” в своих терминах. Во-вторых, Аристотель сопоставляет проблематику определения с онтологической проблематикой, чего нет у Платона: можно сказать, что у Платона онтология связана с определениями имманентно, тогда как Аристотель уже явно ставит вопрос о существовании определяемого. С онтологической проблематикой связано, в частности, важнейшее различие определений, требующих и не требующих доказательства существования определяемых объектов, которое делает Аристотель. Кроме того, у Аристотеля можно найти уточнения того, что мы выше назвали “диэретическим синтаксисом”. С этих уточнений мы и начнем:

а) диэретический синтаксис;

Прежде всего напомним, что выделение “синтаксиса” и “смысла” определения, которое мы сделали в предыдущей главе, было мотивировано трудностью, а точнее, кажущейся легкостью интерпретации многих евклидовых определений: мы говорили о том, что при непосредственном восприятии этих определений адекватно понимается только их синтаксис, но не смысл. Ни Платон, ни Аристотель сами не выделяют синтаксис и смысл в определении, однако мы по тем же соображениям, что и в предыдущей главе продолжаем здесь пользоваться этим различием и теперь будем выделять синтаксическую и смысловую стороны дела в том, что говорит об определении Аристотель.

Если в рассуждениях Платона мы находим многочисленные примеры использования диэрезы, то Аристотель сам не пользуется диэрезой. Однако Аристотель дает *описание* диэрезы, весьма близкое к тому, которое дали мы сами в параграфе 2.1, приводя при этом платоновские диэретические определения в качестве примеров: «Сперва следует рассмотреть диэретические определения. В такое определение не входит ничего, кроме рода, называемого “первым”, и видовых отличий. А другие роды – это первый род с относящимися к нему видовыми отличиями, например: первый род – “животное”, следующий – “животное двуногое”, и далее – “животное двуногое бесперое” [т.е. человек – см. этот же пример в “Политике” Платона, рассмотренный в 2.1]; подобным образом делается и в случае большего [числа видовых отличий]» (Met. 1037b28–1038a1). Тот же синтаксис может быть описан иначе: “Из того, что постоянно присуще каждой вещи, нечто простирается на большее, не выходя при этом за пределы рода... Таковые следует брать до тех пока не получают их столько, чтобы каждое из них простиралось на большее, но все вместе не простиралось на большее, ибо это необходимо есть сущность вещи. Например, всякой тройке присуще быть числом, нечетным и в двояком смысле первичным – в том смысле, что она не

измеряется числом [т.е. является простым числом] и в том смысле, что она не слагается из чисел [так как числами здесь Аристотель называет натуральные числа больше единицы – ср. “Начала” определения 7.1–2]. Итак, это уже есть тройка: число нечетное первичное [в первом смысле] и другим образом [во втором смысле] первичное” (An. Post. 96a25–37). Это последнее описание синтаксиса определения с легкостью интерпретируется в терминах теории множеств: искомое множество определяется как пересечение покрывающих его множеств:



“Первый” род при такой интерпретации является первым только в том смысле, что он берется первым, а вообще говоря, порядок родов может быть каким угодно, так как операция нахождения пересечения двух множеств коммутативна.

Итак, сказанное здесь Аристотелем полностью соответствует современной практике математических определений и потому не нуждается в специальных комментариях.

б) смысл определения;

В том, что говорит Аристотель о смысле определения есть две стороны. Во-первых Аристотель *логически* прорабатывает и уточняет платоновскую теорию определения. Во-вторых Аристотель самым радикальным образом пересматривает платоновскую теорию определения. Эти две стороны дела мы рассмотрим поочередно:

α) платоновский смысл определения у Аристотеля;

Аристотель определяет “определение”, как “речь, обозначающую чтойность бытия (τὸ τί ἦν εἶναι)”¹⁴ (Top. 101b39, Met. 1031a13) и говорит, что “чтойность каждой вещи означает то, что эта вещь есть сама по себе” (ibid. 1029b14). Здесь, таким образом, Аристотель полностью воспроизводит платоновский “эйдетический регу-

¹⁴ Фохт [47] переводит “τὸ τί ἐστὶ” как “суть”, а “τὸ τί ἦν εἶναι” как “суть бытия”.

Нам кажется удачным термин “чтойность”, введенный в русскую терминологию А.Ф. Лосевым [86], и мы переводим “τὸ τί ἐστὶ” как “чтойность”, а “τὸ τί ἦν εἶναι” как “чтойность бытия”. “Чтойность бытия” у Аристотеля есть “онтологически усиленная” “чтойность”. Об “онтологическом усилении” платоновского вопроса “τί ἐστὶ” у Аристотеля см. ниже в тексте.

лятивный принцип”¹⁵. В духе этого принципа можно также трактовать следующее важное требование, которое Аристотель накладывает на диэретическое определение: (I) всякое видовое отличие кроме первого (относящегося непосредственно к первому роду) должно уточнять предыдущее видовое отличие. В рамках этого требования, например, определение человека как “бесперого двуногого животного” будет некорректным, так как видовое отличие “не иметь перьев” не является уточнением видового отличия “иметь две ноги”. Уточнять признак “иметь ноги” можно только указывая о каких именно ногах идет речь, например, рассматривая ноги, имеющие пальцы и не имеющие пальцев (как у копытных животных)¹⁶, или указывая способ, которым они “имеются”, например в каком количестве они имеются. Таким образом, диэреза должна на каждом шагу уточнять собственный смысл имеющегося в ее распоряжении термина (промежуточного рода), а не объяснять его через нечто иное, пусть и относящегося к исходному роду. Это требование полностью соответствует платоновскому “эйдетическому принципу”. Рассмотренное требование сразу влечет за собой (II) необходимость соблюдения определенного порядка делений¹⁷. В самом деле, то, что видовое отличие В уточняет видовое отличие А, означает, что В *предполагает* А, как, например, “имеющее расщепленные крылья” предполагает “имеющее крылья” и не может быть отнесено непосредственно к “живому существу”¹⁸. Таким образом, для всякой пары отличий А и В, стоящих друг за другом в диэретической цепочке, В может иметь перед собой только А, и значит отличия в диэретической цепочки не перестановочны, т.е. их порядок является фиксированным. Наконец, отсюда же следует третье требование, о котором говорит

¹⁵ Ср. также “Искать же при этом [при построении определения] следует, обращая внимание на подобное и на различное, прежде всего на тождественное, затем на иное, которое [на первый взгляд] принадлежит к тому же виду, но [на самом деле] отличается” (An. Post. 97b6–10).

¹⁶ «...необходимо разделять видовое отличие с помощью соответствующих им отличий, например видовое отличие... [рода] “живое существо” – “имеющее ноги” ... на “со ступнями, расщепленными на пальцы” и “со ступнями, не расщепленными на пальцы”, но не следует говорить, что “имеющее ноги” одно “пернатое”, а другое “бесперое”, так как именно “имеющее ступни, расщепленные на пальцы” [но не “пернатость”] есть вид “имеющего ноги”» (Met. 1038a10–16).

¹⁷ “...небезразлично, сказывается ли что-то из сказываемого вначале или после, например, сказать ли “живое существо, поддающееся воспитанию, двуногое” или “двуногое живое существо, поддающееся воспитанию”» (An. Post. 96b30–32).

¹⁸ “... если взять первый род и затем какое-либо из нижестоящих делений, то не весь род подойдет под это деление, например, не каждое живое существо имеет цельные или расщепленные крылья, но только живые существа, имеющие крылья” (An. Post. 96b36–40).

Аристотель: (III) “...ничего не пропустить из относящегося к чтойности” (ibid. 96b35). Это требование к определению имеет самый общий характер – поскольку определение есть “речь, обозначающая чтойность”, – но и оно является следствием “эйдетического принципа” в аристотелевской интерпретации. В самом деле, всякое промежуточное видовое отличие предполагает предшествующее и предполагается последующим. Первое видовое отличие предполагает исходный род, а последнее – предпоследнее, но само более не может быть уточнено. (Об окончании диэретической цепочки мы специально скажем чуть ниже.) Следовательно, если придерживаться требования (I), то обнаружится всякая возможная неполнота диэретической цепочки, и эта цепочка сможет быть восстановлена полностью. Это последнее требование прямо соотносится с задачей, которую ставил Платон в “Политике” и оставил нерешенной: различить диэретический вид и просто часть рода (см. 2.1). С точки зрения требования (III) “часть” отличается от “вида” тем, что выделяется с помощью отличия, не относящегося непосредственно к предыдущему отличию, но предполагающего ряд промежуточных отличий, наподобие того, как если отличие “имеющее цельные крылья” применяется непосредственно к “живому существу”, минуя “имеющее крылья”. Итак, “чтобы с помощью диэрезы строить определение, нужно стараться достигнуть троякого: найти сказываемые в чтойности, расположить их в [правильном] порядке, иметь их полностью” (ibid. 97a23–25). “Диэретический синтаксис” и требование (I), которое мы возводим к платоновскому “эйдетическому регулятивному принципу”, как раз обеспечивают эти три требования.

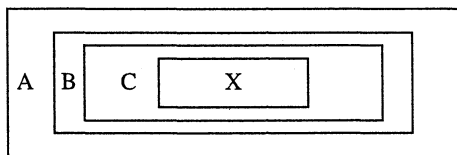
Рассмотрим также вопрос об окончании диэретической цепочки, о котором Аристотель говорит отдельно. Для Платона, который понимает “правильную” диэрезу как верификацию, диэреза естественным образом заканчивается тогда, когда иссякает возможность уточнять (верифицировать) определяемый термин, т.е. когда определяемый термин настолько “очищен от инаковости”, что глаз диалектика уже не в состоянии усмотреть дальнейшие уточнения (что, конечно, зависит от зоркости этого глаза). Аристотель прямо говорит о том, что (IV) диэреза продолжается до тех пор, пока она возможна, т.е. пока не будет найден термин, который уже не может быть разделен по какому-либо видовому отличию – только в этом случае диэреза придет к своему результату, т.е. искомому определению. Поскольку, согласно требованию (I), всякое видовое отличие, кроме первого, уточняет предыдущее видовое отличие, завершение диэрезы означает, что последнее видовое отличие уже невозможно уточнить, подобрав к нему следующее отличие. Таким образом, “неделимым” результатом всей диэрезы оказывается последнее видовое отличие, которое Аристотель на этом основании отождествляет с искомым определени-

ем, искомым эйдосом и искомой сущностью¹⁹. (Здесь Аристотель употребляет эти термины как близкие по смыслу.)

Прежде чем перейти к обсуждению спора Аристотеля с Платоном по вопросу об определении, мы дадим интерпретации только что рассмотренных ограничений I–IV, которые Аристотель накладывает на “диэретический синтаксис”, в рамках теоретико-множественной модели, о которой шла речь в предыдущем параграфе. Это позволит, с одной стороны, нам, привыкшим к теоретико-множественному языку в математике, лучше понять эти ограничения, а с другой стороны, – увидеть неадекватность этой интерпретации за пределами того, что мы называли “синтаксисом”, и таким образом опять-таки лучше понять Аристотеля, но уже на следующей ступени понимания.

(I): *всякое видовое отличие кроме первого должно уточнять предыдущее видовое отличие.*

С точки зрения теоретико-множественной интерпретации аристотелевского описания синтаксиса определения, которую мы дали выше, это ограничение состоит в том, что система пересекающихся множеств, определяющая искомый объект, должна состоять только из вложенных друг в друга множеств. Это требование делает теоретико-множественную интерпретацию аристотелевского определения бессмысленной. В самом деле, если дана система вложенных друг в друга множеств, то дано и самое внутреннее множество, которое, в рамках этой интерпретации есть искомый определяемый объект:



В этом случае нужно записать $X = A \cap B \cap C \cap X$. Здесь X входит в обе части равенства, и, следовательно, оно не может рассматриваться как определение X .

(II): *необходимо соблюдать определенный порядок делений.*

¹⁹ “И так всегда стремятся идти дальше, пока не приходят к видовым отличиям, не имеющим уже видовых отличий... последнее видовое отличие будет сущностью и определением” (Met. 1038a17–20); “очевидно, что если ... прийти [по пути диэрезы] к тому, для чего уже нет никакого отличия, то получится определение сущности” (An. Post. 97a18–20); “если видовое отличие разделить на его видовые отличия... последнее из них будет эйдосом и сущностью” (Met. 1038a25–26), “определение есть речь, представляющая собой некоторое видовое отличие, причем, если это видовое отличие является последним [возможным в данном роде], то определение правильное” (ibid. 1038a27–30).

С точки зрения теоретико-множественной интерпретации это означает, что множества, пересечение которых ищется, должны браться в порядке их вложения, начиная с объемлющего множества. С точки зрения этой интерпретации такое требование совершенно бессмысленно, так как пересечение множеств не зависит от порядка, в котором они берутся: так с современной точки зрения мы можем определить “квадрат” и как “прямоугольник, у которого все стороны равны”, т.е. как “прямоугольник, являющийся ромбом”, и как “ромб, все углы которого прямые”, т.е. как “ромб, являющийся прямоугольником”.

(III): необходимо ничего не пропустить из относящегося к чтойности.

Для теоретико-множественной интерпретации это требование означает, что система вложенных множеств, о которой шла речь при обсуждении ограничения (I), должна быть полной по отношению к самому внутреннему множеству, определение которого ищется, т.е. что должны быть указаны все множества, включающие самое внутреннее и включаемые в самое внешнее, которое Аристотель называет “первым родом”. Это опять-таки в рамках теоретико-множественной интерпретации не имеет никакого смысла.

(IV) чтобы получилось определение, дизреза должна быть доведена до конца.

Для теоретико-множественной интерпретации это требование означает, что система вложенных множеств, о которой шла речь, должна быть полной по отношению к самому внешнему множеству, т.е. что должны быть указаны все подмножества исходного множества, которые образуют некоторую систему вложенных множеств. Отсюда следует, что самое внутреннее множество должно содержать единственный элемент. Итак, хотя требования (I–IV) и могут быть проинтерпретированы на теоретико-множественной модели, эта интерпретация ничего не говорит о смысле этих требований.

β) неплатоновский смысл определения у Аристотеля.

Аристотель критикует диэретическое определение следующим образом: «можно спросить “Почему так?” (*διὰ τί* – через что?)... [по поводу] диэретических определений. – Что такое человек? – Живое существо, смертное, имеющее ноги, двуногое, бескрылое. – Почему?, можно спросить относительно каждого приводимого [видового отличия]» (An. Post. 91b38–92a2). Разделяя живых существ на смертных и бессмертных (богов), мы полагаем, что человек смертен. Однако почему это необходимо? Какова причина того, что человек является смертным? В данном случае речь скорее всего пойдет о так называемой “неопосредуемой посылке” (см. 3.3.3), т.е. являющейся собственной причиной, однако здесь важна сама постановка

вопроса – в других случаях это бывает иначе (см. пример ниже). Как полагает Аристотель, при диэрезе такого рода признаки просто принимаются как правдоподобные в диалектической беседе, тогда как сам Аристотель ищет такой необходимости, которая не зависела бы ни от какого правдоподобия, не зависела бы от того, соглашается с этой необходимостью кто-либо или нет²⁰. Такую необходимость, как мы увидим ниже, он находит в доказательстве. Итак, “что мешает диэретическому определению прибавить к чтойности лишнего, нечто пропустить из чтойности, или пропустить всю чтойность?” (An. Post. 91b26).

Второй аргумент против диэретических определений относится непосредственно к диэрезе, к которой применяется правило (II), устанавливающее определенный порядок видовых отличий: “внутри сущности нет порядка – как тут можно мыслить одно последующим, а другое предшествующим?” (Met. 1038 д33). В самом деле, хотя согласно правилу (IV) диэреза доводится до последнего неделимого видового отличия, которое и дает искомый вид, это последнее отличие содержит внутри себя все предыдущие отличия, которые сохраняются в определении. Хотя все видовые отличия, таким образом, оказываются связанными друг с другом через это последнее отличие²¹, Аристотель все же усматривает множественность внутри определения – множественность, которую предполагает *порядок*, в котором даются видовые отличия. Так на основании диэретического определения человека оказывается возможным сказать: человек *есть* живое существо, человек *есть* смертное живое существо и т.д. Если в определении имеется множественность, это значит, что оно не определяет нечто единое и неделимое, каковой является всякая сущность. Рассмотренные два аргумента против диэретических определений, как мы сейчас увидим, приводят к собственной аристотелевской теории определения, которая, с одной стороны, включает доказательства (указание на причину – в соответствии с первым аргументом), а с другой стороны, – *начала* этих доказательств, которые сра-

²⁰ “...путем диэрезы не умозакljučают (συλλογίζονται) ... ибо [при этом] не появляется никакой необходимости, чтобы вещь была именно такой [как получается в диэретическом определении]. [Правильный] вывод не связывается вопросом и не является соглашением, но необходимо следует из имеющегося, даже если собеседник не соглашается с ним. – Человек есть живое существо или неодушевленный предмет? Когда принимается, что [человек есть] живое существо, то это не выводится. Каждое живое существо есть либо сухопутное, либо водное – принимается, что [человек есть] сухопутное. И то, что человек есть вместе – сухопутное живое существо – при этом также не следует необходимо из сказанного, а принимается. При этом безразлично, делят ли много раз или немного – будет то же самое” (An. Post. 91b13–22).

²¹ Если выполняется правило (I). В противном случае видовые отличия оказываются вообще разрозненными. Ср. также выше теоретико-множественную интерпретацию правила (II).

зу даются своими определениями как единые и нераздельные (в соответствии со вторым аргументом). Аристотелевская “теория определения”, о которой мы здесь говорим, оказывается, таким образом, уже *теорией доказательства*. Итак, перейдем к рассмотрению того, что Аристотель предлагает взамен платоновской теории дизеретического определения.

На то, что делает Аристотель, можно посмотреть как на “онтологическое усиление” платоновского эйдетического принципа. Как мы уже замечали, Аристотель следует Платону, когда говорит: “...чтойность бытия каждой вещи означает то, что эта вещь есть сама по себе” (Met. 1029b14), или в дословном переводе “о чтойности бытия каждого говорят как о его самости”²². Тут же, однако, Аристотель поправляется: “...не всякая самость есть чтойность” (1029b16). Иными словами, если, согласно эйдетическому принципу, быть самостью достаточно для того, чтобы быть чтойностью, то теперь Аристотель рассматривает самость как только необходимое, но не достаточное условие чтойности. Чтобы понять в чем состоит новое достаточное условие для чтойности, нужно рассмотреть аристотелевское противопоставление “присущего” (ὕλάρχοντα) или “просто (ἀπλῶς) присущего” “присоединенному” (συμβεβηκότα), которое здесь встает на место платоновского противопоставления самости (тождественности) и инаковости. У термина “присоединенное” Аристотель различает два разных смысла. “Присоединенное” в первом смысле – это “то, что чему-то присуще и о чем говорится правильно, но не необходимо и не большей частью (πολύ), как, например, если кто, копая яму для растения, находит клад” (Met. 1025a14–16). Аристотель имеет в виду присоединенное именно в этом смысле, когда говорит “очевидно, что нет науки о присоединенном, так как всякая наука – о том, что есть всегда или о том, что бывает большей частью” (ibid. 1027a20). В этом смысле “присоединенное” может быть противопоставлено платоновской “самости” (тождественности) как инаковость – как случайное, необязательное в вещи, противостоящее тому, что есть в ней всегда и делает ее самой собой. Однако Аристотель далее говорит: “О присоединенном говорится и в другом смысле, а именно, о том, что *присуще вещи само по себе, но не содержится в ее сущности*, как, например, треугольнику [присуще] иметь два прямых угла [в качестве суммы внутренних углов]” (ibid. 1025a30–34). Присоединенное в этом втором смысле Аристотель называет “*присоединенным самим по себе*” (καθ’ αὐτὸ συμβεβηκότα). “Присоединенное само по себе” – это необходимые свойства вещи, т.е. свойства, которыми данная вещь обладает необходимым образом, отсутствие которых невозможно, пока данная вещь остается самой собой. В этом втором смысле “при-

²² Более привычно вместо “самости” можно говорить о “тождественности”, однако, с нашей точки зрения, “самость лучше передает платоновский термин.

соединенное” относится к платоновской “самости” (тождественности) и вместе с ней противостоит “инаковости”. С точки зрения платоновской философии соединение указанных двух значений в одном термине представляется нелепой омонимией, так как одно значение – “случайное, временное, изменчивое, необязательное свойство” и другое значение – “тождественное, постоянное, необходимое свойство”, – с точки зрения Платона, стоят по разные стороны фундаментальной противоположности тождественного и иного, бытия и становления. На каком же основании Аристотель соединяет эти значения в одном и том же термине? Для Аристотеля важно, что “присоединенное” и в первом и во втором смысле обозначает некоторое *свойство* вещи как *сущности* (οὐσία), которое независимо от того, есть ли это свойство случайное и необязательное или, наоборот, постоянное и необходимое, одинаково противостоит этой сущности как ее свойство. Это и есть то аристотелевское усиление “эйдетического принципа”, о котором мы говорим: чтойность сущности должна быть не только “самостью”, в платоновском смысле, т.е. указывать не только на необходимое и устойчивое в вещи, но должна указывать на *саму* вещь, а не на ее признаки или свойства, хотя бы необходимые и устойчивые.

То, что Платон не различает “присоединенное само по себе” (необходимое свойство, свойство, присущее само по себе) и сущность, а Аристотель различает, не случайно. Легко видеть, что это различие основано на различении экзистенционального (относящегося к сущности) и предикативного (относящегося к свойствам, предикатам сущности) значений “бытия”, которого нет у Платона: как мы говорили, Платон подходит к этому различению только в диалоге “Софист”, причем тут же оказывается, что это различие требует реформы всей логики Платона. Напротив, Аристотель производит различие этих значений “бытия” совершенно явно в рамках теоретического исследования, специально посвященного выяснению смысла бытия как такового, т.е. в “первой философии”. Выясняя смысл бытия как такового, Аристотель проделывает с термином “бытие” процедуру, весьма близкую по смыслу к платоновской верификации, – выделяет собственный или, как говорит Аристотель, *первичный* смысл “бытия” и его несобственные, вторичные смыслы. Аристотель верифицирует “бытие” несколькими различными способами (разбор которых – дело специального исследования аристотелевской онтологии), мы же сейчас укажем на следующий способ, связанный с вопросом об определении. “О бытии (τὸ ὄν) говорится в различных смыслах ... оно означает, с одной стороны, чтойность (τὸ τί ἔστι) и “вот что” (τὸδε τι), а с другой – “такое” (τοῖον – качество), “столько” (ποσόν – количество) и любое другое из таких сказываемых. Ясно, что из всех этих смыслов “бытия” *первичным* является [понимание] “бытия” как чтойности, которая означает сущность... а все остальное называется сущим, поскольку это *относя-*

щее к сущему в первичном смысле количество, или качество, или состояние, или что-то другое подобное (Met. 1028a10–20). “Основная сущность, о которой говорится прежде всего и в наибольшей степени [как о сущности], есть та, которая не сказывается ни о каком подлежащем (ὑποκειμένον) и не существует ни в каком подлежащем... Все же иное либо сказывается о подлежащих первичных сущностях, либо существует в подлежащих первичных сущностях... Если не существуют первичные сущности, то невозможно [и] существование чего-либо иного” (Praed. 2a11–b6). Отождествляя “бытие” в главном значении с чтойностью сущности, Аристотель возвращается к тождеству бытия и значения, однако при этом возникает такой новый объект как “присоединенные сами по себе” (καὶ αὐτὰ συμβεβηκότα), т.е. свойства сущности, которые как таковые не являются моментами ее чтойности. Это чрезвычайно существенно, так как именно такие свойства образуют поле деятельности для эпистемы. Забегая вперед, скажем, что свойства, “присоединенные сами по себе”, отличаются от случайных свойств тем, что может быть доказано, что они “просто” присущи, т.е. что они суть не свойства, а моменты первичной сущности. Однако без доказательства это утверждать неправильно.

Выделение устойчивых свойств сущности, не являющихся моментами ее чтойности, делает возможным попперовский номинализм, который, как мы уже говорили (см. 2.1), достаточно хорошо отражает общепринятый сегодня подход к вопросу. В самом деле, если существуют более или менее устойчивые свойства, то почему бы не заниматься только этими свойствами, отбросив сложный вопрос о сущности, к которой относятся эти свойства, как “метафизический”? При этом, конечно, встанет вопрос о том, каким образом полученные результаты соотносятся с реальностью, с тем, что *есть*. Самому Аристотелю, разумеется, попперовский номинализм нельзя приписать ни в какой мере: вопреки Попперу, понимающему определения как “сокращения” комбинаций базовых терминов, Аристотель специально говорит: “...определение имеется не тогда, когда имя обозначает то же, что и речь, а [только] тогда, когда эта речь указывает на нечто первичное [по отношению к имени]” (Met. 1030a7). Наоборот, как мы видели, сущность важнее для Аристотеля, чем свойства сущности: только зная саму сущность имеет смысл говорить об ее свойствах.

Аристотелевское противопоставление присущего и присоединенного, к сожалению, трудно передается в русских переводах. Свойства *присоединены* (συμβαινῶ), а моменты, содержащиеся в чтойности, – (“просто”) *присущи* (ὑλάρχῶ) своей сущности. Собственно говоря, “ὑλάρχῶ” в отличие от “συμβαινῶ” вообще не содержит никакого “при-”: этот глагол, который мы переводим как “быть присущим” только следуя устойчивой традиции, имеет такие значения, как “выпадать на долю”, “иметься в наличии” и в качестве глав-

ного значения – “причинять”, “делать”, “класть начало” [66]. То, что присуще сущности – это то, что делает эту сущность самой собой, делает ее данной конкретностью. Дело не обстоит так, что сначала имеется сущность, а затем выясняется, что ей что-то присуще, но если имеется сущность, значит имеется и ее чтойность, моменты которой и суть то, что присуще сущности.

Заметим, что в “Метафизике” Аристотель, принимая во внимание указанное уточнение эйдетического принципа, возвращается к платоновской формулировке: “...чтойность бытия не присуща ничему из того, что не есть вид (эйдос) рода, но только им, так как о видах, как полагают, говорится не как о причастных [другому], не как о состояниях [другого] и не как о присоединенном [к другому]” (ibid. 1030a12). Напротив, в “Категориях” Аристотель уже отходит от платоновской формулировки и разделяет сущность в первичном смысле и вид, который здесь так же как и род характеризуется как “вторичная” (δεύτερον) сущность: “...из иного по отношению к первичным сущностям только о виде и роде говорят как о вторичных сущностях [и значит – вообще как о сущностях], ибо, очевидно, только они сказываются о первичной сущности” (ibid. 2b29–31), причем “из вторичных сущностей вид есть в большей степени сущность, чем род, так как он ближе к первичной сущности... Первичная сущность относится ко всему иному так же как вид относится к роду (ibid. 2b7–18). Таким образом, здесь Аристотель говорит о сущности в первичном смысле именно как об “усилении” платоновского эйдоса: так же как виды получаются через верификации родов (см. 2.4), сущность получается в результате аналогичной процедуры над видами. Эта процедура есть доказательство: чтобы, например, добраться до сущности человека, человека нужно сначала взять как вид рода “живое существо”, а именно как “живое существо, смертное, имеющее ноги, двуногое, бескрылое”, а затем по поводу каждой дихотомии этой диэрезы спрашивать: “Почему дихотомия проходит именно так?” – на этот вопрос и отвечает доказательство. Тем не менее, как мы увидим ниже (3.3.3), диэретические определения, в которых выражаются платоновские виды, оказываются необходимыми для аристотелевских доказательств только “для нас”, но не “по природе”. Таким же образом – только “для нас”, но не “по природе” – Аристотель понимает необходимость (в качестве предварительного условия эпистемы) диалектики вообще. Таким образом, чтобы понимать принцип аристотелевской эпистемологии как усиление платоновского эйдетического принципа, нужно рассматривать его тоже “для нас”, а не “по природе”: аристотелевский принцип может быть понят “нами” как усиление платоновского, однако “по природе” он самодостаточен и не нуждается в платоновском. Кроме того, не всегда шаг к платоновскому эйдосу оказывается шагом к аристотелевской сущности. Так *равный себе* математический предмет есть шаг к *тождественному себе* эйдосу (см. 2.5), однако Аристотель не нахо-

дит никаких оснований считать его шагом к первичной сущности (см. 3.4.1).

Если всякое определение выражает некоторую чтойность, а всякая чтойность указывает на некоторую сущность, то получается, что только сущности могут иметь определения, а свойства сущности – не могут. Например, не будет определения для “нечетного”. Для “нечетного числа” также не будет определения, потому что определение указывает только на чтойность сущности, но не на ее свойства²³. Если не принимать таких жестких ограничений, то нужно сказать, что, как и “бытие”, определение нужно понимать двояко – в первичном и различных вторичных смыслах: в первичном смысле как речь, выражающую чтойность сущности, и во вторичных смыслах – как речи, выражающие разные свойства сущности²⁴.

Чтобы теперь понять более строгую классификацию определений, которую Аристотель дает во “Вторых Аналитиках” (кн. 2 гл. 10), необходимо, забегая вперед, сказать еще несколько слов о *доказательстве* (ἀποδείξις). Пусть сначала имеется *первичное* определение, т.е. определение, выражающее чтойность некоторой сущности. Тогда мы сразу знаем и *что* есть (τί ἐστι) определяемое, и что оно *есть* (ὅτι ἐστι). Пусть теперь имеется определение в слабом смысле, т.е. определение некоторого свойства сущности (συμβεβηχός). Мы знаем, *что* есть это свойство (каково оно), но не знаем *есть ли* оно. Всякое свойство может быть названо существующим только если существует сущность, которой это свойство присуще. Чтобы назвать свойство существующим, нужно, таким образом, знать, что *существует сущность, для которой это свойство является уже не (присоединенным) свойством, а присущим ей моментом ее чтойности*. Именно этот вопрос и решает доказательство, которое, таким образом, всегда, по Аристотелю, есть доказательство существования, т.е. того, что нечто *есть* (ὅτι ἐστι)²⁵. Дело опять-

²³ «Стало быть ясно, что определение бывает только о сущности: если бы оно было и у других сказываемых (категорий), то оно необходимо было бы составным [что недопустимо, по крайней мере, если понимать определение в первичном смысле – ср. второй аргумент против диэретических определений], как, например, для некоторого “такого” (качества) и [в частности] для “нечетного”: ведь “нечетного” нет без “числа”, как нет и “женского” без “животного”... А если это верно, то определения не будет и для сдвоенного, например для “нечетного числа”» (Met. 1031a0–7; ср. также: Met. 1030b14–1031a15).

²⁴ «А может быть об определении как и о чтойности говорится различным образом? Ведь чтойность в одном [а именно первичном] смысле означает сущность, а в другом [вторичном] смысле – каждое из сказываемых (категорий), [таких как] “столько”, “такой” и другие подобные» (Met. 1030a17–21); “...об определении и чтойности бытия нужно говорить различным образом: в одном смысле ничто не имеет определения и ничему не присуща чтойность бытия кроме сущностей, а в другом смысле – имеет” (Met. 1031a9–12).

²⁵ “Относительно... свойств, [присоединенных] самих по себе (τὰ πᾶθῃ καὶ αὐτὰ), принимается, что означает каждое из них, например, в арифметике –

таким образом, что в доказательстве отдельно устанавливается существование некоторой сущности и тот факт, что этой сущности нечто присуще. На самом деле, это один и тот же вопрос – мы знаем что существует “вот эта” сущность постольку, поскольку знаем, что этой сущности присуще. При этом доказательство предполагает требования полноты и некоторые предварительные условия (наличие “начал” двух видов), которые мы обсуждаем ниже в этом параграфе. Итак, говоря коротко, *доказательство доказывает присущность присоединенного*²⁶. То, что без доказательства выступало как присоединенное (свойство), после проведения доказательства выступает как присущее, т.е. как момент сущности. Если без доказательства можно было говорить, что данное (свойство) существует только как присоединенное, т.е. в слабом, вторичном смысле слова “существовать”, то после проведения доказательства о том же самом можно говорить как о моменте сущности, существующей в сильном первичном смысле. Доказательства не доказывают, что данное свойство *само по себе* существует в сильном смысле – это не соответствовало бы истине, так как свойство не может быть сущностью – но делает это свойство моментом сущности, существующей в первичном смысле. Доказательства возможны относительно не любых свойств, но только тех, которые присоединены *сами по себе*²⁷. Относительно случайных свойств “нет науки”. На самом деле, чтобы определить является ли данное свойство случайным или присоединенным самим по себе, нужно попробовать доказать его присущность соответствующей сущности. Если это удастся, то свойство присоединено само по себе, в противном случае оно скорее всего является случайным.

что такое нечетное и четное, что такое квадрат и куб, в геометрии – что такое несоизмеримое... но, что это существует, показывается через общие [начала, т.е. аксиомы – см. 3.3.2] и ранее доказанное (см. 3.3.3)... (An. Post. 76b7–10); также “относительно всего, кроме сущности [в первичном смысле] необходимо посредством доказательства (δι' ἀποδείξεως) показать (δείκνυμι), что оно *есть* (ὅτι ἐστίν)” (ibid. 92b12).

Глагол “δείκνυμι”, который мы переводим как “показывать” имеет более широкое значение, чем глагол “ἀποδείκνυμι”, который мы переводим как “доказывать”. Доказательство у Аристотеля есть специальный случай “показывания”, отличный, в частности, от того “показывания”, которое дает определение. Иметь в виду это различие очень важно, что, к сожалению, не делается в существующих русских переводах Аристотеля (В An. Post. 2.7 в переводе Фохта [47] это приводит к настоящей бессмыслице.) О различии этих двух глаголов у Аристотеля см. также [38].

²⁶ “...о присоединенном через силлогизм делается заключение (συλλογισσθαι), что оно присуще” (An. Post. 97a26).

²⁷ “...всякая аподиктическая теория (ἀποδεικτική) рассматривает (θεωρεῖ) свойства, присоединенные сами по себе (καθ' αὐτὰ συμβεβηκότα) к данному подлежащему (τὶ ὑποκειμένον)” (Met. 997a20).

Подробнее о доказательстве мы будем говорить ниже, а теперь рассмотрим классификацию определений, которую Аристотель дает во “Вторых Аналитиках”:

“...одно (1) определение есть недоказываемая речь о чьей-то сущности, другое (2) – силлогизм о чьей-то сущности, отличающийся от доказательства только грамматически, третье (3) – вывод доказательства чьей-то сущности” (An. Post. 94a11–14).

Рассмотрим сначала первый и третий виды определения.

1) (λόγος τοῦ τί ἐστὶν ἀναλόβεστος). Это то, что мы выше назвали “определением в сильном смысле”, т.е. определение чьей-то сущности первичной сущности. Существование и смысл здесь даны одновременно. “Одни [вещи] имеют причину в чем-то ином, а другие нет. Отсюда ясно, что чья-то сущность этих последних [состоит из] непосредственных (τὰ ἀμεσά) [посылок, которые] суть начала (ἀρχαί), существование и чья-то сущность которых предполагаются или делаются очевидными другим способом, как это [например] делает математик, предполагая, что есть единица и что она есть” (An. Post. 93b22–25). Определения этого вида не являются диалектическими (родо-видовыми) и потому не имеют “первого и последнего”, т.е. того, что сказывается о сущности раньше и позже, так как они выражают чью-то сущность самой первичной сущности, а не то, что о ней сказывается. В качестве примера можно привести то же определение единицы, о котором здесь говорит Аристотель и которое мы находим у Евклида (опр. 7.1) – “единица есть то, через что о каждом существующем говорят как об едином”²⁸. Будем называть такие определения *первичными*. (Смысл терминов “начало” и “непосредственная посылка” мы разъясним в следующих двух параграфах этой главы.)

2) (τοῦ τί ἐστὶν ἀποδείξεως συμπεράσμα). Называя определение этого вида “выводом доказательства”, Аристотель говорит, что такое определение *требует* доказательства. О какого рода доказательстве здесь идет речь, мы уже знаем – о доказательстве того, что свойства, определяемые в определениях этого вида, действительно присущи соответствующей сущности, и, значит – о доказательстве того, что эти свойства действительно существуют. Вот пример определения третьего вида, который приводит здесь Аристотель: “Гром есть шум в тучах” (ibid. 94a7). Это определение требует доказательства того, что тучи действительно шумят, т.е. ответа на вопрос “Почему тучи шумят?”, т.е. указания на причину этого шума. Вот это доказательство: “...этот шум происходит от того, что в тучах потухает огонь” (ibid. 93b8). Таким образом, до доказательства “шум” рассматривается здесь как присоединенное свойство “туч”: тучам свойственно шуметь. Доказательство показывает нам причину этого шу-

²⁸ Здесь и ниже мы читаем текст “Начал” Евклида по изданию [18], перевод везде авторский.

ма – потухание огня. Теперь “шум”, “тучи” и “потухающий огонь” включены в качестве моментов чтойности единой первичной сущности “гром”, которая есть “шум потухающего огня в облаках” (ср. ниже определения второго вида). Чтобы адекватно понять слова Аристотеля, называющего определения этого вида “заключениями доказательств”, нужно учесть еще следующую терминологическую тонкость: Аристотель рассматривает вывод доказательства как заключительную *часть* доказательства, а не как нечто, противостоящее доказательству, с чем доказательство только имеет дело, как это обычно поступаем мы сегодня, говоря отдельно о некотором утверждении и доказательстве этого утверждения.

Аристотель говорит, что определение рассматриваемого вида есть “речь о том, что *значит* имя или речь, являющаяся другим наименованием [определяемого, первое имя которого нам дано]” (ibid. 93b31), которая не указывает на причину именуемого и значит не позволяет говорить о нем как о существующем (т.е. как о сущности). В качестве примера Аристотель указывает на определение треугольника – очевидно, диэретическое определение вроде евклидова 1.19a. Вообще, очевидно, что *определения рассматриваемого вида суть диэретические (родо-видовые) определения*. “Шум в тучах” есть вид шума, который получается в результате деления рода “шум” на виды “шум, имеющий источник на земле” и “шум, имеющий источник на небе”, причем этот последний вид неделим, так как не известно другого шума, имеющего источник на небе, кроме “шума в тучах”, т.е. грома²⁹. Здесь Аристотель имеет в виду ту же проблему, которую мы уже рассматривали выше: каждая дихотомия диэрезы требует ответа на вопрос “Почему?”, т.е. указания на причину. В данном примере такой причиной служит источник шума, который не указан в диэретическом определении грома как “шума в тучах”, а именно “потухающий огонь”. Таким образом, диэретические определения суть предварительные *недостаточные* определения требующие доказательств. В этом смысле такие определения и являются *вторичными*, как мы уже говорили выше.

Заметим, что определения этого и только этого вида суть определения в современном номиналистическом смысле слова. В то же время для Аристотеля именно эти определения суть “вторичные”, т.е. не вполне определения. Забегая вперед, укажем на евклидовы определения точки 1.1 и прямой линии 1.4, которые с современной точки зрения рассматриваются как “описательные”, т.е. логически не действующие, неполноценные определения, в противоположность “хорошим” родо-видовым определениям вроде того же определения треугольника 1.19a. Как мы видим, для Аристотеля, наоборот, лучшими определениями являются первые, а последние – “вто-

²⁹ Это деление можно, если угодно, рассматривать и как верификацию, поскольку “небесное” имеет приоритет перед “земным”.

ричными” и “недостаточными” (см. также 4.2). Впрочем в следующем параграфе мы будем говорить и о недостаточности первичных определений.

3) Наконец, определение второго вида отличается от доказательства, включающее в качестве своей заключительной части соответствующее определение третьего вида, только грамматически (πτῶσει). Пример Аристотеля: “...гром есть шум потухающего огня в облаках”. Очевидно, что можно всегда свести определение этого вида, к определению третьего вида и соответствующему ему доказательству. Важно заметить, что доказательство решает у Аристотеля ту же задачу, что и определение (которую, однако, не может решить *диэретическое* определение) – найти чтойность сущности, указав на “причину, по которой она есть”³⁰. Определения второго вида, конечно, не являются диэретическими, что видно из приведенного тут примера. Заметим, что хотя в доказательстве имеется определенный порядок терминов (подробно см. об этом 3.3.3), определение “гром есть шум затухающего огня в облаках” в отличие от диэретического определения уже не предполагает внутри себя какого-то порядка кроме чисто грамматического и указывает на единую и неделимую сущность. Можно сказать, что раздвоенность диэретического определения “шум в облаках” преодолена здесь доказательством (т.е. указанием причины или, что то же самое, заполнением промежутка “средним термином” – см. 3.3.3).

Итак, аристотелевская реформа платоновской теории диэретического определения, доведенной до логической точности самим Аристотелем, состоит в следующем. Аристотель говорит о необходимости перейти от диэретических определений к доказательствам, которые могут быть переформулированы как “пополненные” диэретические определения (определения второго вида). При этом, поскольку именно диэретические определения (определения третьего вида) дают предложения которые нужно доказывать, Аристотель не отбрасывает вовсе диалектическую практику диэрезы, но рассматривает ее как предварительное условие для разворачивания эпистемы. Необходимость диэретических определений для разворачивания эпистемы остается, однако, только необходимостью “для нас”: по мере разворачивания эпистемы все эти определения заменяются соответствующими доказательствами, которые не зависят от этих исходных определений. Получаемые диалектически диэретические определения в этом смысле для Аристотеля суть “наводящие соображения” и “постановки вопроса” одновременно. С другой стороны, доказательства имеют и предварительные условия необходимые “по природе”. Таковы суть *начала* (ἀρχαί) доказательства.

³⁰ “...одно и то же знать *что* есть [вещь] и знать причину, по которой [она] *есть*” (An. Post. 93a5).

3.3.2. Начала доказательства и их виды

Один вид начал мы уже рассмотрели выше: это моменты чтойности первичных сущностей (не свойств сущностей, а самих сущностей), по отношению к которым ведется доказательство. Напомним, что Аристотель называет начала этого вида также “неопосредуемыми [посылками]” – этот термин мы разъясним в следующем параграфе. Допуская некоторую вольность речи, Аристотель называет началами этого вида не только моменты чтойности первичных сущностей, но и сами эти сущности³¹. Во избежание недоразумений мы введем специальный термин и будем называть сущности, рассматриваемые в данной эпистеме как первичные, *начальными объектами эпистемы*. Относительно этих сущностей считается известным, как то, *что* они есть, так и то, что они *есть* (существуют). Эти две стороны дела – семантическая и онтологическая – связаны в первичной сущности воедино, как в платоновском эйдосе. Это очень важно иметь в виду. Доказательство, по Аристотелю, не предполагает в качестве начал *отдельно* утверждений о существовании некоторых объектов и *отдельно* определения этих объектов. Чтойность бытия начальных объектов эпистемы устанавливается в процессе доказательства. Иметь все моменты чтойности начального объекта эпистемы и “собрать” их в нужном порядке – значит построить эпистему (аподиктическую теорию) и, таким образом, правильно показать эту чтойность. Впрочем нельзя понимать дело так, что *сначала* имеются все моменты чтойности начального объекта, а *затем* из них, как из кубиков, собирается эпистема и чтойность целиком. “По природе” чтойность начального объекта эпистемы, разумеется, предшествует моментам этой чтойности, т.е. неопосредуемым посылкам. Что касается порядка “для нас” при доказательстве, то, как мы увидим в следующем параграфе, он также не соответствует порядку “собираания из кубиков”. Итак, поскольку целью доказательства является выяснение чтойности начального объекта, можно сказать что эпистема не только “идет от начал” (что кажется естественным с современной точки зрения), но и “идет к началам”. В следующей главе мы покажем, как “движение к началам” реализуется у Евклида, и приведем слова Прокла, который прямо указывает на наличие в математике этих двух движений – от начал и

³¹ “Есть [начала]... которые принимаются как существующие и в которых эпистема усматривает (θεωρεῖ) присущее им само по себе, например, для арифметики – единицы, для геометрии – точки и линии: принимается, что они [указанные объекты] существуют и что они суть “вот это” (τοῦδε εἶναι). Относительно же их свойств, [присоединенных] самих по себе (τὰ λὰθὴ καὶ’ αὐτὰ), принимается, что означает каждое из них, например, в арифметике – что такое нечетное и четное, что такое квадрат и куб, в геометрии – что такое несоизмеримое... но, что это существует, показывается через общие [начала, т.е. аксиомы – см. 3.3.2] и уже доказанное [т.е. *доказывается* – см. 3.3.3]...” (An. Post. 76b3–10).

к началу. В соответствии со своим определением, начала предшествуют нашим доказательствам, т.е. эпистеме, “по природе”, а “для нас” имеет место, наоборот, “восхождение” к этим началам.

С одной стороны, чтойность начального объекта эпистемы может быть до всякого доказательства определена *первичным* определением (не предполагающим доказательства). Именно так определяются, например, точка в геометрии и единица в арифметике. Доказывать здесь в самом деле нечего, так как речь идет о начальном, т.е. существующем объекте. С другой стороны, если бы такое определение было совершенно достаточным, т.е. полностью выражало бы чтойность начального объекта, то зачем нужно было бы вообще разворачивать эпистему, связанную с этим начальным объектом (например, геометрию и арифметику)? Очевидно, что эти определения так же как и “вторичные” диэретические определения являются “недостаточными”, но в противоположном смысле: если диэретическое определение указывает на некоторую значимость, для которой необходимо решать вопрос о ее существовании, то “первичное” определение определяет заведомо существующий объект (т.е. первичную – для данной эпистемы – сущность), но не дает полного знания о том, *что* представляет собой эта сущность. Если, таким образом, в случае вторичных определений знание о том, *что* нечто есть, опережает знание о том, что оно *есть*, то в случае первичных определений, наоборот, знание о том, что начало *есть*, опережает знание о том, *что* оно есть³². (Аналогичным образом дело обстоит при чувственном восприятии, которое, по Аристотелю, также дает начала.) По поводу первичных определений, нужно еще раз вспомнить слова Аристотеля о том, что “ничто не мешает тому, чтобы познаваемое было как [в одном смысле] известным, так и [в другом смысле] неизвестным: нет ничего нелепого в том, что познаваемое в определенном смысле [заранее] известно, но является нелепым [только] то, если познаваемое [заранее] известно именно так и таким способом, как его познают” (An. Post. 71b7). Первичные определения дают некоторое предварительное знание о чтойности начальных объектов, которое пополняется доказательствами, т.е. всей эпистемой в целом. Если по отношению к вторичному диэретическому определению доказательство решает вопрос о *существовании* определяемо-

³² Отсюда ясно, почему с современной точки зрения евклидовы первичные определения, например точки и единицы, выглядят как ненужные, а диэретические определения, например определения многоугольников, выглядят вполне удовлетворительными. Дело здесь в отбрасывании онтологической проблематики. Первичные определения указывают почти исключительно на существование и их “смысловая” компонента, представляющая единственную возможную ценность в глазах современного математика, не выдерживает критики. Вторичные определения, напротив, хорошо определяют смысл терминов, и современный математик не видит в них никакой онтологической недостаточности.

го объекта, то по отношению к первичному определению, доказательство уточняет *смысл* определяемого (начального) объекта. Таким образом все доказательство в целом направлено на то, чтобы соединить существование, данное через первичные определения, и смысл, данный через вторичные определения, в чьей-то первичной сущности, являющейся начальным объектом данной эпистемы.

Аристотель называет первичные определения “недоказываемыми” (*ἀναπόδεικτος*) в том же смысле, в каком являются недоказываемыми начала доказательства. Однако первичные определения как и начала доказательства *предполагают* доказательство. Таким образом, всякое доказательство *доказывает* существование объектов, определяемых вторичными диалектическими определениями, уточняя тем самым смысл начальных объектов, определяемых первичными определениями. Заметим, что так же как и вторичные определения, первичные определения необходимы в эпистеме только “для нас”, но не “по природе”: конечно очень полезно дать с самого начала предварительное определение того “о чем” эта эпистема, т.е. определение ее начальных объектов, однако, строго говоря, этого можно и не делать и тогда начальный объект эпистемы в целом станет ясен только после прохождения цепи доказательства, а до этого мы будем иметь дело только с отдельными моментами его чуждости как с началами. Дело здесь обстоит так же как при изучении доказательства какой-нибудь сложной теоремы. Чтобы понять длинное доказательство, бывает очень полезно сразу схватить идею этого доказательства и лишь затем проработать частности, однако формально (“по природе”) это не является необходимым и в принципе можно разобрать то же доказательство просто шаг за шагом. Чтобы самому доказать теорему, идею доказательства необходимо иметь до проработки частных: нелегко, делая только отдельные шаги и не видя цели, попасть именно туда, куда нужно. Однако это необходимо только “для нас”, а формально (“по природе”) такой необходимости нет. Получается несколько неожиданный вывод о том, что “по природе” определения *вообще* не нужны для аристотелевой эпистемы. Однако этот вывод закономерен, поскольку вся аристотелева эпистемология есть альтернатива платоновской диалектике определения. Для Аристотеля диалектика в целом и определение в частности есть некоторое предварительное ознакомление с предметом, знание о котором достигается только в эпистеме (точнее, эпистема сама есть это знание)³³.

³³ Кроме того, этот вывод, сделанный на основе аристотелевской эпистемологии, вполне согласуется с попперовским номинализмом, согласно которому определения – это не более чем сокращения сложных выражений, без которых тоже можно обойтись. Таким образом, хотя “сущность” (лат. *essentia*) остается для Аристотеля фундаментальным понятием, он не является сторонником “эссенциализма”, как его понимает Поппер. Так же как и Поппер, Аристотель считает всякий вопрос “Что такое?” не имеющим настоящего научного значения (в отличие от вопроса “Почему?”).

Поскольку начала, о которых шла речь в этом пункте, специфичны для всякой данной эпистемы, Аристотель их называет *специфическими* (ἰδία – собственными)³⁴.

Итак, один вид начал – это моменты чуждости первичных сущностей, с которыми имеет дело данная эпистема. Эти начала специфичны для каждой эпистемы – одна эпистема отличается от другой именно первичными сущностями, с которыми она имеет дело. Однако для эпистемы этих начал недостаточно – необходимы еще начала, определяющие структуру доказательств. Эти начала являются общими для всех эпистем и Аристотель их называет *аксиомами*³⁵. Так как всякое доказательство решает вопрос о существовании, аксиомы говорят о бытии как таковом и значит должны обсуждаться в рамках эпистемы, специально занимающейся бытием как таковым, т.е. в рамках “первой философии”³⁶. Тут у Аристотеля возникают определенные трудности. Прежде всего речь не может идти о том, чтобы *доказать* аксиомы, так как любое доказательство уже пользуется аксиомами. Тогда, если доказательства “первой философии” опираются на аксиомы, как и доказательства любой другой эпистемы, неясно, почему аксиомы все же связываются с “первой философией” каким-то предпочтительным образом³⁷. Так или ина-

³⁴ “Началами в каждом роде я называю то, относительно чего невозможно показывать, что оно *есть*... Из используемых в доказательствах [начал] одни специфичны для данной эпистемы, а другие общи ... Специфичные – например, линия есть то-то ... Есть [начала] свойственные [данной эпистеме], которые принимаются как существующие и в которых эпистема усматривает присущее им само по себе, например, для арифметики – единицы, для геометрии – точки и линии” (An. Post. 76a31–b6).

³⁵ “Всякая доказывающая эпистема имеет дело с тремя [сторонами]: [1] тем, что, берется как существующее, а именно род, свойства которого, [присоединенные к нему] сами по себе, рассматриваются; [2] общими [положениями] называемыми аксиомами, на основе которых (ἐξ ὧν πρῶτον) ведется доказательство; а третье – это [3] свойства, значения [но не существование!] которых принимают [и затем доказывают их присущность, а значит и существование] (An. Post. 76b12–15); “те, на основе которых (ἐξ ὧν) [ведется доказательство] суть общие [начала], а те о которых (ὧν περὶ δ) [ведется доказательство] – специфичные (ἰδία)” (An. Post. 88b27); Ср. также “доказательство необходимо имеет [1] то, из чего [ведется доказательство], [2] то, о чем [ведется доказательство], и [3] то, что [доказывается]” (Met. 997a9).

³⁶ “Теперь нужно сказать о том, должна ли одна или разные эпистемы заниматься тем, что в математике называется аксиомами, и сущностью. Очевидно, что эпистема философа [то есть онтология, изучающая сущность как таковую] и эпистема, занимающаяся аксиомами, имеют один и тот же [предмет] рассмотрения, ибо аксиомы присущи всем сущностям, а не являются собственными для всякого отдельного рода ... так как, следовательно, аксиомы присущи всем [вещам] как *сущим* (ибо [именно] сущее им общее), ясно, что рассмотрение аксиом – [дело] познающего бытие как бытие” (Met. 1005a20–28).

³⁷ “...если аксиомы [относятся] одинаково ко всякой [эпистеме], но не ко всем [эпистемам] раз, то их познание есть [дело эпистемы], познающей сущности не в большей мере, чем любой другой [эпистемы] (Met. 996b35–997a3).

че, в рамках онтологии Аристотель рассматривает две аксиомы: аксиому тождества³⁸ и аксиому исключенного третьего (Met. 1005b20, 1061b35, 1052a20). В “Первой Аналитике” Аристотель вводит еще как аксиому правило умозаключения по “совершенному силлогизму” (24b23, 25b30–40), которое мы подробно рассмотрим в следующем параграфе этой главы.

Интересно, что, говоря об аксиомах, Аристотель связывает сам термин в его принятом употреблении исключительно с математикой³⁹, однако сам пользуется этим термином не в специальном математическом, а в общем логическом смысле⁴⁰. Более того, те положения “Начал” Евклида, которые мы вслед за Проклом называем аксиомами, как легко видеть (см. 4.3) используют специальный математический термин “равенство” и потому не могут быть аксиомами в аристотелевском смысле. Впрочем Аристотель сам приводит некоторые из евклидовых аксиом в качестве примеров аксиом (например, An. Post. 76b21). Разрешить это противоречие можно, как представляется, следующим образом. Для Евклида и предшествующей ему традиции математика является *единственной* эпистемой, и аксиомы математики имеют в рамках такого подхода общий характер. Об этой точке зрения упоминает Платон (см. 2.4.4), хотя он сам и отказывается называть математику эпистемой, пока она не включена в диалектику, т.е. пока не обсуждаются ее основания⁴¹. Аристотель, по-видимому, впервые стал рассматривать математику как только одну из эпистем и впервые же развил такую эпистему как логику (аналитику), переосмысливая при этом понятие аксиомы, а именно переводя его из математической плоскости в логическую.

Завершая рассмотрение “начал” аристотелевской эпистемологии, заметим, что их нельзя представлять себе как аксиомы в смысле современных аксиоматических теорий с той только разницей, что современные аксиомы берутся условно, а аристотелевы начала безусловны. На самом деле, как мы увидим в следующем параграфе, эпистемические начала, по Аристотелю, тоже в некотором смысле условны, хотя и не в том смысле, в котором условны гипотезы и постулаты. Главное отличие аристотелевых “начал” от современных “аксиом” состоит в следующем. Мы сегодня говорим об “аксиоматической базе” математической теории только как о “логическом фундаменте”, на котором строится теория. “Логическим фундамен-

³⁸ Называя при этом аксиому тождества “началом даже для других аксиом” (Met. 1005b34).

³⁹ См. примеч. 35.

⁴⁰ “То, что необходимо иметь каждому, кто что-либо изучает, я называю аксиомой” (An. Post. 72a16); «аподейктическими началами я называю общие положения из которых ведется всякое доказательство, например, “всякое [положение] необходимо или утверждается или отрицается” или “невозможно вместе быть и не быть” или другие подобные положения» (Met. 996b27–31).

⁴¹ Включение математики в диалектику в данном отношении ничего не меняет.

том” можно с известными оговорками (касающимися проблем взаимоотношения онтологии и логики – см. выше) назвать у Аристотеля только *общие* начала, т.е. *аксиомы* в аристотелевском смысле. Что касается *специфических* начал, то они образуют *онтологический фундамент* эпистемы. Действительно, вспомним еще раз Аристотеля: “...те, на основе которых [ведется доказательство], суть общие [начала], а те, о которых [ведется доказательство], – специфические” (An. Post. 88b27). Специфические начала здесь понимаются в смысле *начальных объектов* эпистемы, которые суть то, “о чем” эта эпистема, или основные объекты исследования эпистемы. Начальный (заведомо существующий) объект аристотелевой эпистемы нужно соотносить не с логическим фундаментом современной теории, а с ее *предметом исследования*, существование которого предполагается. (Заметим, что конструктивистский подход в математике, когда предмет исследования не полагается заранее существующим, таким образом, не соответствует аристотелевскому пониманию эпистемы – см. также 4.4.2.) Сопоставление начального объекта аристотелевской эпистемы с предметом исследования современной математической теории представляется естественным, однако вспомним, что Аристотель почти не отличает от начального объекта его чтойность, моменты которой суть те же специфические начала. Таким образом принимаемые без доказательства *утверждения*, связанные с начальным объектом, для Аристотеля неотличимы от самого этого объекта⁴² и значит имеют *не только и не столько* логический, но онтологический смысл.

Таким образом, “логический фундамент” эпистемы, по Аристотелю, является всегда “логическим” в том прямом смысле, что представляет собой систему именно *логических*, не связанных со спецификой данной эпистемы, аксиом. Всякое же “аксиоматическое” (в современном смысле слова) утверждение, связанное с предметом исследования данной эпистемы, представляет для Аристотеля не логическое, но онтологическое основание, и он не называет его аксиомой. То, что в современной математике *всякое* принимаемое без доказательства утверждение стало называться аксиомой, по всей видимости, не случайно и это связано с логицистскими тенденциями в математике. Современное понятие об “аксиоматической теории” в математике было развито в рамках логицистской программы [64], а парадигматический пример такой теории был дан в работе Гильберта [63]. В рамках логицистской программы делалась попытка сведения математики к логике, т.е. математика в известном смысле рассматривалась как логика, и потому всякое математическое “начало” стало рассматриваться как логическое начало, т.е. как аксиома в аристотелевском смысле. Таким образом, называя сегодня в мате-

⁴² В этом и состоит специфика чтойности сущности, в которой, как мы говорили, сводятся воедино существование и значение.

матике аксиомой всякое принимаемое без доказательства утверждение, нужно отдавать себе отчет, что такая терминология, строго говоря, предполагает логицистский подход в математике.

Рассмотрим теперь подробно, как устроено аристотелево доказательство.

3.3.3. Доказательство

Прежде чем рассмотреть “механику” доказательства, скажем еще раз о смысле и цели доказательства.

Доказывается, например, присущность некоторому А некоторого В. А до доказательства выступает как первичная сущность, а В — как присоединенное к А свойство. После доказательства А и В выступают как моменты чтойности единой первичной сущности. Если до доказательства В можно было называть сущностью только во вторичном смысле, то после проведения доказательства В можно называть моментом сущности в первичном смысле. Таким образом, доказательство повышает онтологический статус В или, проще говоря, доказываемся, что В действительно *есть*. Если до доказательства мы называли термином А саму первичную сущность, то после проведения доказательства оказывается, что термином А обозначается только один из моментов чтойности этой первичной сущности⁴³. Таким образом, доказательство уточняет чтойность первичной сущности, к которой оно относится. Первичная сущность здесь есть начальный объект эпистемы, или “то, о чем” нечто доказываемся, который может быть предварительно определен первичным определением. Вторичная сущность (свойство) В есть эпистемический объект, или “то, что доказываемся”, который может быть предварительно определен вторичным (диэретическим) определением. Начальный объект вместе со всеми моментами своей чтойности есть специфическое начало данной эпистемы; для проведения доказательства необходимы также общие начала (аксиомы).

Сказанное относится к доказательству *утверждения* — доказательству того, что некоторое свойство присуще некоторой первичной сущности. Доказательство *отрицания*, а именно доказательство того, что свойство не присуще сущности, имеет противоположный смысл — доказать, что это свойство не существует как момент чтойности данной сущности. Доказательство утверждения и доказательство отрицания не являются, по Аристотелю, равноценными — доказательство утверждения первично по сравнению с доказательством отрицания, так же как и само утверждение по сравнению с отрицанием. Поэтому мы сначала подробно рассмотрим доказательство утверждения, а вопрос о доказательстве отрицания и вообще вопрос об отрицании у Аристотеля рассмотрим ниже. Мы увидим, что воп-

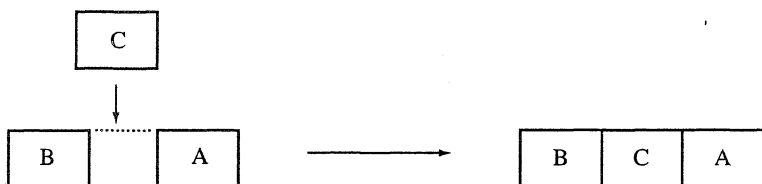
⁴³ Этот тонкий терминологический момент мы разъясним чуть ниже.

рос об отрицании для Аристотеля связан с определенными трудностями, как и для Платона.

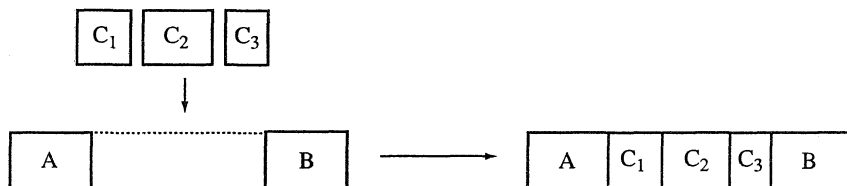
Теперь перейдем к вопросу о том, *как именно* осуществляется доказательство *утверждения*.

а) доказательство утверждения;

Доказательство некоторого утверждения, по Аристотелю, состоит в следующем. Когда мы говорим, что В присоединено к сущности А как свойство, это предполагает определенный “зазор” между В и А, т.е. означает, что В есть нечто иное, нежели А. Если А является первичной сущностью, а В – только свойством этой сущности, мы, с одной стороны, еще не можем утверждать, что В существует, на том основании, что существует А: точнее, мы можем это утверждать, но только во “вторичном”, а не в полном (первичном) смысле слова. С другой стороны, зная, что А существует, мы в этой ситуации не можем еще сказать, *что* оно есть, а можем только сказать, что А *имеет* свойство В, т.е., что оно есть “такое-то”. Напротив, “В присуще А”, предполагает отсутствие всякого “зазора” между В и А, поскольку означает, что и А и В оба суть моменты чтойности той единой сущности, которую мы называли выше А, поскольку знали только этот единственный момент ее чтойности. Итак, доказательство того, что “В присуще А”, состоит в том, что в конструкции “В присоединено к А как свойство” ликвидируется указанный зазор. Этот зазор ликвидируется “введением между А и В средних терминов” – одного (одношаговое доказательство) или нескольких (многошаговое доказательство).



а – одношаговое доказательство



б – многошаговое доказательство

Средние термины действительно “ликвидируют зазор” между А и присоединенным к нему свойством В, спаивая всю конструкцию в

единую сущность, если всякая пара идущих подряд слева на право терминов X и Y в этой конструкции оказывается связана отношением “X присуще Y”, известным как специфическое начало данного доказательства. При этом все средние термины вместе с крайними (исходными A и B) оказываются моментами чтойности начального объекта доказательства. Таким образом, в процессе доказательства чтойность начального объекта, исходно известная только как A, обогащается не только за счет B, которое до доказательства выступало как свойство, но и за счет всех средних терминов. (Как мы покажем ниже, средний термин одношагового доказательства оказывается даже в некотором смысле главным моментом чтойности.) Итак, доказательство по Аристотелю состоит в том, что “средний [термин] постоянно уплотняется, пока не [достигается] неделимое и единое [т.е. сущность]” (An. Post. 84b34).

Теперь скажем то же самое более формально. Будем вслед за Аристотелем называть конструкцию вида “B присуще A” *посылкой* (πρότασις). *Неопосредуемая* (ἄμεσος) посылка есть момент чтойности начального объекта, т.е. дана как специфическое начало. Если посылка “B присуще A” еще стоит под вопросом, т.е. требует доказательства и до этого доказательства имеет смысл присоединение: “B присоединено к A как свойство”, то мы будем говорить об *опосредуемой посылке*. Пусть имеется опосредуемая посылка “B присуще A”, т.е. пусть нужно доказать, что B присуще A. Чтобы это сделать, нужно найти такое C, что посылки “B присуще C” и “C присуще A” являются неопосредуемыми и сделать заключение по схеме:

$$\begin{array}{c} \text{B присуще C} \\ \text{C присуще A} \\ \hline \text{B присуще A} \end{array} \quad (*)$$

Заключение (*) Аристотель называет “завершенным” (τέλειος) или, как принято говорить, “совершенным” силлогизмом. Здесь C называется “средним” (μεσος) термином, A и B – крайними (ἄκρα) терминами⁴⁴, а именно B – “большим” (μεῖζον), A – “меньшим” (μείον). Совершенный силлогизм является, согласно Аристотелю, аксиомой, т.е. началом, определяющим логическую структуру всякого доказа-

⁴⁴ “Когда три термина (ὅροι) так относятся друг к другу, что последний целиком существует в среднем, а средний целиком существует ... в первом, то для крайних терминов необходимо существует завершенный силлогизм. Средним [термином] я называю тот, который и сам существует в ином, и в самом котором существует иной, и который [таким образом,] становится средним по положению. Крайними же [один] который сам существует в ином и [второй] в котором существует иной” (An. Pr. 25b32–37). Ср. также: “средний термин должен быть сам по себе присущ третьему, а первый – среднему” (An. Post. 75a36).

тельства⁴⁵. Смысл этой аксиомы мы уже пояснили выше: после того как опосредуемая посылка разбивается на две неопосредуемые, все три термина становятся моментами чтойности начального объекта данного доказательства. Если на каждый из трех терминов силлогизма с самого начала смотреть как на момент чтойности начального объекта, то силлогизм (*) можно записать несколько иначе:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{тому, чему присуще С, присуще и В} \\ \text{тому, чему присуще А, присуще и С} \end{array}}{\text{тому, чему присуще А, присуще и В}} \quad (*)$$

В этом случае общий вид посылки будет выглядеть как “тому, чему присуще А, присуще и В”. Хотя такая запись лучше передает онтологический смысл силлогистической посылки, мы ниже все же будем пользоваться традиционной компактной записью “В присуще А”.

Совершенный силлогизм имеет и отрицательный вариант, который мы рассмотрим чуть ниже. В “Первых Аналитиках” Аристотель развивает подробную теорию (эпистему), в которой к совершенному силлогизму сводятся другие схемы заключения. Эту теорию мы специально не рассматриваем, но имеем ее в виду, полагая, что общие выводы об аристотелевском понимании доказательства, которые мы делаем изучая совершенный силлогизм, могут быть средствами этой теории распространены на любое доказательство.

Если для доказательства посылки “В присуще А” средний термин указанным образом вставить не удастся, это означает, что если доказательство в данном случае вообще возможно, оно будет многошаговым. В этом случае нужно все равно вставить средний термин между А и В, т.е. разбить данную посылку на две новые, из которых хотя бы одна будет опосредуемой (в этом случае говорят, что имеется *гипотетический* силлогизм о том, что В присуще А). К каждой опосредуемой посылке следует повторно применять ту же процедуру. Если доказательство данной посылки возможно, то этот процесс закончится тем, что между А и В будет введен ряд средних терминов $C_1, C_2, \dots C_n$ таких, что в цепочке $A, C_1, C_2, \dots C_k$, В всякая посылка, состоящая из расположенных рядом терминов является неопосредуемой (будем называть такую цепочку *уплотненной*). Тогда, применяя k раз совершенный силлогизм, мы доказываем исходную предпосылку⁴⁶.

⁴⁵ “Завершенным я называю силлогизм, который для выявления необходимого не нуждается ни в чем ином, кроме имеющегося (εἰλημμένα)” (An. Pr. 24b22–24).

⁴⁶ Строго говоря, чтобы сделать этот вывод, кроме совершенного силлогизма нужно применить индукцию по числу средних терминов.

Индукцию проводим по индексу среднего термина n . Для $n = 1$ имеем совершенный силлогизм. Пусть теперь для $n = k$ вывод верен. Для $n = k + 1$ имеем уплотненную цепочку: $A, C_1, \dots, C_k, C_{k+1}, B$. Согласно индуктивному

Рассмотрим пример, принадлежащий самому Аристотелю. Вернемся к вторичному диэретическому определению “гром есть шум в туче” (см. 3.3.2в). Связанная с этим определением посылка “туче присуще шуметь” не является непосредуемой, так как из нее самой, как и из приведенного определения грома, неясно, *почему* туча шумит, что послужило причиной этого шума, т.е. почему имеет место гром. Другими словами, “шум” выступает в этой посылке как только присоединенное свойство “тучи”, ведь шуметь может и многое другое. Эта посылка опосредуется средним термином “затухающий огонь”: туче присущ затухающий огонь, затухающему огню присуще шуметь, поэтому туча шумит, т.е. имеет место гром. Итак, гром имеет место потому, что в небе затухает огонь: затухающий огонь служит причиной грома⁴⁷. Большой термин здесь “шум”, сред-

предположению, C_{k+1} присуще А. Таким образом, мы имеем заключение по совершенному силлогизму:

$$\frac{\begin{array}{l} C_{k+1} \text{ присуще } A \\ B \text{ присуще } C_{k+1} \end{array}}{B \text{ присуще } A},$$

что доказывает сделанное утверждение.

Аристотель не выделяет математическую индукцию (не путать с эмпирическим “наведением”) в виде отдельного принципа, но неявно индукцией пользуется, распространяя заключение по схеме совершенного силлогизма на случай уплотненной цепочки, содержащей несколько средних терминов. Точно таким же образом и Евклид, доказывая правильность алгоритма, известного под его именем (предложение 10.3), проводит доказательство для случая двух шагов, хотя их число может быть сколь угодно велико.

⁴⁷ “Почему [гром] гремит? Потому что огонь потухает в туче. [Пусть] В – туча, А – гром, С – потухание огня. Тогда С присуще туче В, ибо в ней потухает огонь, а шум А присущ [потуханию огня] С. Таким образом, С есть объяснение (λόγος) для А – первого крайнего термина” (An. Post. 93b8–12).

Здесь обращает на себя внимание путаница в обозначениях: Аристотель сначала обозначает через А “гром”, а затем расшифровывает это же А как “шум”. Легко видеть, что Аристотель здесь сталкивается с той же терминологической трудностью, с которой мы уже встречались у Платона при выделении им вида из рода при верификации. Предположим, мы хотим определить (верифицировать) “гром” и говорим, что “истинный” (хотя бы в том простом смысле, что именно тот, который нас интересует) гром есть “гром в туче”. Теперь нам нужно ввести новый термин “шум” для обозначения рода и сказать, что “гром есть шум в туче”. При этом оказывается, что тот “гром”, который мы имели в виду до проведенной дихотомии был на самом деле “шумом”. Аристотель здесь продолжает путать “гром” и “шум” и у него оказывается, что одним и тем же термином “гром” обозначается и вся первичная сущность “шум потухающего в туче огня” и момент чуждости этой сущности – “шум”, который выступает как больший термин силлогизма. Вряд ли здесь можно говорить просто о невнимательности Аристотеля – по крайней мере у Платона эта трудность, как мы видели, связана с фундаментальной трудностью “ложного вида”.

ний – “затухающий огонь”, меньший – “туча”. Рассмотрим теперь непосредственные посылки “туче присущ затухающий огонь” и “затухающему огню присуще шуметь”. Обе посылки суть не что иное, как моменты чтойности грома – если, конечно, рассматривать их как действительно непосредственные, т.е. считать объяснения того, почему в туче затухает огонь, а затухающий огонь шумит, с одной стороны, невозможными, а с другой – ненужными. Если до доказательства мы говорили о шуме как о (присоединенном) свойстве тучи, т.е. понимали первичную сущность, о которой здесь идет речь, как “тучу”, то после доказательства мы понимаем эту первичную сущность как “шум потухающего в туче огня” (который мы иначе называем “громом”), а “тучу”, “шум” и “потухающий огонь” – как отдельные моменты чтойности этой сущности. “Туча” и “шум” – крайние термины рассмотренного силлогизма – до доказательства (в диэретическом определении) мыслились отдельно друг от друга, и поэтому было неясно, являются ли они моментами единой сущности или нет. Если рассмотренный выше силлогизм считать окончательным доказательством того, “почему гремит гром”, то это означает, что средний термин “затухающий огонь” уже не может быть помыслен без “тучи” и “шума”. В этом как раз и состоит необходимость заключения по силлогизму (*), и в этом смысле средний термин служит *причиной* – мы можем мыслить следствие, не зная его причины, но, мысля причину, сразу мыслим и ее непосредственное (ближайшее) следствие. Если же считать, что “затухающий огонь” может иметь место и вне тучи, это будет означать, что посылка “туче присущ затухающий огонь” не является непосредственной и значит рассмотренное доказательство не окончательно, а требует продолжения – опосредования указанной посылки⁴⁸. Поскольку теперь всякая утвердительная посылка есть момент чтойности соответствующей первой сущности, а всякая чтойность конечна, всякое доказательство будет тоже конечным⁴⁹. Рассмотренный пример также показывает, что хотя непосредственные посылки и являются “атомарными истинами” в том смысле, что их нельзя разделить средними терминами, нельзя сказать, что фигура совершенного силлогизма есть правило, по которому из атомарных истин можно сло-

⁴⁸ “Если в свою очередь имеется средний [термин] для Б [затухающего огня], он будет одним из оставшихся объяснений [грома]” (ibid. 93b14).

⁴⁹ “...доказательство есть [доказательство] того, что само по себе присуще вещам. Но “само по себе” [присущее понимается] двояко: как то, что содержится в чтойности вещи, и как то, в чтойности чего содержится эта вещь... ни то ни другое не может быть бесконечным” (Ap. Post. 84a12–17). Этот пассаж еще раз показывает, что отношение “присущности” во всякой посылке “по природе” является симметричным, хотя, проводя доказательство, мы берем что-то в качестве “первого” термина, а что-то в качестве последнего. “И то и другое”, о которых говорит здесь Аристотель, есть на самом деле одна и та же чтойность начального объекта, о котором ведется это доказательство.

жить некоторую составную истину. Неопосредуемые посылки, так же как и опосредуемые, это не отдельные самостоятельные истины, но отдельные моменты чтойности первичной сущности, которые являются истинными только постольку, поскольку они берутся вместе с чтойностью в целом. В то же время неопосредуемые посылки безусловно истинны сами по себе – как раз постольку, поскольку они *не могут* быть взяты отдельно от чтойности в целом, как, например, бессмысленно говорить о том, что “затухающему огню присуще шуметь”, не говоря тут же, что речь идет именно о молнии, т.е. огне, затухающем в туче (если, повторяем, данная посылка рассматривается как действительно неопосредуемая). Опосредуемые посылки, напротив, могут быть взяты отдельно от чтойности, как это и имеет место в диэретических определениях, например в определении “грома” как “шума в туче”.

Итак, доказательство *утверждения* есть показывание чтойности первичной сущности, или, точнее говоря, *чтойности* ее бытия (τὸ τί ἦν εἶναι). При этом средний термин доказательства оказывается, так сказать, *средоточием* этой чтойности бытия, поскольку он есть *причина*, и если крайние термины доказательства могут быть помыслены отдельно друг от друга и от чтойности в целом, то средний термин (или средние термины, если доказательство многошаговое) не может быть помыслен отдельно от соответствующей чтойности: имея средний термин (средние термины), мы необходимо имеем и всю чтойность в целом. Впрочем, хотя в этом смысле средний термин “по природе” предшествует крайним, “для нас” дело обстоит наоборот: мы сначала имеем крайние термины связанные диэретическим определением без аподиктической необходимости, а уже затем подыскиваем для них средний термин, т.е. проводим доказательство⁵⁰.

б) доказательство отрицания;

Доказательство отрицания есть доказательство отрицательной посылки, т.е. посылки вида “В не присуще А”. Такая посылка может быть доказана, если используется вторая (отрицательная) форма совершенного силлогизма:

$$\begin{array}{l} \text{В не присуще С} \\ \text{С} \quad \text{присуще А} \\ \hline \text{В не присуще А} \end{array} \quad (**)$$

Как мы видим, из двух неопосредуемых посылок этого силлогизма одна является положительной, а другая отрицательной. Легко ви-

⁵⁰ В рамках нашей интерпретации становится ясным различие большего и меньшего термина аристотелевского силлогизма, которое Лукасевич [87], следующий Александру, вынужден признать чисто номинальным: больший термин есть род соответствующего диэретического определения, а меньший его вид.

деть, что если доказательство отрицания окажется многошаговым⁵¹, оно все равно будет содержать единственную непосредственную отрицательную посылку⁵². В самом деле, предположим, что силлогизм (**) является гипотетическим, т.е. одна или обе посылки, входящие в (**), опосредуемы. Если опосредуемой является положительная посылка, то, согласно сказанному выше, она опосредуется только с помощью положительных посылок и заменяется уплотненной цепочкой, содержащей только положительные посылки. Если опосредуемой является отрицательная посылка, то она, согласно (**), может быть опосредована только таким образом, что одна из двух полученных новых посылок будет положительной, а другая отрицательной. Положительная посылка, как мы только что сказали, заменяется уплотненной цепочкой, состоящей только из положительных посылок, а к отрицательной посылке применимо то же рассуждение. Таким образом, отрицательная посылка заменяется уплотненной цепочкой, содержащей единственную отрицательную посылку, и, следовательно, все доказательство отрицания содержит единственную отрицательную посылку⁵³. Отсюда сразу вытекает, что если всякое доказательство утверждения конечно, то конечно и всякое доказательство отрицания⁵⁴.

Каков же смысл доказательства отрицания? Прежде всего заметим, что в отличие от доказательства утверждения доказательство отрицания (1) не уточняет чтойность первичной сущности и (2) не решает вопроса о существовании вторичной сущности (свойства). В самом деле, (1) доказав, что некоторое свойство не присуще данной первичной сущности, мы не уточнили ее чтойность, так как число моментов, не присущих данной сущности, не является конечным (тогда как число моментов чтойности конечно)⁵⁵. На первый взгляд одно и то же – сказать “точке присуще быть неделимой” или “точке не присуще быть делимой”. Однако, говоря о том *что* нечто не есть, мы еще не говорим о том, *что* же оно есть. В этом смысле нужно сказать, что, с одной стороны, чтойность может быть выражена только утвердительным образом и признать формулировку “точке при-

⁵¹ “Когда три термина так относятся друг к другу, что последний целиком существует в среднем, а средний целиком... не существует в первом, то для крайних терминов необходимо существует завершенный силлогизм” (An. Pr. 25b32–35).

⁵² “...при расширении доказательства число утвердительных [посылок] необходимо увеличивается, тогда как отрицательных [посылок] во всяком силлогизме не может быть больше [одной]” (ibid. 86b13–15).

⁵³ Здесь снова, строго говоря, нужно воспользоваться принципом математической индукции.

⁵⁴ “Ясно, что и доказательство отрицания заканчивается, если заканчивается доказательство утверждения” (An. Post. 82a37).

⁵⁵ Ср. у Платона: “в каждом виде... есть много бытия и вместе с тем бесконечное количество небытия” (Soph. 256e).

сущее быть неделимой” первичной, а формулировку “точке не присуще быть делимой” вторичной и выведенной из первой⁵⁶. С другой стороны, (2) доказав, что некоторое свойство не присуще данной первичной сущности, мы и не доказали, что эта вторичная сущность не существует, так как она может быть присуща другой первичной сущности и, таким образом, может существовать.

Далее, что такое отрицательная непосредуемая посылка? Если положительная непосредуемая посылка есть момент чтойности первичной сущности, то отрицательная непосредуемая посылка должна быть моментом чтойности “первичной несущности”, что нелепо. Таким образом, мы снова вернулись к тому сложному вопросу, который у Платона мы называли “проблемой ложного вида”. Действительно, в аристотелевской первичной сущности, как и в платоновском эйдосе, совпадают предикативный и экзистенциальный смыслы “бытия” (см. 3.3.2), поэтому, вводя отрицание в чтойность первичной сущности, мы сразу сталкиваемся с проблемой небытия в том же виде, как и Платон в “Софисте”: если чтойность некоторой сущности включает в себя то, что эта сущность не есть такая-то, это значит, что она в некотором отношении просто *не есть*, т.е. не является сущностью. Аристотель, как и Платон, связывает утверждение с бытием, а отрицание с небытием⁵⁷, однако в отличие от Платона не обсуждает в связи с проблемой отрицания проблему верификации утверждения (см. 2.7.1). Для Аристотеля всякое правильное отрицание предполагает некоторое утверждение: коль скоро имеется некоторое утверждение, могут быть сформулированы связанные с этим утверждением отрицания, и они будут правильными постольку, поскольку правильно утверждение, но если отрицания не обоснованы некоторым правильным утверждением, их нельзя признать правильными⁵⁸. Такой подход имеет простой диалектический смысл: отвергать положительное суждение собеседника можно только на основании собственного положительного суждения по тому же вопросу; критиковать собеседника имеет право тот, кто имеет что предложить взамен. Таким образом, Аристотель, говоря о вторичности отрицания по отношению к утверждению, пытается полностью свести логику отрицания к логике утверждения и тем снять проблему отрицания. В то же время, Аристотель вынужден говорить о том, что в доказательстве отрицания используется некое дополнительное начало, которого нет в соответствующем доказательстве утверждения. Это дополнительное начало и

⁵⁶ “...знание чтойности является утвердительным” (An. Post. 79a27); “Отрицание познается через утверждение и утверждение первичнее отрицания” (An. Post. 86b35).

⁵⁷ «Отрицание познается через утверждение и утверждение первичнее отрицания, так же как “быть” первичнее чем “не быть”» (An. Post. 86b35).

⁵⁸ “Доказательство утверждения является изначальным (ἀρχοειδέστερα), ибо без показывания [того, что есть] нет отрицания” (ibid. 87b37).

есть то, что мы выше назвали “несущностью”⁵⁹. Введение такого рода начала не просто “ухудшает” эпистему, как об этом говорит Аристотель (см. ниже), но его вообще с точки зрения аристотелевской эпистемологии трудно считать правомочным.

Более формально Аристотель критикует доказательство отрицания и показывает его вторичность по сравнению с доказательством утверждения следующим образом⁶⁰:

1) доказательство отрицания при прочих равных опирается на большее число начал, так как наряду с сущностью, являющейся началом доказательства утверждения, для доказательства отрицания необходима в качестве второго начала некоторая “несущность”. Таким образом, доказательство отрицания, принимая дополнительное начало по сравнению с соответствующим доказательством утверждения, подчинено этому доказательству утверждения⁶¹;

2) доказательство отрицания осуществляется при помощи некоторого числа положительных посылок и одной отрицательной. Если положительных посылок при этом больше одной, то это значит, что внутри доказательства отрицания имеется доказательство утверждения. Это с одной стороны. С другой стороны, доказательство утверждения осуществляется при помощи одних только положительных посылок. Таким образом, положительные посылки и доказательства утверждений необходимы для доказательств отрицаний, но доказательства отрицаний и отрицательные посылки не необходимы для доказательств утверждений. Это значит, что доказательства отрицаний подчинены доказательствам утверждений;

3) отрицательная посылка, необходимая для доказательства отрицания, вторична по отношению к некоторой положительной посылке. Так как доказательство утверждения использует только положительные посылки, оно, таким образом, имеет первичный характер по отношению к соответствующему доказательству отрицания⁶².

⁵⁹ “...[в доказательстве утверждения] принимается, что нечто есть, а [в доказательстве отрицания] принимается, что нечто есть и что нечто не есть” (ibid. 86b9).

⁶⁰ “При прочих равных доказательство с меньшим [числом начал] лучше других. И доказательство утверждения и доказательство отрицания ведутся посредством трех терминов и двух посылок, но в первом случае принимается [только], что нечто есть, а во втором – что нечто есть и что нечто не есть. Следовательно, доказательство отрицания дается через большее [число начал] и потому подчинено [доказательству утверждения]” (ibid. 86b5–10).

⁶¹ “...если то, через что нечто показывается, более известно и более достоверно, отрицание же показывается через утверждение, тогда как утверждение не доказывается через отрицание, то утверждение, будучи первичным, более известным и более достоверным, лучше” (ibid. 86b26–30).

⁶² “...если начало силлогизма есть... непосредственная посылка, причем при показывании [утверждения] – положительная, а при отрицании – отрицательная, и положительная посылка первичнее и более известна, чем отрицательная... то начало показывания [утверждения] лучше начала отрицания. Но [доказательство], пользующееся лучшими началами, лучше” (ibid. 86b31–37).

в) доказательство “от противного”;

Рассмотрим наконец вслед за Аристотелем доказательство “от противного” ($\tau\omicron\ \acute{\alpha}\delta\upsilon\nu\alpha\tau\omicron\nu\ \acute{\alpha}\gamma\omicron\upsilon\sigma\alpha$ – приводящее к невозможному, *reductio ad absurdum*), которым широко пользуется Евклид. Доказательство “от противного” состоит, согласно Аристотелю, в следующем. Пусть требуется доказать, что В не присуще А. Предположим противное, что В присуще А, и пусть будет также известно, что А присуще С и что В не присуще С. Тогда по совершенному силлогизму имеем, что В присуще С, но известно, что В не присуще С. Отсюда делается заключение о ложности предположения “В присуще А” и (по закону исключенного третьего) окончательный вывод о том, что В не присуще А⁶³. В этой форме доказательство “от противного” есть доказательство отрицания, и поэтому вывод о вторичности доказательства отрицания применим и к этому случаю. Этот вывод применим и к доказательству “от противного” *утверждения* – не рассматривая отдельно этот случай, Аристотель говорит о вторичности доказательства “от противного” как о следствии вторичности доказательства отрицания в общем случае⁶⁴. Сейчас мы покажем, что это оправдано. В самом деле, пусть требуется доказать, что В присуще А. Предположим противное, что В не присуще А, и пусть будет известно, что А присуще С, а В также присуще С. Тогда по отрицательной форме совершенного силлогизма имеем, что В не присуще С, но известно, что В присуще С. Отсюда делается заключение о ложности предположения “В не присуще А” и вывод: В присуще А, что и требовалось доказать. Мы видим, что здесь используется заключение по отрицательной форме совершенного силлогизма, поэтому и для этого случая вторичность доказательства отрицания влечет за собой вторичность доказательства “от противного”. На самом деле, доказательство “от противного” даже хуже прямого доказательства отрицания⁶⁵, так как помимо вторичности, связанной с отрицанием, доказательство “от противного” пользуется порядком посылок, противоположным “природному”. Именно, как мы видели, в доказательстве “от противного” посылка совершенного силлогизма (предположенное “противное”) отвергается на основании того, что отвергается заключение этого силлогизма, которое, как считается известным, должно быть противоположным. Это позволяет Аристотелю говорить о том, что здесь посылка “исправляется” на основании заранее известного заключения, тогда как “по природе”, наоборот, заключение должно выводиться из посылок как из “более

⁶³ Ibid. 87a2–11.

⁶⁴ “... Так как [доказательство] утверждения лучше [доказательства] отрицания, то ясно, что оно также лучше доказательства через приведение к невозможному” (ibid. 87a0).

⁶⁵ “...[прямое] доказательство отрицания безусловно лучше доказательства через невозможное” (ibid. 87a27).

известного”⁶⁶. Разумеется, такой взгляд на доказательство “от противного” является следствием того, что Аристотель пытается свести это доказательство к доказательству по совершенному силлогизму. Итак, прямое доказательство, по Аристотелю, лучше чем доказательство “от противного”, а прямое доказательство утверждения лучше чем прямое доказательство отрицания.

г) Аристотелевская теория доказательства и Платон;

Выше в этом параграфе мы говорили о среднем термине аристотелевского доказательства как о “средоточии” чтойности. В связи с этим уместно вспомнить платоновское противопоставление единой “середины” двойственной “крайности” “большого и меньшего”. Платоновский эйдос, как мы говорили (см. 2.5.4), всегда есть некоторая “середица” (хотя обратное и неверно). Таким образом, и платоновский поиск Эйдоса, и аристотелевское доказательство суть некоторого рода “поиск среднего”. Это обстоятельство, однако, хотя и указывает на важный момент античного мышления, общий для Платона и Аристотеля, не дает нам все же никаких оснований считать, что платоновский эйдос и аристотелевский средний термин суть *по существу* одно и то же, или же, что они суть “виды” одного и того же “рода”. Ведь возможно, наоборот, говорить о “поиске среднего” как о моменте, который различно используется в различных *по существу* системах мышления.

Далее, в 2.7.2 мы рассказывали о том, как Платон в диалоге “Федон” выставляет в качестве причины теплоты в теле не эйдос “теплое само по себе”, а “огонь”, или в общем случае – то, “что не есть эйдос, но когда существует имеет его форму”, – хотя это и не вполне укладывается в логику, связанную с “эйдетическим регулятивным принципом”. В данном случае с аристотелевским “средним термином” нужно сопоставить не эйдос, а “ближайшее искажение” эйдоса, полнее всего сохраняющее его форму, каковым в приведенном примере является огонь, а эйдос “теплое само по себе” и исходное “теплое тело” считать крайними терминами. То, что для Платона огонь здесь является не “первым”, а “вторым” “по природе”, а “теплое само по себе”, наоборот, – “первым”, с точки зрения Аристотеля, нужно было бы объяснить игнорированием Платоном проблемы существования (независимо от проблемы смысла). Можно впрочем говорить и о том, что Платон здесь сам склоняется к тому способу рассуждения, который впоследствии обосновал и развил Аристотель. В то же время этот пример еще раз напоминает о том, что многочисленные аналогии в способах рассуждения Платона и Аристотеля не должны позволить нам забыть о фундаментальном различии их подходов, которое в конкретных примерах приводит этих двух мыслителей к различным результатам. Речь здесь идет прежде все-

⁶⁶ Ibid. 87a16–25.

го о различии между “сущностью” и “эйдосом”. В следующем параграфе мы покажем, как это различие самым радикальным образом сказывается во взглядах Аристотеля на математику.

Наконец, что касается утверждения Аристотеля о вторичности всякого отрицания по отношению к некоторому утверждению, то заметим, что Аристотель не объясняет, в чем именно состоит эта вторичность, и каким именно образом некоторое утверждение влечет за собой ряд отрицаний. Здесь можно вспомнить собственные упреки Аристотеля в адрес Платона в том, что тот не объясняет, что такое “причастность” эйдосу и каким образом эйдосу можно “подражать”, допуская при этом большие или меньшие искажения оригинала. “Вторичность” отрицания у Аристотеля так же проблематична как и вторичность платоновского “призрака”. Таким образом, мы обнаруживаем у Аристотеля в другой форме ту же платоновскую проблему “ложного вида”, хотя Аристотель нигде не обсуждает ее так открыто, как Платон в “Софисте”.

3.4. СИСТЕМА ЭПИСТЕМ (СИСТЕМА ЗНАНИЯ)

3.4.1. Математика в системе эпистем

Теоретическое знание Аристотель делит на три раздела: “имеется три теоретических философии (φιλοσοφίαι θεωρητικάι): физика, математика и теология” (Met. 1026a19, 1064b2)⁶⁷. Теологию Аристотель иначе называет “первой философией” (например, *ibid.* 1026a17) или “наукой о сущности” (например, *ibid.* 997a10). Это та самая “онтологическая эпистема”, о которой мы говорили выше: “первая философия исследует сущее как сущее – что оно есть и что присуще ему как сущему” (*ibid.* 1026a31)⁶⁸. “Первая философия” есть первая эпистема: все остальные эпистемы, поскольку они имеют дело с сущим, зависят от результатов науки о сущности. Один важный результат науки о сущности мы уже упоминали выше – это выделение первичного смысла “бытия” как чтойности сущности и вторичных смыслов как разного рода свойств сущности.

Далее, физика изучает то, что “имеет начало движения в самом себе” (Met. 1064a31). Предмет физики, таким образом, является “самостоятельным” (χωριστόν – отдельным), и в то же время подвижным. Предмет математики в свою очередь является неподвижным

⁶⁷ В этой классификации эпистем, как мы видим, Аристотель не находит места для логики (аналитики). Как мы сами понимаем место логики у Аристотеля, мы уже говорили: так же как и “первая философия” логика имеет отношение к предмету всякой другой эпистемы, но в аспекте не существования, а значения (логоса, сказывания, смысла).

⁶⁸ Ср. также “Есть эпистема, которая рассматривает сущее как сущее и присущее ему само по себе” (Met. 1003a20).

(за исключением небесных тел, изучаемых астрономией), но, как полагает Аристотель, несамостоятельным, не могущим существовать самим по себе. Предмет же первой философии – если бытие можно назвать предметом – является и самостоятельным и неподвижным, будучи, таким образом, “божественным”⁶⁹. Итак, первая философия является первой среди наук (эпистем) и по ценности своего предмета⁷⁰. Предмет первой философии у Аристотеля обладает традиционными платоновскими достоинствами (верификаторами) – неподвижностью и самостоятельностью. Обе эти характеристики в принципе близки платоновской “тождественности” и могут рассматриваться как варианты последней. Нетрадиционность Аристотеля заключается здесь в том, что указанные характеристики по отношению к физике и математике выступают отдельно. Всякое движущееся для Платона несамостоятельно, так как оно предполагает то, что его движет, как нечто *иное*, и переход в *иное*. Аристотель рассматривает такую конструкцию как “самодвижущееся”, “имеющее начало движения в самом себе”, т.е. движущееся *в себе*, и, таким образом, находит возможность понимать движущееся как самостоятельное, что, с одной стороны, делает возможной эпистему о движущемся, а с другой стороны, неподвижность математических предметов, согласно Аристотелю, не может быть истолкована как самостоятельность⁷¹. На этом последнем вопросе мы остановимся подробнее.

Как мы помним, у Платона предмет математики является промежуточным на пути от догматически воспринимаемого предмета мнения к мыслящимся самими собой предметам разума – эйдосам. Путь, о котором идет речь, – это путь философа, научающегося

⁶⁹ “... физика занимается самостоятельным, но не неподвижным; математика обычно занимается неподвижным, но, по-видимому, не самостоятельным, а [находящимся] в [некоторой] материи [не рассматривая саму эту материю]; первая же философия занимается самостоятельным и неподвижным” (Met. 1026a14–17).

⁷⁰ “Если бы не было какой-либо другой сущности, кроме созданных природой, то физика была бы первой эпистемой. Но если есть неподвижная сущность, то [эпистема о ней] первее и составляет первую философию (Met. 1026a27–30); “достойнейшее [знание] должно быть о достойнейшем роде (ibid. 1026a21); “есть три рода теоретических эпистем: физика, математика и теология. Род теоретических эпистем – лучший, а из них – [эпистема], указанная в конце, ибо она занимается самым достойным из всего сущего, а лучшей или подчиненной всякая эпистема называется в зависимости от своего предмета” (ibid. 1064b1–6).

⁷¹ Отдельное рассмотрение Аристотелем “самостоятельности” и “неподвижности”, на котором основано его различие физики и математики, можно связать с отдельным рассмотрением Аристотелем вопросов “Что *есть*?” и “Что *есть* [это]?”, о котором мы говорили в предыдущем параграфе. Можно сказать, что физика в большей мере отвечает на первый вопрос, а математика на последний. “Первая философия” отвечает на оба эти вопроса зараз, но без той детализации, которая достигается в физике и математике.

мыслить – сначала рассудочно математические предметы, а затем разумно эйдосы. Учиться мыслить – значит учиться видеть не только “отблески” бытия в истинных мнениях, но само бытие. Математические предметы суть “отражения бытия лучшего качества”, чем предметы мнения, – научившись видеть математические предметы, нужно уже в них, а не в предметах мнения, искать чистое бытие. Это и делает Платон, рассматривая наряду с математическими числами и величинами эйдетические числа и величины, т.е. занимаясь тем, что мы выше назвали “математической диалектикой” (см. 2.5.2). Подчеркнем, таким образом, что и Платон не рассматривает математические предметы как полностью самотождественные и автономные: математические предметы для Платона не самостоятельны постольку, поскольку зависят от гипотез, на которых основывает свои выводы математика, а всякое принятие гипотезы, как простое *восприятие* мнения есть зависимость от иного. Тем не менее математические предметы для Платона более автономны, чем предметы мнения, так как принятая математическая гипотеза в отличие от воспринятого мнения предполагает относительно самостоятельную деятельность рассудка.

Вспомним теперь, что Аристотель имеет уже дело с той формой платонизма, которая возникла после “семантической нейтрализации” бытия, которую мы находим в платоновском “Софисте”. Согласно этой новой точке зрения, *есть* предметы мнения (в том числе, воспринимаемые чувствами), *есть* эйдосы и, наконец, *есть* математические предметы.

Таким образом, рассуждения Аристотеля о невозможности самостоятельного существования математических предметов нужно понимать двояко. Во-первых, (1) как критику платонизма, связанного с “семантически нейтральным бытием”. Во-вторых, как критику платонизма в его оригинальном виде, в рамках которого смысловой и бытийный аспекты предмета мысли не отличаются друг от друга. Рассмотрим две указанные стороны дела поочередно.

(1) Относящиеся сюда аргументы Аристотеля нужно понимать в контексте его рассуждений о невозможности отдельного существования эйдосов. Поскольку математические предметы суть у Платона своего рода пред-эйдосы, аргументы Аристотеля против отдельного существования математических предметов аналогичны соответствующим аргументам против отдельного существования эйдосов⁷². Одна группа аргументов против отдельного существования математических предметов основана на следующем соображении: если допустить, что наряду с чувственно воспринимаемыми телами существуют некоторые иные – а именно математические тела, то такого рода “умножение сущностей” можно будет продолжать и далее, что будет приводить, если и не к уходу в бесконечность, то во

⁷² Подробный разбор этих аргументов см. в [82].

всяком случае к “нелепому нагромождению” (Met. 1076b30). Так “если кроме чувственно воспринимаемых тел существуют другие тела, отделенные от них и первичные по отношению к ним, то ясно, что и кроме [чувственно воспринимаемых] плоскостей, существуют отделенные [от них] плоскости, и [так же] точки и линии ... Если так, то снова, помимо плоскостей, линий и точек математического тела, существуют другие отделенные [от них плоскости, линии и точки], ибо несоставное первичнее составленного, и если существуют не чувственно воспринимаемые тела, которые первичнее чувственно воспринимаемых, то на том же основании существуют и плоскости сами по себе, которые первичнее плоскостей неподвижных [т.е. математических] тел. У этих плоскостей снова будут линии, для которых на том же основании должны существовать другие первичные линии и точки, а для точек этих первичных линий – [еще] другие первичные точки, для которых уже нет первичных. Получается нелепое нагромождение... Которые из них изучает математика?” (Met. 1076b12–34). Каково то общее основание, которое, с одной стороны, относится к разделению тел, поверхностей, линий и точек на чувственно воспринимаемые и математические, а с другой – к различению поверхностей математических тел (т.е. границ математических тел) и “самостоятельных” поверхностей, и так далее? Это общее основание есть отделение от материи: математический предмет отделяется от чувственно воспринимаемого как от своей материи; таким же образом математическая поверхность отделяется от математического тела, которое она ограничивает, как от своей материи. Такого же рода нагромождение получается и по следующей причине: “... математики выставляют нечто общее помимо рассматриваемых здесь сущностей. Следовательно, это будет некая другая отдельная сущность, промежуточная между идеями и промежуточными [т.е. уже рассмотренными математическими предметами] – сущность, которая не есть ни число, ни точка, ни величина, ни время. Если это невозможно, то, очевидно, невозможно и существование предметов, отделенных от чувственно воспринимаемых” (ibid. 1077a8–15). Под “общим”, которое выставляют математики, Аристотель здесь, по всей видимости, подразумевает математические аксиомы, которые относятся как к числам, так и к геометрическим величинам, причем, как подчеркивает Аристотель, по отдельности, а не зараз. Другими словами, аксиомы относятся как к числам, так и к величинам (разных видов), а не к какой-то единой сущности. Как мы увидим ниже, в таком же духе Аристотель понимает и сами математические предметы – как некоторые общности, которые не есть реальные сущности. Таким образом, если нет нужды говорить об отдельном и самостоятельном существовании математических предметов, соответствующих общности аксиом, то нет нужды говорить и об отдельном и самостоятельном существовании каких бы то ни было математических предметов.

Не будет, конечно, удовлетворительным решением вопроса, если мы просто скажем, что математические предметы находятся в чувственно воспринимаемых вещах. Против этого Аристотель выставляет очень простой аргумент: "...в одном и том же месте два тела быть не могут" (ibid. 1076b0). Кроме того, здесь вообще никак не учтена специфика математических предметов – то же самое можно было бы сказать и о физических предметах. Однако они, согласно Аристотелю как раз являются самостоятельными, т.е. существует сам по себе, а не в чем-либо ином⁷³.

(2) Если о только что рассмотренных аргументах можно сказать, что они направлены против гипостазирования математических предметов и, таким образом, – на восстановление первоначального платонизма, то аргументы которые мы сейчас рассмотрим, направлены против платоновского понимания математического предмета в самой исходной его интенции. С тем, что математические объекты не являются полностью автономными согласился бы, как мы уже говорили, и Платон. Однако Аристотель спорит не только с тем, что математические предметы автономны, но и с тем, что математический уровень рассмотрения есть шаг на пути к рассмотрению автономного существования; с тем, что математические предметы заведомо более автономны и значит "более существуют" (существуют в более сильном смысле), чем чувственно воспринимаемые тела; с тем, наконец, что первичную автономию и первичное существование нужно искать где-то за математическими предметами, рассматривая вслед за Платоном "эйдетические числа" и "эйдетические величины".

Аристотелю представляется нелепым утверждение, что такие математические дисциплины, как астрономия и гармония (см. 2.6), рассматривают свой предмет вне всякого чувственного восприятия, несмотря на то что первоначально он дается всегда как чувственно воспринимаемый. Верхом нелепости Аристотель считает то, что при такого рода подходе *живое существо* (ζῷον) будет рассматриваться так же как и неживое⁷⁴ – геометрически человек и его тело тождественны, душа же человека не имеет, как считает Аристотель,

⁷³ "...на том же основании и другие способности и природы будут в чувственно воспринимаемом, и ни одна [из них] – отдельно" (ibid. 1076b1–2).

⁷⁴ "...предмет астрономии подобным образом существовал бы помимо чувственно воспринимаемого, как и предмет геометрии; но как это возможно для неба и его частей или для чего бы то ни было другого, чему присуще движение? Подобным образом дело обстояло бы с предметами оптики и гармоник: звук и вид были бы вне чувственно воспринимаемого и вне всякой [единичной] вещи. Тогда, очевидно, что [то же самое можно отнести] и ко всякому другому чувственному восприятию и ко всякому другому чувственно воспринимаемому (почему, в самом деле, к одним скорее, чем к другим?). Если так, то и, животные существовали бы отдельно от чувственно воспринимаемого" (ibid. 1077a2–9).

математического выражения⁷⁵. Далее, в математике начальным объектом является точка, за которой в порядке убывания смысловой и бытийной насыщенности следуют поверхность, линия и тело (см. ниже 4.2). В то же время души, сообщающие жизнь и единство, несколько мы знаем, бывают только в телах. Получается еще одна нелепость: последние по смысловой и бытийной насыщенности тела единственные могут обладать душой, т.е. быть живыми и едиными⁷⁶.

У Аристотеля есть и более строгие аргументы. Математические предметы у Платона обладают большей по сравнению с чувственно воспринимаемыми предметами мнения бытийной и смысловой наполненностью *зараз*: верификация чувственно воспринимаемого, приводящая на первом этапе к математическому, одновременно выделяет истинный смысл и истинное бытие, Аристотель настаивает на различении этих двух сторон дела – там, где они действительно различаются. Согласно Аристотелю, верификации, с помощью которых переходят от чувственно воспринимаемых предметов к математическим, имеют чисто семантический характер, и таким образом математические предметы обладают большей смысловой наполненностью, чем чувственно воспринимаемые, но не большей бытийной наполненностью. Более того, математические предметы обладают, по Аристотелю, *предельной* смысловой наполненностью, а именно красотой⁷⁷. Однако, говорит Аристотель, необходимо различать

⁷⁵ “Когда и почему математическая величина будет единой? Имеющиеся здесь вещи едины, по-видимому, благодаря душе, или части души, или чему-то другому – без этого они множественны и рассыпаны. Но по какой причине математические величины едины и сплочены будучи [как известно] делимыми и представляя собой количества?” (ibid. 1077a20–25).

⁷⁶ “...тело... более законченно и цельно [чем другие геометрические объекты], поскольку оно может быть одушевленным. Но как может быть одушевленной линия или плоскость?” (ibid. 1077a27–29).

⁷⁷ “Поскольку хорошее и красивое – разные вещи (ибо хорошее – всегда в практике, а красивое – в неподвижном [т.е. в математическом]), ошибаются те, кто утверждает, что математические эпистемы ничего не говорят о красивом и хорошем. [На самом деле] математические эпистемы говорят об этом и показывают это в наибольшей степени (μάλιστα): если они не называют это по имени, но показывают его действия (τὰ ἔργα) и смыслы (τὰ λόγους), это не значит, что они не говорят об этом. Основные же виды красивого это порядок (τάξις), симметрия (συμμετρία) и определенность (τὸ ὁρισμένον), и они в наибольшей степени показываются математическими эпистемами” (ibid. 1078a31–b2).

С нашей точки зрения, сказанное нужно понимать следующим образом. Аристотель полемизирует с теми мыслителями, которые не различают аккуратно красоту и благо и поэтому говорят, что если математика, будучи отвлеченной от проблем этики, не говорит о благе, то она не говорит и о красоте. Последующие возражения Аристотеля нужно понимать в том смысле, что математика, не говоря о благе, говорит о красоте, причем “в наибольшей степени”. Это подтверждается, во-первых, тем, что в самом начале Аристотель приписывает красоту “неподвижному”, которое он выше употребляет как си-

первичное по смыслу (τῷ λόγῳ πρότερον) и первичное по сущности (τῇ οὐσίᾳ πρότερον), а именно, “по сущности первичнее то, что взятое отдельно превышает [другое] по бытию (τῷ εἶναι), а по смыслу первичнее то, смысл чего предполагается смыслом [другого]” (ibid. 1077b3–5). Если вслед за Платоном говорить, что чувственно воспринимаемые фигуры есть “подобия” математических фигур (которые в свою очередь суть подобия соответствующих эйдосов), то такого рода первенство математических фигур перед чувственно воспринимаемыми нужно понимать как только первенство по смыслу, но не по сущности.

Выше мы говорили о том, что аристотелевское противопоставление “первичного для нас” “первичному по природе” (см. 3.2) проводит границу между философией Аристотеля и Платона. Последнее же противопоставление “первичного по смыслу” и “первичного по сущности” представляет собой еще более смелый шаг Аристотеля, порывающего с платоновским единством смысла и существования, бытия и логоса. Обратим внимание, что противопоставление “первичного для нас” “первичному по природе” делается внутри каждой данной эпистемы и связано с решением вопроса о том, что есть начало эпистемы, а что есть следствие начал: правильно установленные начала должны быть первичными “по природе”; то, что некоторые выводы, основанные на этих началах могли казаться нам ранее самоочевидными, не имеет значения, так как эта самоочевидность была только “для нас”, т.е. субъективной. Противопоставление же “первичного по смыслу” “первичному по сущности” имеет межэпистемический смысл и производится в рамках “первой философии”: это противопоставление связано с вопросом об онтологическом статусе данной эпистемы как целого и не связано с ее внутренними проблемами. Если внутри эпистемы ее начала берутся как первичные сущности, то теперь речь идет о том, чтобы взять всю эпистему в целом вместе с ее началами как теоретический логос и оценить онтологический статус этого логоса независимо от онтологических конструкций, построенных внутри самой этой эпистемы.

Каков же онтологический статус “математического логоса”? Аристотель оценивает его следующим образом. “Очевидно, что о

ноним “математического”, а благо относит к “подвижной” практике, и во-вторых, тем, что в последней фразе, он уже явно говорит только о красоте, но не о благе. Различение блага и красоты есть, конечно, следствие различения онтологии и семантики, бытия и логоса (см. ниже в тексте). Ср. также: “Нужно рассмотреть, каким способом имеет природа целого хорошее и наилучшее – как нечто отделенное и [существующее] само по себе или как порядок. Или же обоими способами, как в армии? Ибо здесь благо и в порядке, и в командире, но более [все же] в командире, так как не командир зависит от порядка, а порядок от командира” (ibid. 1075a10–15). В этом отрывке Аристотель как раз склоняется к тому, чтобы понимать благо онтологически как “командира”, а не семантически как “порядок”.

чувственно воспринимаемых величинах возможны рассуждения и доказательства не как о чувственно воспринимаемых, но как о величинах. Так же как есть многочисленные рассуждения [о движущемся] только как движущемся, отвлеченные от чуждоты каждой [конкретной движущейся вещи] и ее присоединенных [свойств], и из этого не [следует] необходимо, что существует некое движущееся, отделенное от чувственно воспринимаемого, или, что в чувственно воспринимаемом существует особая природа движущегося, так о движущемся будут и рассуждения и эпистемы не как о движущемся, но только как о теле или опять-таки – только как о плоскости, или только как о длине [т.е. линии], или как о делимом, или как о неделимом, имеющем положение [т.е. точке], или как о только неделимом [т.е. единице]. Поскольку безусловно правильно говорить, что существует не только отдельное, но и не отдельное, например движущееся, также безусловно правильно сказать, что существует математическое [т.е. математические предметы] и что оно такое, как о нем говорят [математики]. И поскольку и о других эпистемах безусловно правильно сказать, что они имеют дело с самим [своим предметом], а не присоединенным [к нему], (как, например, является присоединенным “белое”, если эпистема изучает здоровое и здоровое белое), если эпистема изучает здоровое, то она имеет дело со здоровым; если человека – то с человеком, но также [обстоит дело] и с геометрией. Если математические эпистемы имеют дело с чувственно воспринимаемым [только] как с присоединенным [...], то это не означает ни того, что математические эпистемы познают чувственно воспринимаемое, ни того, конечно, что они познают другое, отделенное от чувственно воспринимаемого.

Вещам присуще множество присоединенных самих по себе свойств как таковых, например, животное [можно рассматривать только] как “женское” или как “мужское”: “женское” и “мужское” суть собственные свойства животных, и не существует такого “женского” и “мужского”, отделенного от животных. Поэтому [вещь можно рассматривать] и как только “длину” [т.е. линию] и как только плоскость. И чем предмет эпистемы первичнее по смыслу и проще, тем большей эпистема обладает точностью (ибо точность есть простота). Следовательно, эпистема, предмет которой не имеет величины [т.е. арифметика], точнее эпистемы, предмет которой имеет величину [т.е. геометрии], и [в целом] самой точной эпистемой будет та, предмет которой неподвижен [т.е. математика]. ... Каждая [вещь] полагается в теории наилучшим образом, если то, что не отделено [т.е. не существует] отдельно от всей вещи], полагается отдельным: именно это делает арифметик и геометр. Человек как человек един и неделим. Арифметик полагает человека единым и неделимым и затем рассматривает [вопрос о том], имеет ли человек какое-нибудь свойство как неделимый. Геометр же полагает человека не как человека и не как неделимого, но как [делимое] тело. Ведь ясно, что то, что было бы присуще

человеку, если бы он не был неделим, может быть присуще ему помимо человечности и неделимости. Поэтому геометры правильно рассуждают, и [действительно] рассуждают о существующем, и существующее [о котором они рассуждают, действительно] существует [строго в указанном выше смысле]” (ibid. 1077b20– 1078a30). То что излагает здесь Аристотель, есть его *теория абстракции*⁷⁸.

Согласно этой теории, начальные объекты эпистемы, которые в рамках самой эпистемы рассматриваются как первичные сущности, в безусловном смысле первичными сущностями не являются, а так же как и вторичные объекты эпистемы являются вторичными сущностями, т.е. свойствами, присущими самими по себе первичным сущностям в безусловном смысле, Аристотель делает этот вывод, говоря не только о математике (хотя о ней он говорит подробнее всего), но упоминая и медицину и вообще называя абстракцию лучшим способом теоретического рассмотрения всякой вещи. Этот вывод верен по отношению к любой эпистеме, кроме “первой философии”: только эта эпистема непосредственно имеет дело с единственной безусловно первичной сущностью, которую Аристотель называет “умом” (νοῦς) (см. 3.4.3). Что же касается вопроса об онтологическом статусе математических предметов в его исходной постановке, а именно вопроса о сравнении онтологических статусов чувственно воспринимаемых и математических предметов, то Аристотель на основании своей теории абстракции не имеет оснований вслед за Платоном ставить онтологический статус математических предметов выше онтологического статуса чувственно воспринимаемых предметов. Аристотель делает следующий вывод: “...математические [предметы] суть сущности не в большей мере, чем [чувственно воспринимаемые] тела; они первее чувственно воспринимаемых [предметов] не по бытию, а только по смыслу” (ibid. 1077b12–13).

3.4.2. Структура математики

Аристотель самостоятельно объясняет внутреннюю структуру математики, хотя его объяснение легко понять как тождественное платоновскому. Аристотель говорит сначала о том, что “эпистема не имеющая дела с субстратом точнее и первичнее знания, имеющего дело с субстратом, например арифметика точнее и первичнее гармонии” (An.Post. 87a32). Субстрат здесь – это платоновская материя, инаковость. Заметим, что здесь идет речь о первенстве только “по логосу”, а не “по сущности”, поскольку субстрат (ὑποκείμενον) у Аристотеля это одно из важнейших значений сущности. Далее Аристотель говорит: “эпистема [исходящая] из меньшего [числа начал],

⁷⁸ См. выше: “...полученное через абстрагирование (τὸ ἐξ ἀφαίρεσως) не является первичным” (ibid. 1077b9–11). Латинское “abstraho” есть традиционный перевод греческого “ἀφαίρεω”.

точнее и первичнее эпистемы, [исходящей из] дополнительных [начал], например арифметика точнее и первичнее геометрии. Под дополнительными [началами] я подразумеваю то, что, например, единица есть сущность без положения, а точка есть сущность с положением: это положение и есть дополнительное [начало] (ibid. 87a32–37). “Положение”, которое добавляется к единице, в результате чего получается точка, мы выше трактовали как “геометрическую материю” (см. 2.5.3). Таким образом, и здесь Аристотель остается в рамках платонизма, если не считать того момента, что Аристотель говорит о платоновской иерархии, как только смысловой (логической), но не онтологической. Можно сказать, что Аристотель, не изменяя платоновскую систематику математических дисциплин, интерпретирует ее в смысле, коренным образом отличном от платоновского, а именно в деонтологизированном сугубо логическом смысле. По всей видимости, это позволяет Аристотелю не считать квадривиум чем-то окончательным, а рассматривать его только как одну из возможных классификаций математических дисциплин. По крайней мере, Аристотель упоминает о математических дисциплинах, не входящих в квадривиум, например, о механике и оптике, не отказывая им в праве называться эпистемами⁷⁹.

Наконец, укажем на восьмую главу двенадцатой книги “Метафизики” (являющуюся чужеродной вставкой и помещенную в данном месте составителями “Метафизики” по весьма поверхностному совпадению тематики [78]), где Аристотель называет астрономию “математической эпистемой, самой родственной философии ... ибо она рассматривает чувственно воспринимаемую, но вечную сущность, тогда как другие математические науки, например арифметика и геометрия, не рассматривают никакой сущности” (1073b5–9). Это замечание Аристотеля интересно тем, что здесь он прямо противоречит Платону, для которого астрономия находится внизу иерархии квадривиума, а ближайшей к диалектике, и значит, к истинной философии, оказывается арифметика. Аргументация Аристотеля здесь в целом понятна и соответствует изложенным выше взглядам Аристотеля на математику, хотя и проходит мимо тех тонкостей теории абстракции, которые мы разбирали. Астрономия интересна Аристотелю, по-видимому, тем, что она сочетает в себе точность математики и онтологичность физики, представляя собой, таким образом, своего рода “математическую физику”. Впрочем это совмещение точности и онтологичности на деле проблематично, так как математическая точность астрономии так же как и вообще математическая точность требует, согласно самому Аристотелю, абстрагирования, а онтологичность физики, напротив, – понимания астроно-

⁷⁹ В.Г. Моров [90] высказал предположение о том, что систематика математических дисциплин, которую Прокл приписывает Гемину (см. 2.6), основывается на перипатетических взглядах.

мических предметов (небесных светил) как безусловно первичных сущностей, что идет вразрез с требованием абстрагирования от этих первичных сущностей. В этом смысле астрономия как “математическая физика” может представлять собой только некий компромисс между математикой и физикой – между требованиями точности и онтологичности – но не их синтез. Тем не менее перед нами яркий пример того, как подход Аристотеля приводит к иным приоритетам в математике по сравнению с платоновскими.

3.4.3. Ум

Как мы только что видели, эпистемические начала, которые в самой эпистеме, началами которой они являются, рассматриваются как первичные сущности, с более широкой точки зрения предстают как вторичные сущности, а именно абстрагированные свойства, присоединенные сами по себе к некоторой первичной сущности⁸⁰. Только постольку, поскольку такая первичная сущность единственна, можно говорить о *системе* эпистем (системе знания) как о некотором единстве. Такую безусловно первичную сущность Аристотель и называет “умом” (νοῦς). В “Аналитиках” Аристотель говорит об уме следующее: “Поскольку ... нет более точного чем эпистема рода кроме ума, а начала доказательств более известны [чем то, что доказывається], и всякая эпистема [действует] через рассуждение, не существует эпистемы о началах. Поскольку невозможно чему-либо быть более истинным, чем эпистема, кроме ума, [именно] ум будет [мыслить] о началах. Это видно также из того, что начало доказательства не есть доказательство и начало эпистемы не есть эпистема. Так как нет другого рода кроме эпистемы, имеющего истину, [именно] ум будет началом эпистемы. И он будет началом [всякого] начала подобно тому, как все начала [суть начала] всех вещей” (An. Post. 100b8–16).

Начнем с последнего утверждения (о том, что ум является “началом начал” и далее). Как мы говорили (см. 3.3.2), эпистемические начала могут быть двух видов – начальные объекты, т.е. то “о чем” эта эпистема, и аксиомы, “из” которых ведется всякое эпистемиче-

⁸⁰ Как мы видели выше, Аристотель не только описывает математические предметы как абстрактные, но и говорит о том, что абстракция является методом всякого теоретического исследования. Хотя физика в отличие от математики не может пользоваться абстракцией неограниченно, и, более того, как мы выше сказали, абстракция противоречит основной цели физики, последняя все равно не может полностью избавиться от абстракции, оставаясь теоретической наукой. В некотором смысле пользуются абстракцией и логика, и “первая философия”, хотя в этих случаях уже нельзя говорить об абстрагировании свойства от сущности. “Первая философия” рассматривает каждое сущее только как *сущее*, совершенно отвлекаясь от вопроса о том, что оно есть. Логика рассматривает каждое сущее только как *сказываемое*.

ское доказательство. Сначала рассмотрим аналогию, которую здесь предлагает Аристотель, понимая эпистемические начала как начальные объекты. В этом смысле аналогия понятна: так же как всякий эпистемический объект есть некоторый момент начального объекта этой эпистемы, так же и всякий начальный объект есть момент ума как безусловно первичной сущности. Если же эпистемическое начало, о котором здесь говорит Аристотель, есть аксиома, то эта аналогия имеет другой смысл. Аксиома (например, совершенный силлогизм) есть логическое начало доказательства, т.е. универсальный деонтологизированный логос, выявляющий всякую первичную сущность, именно всякий начальный объект всякой эпистемы. Аксиома относится к эпистемическому объекту как логос, который связывает этот объект с другими объектами, показывая этот объект как момент начального объекта. Аналогичным образом, ум сам своим же, а не каким-то “посторонним” логосом показывает, что все эпистемические начальные объекты суть моменты его же самого. Таким образом, ум есть и первичная сущность и одновременно логос, абсолютно совпадающий с этой сущностью. Собственно говоря, мы уже пришли к границе аристотелевской аналогии, и нам теперь необходимо строго различить способ отношения ума к эпистемическим началам от способа отношения эпистемических начал к эпистемическим объектам. На то, что эти отношения различны, Аристотель, как мы только что видели, указывает совершенно недвусмысленно: “...не существует эпистемы о началах”. То есть было бы совершенно неверно сказать, что имеется некоторая сверх-эпистема, началом которой является ум (или которая есть ум) и которая имеет начала прочих эпистем в качестве своих эпистемических объектов: ведь начала эпистемы не доказываются не только в рамках той эпистемы, началами которой они являются, но и вообще не доказываются. Хотя всякая эпистема уточняет чуждость своих начальных объектов, и хотя начальные объекты познаются “сами по себе”, нельзя сказать, что эпистема это самостоятельное разворачивание ее начальных объектов, так как для этого разворачивания требуются еще и аксиомы. Ум же разворачивает эпистемические начала в самом строгом смысле сам из себя и, таким образом, это разворачивание не есть доказательство. Хотя мы и говорили о том, что в начальных объектах бытие и логос совпадают (сущность совпадает со своей чуждостью), это совпадение на самом деле является условным уже потому, что сами эпистемические начала разделяются на онтологические (начальные объекты) и логические (аксиомы). Ум же есть безусловное совпадение бытия и логоса. Когда мы говорили о том, что Аристотель порывает с платоновским единством бытия и логоса, это, таким образом, не нужно понимать так, что Аристотель порывает с единством бытия и логоса *вообще* (это привело бы к релятивизму и сделало бы бессмысленными всякие разговоры о бытии), но нужно понимать так, что Аристотель порывает

именно с *платоновским* единством бытия и логоса, различая бытие и логос там, где их не различает Платон. Совпадение бытия и логоса, без которого была бы бессмысленна и бессодержательна всякая эпистема, Аристотель и называет умом: "...ум мыслит самого себя" (Met. 1074b34) посредством только самого себя, и это мышление самого себя и есть ум. Всякое эпистемическое рассуждение так же как и всякая сущность, к которой относится это рассуждение, есть некоторый момент ума, который есть вместе "первичная сущность" и "первичный логос"; именно деятельностью ума⁸¹ в конечном счете для Аристотеля оправдывается всякая эпистемическая деятельность как в онтологическом, так и в логическом плане. Точнее будет сказать, что ум у Аристотеля есть *не* сущность и *не* логос, а чистая самостоятельность, благодаря которой возможен "логос о сущем", т.е. возможна теория и возможно сущее, к которому относится эта теория.

⁸¹ "Деятельность" (ἐνέργεια) есть, по Аристотелю, важнейшее значение "сущности", которое он рассматривает в рамках "первой философии". Когда мы говорим о деятельности ума, это, таким образом, нужно понимать так, что ум и есть эта деятельность. Подробный анализ аристотелевского понятия деятельности выходит за рамки настоящей работы.

4.1. НАЗВАНИЕ

Не претендуя на систематический анализ термина “*στοιχεῖα*” (начала), сделаем необходимые замечания относительно названия труда Евклида. Обыденное значение слова “*στοιχεῖον*” – это “буква” (с точки зрения ее звукового достоинства), звук речи” [66]. Таким образом, “Начала” Евклида – не что иное, как “азбука” всякой математической эпистемы или даже вообще всякой эпистемы – если вслед за Платоном не рассматривать других специальных эпистем, кроме математических. Об этом совершенно определено говорит Прокл: «...как то, что называется “буквами” (*στοιχεῖα*), суть первичные, простейшие и неделимые начала (*ἀρχαί*) письменной речи, и из них состоит всякое слово и всякая речь, так же и в геометрии в целом есть некоторые предварительные теоремы, содержащие начальные рассуждения для последующего, распространяющиеся на все и дающие доказательства для многих частных случаев (*συμπλόματα*), которые называются “началами” (*στοιχεῖα*)» (72. 6–13); «Начав с начал (*στοιχεῖα*), мы сможем познать и другие части этой науки [т.е. геометрии], тогда как без начал многообразие этой науки было бы для нас невозможным, и всякое другое знание было бы [также] неприступным, поскольку в началах в надлежащем порядке собраны самые основные и простейшие теоремы, тесно связанные с первичными гипотезами, тогда как другие доказательства пользуются началами как [ранее] известными и из них исходят. Именно так Архимед в [сочинениях] “О шаре” и “О цилиндре”, Аполлоний и все остальные очевидным образом пользуются доказанными здесь [т.е. в “Началах” Евклида] вещами как признанными началами (*ἀρχαί*)»¹ (71. 9–21). О том же самом читаем у Аристотеля: “первичные доказательства, входящие в состав большого числа доказательств, называют элементами (*στοιχεῖα*) доказательства” (Met. 1014b0).

¹ Прокл приводит также некоторые дополнительные подробности, связанные с термином “*στοιχεῖα*”. Подробный обзор этого материала можно найти у Хиса [19, вводная статья].

4.2. ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРВОЙ КНИГИ

Как мы говорили в параграфе 2.6, несмотря на то что арифметика у Платона “первее” геометрии, именно геометрию следует считать “самой математической” из всех математических дисциплин квадривиума. Поэтому Евклид начинает именно с геометрии. В первой книге “Начал” даются основные определения для всей геометрической теории Евклида. Определения других геометрических книг “Начал” носят более специальный характер и относятся только к материалу, изложенному в этих книгах. Основные арифметические определения даны в седьмой книге. Как мы сейчас увидим, все определения первой книги, кроме последнего (23 – определение параллельных прямых), образуют стройную систему, распознать которую позволит выделенная нами у Платона логическая процедура “верификации”. Об определении параллельных мы скажем особо.

Полностью схема верификаций, приводящая к определениям 1–22 первой книги, довольно громоздка, поэтому мы начнем ее рассматривать по частям.

Сначала рассмотрим определения 1–3, 5, 6² где определяются точка, линия и поверхность.

1. Σμεῖον ἐστὶν, οὗ μέρος οὐθέν.

Точка есть то, в чем нет [никакой] части.

2. Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.

Линия – длина без ширины.

3. Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.

Края линии – точки.

5. Ἐπιφανεία δὲ ἐστὶν, ὃ μῆκος πλάτος μόνον ἔχει.

Поверхность есть то, что имеет только длину и ширину.

6. Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.

Края поверхности – линии.

Эти определения для полноты картины нужно дополнить определениями 1 и 2 одиннадцатой книги, где определено *тело*, т.е. геометрический объект трех измерений.

11.1. Στερεόν ἐστὶ τὸ μῆκος καὶ πλάτος καὶ βάθος ἔχον.

Тело есть то, что имеет длину, ширину и глубину.

11.2. Στερεοῦ δὲ πέρας ἐπιφανεία.

Край тела – поверхность.

Определений здесь больше чем определяемых объектов по следующей причине: точка, линия и поверхность определяются дважды: один раз “по природе” или “сами по себе” (определения 1, 2, 5, 11.1),

² Определения первой книги “Начал” мы указываем по их номерам без указания номера книги. Определения других книг указываются следующим образом: сначала идет номер книги, затем через точку – номер определения.

а второй раз “для нас” или “через иное” (определения 3, 6, 11.2). То, что эти последние определения являются именно определениями “для нас”, мы знаем по прямому указанию Аристотеля (Тор. 141b15–26). Тут же Аристотель говорит о том, что такие определения не дают чтойности определяемого, т.е. не являются определениями в полном смысле слова³. Заметим, что и с точки зрения “эйдетического регулятивного принципа” подлинным является только определение объекта “самого по себе”, а не “через иное” (см. 2.4). Впрочем “для нас”, т.е. для предварительного знакомства с определяемым объектом, такие определения весьма полезны: чтобы как следует понять определения точки, линии и поверхности “по природе” (1, 2, 5) весьма полезно иметь предварительное представление об этих объектах, даваемое определениями “для нас” (3, 6, 11.2), а именно, что поверхность есть край тела, линия – край поверхности, а точка – край линии. Без определений “для нас” определения “по природе” могут остаться просто непонятыми или неверно понятыми. Интересно, что Евклид, развивая в общем эпистему в порядке “по природе”, как это необходимо, пользуется одновременно и порядком “для нас” как вспомогательным средством. Строго говоря, определения “для нас” 3, 6, 11.2 могут быть отброшены, однако наличие этих определений делает эпистему более понятной⁴. Эти определения остаются понятными и для современных “нас”, и потому каждое из этих определений отдельно не требует комментария.

С современной точки зрения рассматриваемая система определений является совершенно естественной в смысле определяемых объектов (точка, линия, поверхность, тело), причем их определения “по природе” и их определения “для нас” могут с этой точки зрения рассматриваться как основанные на неких несовершенных прототипах современных понятий размерности линейного пространства и топологической размерности соответственно. В этом смысле вся эта система определений, с одной стороны,

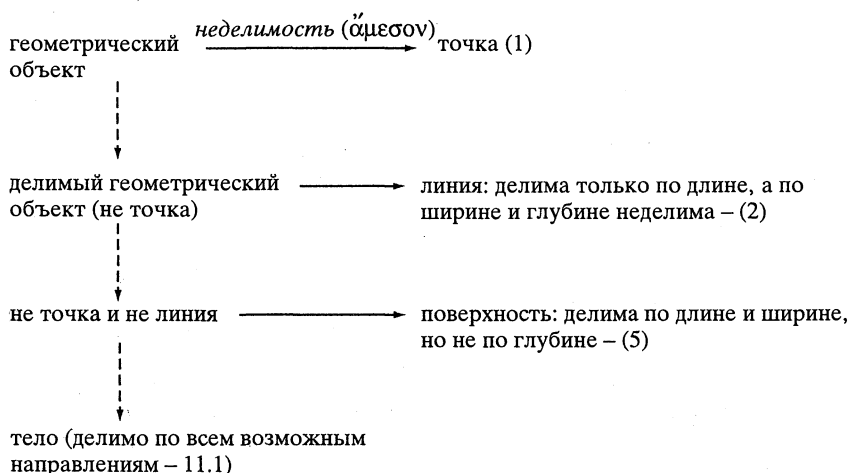
³ «Безусловно лучше пытаться познавать последующее через первичное [по природе], так как это более эпистемично. Для тех же, кто неспособен познавать через первичное, необходимо строить рассуждение через известное им. Среди таких [основанных на рассуждениях через известное “для нас”] определений есть определения точки, линии и плоскости, в каждом из которых первое [по природе] выясняется через последующее [по природе]: говорится, что точка есть край линии, линия – плоскости, а плоскость – тела. Не следует забывать, что определяющие таким образом не могут выяснить чтойности бытия определяемого» (Тор. 141b15–24). Аристотель здесь, как мы видим, не различает плоскость и поверхность. Таким же образом дело обстоит и в тех отрывках из “Метафизики”, которые мы цитировали в 3.4.1.

⁴ Напомним, что с точки зрения аристотелевской эпистемологии *всякие* определения (поскольку они противопоставляются доказательствам) необходимы только “для нас”, но не “по природе”: аристотелевская эпистема “по природе” вовсе не нуждается в определениях. В данном же случае речь идет о границе между “для нас” и “по природе” уже внутри определений.

представляется для прогрессистской истории математики (см. Введение) достаточно прозрачной. С другой стороны, замечают, что все указанные определения, так же как и некоторые другие определения “Начал” (например, определение прямой 4 или определение единицы 7.1) не используются ни в одном доказательстве (в том смысле, что там фигурируют только определяемые в таких определениях термины, но не правые части этих определений), и на этом основании такие определения квалифицируют как только “описательные” [70], т.е. не имеющие собственно теоретического значения и служащие только для внетеоретической наглядной иллюстрации того, о чем идет речь. С этой точки зрения строгий подход состоит в том, чтобы вообще отбросить определения указанного типа, а те из определяемых ими объектов, которые фигурируют в формулировках и доказательствах теорем, объявить “начальными неопределяемыми объектами” и задать все необходимые для доказательств отношения начальных объектов к другим объектам через аксиомы (когда в качестве другого объекта выступает также начальный объект) и через определения других объектов через начальные объекты. Именно это попытался сделать в “Основах геометрии” Гильберт [63].

Попробуем, однако, посмотреть на евклидовы определения с точки зрения той теории определения, которую мы нашли у Платона (гл. 2). Определения “для нас” 3, 6 и 11.2 мы вслед за Аристотелем будем считать действительно вспомогательными. Однако эксплицированное нами понятие “верификации” позволяет иначе отнестись к “природным” определениям 1, 2, 5 и 11.1.

Именно эти определения можно получить с помощью следующей цепочки верификаций (верификатор везде тот же, что и в первой верификации):



Таким образом, мы имеем здесь следующую цепочку искажений (сверху вниз, см. 2.4.3)

точка (1)

линия (2)

поверхность (5)

тело (11.1).

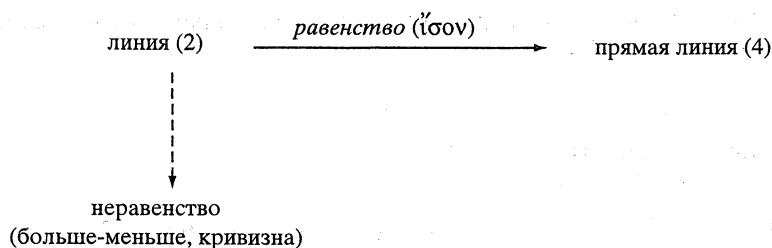
Смысл верификатора “неделимость” мы обсуждали в 2.5.1. Заметим, что исходный термин рассмотренной системы верификаций “геометрический объект” не определяется как математический термин: вопрос о том, что такое геометрический объект вообще, не является математическим вопросом (см. 2.5).

Если рассмотренная система определений представляется для современной прогрессистской истории математики, как мы уже сказали, достаточно прозрачной, хотя и имеющей только “описательный” характер, то смысл определения прямой линии:

4. $\epsilon\upsilon\theta\epsilon\iota\alpha$ γραμμὴ ἐστίν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ’ ἑαυτῆς σημείοις κεῖται —

Прямая линия есть та, которая лежит точками равно по отношению к себе —

представляется для нее поистине загадочным. Та как это определение также не используется у Евклида в следующих ниже доказательствах, прогрессистская история математики равным образом рассматривает это определение как “описательное”. Трудность, однако, состоит в том, что как раз *описательный* смысл этого определения остается неясным. Историки математики долго ломали голову над тем, какой именно наглядный образ имеет в виду Евклид, предлагая то ставить прямую вертикально, то класть ее горизонтально, то смотреть вдоль прямой, то двигать прямую вдоль самой себя. Разумеется, оказывается непреодолимой проблема адекватного перевода этого определения [19]. С нашей точки зрения тут не верна сама посылка: смысл этого определения на самом деле вовсе не является сугубо наглядным. Напротив, это определение так же как и аналогичное ему определение плоскости 7 имеет строгий логический смысл, причем “наводящим” моментом в этом определении служит не какой-то специальный наглядный образ, помимо собственно образа прямой линии, а скорее обыденное словупотребление: так и в современном русском языке о прямой линии говорят как о “ровной” линии. Строгий же, даже, если угодно, формальный смысл этого определения следующий: *прямая линия есть линия, которой присуще равенство*. Иными словами, здесь подразумевается следующая верификация:



Использованный здесь верификатор “равенство” является основным математическим верификатором: его смысл мы подробно обсуждали в параграфе 2.5.1. Напомним, что математика вообще определяется “равенством” в самом общем смысле: всякий математический объект понимается как равный, но не тождественный себе. Такое употребление верификатора “равенство” можно назвать внешнематематическим. Теперь мы говорим о применении этого же верификатора внутри математики и речь идет о равенстве себе математических объектов в различных специальных смыслах: конечно, всякая линия равна себе как некоторый математический объект, однако прямая линия в отличие от кривой равна себе и *как линия*. В соответствии со смыслом процедуры верификации, прямая линия здесь рассматривается как “правильная линия”, или “линия в собственном смысле слова”, тогда как всякая кривая линия рассматривается как “искривленная”, т.е. как искаженная тем или иным образом прямая линия. Этому отвечает сам греческий термин “εὐθύς” (εὐθεία – прямая), одно из значений которого – “правильный, справедливый” [66]. Значения “прямой” в смысле “правильный” и “кривой” в смысле “искаженный, неправильный”, существуют и в современном русском языке⁵.

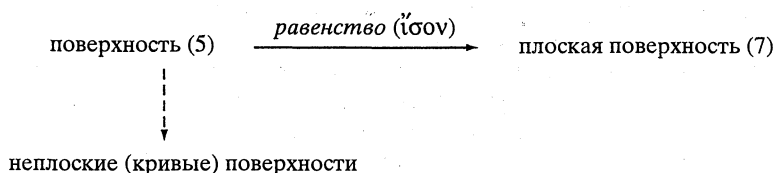
“Точки” упоминаются в этом определении как “образующие” линии, т.е. прямая линия определяется поточечно. Альтернативная точка зрения, согласно которой точки, упоминаемые в определении 4, суть концы линии (отрезка) [19], отбрасывается в результате сравнения этого определения с определением плоскости:

7. Ἐπιπέδος ἐπιφανεία ἐστίν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ’ ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

Плоская поверхность есть та, которая лежит прямыми равно по отношению к себе.

⁵ С одной стороны, античное представление о “правильности” геометрических объектов в непосредственном виде не играет никакой роли в современной геометрии, где прямая линия и разнообразные кривые линии рассматриваются как равноправные объекты, обладающие своими специфическими свойствами. С другой стороны, античная “правильность” может быть в каждом конкретном случае выражена как современная “симметричность”, которая с XIX в. и до сих пор играет важную роль в математике прежде всего благодаря связи с теоретико-групповыми методами [58, 52, 75].

Здесь уже “прямые” не могут быть ничем иным, кроме как образующими, и поскольку это определение полностью аналогично определению 4, мы можем с уверенностью понимать точки, упоминаемые в 4, тоже как “образующие”. Определение 7 основывается на следующей верификации:



Заметим, что “равенство” согласно этому определению присуще плоской поверхности двояким образом: во-первых, здесь речь идет о том, что образующей плоскости является прямая, которой равенство присуще по определению 4, и, во-вторых, о том, что плоскость “равно лежит по отношению к себе” своими образующими, аналогично тому, как прямая “равно лежит по отношению к себе” своими точками.

Далее нам необходимо принять во внимание определения 8, 13 и 14:

8. Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἀπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κεκμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

Плоский угол есть наклонение друг к другу двух линий, касающихся друг друга в плоскости, но не лежащих по одной прямой.

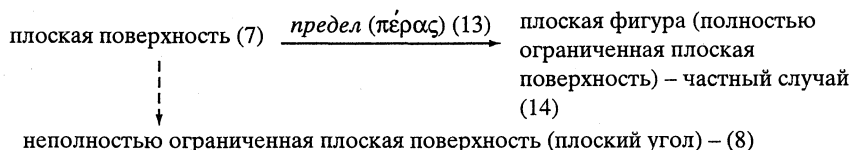
13. Ὁρος ἐστὶν, ὃ τινός ἐστι πέρας.

Граница есть некоторый предел.

14. Σχήμα ἐστὶ τὸ ὑπὸ τινος ἢ τινῶν ὁρῶν περιεχόμενον.

Фигура есть то, что охватывается некоторой или некоторыми границами

и рассмотреть следующую верификацию:



Здесь уместно напомнить, что такие объекты как бесконечная прямая или бесконечная плоскость, рассматриваемые в современной элементарной геометрии, в античной геометрии вообще не рассматриваются, так как представляются “неопределенностями”⁶. Тем

⁶ “[В математике] величина и число рассматриваются не как величина и множество вообще, а каждый раз как нечто ограниченное (ὁρισμένον – определен-

не менее античная геометрия имеет дело с углами: хотя угол не является ограниченной плоской фигурой в смысле определения 14, угол имеет некоторую форму, которая задается его границами. На трудность, связанную с тем, что угол, с одной стороны, является “плоским” и имеет некоторую форму, но, с другой стороны, не является плоской фигурой, указывает Прокл, передавая нам имевшую место в академии дискуссию по вопросу о том, чем является угол – “качеством”, “величиной” или “отношением”. (Прокл считает, что евклидово определение угла 8 соответствует последнему варианту ответа.) Итак, плоскости делятся на полностью ограниченные (определенные) плоские *фигуры* и неполностью ограниченные (неполностью определенные) *углы* – повторяем, что “полностью неограниченная” бесконечная плоскость является для Евклида “полностью неопределенным” объектом и потому не рассматривается.

Как мы указали, в рамках только что рассмотренной верификации возникает только частное значение термина “фигура”, определенного в 14; 14 определяет не плоскую фигуру, а фигуру вообще. Формально фигурой в смысле 14 является, согласно определению 3, всякая незамкнутая линия, в том числе и прямая линия⁷. Конечные замкнутые линии также в некотором смысле ограничены – в современной терминологии “компактны” [77]. Бесконечных линий Евклид не рассматривает. Так как всякая линия таким образом является для Евклида ограниченной, ему не нужно для определения эйдоса линии специально верифицировать линию по “пределу” и достаточно верифицировать ее по “равенству”, получая “прямую линию” (опр. 4). Неплоских двумерных фигур Евклид также не рассматривает. Таким образом, определение фигуры закономерно появляется впервые именно после определения плоской поверхности, причем главной мотивировкой введения этого определения – необходимость рассмотрения наряду с плоскими (ограниченными) фигурами плоских углов. Термин “фигура” в значении, отличном от “плоской фигуры”, Евклид использует в определениях различных “тел” в одиннадцатой книге.

ное): неограниченное ($\tau\acute{o}\nu \alpha\lambda\epsilon\iota\rho\alpha\nu$ – неопределенное) эпистемы отбрасывают, поскольку ни та ни другая неограниченность [т.е. как бесконечно большое, так и бесконечно малое] не охватывается знанием” [Proclus 36. 3–8]. Поэтому определение прямой линии 4 это, собственно говоря, определение отрезка – ср. определение 3.

⁷ Насколько можно судить по источникам, ни Евклид, ни другие античные математики не использовали термин “фигура” применительно к линиям. Это, однако, на наш взгляд, не противоречит возможности формального распространения термина “фигура” на линии в соответствии со строгим определением этого термина. Таким же образом и при теоретико-множественном подходе “геометрической фигурой” в строгом смысле называют любое “множество точек”, и в то же время никакой математик не будет без специальных оговорок называть фигурой точку. Если же это необходимо по формальным соображениям, тот же математик спокойно включит в определение фигуры и “пустое множество”.

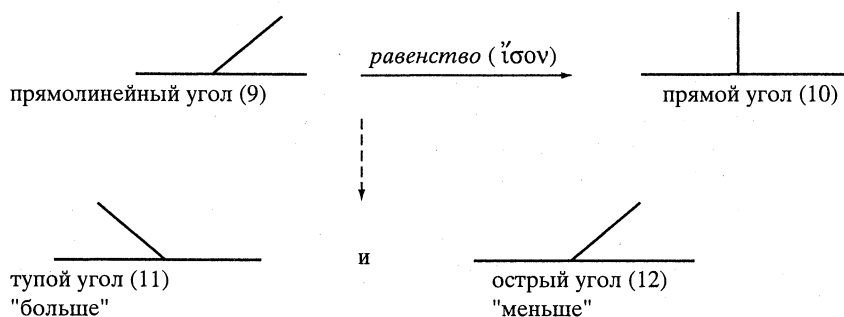
Определение 13 носит вспомогательный характер и является определением “для нас”, так же как определения 3, 6 и 11.2. Оно связано с этими последними определениями и чисто терминологически, поскольку в каждом из определений 3, 6, 11.2 участвует термин “*πέρας*”. В то же время вряд ли стоит считать определение 13 “номиналистическим”, т.е. понимать его как указание на специальное использование термина “*ὄρος*”, тем более, что термин “*πέρας*” отнюдь не является более узким по содержанию. Отождествляя термин “*ὄρος*” в его специальном значении границы геометрической фигуры с термином “*πέρας*”, Евклид не сужает, а скорее, наоборот, расширяет или, точнее, обогащает его смысл, вводя связанный с термином “*πέρας*” мощный смысловой пласт, простирающийся в глубь истории вплоть до ранних “физиологов”. Определение 13 не указывает на специальное значение термина “*ὄρος*”, а позволяет осмыслить уже существующий специальный термин в философском контексте: именно данное в этом определении отождествление границы геометрической фигуры с *пределом* позволяет нам рассматривать следующее определение геометрической фигуры 14 как основанное на верификации по этому фундаментальному верификатору.

Прежде чем пойти дальше, обратим внимание на один важный момент в определении плоского угла 8: угол здесь с самого начала определяется в ситуации, когда, как мы теперь говорим, имеются *смежные* углы. Имея это в виду, рассмотрим теперь определения 9–12, в которых Евклид дает классификацию плоских углов:

9. Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ εὐθεῖαι ᾧσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.
Когда линии, охватывающие угол, прямые, угол называется прямолинейным.
10. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ’ εὐθείαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὁρτὴ ἐκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστί, καὶ ἡ ἐφ’ ἐπ’ αὐτῇ εὐθεῖα κάθετος καλεῖται, ἐφ’ ἣν ἐφέστηκεν.
Когда [одна] прямая, поставленная на [другую] прямую образует рядом равные друг другу углы, каждый из [этих] равных углов есть прямой, а восстановленная прямая называется перпендикуляром к той, на которой она восстановлена.
11. Ἀμβλεία γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὁρθῆς.
Тупой угол есть больший прямого.
12. Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὁρθῆς.
Острый угол есть меньший прямого.

Переход от 8 (плоский угол, т.е. угол, сторонами которого являются произвольные плоские линии) к 9 (прямолинейный угол, т.е. угол, сторонами которого являются прямые линии) вполне аналогичен переходу от общего определения линии 2 к определе-

нию прямой линии 4, поэтому мы не будем специально выписывать соответствующую верификацию и перейдем к определениям 10–12 различных видов прямолинейных углов. Эта широко употребляемая и по сегодняшний день классификация основывается на следующей верификации:



Как мы видим, применение “равенства” для определения прямого угла (и соответственно “неравенства” для определения острого и тупого углов⁸) существенно зависит от специфического определения плоского угла 8 в ситуации смежных углов. Отметим также то обстоятельство, что острый и тупой углы определяются здесь относительно не родового термина “прямолинейный угол”, а термина “прямого угла”, который является *эйдосом* данной верификации⁹. С определением такого типа мы уже встречались у Платона: разбирая диалог “Софист”, мы упоминали (см. 2.7.1) наряду с длинным родо-видовым определением софиста альтернативное равноценное определение софиста как “подражателя мудреца” (разумеется, это последнее определение можно считать равноценным родо-видовому только в случае, когда имеется родо-видовое определение мудреца). Таким же образом и здесь острый и тупой углы определяются как двоякого вида (в соответствии с платоновской “двойцей большого и малого”) искажения прямого, т.е. *правильного* угла. Соответствующий евклидов термин *ὀρθός* действительно имеет значение “правильный, справедливый” [66]¹⁰.

⁸ Ср. у Прокла: “Прямой угол определяется через равенство, тождество и подобие, а тупой и острый неопределенно полагаются через большее и меньшее, и в целом – через неравенство и инаковость” (131. 13–17). Обратим внимание на то, что, согласно Проклу, только прямой угол *определяется*, тогда как тупой и острые углы, будучи “неопределенностями”, только *неопределенно полагаются* (ἀορίστος ὑφίστημι).

⁹ Ср. “...прямой угол первичнее острого... по своему смыслу и определению” (Arist. Met. 1084b 7–8).

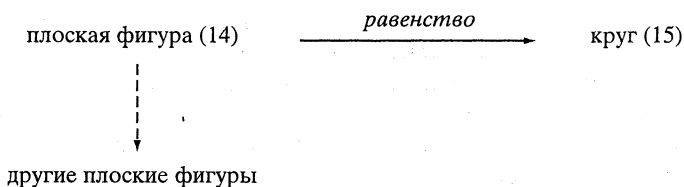
¹⁰ Напомним, что о “трех видах углов” упоминает Платон (Res. 510c), причем отдельно от “фигур” – см. цитату в начале параграфа 2.5.

Определение круга:

15. Κύκλος ἐστὶ οὐράνημα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾷ γραμμῇ περιεχόμενον, πρὸς ἣν ἅφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν¹¹.

Круг есть плоская фигура, охватываемая одной линией, [так-кая, что] все падающие на эту линию из одной точки, лежащей внутри этой фигуры, прямые равны друг другу.

Это определение возникает в результате верификации “плоской фигуры” по “равенству”:



В данном случае, как мы уже говорили, равенство (себе) круга выражается через равенство его радиусов. Почему именно круг оказывается самой “равной” фигурой, мы сможем уточнить чуть ниже. Впрочем то, что круг является самой “симметричной” плоской фигурой, с одной стороны, достаточно ясно интуитивно, а с другой стороны, этот факт может быть строго сформулирован в теоретико-групповых терминах¹².

Тот факт, что круг является эйдосом плоской фигуры, означает, что круг понимается здесь как “совершенная” фигура, “истинная” фигура, или “просто” (ἀπλῶς) фигура, т.е. фигура в собственном смысле слова¹³. Мы получили, таким образом, следующую цепочку уточнений (сверху вниз, см. 2.4.3):

поверхность (5)

плоская поверхность (7)

плоская фигура (частный случай 14)

круг (15).

¹¹ Здесь и далее при цитировании текста Евклида мы опускаем фрагменты, имеющиеся в рукописях, но признанные Гейбергом позднейшими вставками.

¹² Если с каждым правильным многоугольником связана конечная группа перестановок, то с кругом – бесконечная группа перестановок, причем группа перестановок каждого правильного многоугольника является подгруппой группы перестановок круга (поскольку каждый правильный многоугольник может быть вписан в круг).

¹³ Ср. у Прокла: “Круг есть самая первичная, самая простая и самая законченная фигура. Он превосходит все тела присущим ему простейшим порядком (τάξις) и все остальные плоские фигуры – [само]подобием и [само]тождественностью. Он аналогичен пределу, монаде и ряду лучших начал (ἀμείνων στοιχείων) в целом (146.23–147.5). “Στοιχεῖα” – пифагорейский термин, означающий упорядоченный набор начал, например набор пар противоположностей, о котором упоминает Аристотель в “Метафизике” (986a21–26). Ср. также (161.18), где Прокл называет круг началом (ἀρχή) всех фигур.

Если не принимать во внимание “эйдетический” смысл определения 15, оно будет выглядеть совершенно как современное “номиналистическое” определение. Единственным моментом, отличающим евклидово определение круга от современного, взятого из любого современного учебника геометрии (например: [49]¹⁴) является то, что Евклид отдельно выделяет определение центра круга:

16. Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.

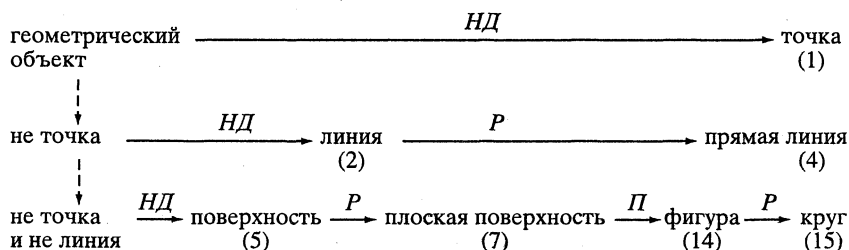
Эта [упомянутая в определении круга 1.15] точка называется центром круга,

тогда как в современных учебниках центр круга определяется вместе с самим кругом, поскольку правая часть определения центра все равно фигурирует (как и у Евклида) в определении круга. Это обстоятельство представляется на первый взгляд столь незначительным, что, насколько нам известно, историки математики никогда не обращали на него внимания. Чтобы показать, что на самом деле оно отнюдь не случайно, нам нужно принять во внимание еще следующее определение диаметра круга:

17. Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖα τις διὰ τοῦ κέντρου ἡγμένη καὶ περατομένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφέρειας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

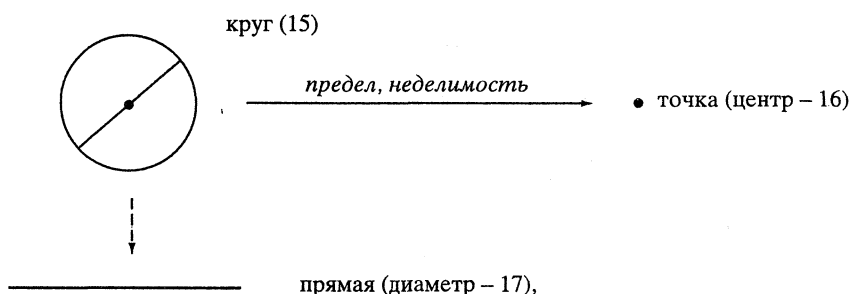
Диаметр круга есть всякая прямая, проходящая через центр и ограниченная с каждой стороны обводом круга [т.е. окружностью], которая делит круг надвое.

Чтобы объяснить “эйдетический” смысл определений 16 и 17 (и, в частности, необходимость 16 как отдельного определения), нам придется зайти несколько издалека и осмотреть всю структуру уже описанных верификаций. Выпишем эту структуру, опуская призраки верификаций, если они не служат начальными терминами новых верификаций (символ “НД” здесь обозначает верификатор “неделимость”, Р – “равенство”, П – “предел”):



¹⁴ Атанасян определяет не круг, а окружность, однако это несущественно.

Мы видим, что точка, прямая и круг занимают выделенные места на этой схеме: точка является эйдосом вообще всякого геометрического объекта, а прямая и круг – эйдосами первого и второго искажений точки – линии и поверхности (круг – в смысле соответствующей цепочки уточнений). При этом, как мы видим, точка, прямая и круг достаточно удалены друг от друга на схеме верификаций, т.е. их отношения опосредованы другими объектами. В связи с этим представляется естественным попытаться установить *непосредственные* отношения между точкой, прямой и кругом. Для этого служит следующая верификация:



которая и приводит к определениям 16 и 17. Прокл в связи с этой верификацией называет круг “разбросанным (размазанным) центром” (κεντρον διάσταν)¹⁵. Причиной такого размазывания является диаметр: наглядно можно представить себе как диаметр, вращаясь, “исходит” из неделимого центра, стремясь к неограниченному расширению (“беспредельное”), однако затем это расширение ограничивается окружностью, формируя таким образом круг¹⁶. Данная верификация выделяет в круге “неделимое начало”, а именно центр круга, и “делимое и беспредельное начало”, а именно диаметр круга. Итак, посредством введения специальных определений центра круга (16) и диаметра круга (17), Евклид устанавливает непосредственные отношения между точкой, прямой и кругом. Заметим, что это не могло быть сделано прямым образом, т.е. без рассмотрения специальных терминов “центр круга” и “диаметр круга”, так как это нарушило бы структуру верификаций и с формальной точки зрения привело бы к неоднозначности в определениях. В самом деле, структура верификаций должна быть строго древовидной: появление цикла означает появление альтернатив-

¹⁵ Оборачивающееся подражает неподвижному [центру, вокруг которого оно оборачивается], и [таким образом] круглое есть как бы размазанный центр” (154.19–21).

¹⁶ Этот образ служит Проклу для демонстрации его фундаментальной триады: μόνη (пребывание в единстве) – πρὸς ὅδῳ (выдвижение, разворачивание) – ἐπιτροπή (результатирующее сворачивание).

ных маршрутов, приводящих к одному и тому же определению, т.е. неоднозначность этого определения.

Следующее определение полукруга:

18. Ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ημικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν –

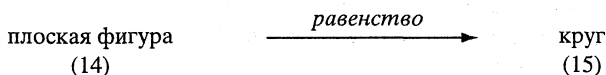
Полукруг есть фигура, охватываемая диаметром [круга] и отсекаемой диаметром [частью] обвода [круга]. Центр полукруга тот же, что и у [соответствующего] круга,

для прогрессистской истории математики представляется понятным по смыслу, но излишним: везде, где в теоремах фигурирует полукруг, можно говорить о круге и рассматривать только часть этого круга, как это и делается в современной школьной геометрии. В этом случае не потребуется и специального определения центра полукруга, которое вынужден давать Евклид. Однако, как мы сейчас покажем, введение определения полукруга также не является прихотью Евклида. Для этого определение полукруга 18 нужно рассмотреть не только вместе с определением круга 15, но и вместе с определением “прямолинейных фигур” (многоугольников) 19:

19. [a] Σχήματα ἐνθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα, [b] τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, [c] τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, [d] πολὺπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλείονων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

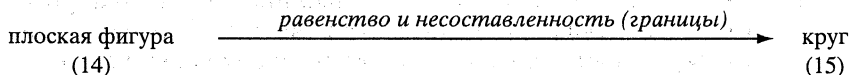
[a] Прямолинейные фигуры суть фигуры, охватываемые прямыми: [b] трехсторонние – тремя прямыми, [c] четырехсторонние – четырьмя прямыми, [d] многосторонние – более, чем четырьмя прямыми.

В одном определении 19, как мы видим, определяется как род “прямолинейная фигура” (19a), так и три вида этого рода: трехсторонник (треугольник), четырехсторонник (четыреугольник) и многосторонник (многоугольник с числом вершин большим четырех) (19b–d). Выше мы говорили, что круг рассматривается Евклидом как эйдос всякой плоской фигуры в смысле верификации по “равенству”:

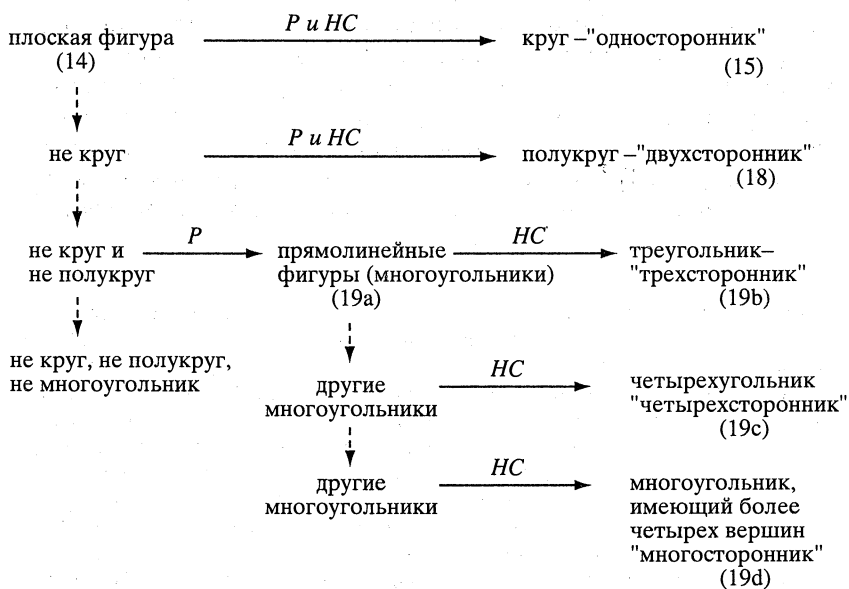


Существуют различные плоские фигуры, которым в том или ином смысле присуще “равенство”, например любые правильные многоугольники, однако круг является “самым равным” из них. Можно представить себе различного рода аргументацию в пользу этого обстоятельства, однако для Евклида существенна следующая, несколько неожиданная для нас аргументация, о которой говорит Прокл. Фигура определяется своей границей, следовательно, если граница фигу-

ры составлена из нескольких линий, такая фигура является в указанном смысле “составной”. В этом смысле “составными” оказываются, в частности, все многоугольники. Примерами “несоставных” плоских фигур служат круг и различного рода овалы. “Несоставленность” имеет смысл верификатора, близкого к верификатору “неделимость”, о котором мы говорили выше. Очевидно, единственной “равной” плоской фигурой среди “несоставных” является круг. Таким образом, если верифицировать “плоскую фигуру” по “равенству” и “несоставленности” *зараз*, то мы необходимо придем к кругу:



В этом и состоит то уточнение, которое мы обещали сделать впоследствии, когда говорили об определении круга 15. Теперь мы можем выписать систему верификаций, приводящую к определениям полукруга 18 и многоугольников 19 (обозначения: *НС* – несоставленность границы, *P* – равенство):



Имеющаяся здесь цепочка искажений по “несоставленности” (сверху вниз):

круг	(односторонник)
полукруг	(двухсторонник)
треугольник	(трехсторонник)
	четыреугольник (четырёхсторонник)
многоугольник, имеющий более четырёх вершин	(многосторонник)

упорядочена по числу составляющих частей границы фигуры¹⁷. По поводу “двухсторонников” заметим, что кроме полукруга в античной математике рассматривались и другие двухсторонники, в частности так называемые луночки ($\mu\nu\nu\omicron\epsilon\iota\delta\eta$), т.е. фигуры, заключенные между двумя пересекающимися окружностями [55]. Евклид их однако не рассматривает, так же как он не рассматривает фигуры, имеющие три и более стороны и не являющиеся при этом “прямолинейными фигурами”, т.е. многоугольниками.

В связи с “прямолинейными” и “криволинейными” фигурами возникает любопытная проблема. Евклид не дает отдельного определения окружности, хотя и говорит об окружности как о линии специального вида в определении круга 15. Ниже Евклид также нигде не говорит об окружности безотносительно к кругу. Если же, однако, попытаться это сделать, и рассмотреть окружность как некоторую самостоятельно существующую линию (такой подход может быть оправдан, например, в астрономии, при изучении кругового движения), то сразу выяснится, что окружность может претендовать на статус эйдоса линии не с меньшим, а может быть и с большим основанием, чем прямая линия. Если верифицировать “линию” только по “равенству”, то и прямая линия, и окружность могут претендовать на то, чтобы быть эйдосом этой верификации, что, разумеется, является проблематичной ситуацией. Если же верифицировать линию еще по “несоставленности”, то эйдосом окажется не прямая линия, а окружность, так как прямая линия имеет две границы (концы отрезка), а окружность

¹⁷ “В то время как круг монадичен ($\mu\nu\nu\omicron\delta\iota\chi\omicron\varsigma$), все такие фигуры двухвидны ($\delta\upsilon\omicron\epsilon\iota\delta\eta$) и полагаются через неподобные [элементы], поскольку все они охватываются двумя границами... [Далее Прокл перечисляет различные фигуры, граница которых составлена из двух линий, в том числе “луночки”.] ... [Из них] полукруг, хотя и существует через неподобные, однако – через простые и сопоставимые друг с другом неподобные. Поэтому [евклидово] рассуждение прежде чем определять триадичные ($\tau\rho\iota\alpha\delta\iota\chi\omicron\varsigma$) фигуры, правильно после круга останавливается на двухвидной фигуре [именно, на полукруге]” (159.12–25): “После монадичной фигуры [т.е. круга], относящейся ко всем фигурам как [их] начало, и после двухвидного полукруга, дается [идущая] вслед за числами к бесконечности последовательность ($\pi\rho\omicron\beta\omicron\delta\omicron\varsigma$) прямолинейных фигур. Именно поэтому полукруг возник, как мы помним, через границы, одна из которых относится ($\chi\omicron\iota\tau\omega\nu\epsilon\omega$) к кругу, а другая – к прямолинейным фигурам – [т.е. полукруг есть своего рода середина между кругом и многоугольником] так же как двойка (диада) есть середина между единицей (монадой) и числом... Таким образом, прямолинейные фигуры упорядоченно идут от тройки [которой соответствует треугольник] до бесконечности (161.18–162.8). Чтобы правильно понять здесь Прокла, нужно иметь в виду, что для него три есть первое число, а единица и двойка суть начала чисел: в терминах верификации единица есть эйдос, а двойка – призрак числа как такового.

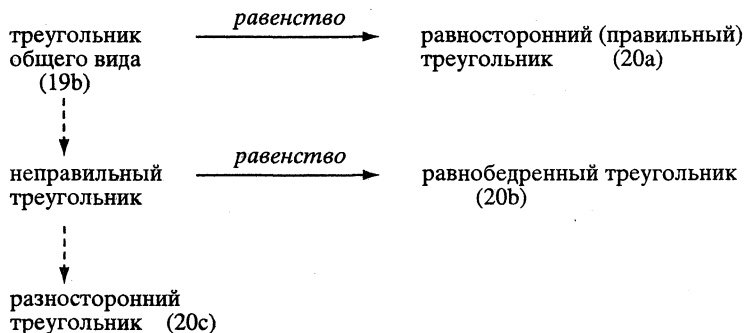
вообще не имеет концов. Можно себе представить, что прямая линия получается (топологически) в результате “разделения” окружности, нарушающего ее “несоставленность”, но, и наоборот, можно легко представить, что каждый элемент окружности представляет собой “искривленную” прямую линию. Для Евклида эта проблема так резко не стоит, по крайней мере на уровне определений: всякая окружность ограничивает некоторый круг, и таким образом попытку рассмотрения окружности отдельно от соответствующего круга можно оценить как искусственную, тогда как отдельная прямая линия сама по себе не предполагает плоской фигуры, элементом границы которой она является. В то же время можно задать вопрос: почему границей “самой равной фигуры” оказывается не “самая равная линия”, как того можно было ожидать? В конце концов, как мы увидим, несводимость друг к другу двух типов геометрического “равенства себе”, эйдосами которых являются соответственно прямая линия и круг, выльется в геометрии Евклида в неразрешимую проблему квадратуры круга циркулем и линейкой.

В определении 20 дается классификация треугольников:

20. Τῶν δὲ τριπλευρῶν σχημάτων [a] ἰσοπλευρὸν μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς [b] ἰσοσκελὲς δὲ τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς [c] σκαλενὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

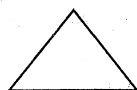
Из трехсторонних фигур [выделяются]: [a] равносторонний треугольник – имеющий три равных стороны, [b] равнобедренный – имеющий только две равные стороны, [c] разносторонний – имеющий три [попарно] неравные стороны.

Эта классификация получается на основе следующей системы верификаций:

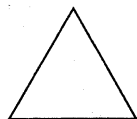


Выпишем цепочку искажений, связанную с этой системой верификаций:

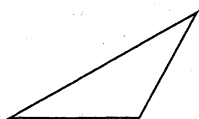
Правильный треугольник



Равнобедренный треугольник



Разносторонний треугольник



Последовательное искажение эйдоса видно здесь чрезвычайно наглядно. Заметим, что хотя формально в соответствии с определением верификатор “равенство” применяется здесь в смысле равенства сторон, этот же верификатор может пониматься и в смысле равенства углов: если у треугольника три (две) стороны равны между собой, то и три (два) угла также равны между собой, и наоборот.

Данная классификация весьма близка к современной (будучи ее историческим прототипом) и сама по себе в принципе приемлема (т.е. полна и непротиворечива) с современной точки зрения. В то же время с современной точки зрения эта классификация представляется весьма неестественной, ставя, таким образом, некоторую проблему перед прогрессивистской историей математики [70]. Чтобы показать, в чем состоит указанная неестественность, сравним евклидову классификацию треугольников, изложенную в определении 20, с соответствующей современной классификацией. Современная классификация, основанная на теоретико-множественном подходе, состоит в следующем [49]: из класса “всех треугольников”, определяющего “треугольник общего вида”, выделяется подкласс треугольников, имеющих две равные стороны (“равнобедренный треугольник”), а из этого подкласса выделяется еще один подкласс треугольников, у которых равны все три стороны (“равносторонний треугольник”):

треугольник общего вида

равнобедренный треугольник

равносторонний треугольник

Укажем на три момента, которые отличают только что приведенную современную классификацию от евклидовой. Прежде всего отметим различия в объеме определяемых понятий:

1а) термин “равнобедренный треугольник” в современной классификации обозначает треугольник, у которого *хотя бы* две стороны равны, а у Евклида – треугольник, у которого равны две и *только* две стороны;

1b) понятие “разностороннего треугольника” вообще отсутствует в современной классификации (если нужно, оно может легко быть доопределено на основе современной классификации как дополнение класса равнобедренных треугольников до треугольников общего вида).

Наконец, последнее различие касается собственно структуры классификации:

2) в современной классификации термин “равносторонний треугольник” определяется *после* термина “равнобедренный треугольник”, а у Евклида, наоборот, термин “равносторонний треугольник” определяется *до* термина “равнобедренный треугольник”.

Именно эти особенности, отличающие евклидову классификацию от современной, делают ее в глазах современного математика или историка-прогрессиста “неестественной”. Не рассмотрев за этими особенностями специфического смысла, историки-прогрессисты пытаются объяснить эти особенности внешними историческими причинами. Так, Мордухай-Болтовский, пытаясь объяснить отличия 1b и 2, пишет: “Специальное название для разностороннего треугольника показывает, что этот термин установился в конце исторического развития понятия о треугольнике: первоначально рассматривались лишь правильные треугольники, потом появились равнобедренные и, наконец (возможно, в эпоху Евклида), разносторонние, получившие даже особое название¹⁸. В современной школе при

¹⁸ Мордухай-Болтовской говорит, что “на русском языке нет подходящего термина” для перевода евклидова термина “σχαληνός”, обозначающегося “разносторонний” (треугольник). Заметим, что в английском языке имеется соответствующий термин, представляющий собой кальку с греческого – “scalene triangle”.

господстве убеждения о необходимости перехода от общего к частному в специальном термине для разностороннего треугольника нет надобности” [70]. На наш взгляд, здесь Мордухай-Болтовской совершенно произвольно выставляет *ad hoc* “гипотезу, не подкрепленную никакими историческими свидетельствами”, и путает при этом “цепочку искажений” (“иерархию эйдосов”) с реальным историческим процессом развития геометрии: неправильный треугольник существует “после” правильного только в весьма отвлеченном платоническом смысле, но никак не непосредственно в историческом плане, как говорит об этом Мордухай-Болтовской. Наша интерпретация, основанная на реконструкции системы верификаций, приводящей к евклидовой классификации треугольников, хорошо объясняет все указанные особенности без привлечения каких бы то ни было гипотез исторического характера.

В определении 21 Евклид дает альтернативную классификацию треугольников:

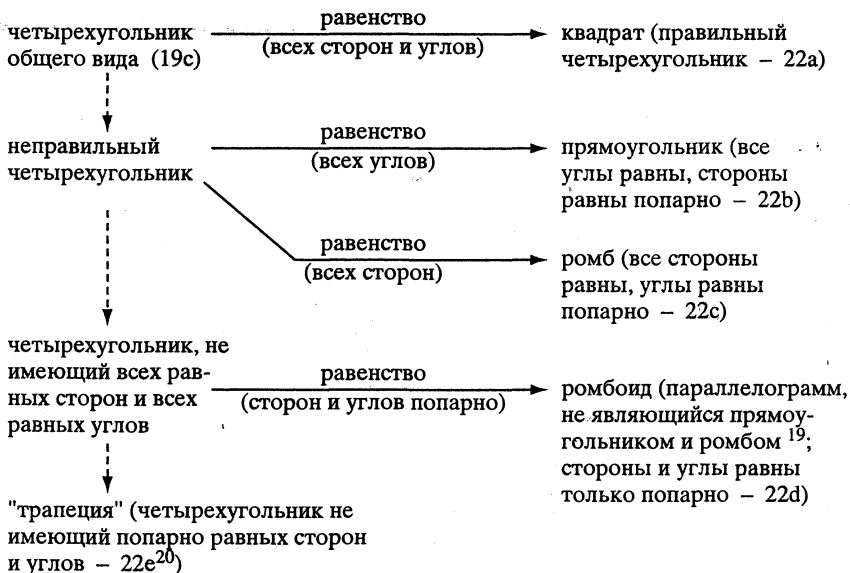
21. Ἐτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων [a] ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, [b] ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, [c] ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.
Кроме того, из трехсторонних фигур [выделяются]: [a] прямоугольный треугольник – имеющий прямой угол, [b] тупоугольный – имеющий тупой угол, [c] остроугольный – имеющий три острых угла.

Эта классификация без всяких изменений используется и в современной элементарной математике. Очевидным образом, эта классификация основана на классификации углов, данной в определениях 10–12, смысл которой был определен нами выше.

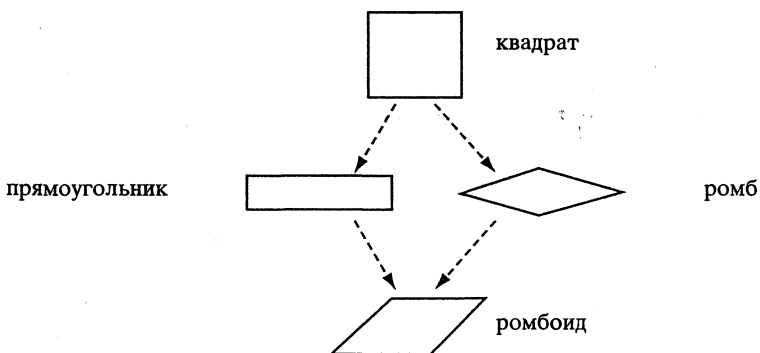
В определении 22 дается классификация четырехугольников:

22. Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων [a] τετράγωνον μὲν ἐστίν, ὃ ἰσοπλευρόν τε ἐστὶ καὶ ὀρθογώνιον, [b] ἑτερόμηκης δέ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν οὐκ ἰσοπλευρόν δέ, [c] ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσοπλευρόν μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, [d] ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλοις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσοπλευρόν ἐστὶν οὔτε ὀρθογώνιον [e] τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλεῖσθαι.
Из четырехсторонних фигур [выделяются]: [a] квадрат (букв. – просто “четырёхугольный” – равносторонний и прямоугольный [т.е. все углы которого прямые], [b] прямоугольник (букв. – “разносторонник”) – прямоугольный, но не равносторонний, [c] ромб – равносторонний, но не прямоугольный, [d] ромбоид – имеющий равные противоположные стороны и углы, но не равносторонний и не прямоугольный; [e] прочие четырехсторонники называются трапециями.

Евклидова классификация четырехугольников получается на основе следующей системы верификаций:



Эта структура верификаций задает следующую цепочку искажений:



¹⁹ Евклид в доказательствах широко пользуется термином “параллелограмм” [παράλληλογράμμοις (χώρας)], и совсем не упоминает о “разностороннике”, “ромбе”, “ромбоиде” и “трапеции”. Когда ему нужно говорить там о прямоугольнике, он говорит о “прямоугольном параллелограмме”. Это лишний раз показывает, что система определений первой книги носит самостоятельный характер и должна рассматриваться как математический результат, а не как система конвенций, необходимая для проведения доказательств.

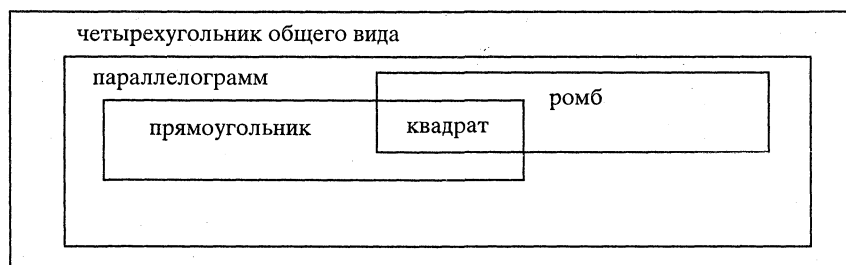
²⁰ Не путать с трапециями в современном смысле слова! Евклид называет трапециями (τραπέζιον), говоря современными терминами, любые четырехугольники, не являющиеся параллелограммами, а трапеций в современном смысле слова совсем не рассматривает. Прокл для того, чтобы отличить от евклидовых трапеций трапеции в современном смысле слова, пользуется терминологией Герона и употребляют термин “трапеция”, а другие евклидовы трапеции называет “трапециоидами” (τραπέζοειδές). Ниже, давая современную классификацию четырехугольников мы опускаем трапеции.

Данная классификация имеет более сложную структуру, чем классификация треугольников, данная в определении 20, в связи с тем обстоятельством, что равенство сторон и углов в случае четырехугольников не скоррелировано так жестко, как в случае треугольников. После того как верификация четырехугольника по “равенству” дает квадрат, имеющий все равные стороны и все равные углы, представляются различные возможности для следующей верификации (в смысле цепочки искажений). Во-первых, можно выделить прямоугольник, имеющий все равные углы, но стороны равные только попарно: искажение квадрата “по сторонам” представляет собой прямоугольник (ср. евклидово название прямоугольника – ἑτερόπλευρος, т.е. “разносторонник”). Во-вторых, можно выделить ромб, имеющий все равные стороны, но углы равные только попарно – искажение квадрата “по углам” представляет собой ромб. Чтобы выяснить, какое из этих двух искажений является “более сильным”, нужно привлечь некоторые дополнительные соображения. Заметим, что квадрат имеет не просто все равные углы, но все прямые углы²¹. Это свойство сохраняется и у прямоугольника. Если считать, что равенство всех сторон и равенство всех углов равноценны, то “прямоизна”, т.е. “правильность” углов, присущая прямоугольнику, но не присущая ромбу, позволяет поместить прямоугольник в цепочке искажений ближе к квадрату, чем ромб. Евклид, как мы видим, в самом деле помещает определение ромба 22с после определения прямоугольника 22b. У Евклида есть еще один, более интересный для нас аргумент в пользу такого выбора: как мы увидим ниже, в последующей теории именно прямоугольник, а не ромб играет роль “предквадрата”. Впрочем эти два аргумента нельзя считать вполне независимыми.

Рассматриваемая классификация четырехугольников, так же как и классификация треугольников, данная в определении 20, с современной точки зрения кажется неестественной. Ниже приведена схема взаимного отношения классов четырехугольников, основанная на современном теоретико-множественном подходе. Мы не будем на этот раз подробно расписывать различия евклидовой и современной классификаций четырехугольников и только заметим, что евклидова классификация снова становится понятной, если только принять во внимание лежащую в основе этой классификации “эйдетическую” логику. На самом деле “естественность” современных классификаций многоугольников и вообще современных математических определений равным образом предполагает знакомство с определенными способами рассуждений, в частности связанных с теоретико-множественным подходом. Кроме того, заметим, что евклидовы классификации многоугольников, равно как и теория “Начал”

²¹ На это обстоятельство указывает Прокл, настаивая на особой роли квадрата среди других правильных многоугольников (см. *примеч.* 22).

в целом, могут сегодня представлять интерес именно в качестве примера необычных для современной математики способов рассуждений, а не в качестве набора готовых результатов²².



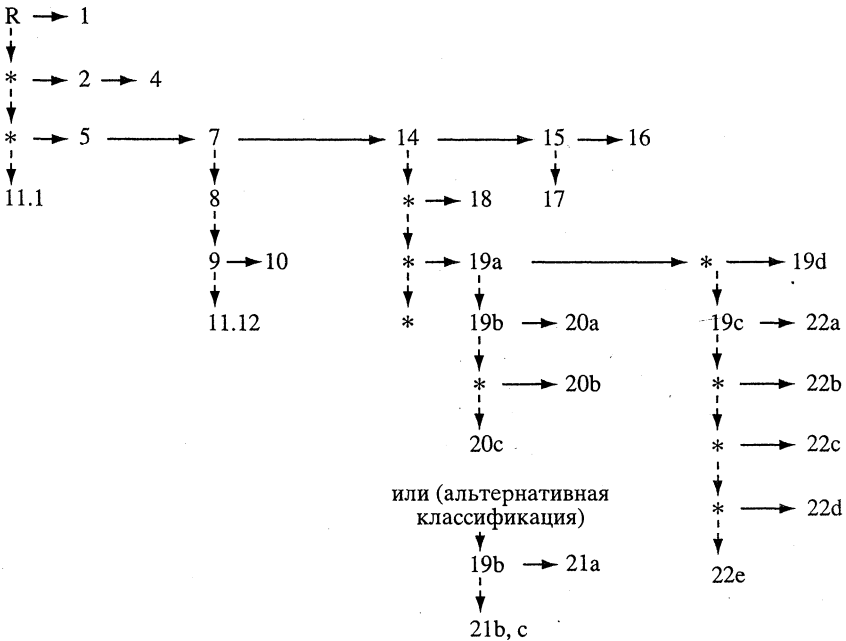
То, что равносторонний треугольник является эйдосом треугольника означает, что треугольник называется правильным в том же прямом смысле, в котором мы в обыденном языке говорим, например, о “правильном круге”, т.е. в том смысле, что равносторонний треугольник есть треугольник в собственном смысле слова. Наше математическое употребление термина “правильный” по отношению к многоугольникам формально не имеет ничего общего с таким пониманием и представляет собой лишь дань традиции, однако неформальным образом, возможно, это словоупотребление некоторым образом остается значимым и для современного математического мышления. Понимание правильного многоугольника как многоугольника в собственном смысле объясняет нам терминологию Евклида, который называет правильный четырехугольник (квадрат) просто “тетράγωνον”, т.е. “четырёхугольник”, тогда как “четырёхугольник общего вида” у Евклида это “тетράπλευρον”, т.е. “четырёхсторонник”²³. Утверждение Мордухая-Болтовского, согласно

²² Весьма интересным представляется вопрос о том, каким образом и через какие промежуточные этапы эволюционировали евклидовы классификации, прежде чем они приняли современный вид. Этот вопрос требует самостоятельного изучения и выходит за рамки настоящей работы. Поэтому мы ограничимся только несколькими замечаниями. С одной стороны, классификацию четырёхугольников, близкую к современной, можно найти уже у Рамуса [36]. С другой стороны, еще Лежандр [27, 80] сохраняет евклидову классификацию многоугольников почти в первоначальном виде, и даже у Киселева [73] мы находим рудиментарный “разносторонний” треугольник.

²³ Прокл ставит и решает вопрос о названии “тетράγωνον” для квадрата следующим образом: «По поводу квадрата (тетράγωνον – букв. просто “четырёхугольник”) спросят, почему он так называется и почему, в то время как [название] “треугольник” общее для всех [треугольников, в том числе] и не равноугольных и не равносторонних (так же [дело обстоит] и для пятиугольников), нельзя назвать “четырёхугольником” другую [т.е. отличную от квадрата] четырёхстороннюю фигуру... Основание (λόγος) для этого следующее. Только правильный четырёхугольник занимает место лучшего [среди других

которому евклидов термин для “квадрата” свидетельствует о том, что “первым четырехугольником, с которым познакомилась геометрия, был квадрат” [70] представляется нам в связи с этим неудачной ad hoc гипотезой.

Итак, все определения первой книги кроме вспомогательных определений “для нас” 3, 6, 13 основаны на следующей общей системе верификаций: признаки, не включенные в определения, обозначены символом “*”; верификаторы опущены; “Г” – начальный термин всей системы верификаций (“геометрический объект”):



Последнее определение первой книги – определение параллельных прямых:

23. Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὐσαὶ καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ’ ἑκάτερα τὰ μῆρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

многоугольников, в том числе и правильных, одновременно] в отношении и сторон, и углов, поскольку и те и другие – прямые (ὀρθός) и поскольку мера его углов не допускает ни увеличения, ни ослабления напряжения» (172. 5–19). Говоря о том, что стороны квадрата “прямые”, Прокл имеет здесь в виду не то, что они суть прямые линии (εὐθεῖαι) – это подразумевается – а то, что эти стороны прямые (ὀρθαί) в противоположность, скажем, сторонам ромба, которые “косые”. То есть в конечном счете здесь речь идет именно о прямизне углов.

Параллельные суть прямые, которые находясь в одной плоскости и будучи продолжаемы в обе стороны в бесконечность, ни с той ни с другой стороны не пересекаются.

Как мы уже говорили, это определение не укладывается в общую схему верификаций. Оно стоит особняком среди определений первой книги “Начал” и по другой причине: это единственное определение в котором фигурирует “бесконечность” (*ἄπειρον* – неопределенность). Это определение поэтому является “неопределенным определением”, т.е. его статус как определения сомнителен. Евклид доказывает существование параллельных прямых (независимо от пятого постулата) “от противного” в предложениях 27, 28 первой книги. Однако в пункте 3.3.3 мы говорили о том, что доказательство “от противного” Аристотель не рассматривает в качестве полноценного доказательства. В связи с этим уже в античности предпринимались попытки дать определение параллельных прямых, которое бы допускало прямое доказательство существования определяемого объекта. Такие попытки продолжались и в новое время [70]. Однако они не привели к желаемому результату: Мордухай-Болтовский, на наш взгляд, очень убедительно показывает, что предложенные впоследствии альтернативные определения параллельных прямых являются еще более логически уязвимыми, чем евклидово определение 23. В то же время, параллельные прямые совершенно необходимы Евклиду, в частности, поскольку они являются элементом параллелограмма, который играет важнейшую роль в теории первых четырех книг “Начал” (см. 4.4). Таким образом, несмотря на то что определение параллельных прямых является для Евклида “нехорошим” (причем достаточно очевидно, что определение 23 не просто неудачно, но сами по себе параллельные прямые являются “нехорошим” геометрическим объектом), Евклид вынужден пользоваться параллельными прямыми, а значит и определением 23 в своей теории. То, что “нехорошость” параллельных прямых для евклидовой геометрии не является надуманной, подтверждается тем фактом, что впоследствии именно параллельные прямые стали тем геометрическим объектом, который взорвал евклидову геометрию изнутри и показал возможность неевклидовых геометрий.

4.3. ПОСТУЛАТЫ И АКСИОМЫ

Постулаты и аксиомы суть два вида утверждений, принимаемых Евклидом без доказательства. Сразу заметим, что термин “аксиома” (*ἀξίωμα*) вообще отсутствует у Евклида, однако Аристотель говорит о математическом происхождении термина “аксиома” (который он сам употребляет в логическом смысле – см. 3.3.2) и в качестве примеров аксиом приводит те положения, которые Евклид называет “κοινὰ ἔννοια”, т.е. “общими положениями”. Сам Аристотель

также говорит об “общем” характере аксиом (см. 3.3.2). Мы пока будем вслед за Проклом и современными историками математики называть евклидовы “общие положения” “аксиомами”, однако ниже попытаемся критически пересмотреть вопрос о том, можно ли евклидовы “общие положения” считать аксиомами в аристотелевском смысле. В современной математике термином “аксиома” обозначают вообще любое положение, принимаемое без доказательства, причем все такие положения имеют одинаковый эпистемологический статус *предположения*. Как сообщает Прокл, подобная точка зрения существовала уже в античности – Прокл приписывает ее представителям стоической школы²⁴. Однако Аристотель, как мы говорили в третьей части, понимает различно термины “аксиома”, “постулат” и “предположение”. Ниже мы попытаемся сравнить аристотелевское понимание аксиомы и постулата с евклидовым, но сейчас укажем на другой путь решения вопроса о том, что такое аксиома и постулат у Евклида. Согласно Проклу, постулаты отличаются от аксиом на том же основании, что и “проблемы” от “теорем” (178. 12–14). Таким образом, если мы поймем, чем в античной математике отличаются проблемы от теорем, мы поймем и чем отличаются у Евклида постулаты от аксиом.

4.3.1. “Проблемы” и “теоремы”

Прогрессистская история математики различает проблемы и теоремы античной математики, понимая первые как “задачи на построение”, а последние как “задачи на доказательство” в духе современной школьной геометрии. В задачах “на построение” требуется нечто построить, действуя в рамках условно принятых ограничений, например пользуясь только циркулем и линейкой, а в задачах “на доказательство” требуется нечто доказать. Современный читатель Евклида, изучавший в школе геометрию, для которого такое разделение весьма привычно и естественно, видя, что у Евклида предложения, конечным результатом которых является некоторое построение, и предложения, конечным результатом которых является некоторое доказательство, следуют друг за другом без всяких оговорок, недоумевает и с большим облегчением встречает предлагаемое Проклом различение проблем и теорем. Было бы, конечно, неверно сказать, что отождествление “проблем” с “задачами на построение” и соответственно “теорем” – с “задачами на доказательство” не имеет отношения к делу. Прокл прямо говорит, что доказательства относятся по преимуществу к теоремам, а построения – к проблемам:

²⁴ “...часто все это [аксиомы, постулаты и предположения] называют гипотезами, как это делают стойки, которые считают аксиомой всякое простое утверждение, так что, согласно им, гипотезы суть аксиомы, а согласно другим – аксиомы суть гипотезы” (77. 2–6).

в проблемах доказательство только подтверждает правильность выполненного построения; в теоремах же построения иногда используются в ходе доказательства во вспомогательных целях (“дополнительные построения”)²⁵. Это полностью соответствует пониманию проблем как “задач на построение” и теорем как “задач на доказательство”. Очевидно, что современное школьное различие задач “на построение” и “на доказательство” продолжает античную традицию различения “проблем” и “теорем”, однако отсюда, конечно, не следует, что содержания современного школьного учебника достаточно для того, чтобы понять первоначальный смысл этого различия. “Теоремы” как таковые не вызывали вопросов у историков-прогрессистов: современная математика тоже занимается тем, что доказывает теоремы, т.е. устанавливает “математические истины”. Вопросы вызывали “проблемы”. Современные “задачи на построение” суть тренировочные упражнения, в которых ученику предлагается, действуя по неким условным правилам, получить требуемый результат. То, что в качестве правил игры обычно выбирается ограничение (идеальных) чертежных инструментов циркулем и линейкой, оправдано в глазах современных педагогов только традицией, т.е. тем, что именно в рамках этих правил существует много интересных задач²⁶. То, что евклидовы “проблемы” не представляют собой упражнения такого рода, историкам математики было ясно по той роли, которую “проблемы” играют у Евклида: “проблемы” и “теоремы” настолько тесно переплетены у Евклида, что просто невозможно, усматривая математический смысл в “теоремах”, не под-

²⁵ “В геометрии есть проблемы и теоремы, но поскольку в ней преобладает теория (так же как в механике – практика), [здесь] все проблемы причастны теории, но не наоборот [не все теоремы причастны практике], ибо доказательство целиком является делом теории” (79. 3–7); “доказательство есть [не только в теоремах, но] и в проблемах, однако если в проблемах доказательство [проводится] ради возникновения (γένεσις), ибо здесь доказательство используется для того, чтобы показать, что построено то, что требовалось, то в теоремах о доказательстве заботятся как о ценном самом по себе, поскольку оно способно установить природу исследуемого” (81. 12–18).

²⁶ Сказанное подтверждается тем фактом, что наряду с задачами на построение циркулем и линейкой в новое время и даже в наши дни было придумано множество задач на построение только циркулем и только линейкой.

Обратим также внимание на нюанс, выводящий “правила игры”, используемые при решении современных задач “на построение циркулем и линейкой” за рамки евклидовых постулатов. Именно, в постулате 3 говорится о возможности построения круга, если дан его радиус (произвольный отрезок), с центром в одном из концов этого отрезка, тогда как в современных учебниках, говоря о построении циркулем и линейкой, предполагают возможность построения круга данного радиуса с центром в произвольной точке. Математически этот нюанс не существен: Евклид решает проблему построения круга с произвольно заданным центром уже во втором предложении первой книги.

нять вопроса о математическом смысле “проблем”. В рамках прогрессивистской истории математики, наверное, первым на этот вопрос попытался дать ответ Цейтен [43, 106], и его точка зрения до сих пор широко принята. Цейтен, находясь под влиянием бурной дискуссии по вопросу о “математическом существовании” [6] и развития конструктивных направлений в математике, имевших место в первой четверти XX столетия [57], предположил, что геометрические построения циркулем и линейкой, производимые Евклидом в “проблемах”, решают вопрос о *существовании* строемых объектов: прямая и круг предполагаются существующими, так как в постулатах 1–3 постулирована возможность их построения, а все остальные геометрические объекты можно считать существующими, только если они будут построены циркулем и линейкой; только построив геометрический объект, можно что-либо утверждать и доказывать относительно этого объекта, так как только в этом случае можно считать, что мы говорим о чем-то существующем²⁷. Почему именно циркуль и линейка (и соответственно прямая и круг) играют тут особую роль, Цейтен не объяснил. Гипотезу Цейтена мы обсудим немного ниже, а сейчас посмотрим, что говорит о различии “проблем” и “теорем” Прокл, текст которого – главный источник по этому вопросу.

Прокл, как мы уже сказали, говорит о том, что главным содержанием проблемы является построение, а теоремы – доказательство, однако для него такое описание различия между проблемами и теоремами совершенно недостаточно: здесь Прокл говорит скорее о свойствах проблем и теорем, а не о том, что они представляют сами по себе. Сами проблемы и теоремы Прокл различает трижды: один раз “от первого лица”, второй – ссылаясь на неких обобщенных деятелей, “отделяющих теоремы от проблем”, и третий – точно указывая на источник (Зенодот, Посидоний). Мы рассмотрим эти суждения по очереди. По ходу этого рассмотрения мы будем обсуждать гипотезу Цейтена.

1. “...то, что [следует] после начал, делится на проблемы и теоремы: первые охватывают возникновения фигур, деления, отнятия и прибавления и [вообще] все претерпевания (παθήματα) возникающих [геометрических объектов], а вторые проясняют присоединенные сами по себе (καθ’ αὐτά συμβεφύκτα) к каждому [геометрическому объекту свойства] (77. 7–12).

На первый взгляд здесь все хорошо согласуется с гипотезой Цейтена: при решении проблем геометрические объекты “возникают”, а в теоремах устанавливаются их свойства. Далее Прокл продолжает:

²⁷ “Основное значение геометрического построения заключается в доказательстве реального существования того самого объекта, к нахождению которого приводит это построение” [106, с. 71].

“...так же как практические занятия причастны теории эпистем, теоретические дисциплины допускают в себя проблемы в качестве [чего-то] аналогичного практике” (77. 12–15).

То, что геометрические построения являются своего рода практикой внутри теории, интуитивно кажется понятным: производя геометрические построения, мы нечто “делаем”, и даже оперируем реальными чертежными инструментами, хотя и понимаем, что теоретическое значение имеют для нас не практические построения на бумаге, но некие идеальные построения. (Чуть ниже мы увидим, каким образом Прокл уточняет этот момент.) Однако уже теперь мы можем усомниться в гипотезе Цейтена, вспомнив о том, что согласно Платону, которому Прокл в этом вопросе конечно же следует, именно теоретическая мысль имеет дело с бытием, тогда как практические действия имеют своим предметом “становление” (γένεσις – возникновение), которое только стремится стать бытием (см. 2.4.4). Если иметь в виду платоновское противопоставление “бытие – становление”, то приведенные выше слова Прокла о том, что “проблемы... охватывают возникновение фигур”, которые, как казалось, подтверждают гипотезу Цейтена, окажутся направленными против этой гипотезы, так как Прокл говорит здесь именно о возникновении, а не о существовании фигур.

Если пытаться устанавливать свойства геометрических объектов, предположив их существование, то, с одной стороны, можно сказать, что мы таким образом будем иметь дело только с существующим, т.е. заниматься “чистой теорией”, а с другой стороны, мы, таким образом, вообще не будем касаться *вопроса* о существовании математических объектов, с которыми мы имеем дело. Как передает Прокл, такой подход существовал уже в античности²⁸. В этом смысле можно сказать, что именно “возникновение” ставит и решает вопрос о существовании геометрических объектов, и, таким об-

²⁸ “...некоторые из древних пытались все [т.е. и проблемы и теоремы] называть теоремами – таковы люди из окружения Спевсиппа и Амфинома – руководствуясь тем, что эпистемам более свойственно название теорем, чем проблем, поскольку они рассуждают о вечных [вещах], а у вечных [вещей] нет возникновения. Поэтому [рассуждают они] там не имеют места проблемы, требующие возникновения и создания того, чего первоначально нет, например построения равностороннего треугольника... Таким образом, они предпочитают говорить, что все это [проблемы и теоремы] – одно и то же, а возникновение там берется не практически (πολιτικῶς), но познавательно (γνωστικῶς), т.е. вечно сущие [вещи] берутся так, как если бы они были возникшими (77. 15–78. 6).

Френкель и Бар-Хилел [105] впервые назвали такой подход “платонистским”, имея при этом в виду вульгарные дуалистические трактовки Платона и справедливо сомневаясь, был ли в указанном смысле “платонистом сам Платон”. К сожалению, этот термин был некритически усвоен и получил широкое хождение в философско-математической литературе, где он, как правило, употребляется безо всяких оговорок.

разом, с указанными поправками оправдать гипотезу Цейтена. Однако, если в результате геометрических построений, т.е. при решении проблем, мы получаем существующие геометрические объекты, то вообще неясно, что же остается на долю теорем. Если мы обнаруживаем у построенного объекта некоторое неизвестное нам ранее свойство, мы вправе сомневаться, имеем ли мы дело с тем самым объектом, который мы собирались построить. Последовательное конструктивистская точка зрения состоит в том, чтобы вообще элиминировать теоремы и свести все к проблемам. О том, что такая точка зрения в свою очередь высказывалась в античности, нам также сообщает Прокл²⁹. При таком подходе вообще всякий математический вопрос становится вопросом о существовании (или “возникновении”), исчезает различие между проблемами и теоремами, и гипотеза Цейтена теряет смысл. Итак, невозможно отдельно устанавливать существование геометрических объектов, и отдельно устанавливать их свойства. Впрочем защищая гипотезу Цейтена, можно сказать, что эти вещи и не существуют в античной геометрии отдельно, так как доказательства и построения в ней тесно переплетены и требуют друг друга³⁰.

Вспомним, однако, аристотелевскую эпистемологию (см. 3.3). Согласно Аристотелю, всякое доказательство есть доказательство существования, а именно того, что “присоединенное само по себе свойство” ($\kappa\alpha\theta' \alpha\upsilon\tau\acute{\omicron}\varsigma \sigma\upsilon\mu\beta\epsilon\tau\eta\kappa\acute{o}\varsigma$) действительно *присуще* ($\acute{\upsilon}\lambda\alpha\rho\chi\epsilon\iota$) соответствующей первичной сущности и, значит, существует (подробнее см. 3.3.3). Вспомнив теперь, что теорема есть доказательство *par excellence*, мы сразу получаем, что именно теорема, а не проблема, как считает Цейтен, решает вопрос о существовании. В рамках этой эпистемологии “прояснение свойств” ($\kappa\alpha\theta' \alpha\upsilon\tau\acute{\alpha} \sigma\upsilon\mu\beta\epsilon\tau\eta\kappa\acute{o}\tau\alpha \delta\epsilon\acute{\iota}\chi\nu\mu\iota$), о котором здесь говорит Прокл, не просто *зависит* от решения вопроса о существовании, но и *есть* решение вопроса о существовании – именно вопроса о существовании этих свойств. Что же касается той сущности, которой, как это выясняется в доказательстве, данное свойство присуще, то она должна быть или начальным объектом, существование которого не доказывается, или свойством начального объекта, присущем ему по ранее доказанному. Итак, “прояснение свойств” в теоремах, о котором говорит Прокл, не предполагает установления существования рассматриваемых объектов, а само есть такое установление. Прокл об этом прямо говорит, приводя третий способ различения про-

²⁹ “Другие, напротив, считают правильным все [и проблемы и теоремы] называть проблемами, а не теоремами – таковы математики из окружения Менехма – причем [по их мнению,] проблематизирование двояко: в одном случае ищется [само] исследуемое, а в другом случае выясняется по поводу принятого к рассмотрению [геометрического объекта] *что* он есть, каков он, что с ним сделано или в каком отношении он находится к другому [геометрическому объекту]” (78. 8–13).

³⁰ См. об этом *примеч.* 24, 34.

блем и теорем (см. ниже). Уточнить смысл построения как “геометрического возникновения” мы также сможем ниже, а пока сделаем отступление по поводу двух упомянутых крайних точек зрения, о которых говорит Прокл. Напомним, что, согласно одной точке зрения (Спевсипп, Амфином), всякое геометрическое положение есть теорема, а согласно противоположной точке зрения (Менехм), наоборот, всякое геометрическое предложение есть проблема.

По поводу этих двух точек зрения на природу геометрического исследования Прокл говорит: «...и те и другие говорят правильно – и последователи Спевсиппа [т.е. “платонисты”], поскольку геометрические проблемы отличаются, например, от механических, ибо последние [в противоположность первым] связаны с чувственно воспринимаемым возникновением и всяческим изменением, – и последователи Менехма [т.е. “конструктивисты”], поскольку теоремы не получают без перехода в материю» (78. 13–19). Итак, Прокл все же настаивает на двойственной природе геометрии, которая причастна как бытию, что обнаруживается при доказательстве теорем, так и становлению (и значит – материи), что обнаруживается при решении проблем. Выше, мы уже говорили о двойственной природе математики, в которой Прокл различает воображение и рассудок и которая связана со “срединным” положением математики “между бытием и становлением”: рассудок тяготеет к разуму и бытию, а воображение – к мнению и становлению (см. 2.4.3). Здесь мы добавим, что рассудок относится к “бытийной” части геометрии и, следовательно, к аксиомам и теоремам, а воображение – к “становительной” части геометрии и, следовательно, к постулатам и проблемам³¹. Еще раз подчеркнем, что всякое конкретное выделение этих двух частей геометрии всегда остается условным: говоря так, мы не имеем в виду, что деление геометрии на “бытийную” и “становительную” части неопределенно и размыто, но имеем в виду, что такое деление является отвлеченным по отношению к математике и должно только с известной дистанцией применяться к конкретным математическим реалиям.

Продолжим теперь перечисление способов различать проблемы и теоремы, о которых говорит Прокл.

2. “...Если всякая проблема допускает как каждое утверждаемое о своей материи³², так и противоположное, то всякая теорема допускает [только] утверждаемое, но не противоположное... Когда предлагается вписать в круг равносторонний треугольник, речь идет о проблеме, поскольку в круг можно вписать и не равносторонний треуголь-

³¹ “Я говорю о мыслимой материи. Когда логосы переходят в нее и ее оформляют, по-видимому уместно говорить о некоем рождении... в рассудке же все пребывает без рождения и какого бы то ни было изменения” (78. 19–22, 79. 1–2). О “мыслимой материи” подробнее см. 2.4.3.

³² Как ниже специально поясняет Прокл, под “материей” (ὕλη) он понимает здесь геометрический объект, рассматриваемый в данной теореме или строимый в данной проблеме.

ник... Но когда говорится, что углы при основании равнобедренного треугольника равны, предлагается теорема, поскольку углы при основании равнобедренного треугольника не могут не быть равными. Поэтому высказывающий в виде проблемы [требование] вписать в полукруг прямой угол, показывает свою неосведомленность в геометрии, ибо все углы вписанные в полукруг прямые. Таким образом, то, в чем [говорится об] общем свойстве (σύνταγμα), сопутствующем всей материи, высказывается как теорема, а то, в чем [говорится о] не общем свойстве, не всегда сказываемом о данном подлежащем, выставляется как проблема” (79. 13–80. 9).

Такое различие проблем и теорем понятно чисто геометрически на приводимых примерах. (Прокл приводит еще больше примеров, часть из которых мы опустили.) Хотя такой способ различения проблем и теорем и не противоречит гипотезе Цейтена, эта гипотеза не объясняет смысл такого различения. В то же время смысл этого различения становится ясным, если относить теоремы к “бытийной” части геометрии, а проблемы – к ее “становительной” (конструктивной) части: только говоря о бытии, мы делаем необходимые утверждения; имея же дело со становлением, т.е. занимаясь конструированием, мы можем сделать нечто так, а можем и иначе. Такое отсутствие необходимости и означает, что мы имеем здесь дело с материей, а именно с геометрической материей, или воображением.

В духе гипотезы Цейтена следовало бы вообще иначе характеризовать ситуацию, которая представлена в примерах Прокла из последней цитаты: с этой точки зрения утверждения теорем суть высказывания о построенных объектах.

Наконец, последний способ различать проблемы и теоремы, на который указывает Прокл, *формально противоречит* гипотезе Цейтена:

3. «Люди из окружения Зенодота... отличают теорему от проблемы следующим образом: теорема исследует *что* есть (τί ἔστι) свойство (σύνταγμα) утверждаемое о ее материи, а проблема исследует *что* есть некоторое сущее (τίνος ὄντος τί ἔστιν). Исходя из этого, люди из окружения Посидония определяют теорему как предложение, в котором исследуется, существует [нечто] или не существует; а проблеме – как предложение, в котором исследуется *что* есть [нечто] и каково [оно]. При этом они говорили, что теорема должна оформляться как утверждение, например, “два угла всякого треугольника [вместе] больше третьего”... а проблема как вопрос [например] “можно ли (εἰ ἔστιν) на данной прямой построить [равносторонний?] треугольник?” Ведь не одно и то же – спрашивать просто и неопределенно (ἀλλῶς καὶ ὁρίστως), можно ли из данной точки опустить перпендикуляр на данную прямую, и рассматривать теоретически (θεωρεῖν), *что* есть перпендикуляр» (80. 15–81. 4).

Оказывается, что не в проблемах, как получается по Цейтену, а, наоборот, в теоремах выясняется “существует нечто или нет” и не в

теоремах, а в проблемах выясняется “чем нечто является и каково оно”, т.е. выясняются свойства геометрических объектов. О том, что с точки зрения эпистемологии Аристотеля именно теоремы должны решать вопрос о существовании, мы уже говорили при разборе первого способа различения проблем и теорем. Остается понять почему проблема, а значит построение, решает вопрос о том, “что есть нечто и каково оно”, т.е. вопрос, на который, вообще говоря, отвечает определение. В рамках аристотелевской эпистемологии аналогию между геометрическими построениями и определениями легко продолжить: так же как в аристотелевской эпистемологии рассматриваются первичные определения, не требующие доказательства существования определяемого объекта, и вторичные (диэретические) определения, требующие такого доказательства (см. 3.3.16, β), так и у Евклида имеются первичные построения, задаваемые постулатами и не требующие доказательства, тогда как всякое иное построение требует доказательства, что построено именно то, что требовалось. Если первичные построения задаются постулатами, то всякое иное построение представляет собой содержание некоторой проблемы. Чтобы говорить точнее, нужно вести здесь речь не об аналогии – ведь определения имеются у Евклида наряду с построениями – но о том, что геометрическое построение есть своего рода разворачивание определения в геометрической материи (воображении). Однако такое разворачивание есть *становление* – уже постольку, поскольку оно осуществляется в материи – и неверно говорить, что оно начинается и заканчивается для строяемого геометрического объекта его переход от небытия к бытию, как это получается у Цейтена. На самом деле, становление есть *процесс* этого перехода, но чтобы смотреть на него как на законченный, необходимо, отвлекшись от материи, встать на “вневременную” точку зрения – именно это делает доказательство. Каким именно образом доказательство отвлекается от геометрической материи, Прокл показывает на простом примере: опустить перпендикуляр из *данной* точки на *данную* прямую – это проблема; доказанное утверждение о перпендикуляре *вообще*, перпендикуляре как *таковом*, отделенном от материи, – это теорема³³. Проблему в этом примере

³³ Нас не должно смущать, что Прокл говорит здесь о “теоретическом исследовании того, *что такое* перпендикуляр” как о теореме, хотя выше в рамках того же подхода он говорил о том, что на вопрос “что есть нечто и каково оно” отвечает проблема. В параграфе 3.3.3 мы говорили, что и доказательство, так же как и определение, в конечном счете проясняет чуждость вещи, и таким образом опосредованно отвечает на вопрос “что она есть”, хотя непосредственно доказательство отвечает на вопрос “есть ли” и этим отличается от определения, которое непосредственно отвечает на вопрос “что есть нечто”. Здесь Прокл говорит о самой общей (платоновской) постановке теоретического вопроса по отношению к перпендикуляру: Проклу здесь важна не формулировка вопроса, а то, что это сугубо *теоретический* вопрос, в противоположность квазипрактическому построению.

Прокл называет “неопределенным” (*ἀόριστος*) исследованием, имея в виду произвол при выборе “данной” прямой и “данной” точки, связанный с геометрической материей³⁴. Необходимо только напомнить, что на самом деле картина несколько сложнее, так как и всякая проблема уже внутри себя пользуется доказательством, и теоремы пользуются вспомогательными построениями³⁵. Итак, с точки зрения аристотелевской эпистемологии построения, осуществляемые в проблемах, оказываются тесно связанными с вторичными определениями, и в этом смысле становятся понятны слова “последователей Посидония” о том, что проблема исследует “чем нечто является и каково оно”, поскольку на последний вопрос отвечают *только* вторичные определения. Несколько упрощая, можно сказать, что построение геометрического объекта есть *иллюстрация* определения этого объекта, которая, так же как и само определение, нуждается в доказательстве.

Наконец, последний момент различающий проблемы и теоремы, о котором говорит здесь Прокл, а именно тот, что проблемы формулируются в виде вопроса, а теоремы – в виде утверждения, тоже может быть истолкован в рамках аристотелевской эпистемологии. Вопросная форма есть речевая форма диалектики, которая занимается поиском определений. Форма утверждения, сопровождаемого доказательством, есть речевая форма эпистемы. Таким образом, проблема, основным содержанием

³⁴ Когда в формулировке проблемы (так же как и современной задачи на построение) говорится о “данных” геометрических объектах, то предполагается, что, с одной стороны, в рамках поставленных ограничений (если таковые имеются) эти объекты даны *произвольным образом*, и решение проблемы предполагает выполнение требуемого построения при *всяком* конкретном выборе этих объектов и/или указания на те варианты этого выбора, когда построение невозможно. С другой стороны, производя построение, мы выбираем один или несколько раз (если разные варианты выбора требуют различной процедуры построения) *конкретные* объекты, предусмотренные в условиях проблемы (в данном примере – точку и прямую), и к этим конкретным объектам применяем построение, верное в общем случае, связанным с данным выбором. Построения, связанные с одним или несколькими выборами объектов, должны быть справедливы для любого их выбора, находящегося в рамках поставленных условий. Хотя построение, таким образом носит необходимый характер, оно связано с условным выбором данных объектов. Эта и есть “неопределенность”, связанная с “геометрической материей”, о которой говорит Прокл. Выбор в рамках поставленных условий произвольных, но конкретных геометрических объектов Прокл обозначает специальным термином “ἐκθεσις”. См. также 2.5.3.

³⁵ Однако если всякая проблема нуждается в доказательстве, то не всякая теорема – в дополнительном построении. Ср. цитату в *примеч. 1*. В этом факте Прокл усматривает свидетельство первенства теорем над проблемами и вообще первенства в геометрии теории над квазипрактической деятельностью по построению геометрических объектов.

которой является построение, т.е. иллюстрация определения, связана с вопросной формой, а теорема, основным содержанием которой является доказательство, связана с формой утверждения.

Итак, все три способа различения проблем и теорем, о которых упоминает Прокл, соответствуют различению рассудка (*διάνοια*) и воображения (*φαντασία*) – основных способностей души, задействованных в геометрическом рассуждении. Если же ставить вопрос о “математическом существовании”, то в античной математике его необходимо брать в паре с “математическим возникновением”, и тогда нужно будет связывать проблемы с вопросом о “математическом возникновении”, а теоремы – с вопросом о “математическом существовании”. Важно понять, что неверна исходная посылка Цейтена, согласно которой отдельно устанавливается существование геометрических объектов и отдельно изучаются их свойства.

Нам удалось обнаружить только одну работу [38], в которой гипотеза Цейтена была подвергнута критике в близком нам духе. Согласно Стениусу, построения у Евклида имеют своей целью “выявить” (*exhibitare*) соответствующие геометрические объекты и “ввести их в оборот” (*to produce* – здесь автор специально уточняет, что речь идет о том значении этого глагола, которое употребляют, когда говорят, например, о “введении в рассмотрение” очередного свидетельства во время судебного разбирательства). Стениус также замечает, что такое понимание геометрических построений не предполагает признания актуального предсуществования любых геометрических объектов. Это весьма точно соответствует платоновскому “возникновению” противопоставленному “бытию” (однако Стениус об этом умалчивает).

4.3.2. Постулаты (*Ἀιτήματα* – требования, просьбы)

Как мы уже говорили в параграфе 3.2, Аристотель (*an. Post.* 1.10) противопоставляет постулаты гипотезам и истинным началам: постулаты суть чисто условные предложения, гипотезы – правдоподобные предложения, принимаемые в качестве истинных, а истинные начала – истинные сами по себе предложения. Прокл воспроизводит эту аристотелевскую классификацию по памяти и неточно. Во-первых, Прокл говорит здесь не об истинных началах, которые, как мы отмечали, бывают двух видов – специальные и общие (аксиомы), – но только об аксиомах. Во-вторых, Прокл путает гипотезы с определениями, сначала говоря об определениях и тут же заявляя, что сказанное относится к гипотезам, хотя Аристотель в том же месте специально подчеркивает, что “определения не суть гипотезы, так как они ничего не говорят о том, существует вот это [определя-

емое] или нет” (An. Post. 76b35)³⁶. Несмотря на эту путаницу, мы все же можем сказать, что Прокл принимает во внимание аристотелевское понимание того, что такое постулат. Казалось бы для Прокла, так же как и для нас, было бы естественно поставить вопрос о связи аристотелевского понимания постулата и понимания постулата в контексте различения проблем и теорем, о котором мы говорили выше. Однако Прокл этого не делает. Этот вопрос в действительности представляется сложным: никакой непосредственной связи между тем, что, с одной стороны, постулаты задают правила геометрических построений, и тем, что, с другой стороны, постулаты, по Аристотелю, являются чисто условными предложениями, не обладающими даже правдоподобием, не усматривается. Можно по этому поводу высказать следующую догадку: евклидовы постулаты суть недоказываемые положения, относящиеся к “геометрическому становлению”, а становление есть неопределенная среда, сама по себе не могущая содержать никакой достоверности, поэтому постулаты суть чисто условные положения, как об этом говорит Аристотель. Впрочем, как мы сейчас увидим, постулаты отнюдь не являются случайными и связаны с начальными объектами теории Евклида; в этом смысле можно сказать, что достоверность постулатов обеспечивается этими начальными объектами.

Обратимся теперь к постулатам “Начал”. Сначала рассмотрим постулаты 1–3:

1. Αἰτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Требуется от всякой точки до всякой точки проводить прямую линию.

2. Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν.

Ограниченную прямую непрерывно продолжать по прямой.

3. Καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

Из всякого центра всяким раствором [циркуля] чертить круг.

Прежде всего обратим внимание на то, что постулаты в отличие от аксиом сформулированы не как утверждения, а как требования (αἰτήματα). Чтобы понять, почему постулат не есть утверждение, нужно использовать указание Прокла на то, что постулаты отлича-

³⁶ “...не одно и то же аксиома, постулат и определение, как говорит где-то блаженный Аристотель. Когда и учащемуся известно и само по себе достоверно то, что включается в разряд начал, то это – аксиома... Когда же ученик не воспринимает смысл излагаемого как сам по себе достоверный, однако же берет его в качестве исходного и соглашается с принимающим это, то перед нами определение... Но когда то, о чем идет речь, неизвестно, и оно принимается несмотря на то что учащийся не соглашается с этим, тогда, говорит Аристотеля, мы называем это постулатом... Таким образом, согласно учению Аристотеля, отделяются друг от друга аксиома, постулат и гипотеза” (Proclus. Op. cit. 76.6–77.2 – пер. Шичалина).

ются от аксиом таким же образом, как проблемы – от теорем. Как мы помним, проблема, согласно Проклу, формулируется в виде вопроса, а теорема в виде утверждения. Выше мы связали это противопоставление с аристотелевским противопоставлением диалектики и эпистемы, и говорили о том, что проблемы теснее связаны с диалектическими получаемыми определениями, а теоремы – с собственными эпистемическими доказательствами. Следуя Проклу, то же самое нужно отнести и к постулатам с аксиомами. Постулаты, таким образом, относятся больше к диалектической сфере, и потому выражаются в виде требования-просьбы, обращенной к собеседнику, наличие которого обязательно предполагает диалектика. Аксиомы относятся к собственной эпистемической сфере, и потому формулируются в виде утверждений, не обращенных непосредственно к собеседнику, поскольку эпистема (по Аристотелю) реализуется через “незаинтересованные” высказывания, которые не предполагают какого-либо ответа на них. Поскольку в современной математике не рассматриваются постулаты, а есть только аксиомы³⁷, переводчики стремятся переформулировать евклидовы постулаты 1–3 как *утверждения* о возможности некоторого построения [70]. Конечно, основной смысл этих постулатов передается таким образом правильно, но все же, как мы только что показали, особая форма, в которой выражены эти постулаты, отличная от формы *утверждения*, не случайна и связана с их смыслом.

Перейдем теперь к анализу содержания постулатов 1–3. Постулаты 1 и 3 задают возможность построения и, значит, согласно нашей интерпретации, “возникновение” прямой (отрезка) и круга. При этом отрезок предполагается заданным двумя точками, являющимися его концами, а круг – центром и радиусом (отрезком, один из концов которого служит центром круга). Хотя возможность построения точки не постулируется Евклидом отдельно, как мы видим, она предполагается в первом и третьем постулатах. Итак, “возникновение” точки, прямой и круга постулированы. “Возникновение” любого другого геометрического объекта представляет собой “проблему”: каждый такой объект должен быть построен “циркулем и линейкой”, т.е. должен “возникнуть” через точку, прямую и круг. Выше в параграфе 4.2 мы уже говорили об особом положении точки, прямой и круга в системе определений первой книги, так что избрание Евклидом именно этих объектов в качестве “начальных построений” не произвольно, но имеет совершенно строгий смысл: точка, прямая и круг суть “основные геометрические эйдосы”. Ниже мы также будем рассматривать эти три объекта как “начальные” в смысле аристотелевской эпистемологии. Разворачивание на основе постулатов 1–3 из точки, прямой и круга всего универсума геометрических объектов есть “переход от более простого к более слож-

³⁷ Подробнее мы скажем об этом далее.

ному”, о котором говорит Прокл (57.24–25). После “становления” сложного многообразия геометрических объектов на основе немногих простых начальных объектов у Евклида следует “возвращение к более простому” (ibid. 26), т.е. сворачивание “возникшего” геометрического универсума обратно к начальным объектам, причем именно это сворачивание говорит о *существовании* многообразия геометрических объектов в противоположность его “возникновению”. На конкретный математический смысл такого сворачивания у Евклида мы укажем в следующем параграфе.

Во втором постулате постулируется возможность неограниченного продолжения данной прямой. В связи с тем, что прямая линия выступает в этом постулате как “неограниченная”, нужно вспомнить верификацию, приведшую к определениям 15, 16, 17: там, напомним, прямая (диаметр) выступала как призрак.

Постулат 5, так же как и первые три постулата, содержит требование некоторого построения:

5. Καὶ εἴν ἐῖς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς δύο εὐθείας ἐπ’ ἄπειρον συμπίπτειν ἐφ’ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες.

Если прямая, пересекающая две [другие] прямые, образует внутренние и [лежащие] по одну сторону [от первой прямой] углы [в сумме] меньшие двух прямых, пересечь эти две прямые с той стороны, с которой углы меньше двух прямых, продолжая их до бесконечности.

Возможность такого построения, однако, является менее очевидной и принципиально более проблематичной, чем в случае первых трех постулатов. В пятом постулате речь идет вовсе не о каком-либо объекте-эйдосе, как в первых трех постулатах, а о весьма специальной конструкции, которая не только не является эйдосом, но и вообще неограниченна, т.е. (для Евклида) “неопределенна”: постулируется “возникновение” точки пересечения при продолжении двух отрезков при заданных условиях, однако эта точка может находиться сколь угодно далеко от концов этих отрезков. Прокл считает пятый постулат неудовлетворительным и делает попытку доказательства этого постулата. Как известно, такого рода попытки привели в конце концов к созданию неевклидовых геометрий.

Оставшийся постулат 4:

4. Καὶ πᾶσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.

[Требуется, чтобы] все прямые углы [были] равны друг другу,

отличается по своему характеру от других постулатов. Здесь речь идет не о построении (“возникновении”), а постулируется некоторое свойство уже построенной конструкции. Как говорилось выше, прямой угол в смысле определения 10 является эйдосом угла. Однако,

как легко видеть, эйдос угла определяется только по отношению к данной паре пересекающихся прямых: таким образом определенный эйдос угла “равен себе” только в смысле равенства данных смежных углов. Согласно постулату 4, прямой угол равен себе в гораздо более сильном смысле и, следовательно, является эйдосом угла уже безотносительно к той или иной паре прямых, формирующих пару смежных углов (см. определения 8,9). Только приняв во внимание постулат 4, можно сказать, что прямой угол есть эйдос угла в том же смысле, в котором мы говорили о прямой как об эйдосе линии и о круге как об эйдосе плоской фигуры. Таким образом, четвертый постулат “доопределяет” прямой угол в качестве эйдоса угла. Требовать построить прямой угол нет необходимости: прямой угол легко строится циркулем и линейкой на основе постулатов 1–3 (предложения 11, 12). Принимая во внимание сказанное в предыдущем пункте о близости построений и определений, можно сказать, что и этот постулат относится к “становительной” части геометрии, несмотря на то что он отличается по своему характеру от других постулатов. Кстати говоря, это единственный евклидов постулат, который Прокл приводит в качестве примера, говоря о постулате в понимании Аристотеля – как утверждение, которое не только не самоочевидно, но и не правдоподобно. Прокл предпринимает попытку доказать и этот постулат. Анализ этого доказательства мы оставляем за пределами нашего рассмотрения.

4.3.3. Аксиомы (*Κοινὰ ἔννοια* – общие положения)

Как мы говорили выше (3.3.2) Аристотель понимает аксиомы как истинные сами по себе начала особого вида, а именно “общие” начала, необходимые всякой эпистеме независимо от ее специального предмета исследования. Там же мы сказали, что, как указывает сам Аристотель, он заимствует этот термин из математики, придавая ему другой, а именно *логический* смысл. В самом деле, евклидовы “общие положения” очевидным образом не могут быть аксиомами в аристотелевском смысле, так как формулировки этих аксиом недвусмысленно указывают на математическое их применение, а математика для Аристотеля остается только особой эпистемой в ряду других (см. 3.А.1). Тем не менее Аристотель сам приводит в качестве примера аксиомы евклидово “общее положение” 3, говоря о том, что оно может применяться как в геометрии, так и в арифметике³⁸. Это легко

³⁸ “...общее [начало], например, что если от равного отнять равное, то останется равное. Каждое из таких [общих начал] применяется по отношению к роду [которым занимается данная эпистема], ибо оно будет истинно даже если не брать его в отношении всех [родов зараз], а [отдельно: в геометрии –] в отношении величин или в арифметике – в отношении чисел” (An. Post. 75a40–76b2).

объяснить, приняв во внимание то обстоятельство, что Аристотель не просто пользуется термином “аксиома”, но переосмысливает понятие аксиомы вместе с переосмыслением того, что такое вообще эпистема. Математические аксиомы – общие внутри математики, так как одни и те же аксиомы применяются во всех математических дисциплинах. Кроме того, с точки зрения платонизма математические аксиомы просто *общие*, так как математика для платонизма служит синонимом “гипотетической эпистемы”, и платонизм не знает никаких других аксиом кроме математических. Итак, для платонизма аксиомы общие, причем под аксиомами здесь имеются в виду математические аксиомы. Поскольку Аристотель понимает математику как эпистему особого вида, то чтобы продолжать понимать аксиомы как общие для *всякой* эпистемы, ему необходимы уже не математические, а логические аксиомы. Непосредственно математические аксиомы для этого не годятся, и Аристотель заменяет их аксиомами тождества, исключенного третьего и совершенного силлогизма.

Если эта наша реконструкция верна, то нам нужно понимать “аксиомы” у Евклида как положения, на которые опираются доказательства во всех математических дисциплинах. Такая интерпретация соответствует и собственному термину Евклида “κοινὰ ἐννοιαὶ” (общие положения)³⁹. Посмотрим, однако, все ли евклидовы “общие положения” одинаково общие для всех математических дисциплин. Говоря о математических дисциплинах, мы будем иметь в виду только арифметику и геометрию: это не ограничит общности, так как другие античные математические дисциплины представляют своего рода приложения арифметики (гармония) и геометрии (астрономия, оптика)⁴⁰, и если данное положение применимо к основной дисциплине, оно применимо и к соответствующему “приложению”. Очевидным образом, и к геометрии, и к арифметике приложимы первое и пятое евклидовы “общие положения”⁴¹. То же самое нужно сказать и о втором и третьем “общих положениях”. Возможные сомнения в том, что последние два положения одинаково применимы и в арифметике, и в геометрии связаны только со сложностями перевода: если переводить “προστίθημι” как “прибавлять”, а “ἀφαιρέω” как “отнимать”, то по современным языковым нормам, эти термины будут относиться только к числам. Если же переводить эти термины как соответственно “приставлять” и “отделять”, то их можно отнести к геометрическим объектам. На самом деле у Евклида эти термины имеют одновременно и арифметический и геометрический смысл, как об этом прямо говорит Аристотель.

³⁹ Альтернативное понимание этого термина как “общераспространенные”, и значит правдоподобные положения [70] нам кажется неубедительным.

⁴⁰ См. 2.6.

⁴¹ Аксиомы Евклида мы подробнее рассматриваем ниже.

Однако четвертое “общее положение” кажется на первый взгляд чисто геометрическим и, таким образом, не “общим” и не аксиомой. В самом деле, как могут “совпадать” (ἐφαρμόζειν ἐπ’ ἄλληλα – букв. “одеваться друг на друга”) две геометрические фигуры, понятно, но как могут таким же образом совпадать два числа? Ведь в современной математике конгруэнтность рассматривается как сугубо геометрическое понятие. Можно предположить, что под конгруэнцией чисел Евклид понимает то, что мы сегодня называем биекцией, или взаимно-однозначным отображением. В пользу этого предположения говорит не только сказанное выше об общем характере евклидовых аксиом, но и тот факт, что числа мыслятся в античной математике всегда наглядно [24]; сам Евклид в арифметических книгах “Начал” изображает числа отрезками. Аналогичным образом нужно мыслить “часть” числа, чтобы применять в арифметике аксиому 5.

Прежде чем рассмотреть все пять “общих положений” по отдельности, сделаем, во избежание недоразумений, следующее замечание. Прогрессистская история математики понимает евклидово отношение “равенство” (ἴσον) в том случае, когда оно применяется к геометрическим объектам, как современную “равновеликость”. Такое понимание необходимо истолковать в следующем точном смысле: понимая евклидово “равенство”, отнесенное к геометрическим объектам, как “равновеликость”, мы нигде не приходим к противоречию. Однако это отнюдь не означает, что евклидово “равенство” и современная “равновеликость” тождественны: равновеликость есть равенство *чисел*, поставленных в соответствие геометрическим объектам (которые называют их мерами), а у Евклида, как особо подчеркивает Аристотель, аксиомы и, следовательно, “равенство”, о котором говорится в аксиомах, применяются к числам и геометрическим объектам *по-отдельности*. Равенство геометрических объектов у Евклида есть равенство самих геометрических объектов, а не сопоставленных им чисел. На вопрос, что означает такое равенство, проще всего ответить в формальном духе: это есть отношение, задаваемое списком евклидовых “общих положений”, если понимать упоминаемые в них операции как геометрические операции (прикладывание, отделение и накладывание). О содержательном смысле евклидова “равенства” как верификатора мы уже говорили выше и будем еще говорить далее.

Аксиома 1⁴²:

Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἔστιν ἴσα.

Равные одному и тому же равны и друг другу –

по своему виду аналогична “совершенному силлогизму”.

⁴² Здесь и ниже мы употребляем термин “аксиома” в смысле недоказываемого положения, общего для всех математических дисциплин.

В равно С
 С равно А
 —————
 В равно А

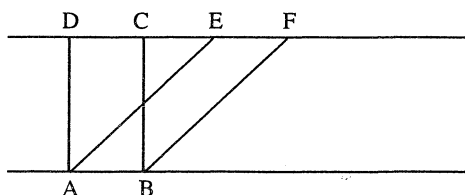
В присуще С
 С присуще А
 —————
 В присуще А

Этот факт отмечался неоднократно (например: [12]). Мы же можем не ограничиваться указанием на аналогию, но показать точный смысл соответствия между аксиомой 1 и совершенным силлогизмом. С нашей точки зрения, здесь необходимо говорить о том, о чем мы уже говорили выше, — о трансформации математических аксиом в логические. Выше мы говорили об этом, принимая во внимание только общий смысл понятия аксиомы, теперь наша гипотеза подтверждается при рассмотрении содержания конкретных аксиом — евклидовой математической аксиомы и аристотелевой логической аксиомы. Итак, Аристотель с формальной точки зрения заменяет “равенство” математической аксиомы на “принадлежность”, благодаря чему эта аксиома из математически-всеобщей становится логически-всеобщей. Смысл совершенного силлогизма, который мы обсуждали в 3.3.3, помогает нам понять смысл аксиомы 1. Как мы говорили, с помощью совершенного силлогизма мы можем понять свойство (присоединенное к) некоторой сущности как момент этой самой сущности. Точно так же с помощью аксиомы 1 различные А и В понимаются как равные и, таким образом, математически тождественные. Это отвечает пониманию равенства как математического тождества, о котором мы говорили в 4.2. И в том и другом случае это достигается за счет введения между двумя “крайними” членами третьего “среднего”, который “соединяет” крайние, показывая (точнее, *доказывая*), что они суть не два члена, а нечто одно.

Прежде чем продолжить выяснение вопроса о соотношении аксиомы 1 и совершенного силлогизма, приведем в качестве примера евклидово предложение 1.36⁴³, в котором, с одной стороны, используется аксиома 1, а с другой стороны, заключение по совершенному силлогизму. Мы говорим здесь об аксиоме 1, “с одной стороны”, и совершенном силлогизме — “с другой”, в сугубо предварительном порядке: основной вопрос, который мы будем обсуждать чуть ниже — это как раз вопрос о том, каким образом и в каком смысле об аксиоме 1 и совершенном силлогизме можно говорить как о двух разных инструментах одного и того же доказательства.

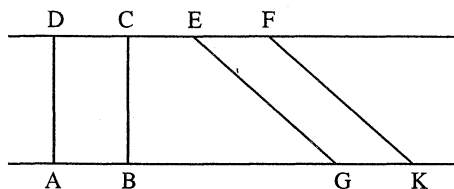
Итак, в предыдущем предложении 1.33 Евклид доказывает равенство параллелограммов, имеющих общее основание и заключенных между теми же параллельными:

⁴³ Предложения “Начал” указываются следующим образом: сначала идет номер книги, а затем через точку — номер предложения в книге.



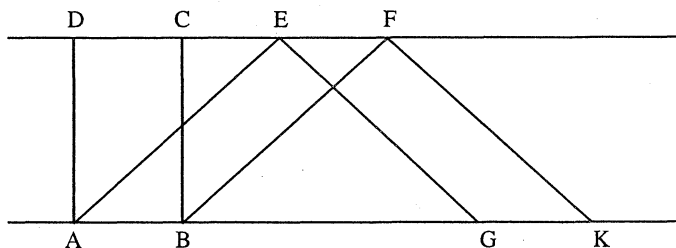
$$ABCD = ABFE$$

Теперь Евклид хочет усилить эту теорему и доказать, что заключенные между теми же параллельными параллелограммы равны не только в том случае, если они имеют одно и то же основание, но и в том случае, если они имеют равные основания.



если $AB = GK$, то $ABCD = GKFE$?

Казалось бы, это последнее утверждение легко доказать на основании предыдущего, воспользовавшись “общим положением” 4 и наложив GK на AB . Евклид, однако, не действует таким образом, так же как и во многих других случаях избегая использования наложения⁴⁴. Вместо того чтобы производить указанное наложение, Евклид проводит прямые AE и BF , получая таким образом еще один параллелограмм $ABFE$:



По доказанному (1.35) $ABCD = ABFE$ и $ABFE = GKFE$, откуда по аксиоме 1 имеем $ABCD = GKFE$, что и требовалось доказать.

Параллелограмм $ABFE$ вводится здесь “между” данными параллелограммами $ABCD$ и $GKFE$ как “средний член” между “крайними”, благодаря чему вся конструкция обретает связанность и стано-

⁴⁴ См., например, предложения 1.2 и 1.5, где использование наложения сразу даст искомое, но Евклид приводит довольно длинные построения и доказательства без наложения. Тот факт, что Евклид избегает пользоваться наложением, отмечался многими исследователями [19, 70].

вится “единой”; при этом выясняется, что два данных параллелограмма равны между собой, т.е. в специальном (математическом) смысле тождественны. Если мы теперь захотим найти в этом рассуждении силлогизм, он будет выглядеть следующим образом:

Равные одному и тому же равны друг другу (аксиома 1)

ABCD и GKFE равны одному и тому же ABFE , (*)
следовательно, ABCD и GKFE равны.

Фактически здесь силлогизм служит основанием для подстановки, т.е. для применения аксиомы 1 к конкретному случаю параллелограммов ABCD, ABFE и GKFE. Однако сам силлогизм (*) получается в результате применения общей *схемы* совершенного силлогизма к конкретному случаю доказательства предложения 1.36, т.е. в результате аналогичной подстановки. Таким образом, силлогизм работает здесь вхолостую: подстановка объясняется через подстановку. В других примерах применения совершенного силлогизма в математике, которые приводит сам Аристотель, дело обстоит аналогичным образом [25]. При таком применении силлогизма его невозможно интерпретировать как “сборку сущности” в смысле 3.3.3. С точки зрения аристотелевской эпистемологии это можно, с одной стороны, объяснить тем, что математика вовсе не занимается сущностями. С другой стороны, как мы только что видели, применение самой аксиомы 1 вполне аналогично “сборке сущности”. Эти обстоятельства подтверждают ту точку зрения, что Аристотель разрабатывал логику, отталкиваясь от математики, но заставляют отказаться от того аргумента, что в математических рассуждениях Евклида можно найти хорошие примеры использования аристотелевских логических правил. Аристотель, по-видимому, действительно пытался включить математику в область действия логических правил, и, говоря формально, ему это удалось. Однако, как представляется, идея Аристотеля при разработке логики состояла вовсе не в том, чтобы упорядочить и систематизировать математические рассуждения. Скорее наоборот, Аристотель пытался достичь математической систематичности и строгости (которая в математике обеспечивалась *внутренними* математическими средствами) в другой области, а именно в физике и в метафизике. Другими словами, наша гипотеза состоит в том, что Аристотель пытался научиться рассуждать о *сущностях* так же строго и систематично, как математика рассуждает об абстракциях. Для этого ему и понадобилась логика.

Трудно сказать, был ли аристотелевский проект строгой “наукой о сущности”, систематизированной с помощью логики, вообще когда-либо реализован. По-видимому, образцы такого рода стоит искать только в схоластике (или в современной формальной онтологии – но там используется уже другая логика). Во всяком случае, фи-

зика и метафизика самого Аристотеля остаются, по его собственным критериям, чисто “диалектическими” разработками: они совершенно лишены той систематичности, которую мы находим у Евклида. После Галилея физика прочно встала на путь платонизма: и в новое время, и сегодня языком физики (или “языком природы”, как говорил Галилей) является математика, а не логика (если не считать позднейших попыток применения формальной логики в науке). Впрочем нужно принять во внимание то обстоятельство, что в настоящее время граница между математикой и логикой перестала быть очевидной.

Аксиомы 2, 3

2. Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προτεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

Если к равным добавлены (приставлены) равные, то целые равны.

3. Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

Если от равных отняты (отделены) равные, то остатки равны.

В отличие от первой аксиомы эти две аксиомы уже не имеют логических аналогов, так как они связаны со специальными математическими операциями – добавлением (прикладыванием, πρόσθεσις) и отнятием (отделением, ἀφαίρεσις). Эти операции указывают на делимость тех математических объектов, над которыми осуществляются эти операции, и, значит – на причастность их “математической материи”. Таким образом, эти аксиомы имеют заведомо более низкий онтологический статус, чем первая аксиома, причем это одинаково верно как с платоновской, так и с аристотелевской точки зрения. По всей видимости, именно “материальный” характер этих аксиом делает для них невозможной такую же трансформацию в логику, какую мы рассмотрели для первой аксиомы. Это подтверждается на Аристотелевом примере первой сущности, который он обычно приводит, споря с платоновским пониманием математических предметов как бытийно наполненных, а именно на примере *животного* (ζῷον) (взятого не как род, а как *вот это* животное). В самом деле, животные, за редким исключением, не могут быть разделены на части или сложены из частей так, чтобы они при этом не перестали быть животными, т.е. не погибли бы – причем, чем о более высоко организованных животных идет речь, тем указанных исключений меньше. Таким образом, в рассуждениях о сущностях, в достаточно сильном смысле этого слова, математические операции деления на части и складывания из частей не могут иметь места.

Что касается математического смысла аксиом 2 и 3, то он заключается в установлении правил взаимодействия “материальной” стороны математики – математических операций деления на части и составления из частей – и ее “эйдетической” стороны, а именно “равенства”. Эти аксиомы говорят о том, что обе математические операции сохраняют “равенство”: прибавление к равным равных дает

снова равные (аксиома 2) и отнятие равных от равных дает снова равные (аксиома 3). Именно эти свойства делают данные операции *математическими*: “призрачность”, связанной с этими операциями материи, является не полной, делающей невозможной какую бы то ни было науку (математику), но только частичной; в этой материи можно ориентироваться, сохраняя “равенство” хотя и не абсолютное тождество.

Аксиомой 4 –

4. Καὶ τὰ ἐφαρμοζόντα ἐλ' ἄλληλα ἴσα ἀλλήλοις ἔστιν.

Конгруэнтные⁴⁵ друг другу равны друг другу –

Евклид избегает пользоваться везде, где это только возможно (как мы это уже видели на примере предложения 1.36). Многие исследователи [70] правильно, на наш взгляд, объясняют этот факт тем, что наложение, о котором здесь идет речь, предполагает движение геометрических объектов, что выходит за рамки изучения “неподвижного”, и с платонической точки зрения понижает статус эпистемы. Действительно, “положение”, присущее геометрическим объектам, есть “неопределенность”, характеризующая геометрию как таковую, тогда как движение есть “неопределенность положения”, т.е. еще большая неопределенность. Хотя совсем избавиться от этой аксиомы Евклиду не удается, он ею не пользуется в арифметических книгах. Заметим, что утверждение обратное аксиоме 4 будет, конечно, неверным, поскольку “равенство” у Евклида означает современную “равновеликость”. С современной точки зрения именно конгруэнтность, а не евклидово “равенство” (современная равновеликость) делает геометрические объекты “одинаковыми”: как показал Клейн [74], в основание евклидовой геометрии можно положить именно свойства конгруэнтности.

Аксиому 5:

5. Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον.

Целое больше [своей] части

Евклид везде использует только как отрицательное суждение о “равенстве”, т.е. в форме “целое *не равно* своей части”. Таким образом, для Евклида указание на “большее” в этой аксиоме является указанием на платоновское противопоставление неопределенности “большого–меньшего” определенности “равного”, а не указанием на противопоставление “большого” “меньшему” (см. 2.5.1). И для Платона, и для Аристотеля отрицание является чем-то вторичным по сравнению с утверждением (2.4, 3.3.36). При этом, как мы видели, и для Платона, и для Аристотеля проблема отрицания является болезненной, приводя к фундаментальным трудностям их теорий. На основании этого уже можно сказать, что статус “отрицательной” акси-

⁴⁵ “Τὰ ἐφαρμοζόντα ἐλ' ἄλληλα” переводили на латынь как “quae inter se congruunt”, откуда наша “конгруэнтность”.

омы 5 является более низким, чем у других аксиом, и потому не удивительно, что Евклид помещает ее в конце списка. Евклид пользуется этой аксиомой в доказательствах “от противного”, которые Аристотель считает менее “сильными”, чем прямые доказательства (3.3.3в). В то же время сам Евклид пользуется доказательствами “от противного” и аксиомой 5 очень широко, так что сказанное выше о статусе этой аксиомы не может служить поводом для приуменьшения значения этой аксиомы для Евклида.

4.4. ТЕОРИЯ ПЕРВЫХ ЧЕТЫРЕХ КНИГ “НАЧАЛ”

Как несложно установить путем изучения структуры ссылок в доказательствах, первые четыре книги “Начал” представляют собой относительно самостоятельную теорию [30, 99]. Существует даже гипотеза, согласно которой прототипом первых четырех книг “Начал” Евклида был отдельный раннепифагорейский компендиум, составленный раньше, чем “Начала” Гиппократа Хиосского [45]. Посмотрим сначала, как теория первых четырех книг “Начал” Евклида трактуется при прогрессистском подходе. Первая книга по сегодняшнему дню представляет основу для большинства школьных курсов элементарной геометрии; кроме того, в первой книге имеются результаты, сохраняющие в некоторой мере и теоретическое значение: например, на предложении 1.42 и сегодня обычно строят теорию площадей многоугольников [49], а предложение 1.47 (“теорема Пифагора”) играет центральную роль в классической аналитической геометрии⁴⁶, сохраняя свое “наводящее” значение и в теории метрических пространств. Таким образом, предложения первой книги входят в “современный математический компендиум”⁴⁷, играя в нем заметную роль, и потому для прогрессистской истории математики нет необходимости предпринимать какие-то особые усилия для их интерпретации: эти предложения для историка-прогрессиста, как и для всякого современного человека, изучавшего в школе геометрию, кажутся содержательными сами собой.

Похожим образом дело обстоит и с третьей и четвертой книгами: большая часть предложений 3–4 книг непосредственно входит в современные курсы элементарной геометрии – в разделы, посвящен-

⁴⁶ Так как с помощью теоремы Пифагора здесь выводится важнейшая формула для вычисления расстояния между точками, заданными своими координатами в прямоугольной системе координат:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

⁴⁷ См. “Введение”. Исключение здесь составляют только некоторые определения вроде 1.1, о которых мы подробно говорили в параграфе 4.1.

ные соответственно “геометрии круга” (3.1, 17, 18, 21, 22) и “вписанным и описанным многоугольникам” (4.4–9); предложения 3.35–37 хорошо интерпретируются в рамках аналитической геометрии, но могут быть поняты и непосредственно; те предложения, которые не входят в современные курсы (например, 3.2, 4–6), рассматриваются при прогрессистском подходе как “экзотические”, но в принципе ясные, т.е. тоже рассматриваются непосредственно.

Иначе обстоит дело со второй книгой. В принципе здесь также каждое предложение может быть понято непосредственно – как само утверждение, так и его доказательство – и в этом смысле сразу рассмотрено как предложение компендиума, однако тогда, принимая во внимание структуру компендиума, придется сказать, что предложения второй книги являются чрезвычайно искусственными, сплошь “экзотическими” результатами, что вторая книга представляет собой “тупиковую ветвь развития”. В этой ситуации, если исходить из презумпции осмысленности текста, необходимо, не ограничиваясь непосредственным пониманием второй книги, снова поставить вопрос о ее математическом смысле. Если этот вопрос ставится по-прежнему в рамках прогрессистской истории математики, то всякий возможный ответ будет заключаться в том, что будет найдена некоторая интерпретация предложений второй книги в виде элементов компендиума, занимающих в его структуре более важное место, чем эти же предложения взятые “непосредственно”. Такую интерпретацию, действительно, предложил Таннери⁴⁸, указав процедуру, посредством которой предложения 1–10 второй книги переводятся в *алгебраические формулы*; при этом оставшиеся предложения 11–14 рассматриваются как применения этих формул к специальным геометрическим вопросам. Это дает прогрессистской истории математики повод говорить о том, что во второй книге “Начал” “алгебраические формулы выражены в геометрической форме”⁴⁹, и о “геометрической алгебре”, которой владели греки⁵⁰. Остановимся на этом вопросе подробнее.

4.4.1. “Геометрическая алгебра древних”

Метод интерпретации, переводящий предложения 2.1–10 “Начал” в алгебраические формулы, предложенный Таннери, состоит в следующем:

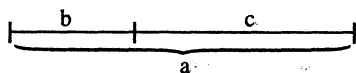
- 1) отрезки и прямоугольники понимаются как алгебраические переменные;

⁴⁸ Авторство Таннери не является бесспорным. Подробно об истории “геометрической алгебры” как методе интерпретации античных геометрических теорий см. [42].

⁴⁹ Ср. сказанное во “Введении” о роли “формы выражения” в прогрессистской реконструкции.

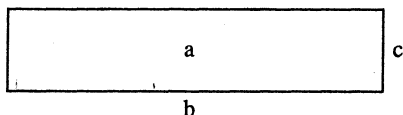
⁵⁰ «Вторая книга “Начал” Евклида – это алгебра древних» [70, с. 304].

- 2) отрезок a , составленный из двух отрезков b и c , понимается как алгебраическая переменная a , равная сумме алгебраических переменных b и c :



$$a = b + c$$

- 3) Прямоугольник a , имеющий стороны b и c , понимается как алгебраическая переменная a , равная произведению алгебраических переменных b и c :



$$a = bc$$

Чтобы сразу стало понятным о чем идет речь, приведем в качестве примера евклидово предложение 2.4, которое в рамках указанной интерпретации представляется как выраженная в геометрической форме известная формула для квадрата двучлена. Это предложение настолько очевидно, что мы приводим только чертеж, опуская доказательство. Этот чертеж приводят в некоторых современных школьных учебниках алгебры [46] в качестве геометрической иллюстрации формулы для квадрата двучлена:

a	b
ab	b ²
a ²	ab

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Такой метод интерпретации весьма эффективен для прогрессистской истории математики и может быть применен не только ко второй, но и к шестой книге “Начал”, “Коникам” Аполлония и некоторым другим текстам. Тем не менее при такой интерпретации встает следующий принципиальный вопрос. Элементарная алгебра, о которой идет речь при этой интерпретации, есть прежде всего наука об уравнениях, которая, согласно самой прогрессистской реконструкции, возникла при решении с помощью уравнений различных практических задач [108]. Если в самом деле “Вторая книга “Начал” Евклида – это алгебра древних”, то неясно, почему Евклид ни здесь, ни в шестой книге ничего не говорит об уравнениях и не развивает систематически их теорию. Правда, исследователи усматривают в предложениях 2.5–6 и 6.28 связь с формулами для решения квадратных уравнений, однако все равно представляется странным, что Евклид здесь только случайно затрагивает стержень всей теории. Если

бы речь шла только о логическом стержне, то еще можно было бы сказать, что Евклид, не понимая логической структуры алгебры, много внимания уделяет частностям, так и не доходя до главного. Однако, как мы уже говорили, согласно принятой реконструкции, алгебра и возникла из решения уравнений, т.е. теория уравнений в алгебре является первой не только логически, но и исторически – поэтому Евклид, чтобы упустить теорию уравнений, должен был не только не понимать алгебры, но и совершенно не знать исторической традиции ее развития.

Кроме того, интерпретация второй книги “Начал” как “геометрической алгебры” сталкивается со следующей логической трудностью. В рамках этой интерпретации предложение 2.1 дает алгебраический закон дистрибутивности:

$a(b + c + d + \dots) = ab + ac + ad + \dots$
(2.1)

а предложения 2.2 и 2.3 – два частных случая этого закона:

$\text{если } a = b + c, \text{ то } ab + ac = a^2$
(2.2)

$a(a + b) = a^2 + ab$ (2.3)

Остается неясным, зачем Евклиду понадобилось отдельно доказывать два частных случая только что доказанного предложения. Нигде в других местах Евклид не допускает такой логической несурезицы. Чтобы объяснить эту несурезицу, исследователи вынуждены прибегать даже к ad hoc гипотезе о лакуне в тексте между 2.3 и 2.4 [70]. Интерпретация, которую мы приводим ниже, позволяет не рассматривать 2.2 и 2.3 как частные случаи 2.1 и таким образом преодолеть указанную трудность.

Укажем, наконец, на одну историческую реконструкцию, тесно связанную с алгебраической интерпретацией греческих математических текстов. Согласно этой реконструкции [62, 106, 55, 53], “геометрическая алгебра” возникла на основе алгебры, имеющей риториче-

ческую форму, которая практиковалась в государствах Малой Азии и была воспринята греками, после того как в кругу Пифагора был открыт факт существования несоизмеримых геометрических величин. Другими словами, согласно этой реконструкции, греки сознательно “перевели” вавилонскую алгебру на геометрический язык, что было шагом, аналогичным введению действительных чисел, если не принимать в расчет ограничений связанных с тем, что произведение двух величин в “геометрической алгебре” это объект другой природы, чем сомножители. Данная реконструкция это пример того, как непонимание сути прогрессистской реконструкции может привести к необоснованным заключениям. Никаких свидетельств в пользу этой реконструкции, независимых от предположения о том, что “греки занимались алгеброй”, не существует. Имеющиеся надежные источники никак не подтверждают, что открытие несоизмеримости было “скандалом в математике”, вызвавшим в этой науке “кризис оснований” [21]. Свидетельства о влиянии вавилоновской математики на греческую также не надежны⁵¹. Наконец, нет вообще никаких свидетельств о “золотом веке” греческой *теоретической* математики, еще не познавшей греха несоизмеримости: открытие несоизмеримости приписывается кругу Пифагора и поэтому по времени практически совпадает с первыми проявлениями теоретической математической мысли, о которых у нас имеются свидетельства (см. главу 1). Вообще, несоизмеримость наряду с доказательствами Фалеса, и, пожалуй, даже в большей мере, нежели они, есть один из первых, чисто теоретических результатов, не имеющих никакого практического значения⁵². Тем более, нет никаких независимых от данной гипотезы свидетельств того, что предполагаемый сознательный “перевод алгебры на геометрический язык” действительно имел место.

Если реальная историческая связь второй книги “Начал” и алгебры не такова, как ее видит прогрессистская история математики, то какова же она? То, что такая связь есть, не вызывает сомнений: иначе пришлось бы объяснять чистой случайностью саму возможность прогрессистской интерпретации второй книги как “геометрической алгебры”⁵³. В связи с этим прежде всего обратим внимание

⁵¹ Квалификация вавилонских вычислений как алгебраических в свою очередь является прогрессистской и критикуется Унгуру [42]. Мы оставляем этот вопрос за пределами нашего рассмотрения.

⁵² Приведенные Фалесом доказательства не имеют практического значения, однако сами доказанные им факты могут иметь практическое значение и практически достоверны. Факт существования несоизмеримых величин не имеет вовсе никакого практического смысла.

⁵³ Жмудь [71], отрицая гипотезу о “геометризации” алгебры, как раз утверждает, что “совпадение греческих приемов с вавилонскими” есть “результат независимого развития” и не находит такое совпадение невероятным, поскольку “основы математики носят универсальный характер и коренятся в способ-

на работу Рашеда [98], который так же как Унгуру [42] и его последователи критикует понятие “геометрической алгебры”. Однако, если Унгуру критикует “геометрическую алгебру” как неадекватную интерпретацию античных математических текстов, то Рашед обращает внимание на то обстоятельство, что понятие “геометрической алгебры” затрудняет для вас понимание новации аль Хорезми [109], которого, согласно Рашеду, и нужно считать настоящим создателем алгебры. Принимая аргументы Рашеда, мы предлагаем следующую реконструкцию. Аль-Хорезми систематизировал способы решения определенного класса практических вычислительных задач (приводящих к линейным и квадратным уравнениям) и привел доказательства этих способов по типу тех доказательств, которые имеются во второй книге “Начал” Евклида⁵⁴. Идея систематизировать, и самое главное *доказывать* способы решения задач, и есть, по Рашеду, та самая “идея алгебры”, авторство которой принадлежит лично аль-Хорезми. Младший современник аль-Хорезми Сабит-ибн-Корра [101] сделал еще один шаг, который впоследствии позволил историкам математики говорить о “геометрической алгебре” у Евклида: Сабит показал, что доказательства аль-Хорезми могут быть сведены к двум предложениям евклидовых “Начал” – 2.5 и 2.6. Тот факт, что аль-Хорезми использовал для своих целей доказательства по типу евклидовых, а Сабит сумел прямо приспособить для тех же целей некоторые евклидовы предложения, вовсе не означает, что предложения 2.5.6 “Начал”, и тем более вся вторая книга “Начал”, еще до исследований арабских алгебраистов содержали алгебру. Конечно, это утверждение требует ответа на вопрос о том, каково же изначальное содержание второй книги “Начал”, приспособленное впоследствии для целей алгебры. Ответ на этот вопрос мы даем в следующем параграфе. Итак, у аль-Хорезми евклидова геометрия явля-

ности человеческого разума к постижению объективного строения мира”. Такая точка зрения является возможной в рамках прогрессистской интерпретации и была бы понятна, если бы автор вслед за Декартом увидел *mathesis universalis*, соответствующую законам нашего разума и объективного мира, в алгебре. Однако выше Жмудь выступает с критикой алгебраической интерпретации античных источников и говорит, что «термин “алгебра” применительно к грекам... а тем более вавилонянам звучит неточно. Алгебры не было ни у тех ни у других, а была арифметика у вавилонян и геометрия у греков. С их помощью они решали те проблемы, которые начиная по крайней мере с XV в. стали решать алгебраически». Здесь возникает путаница: в каком смысле греки и вавилоняне решали *те же* проблемы, что и европейские алгебраисты, если они не занимались алгеброй? Ведь европейские алгебраисты решали именно *алгебраические* проблемы, и когда прогрессистские интерпретаторы говорят, что греки и вавилоняне занимались *одним и тем же*, они имеют в виду *алгебраические* проблемы.

⁵⁴ Что касается “вавилонской алгебры”, о которой говорит прогрессистская история математики, то здесь можно найти элементы систематизации, но не доказательства способов решения вычислительных задач.

ется теоретическим основанием алгебры, а Сабит делает этим основанием непосредственно “Начала”. Заметим, что такой подход для арабских математиков, наследующих античную традицию, совершенно естествен: “Начала” есть начала всякой науки или по крайней мере всякой математической науки, поэтому чтобы новая математическая дисциплина стала теоретически состоятельной, ее необходимо обосновать через “Начала”. В этом виде алгебра попала и в Европу – так у Кардано [14], помимо знаменитых алгоритмов решения уравнений третьей и четвертой степеней, которые ему удалось найти⁵⁵, мы находим сложные геометрические доказательства правильности этих алгоритмов.

Ситуация изменилась только в XVII в., когда Декарт [67] вместо того чтобы пользоваться при решении алгебраических задач геометрическими доказательствами по типу принадлежащих аль-Хорезми, решил обосновать алгебру раз и навсегда, независимо от античной геометрии. Здесь речь идет не об обосновании в узко математическом смысле слова, а об осуществленном Декартом философском перевороте, который позволил рассматривать элементарные алгебраические законы как самоочевидные. Философия Декарта и ее отношения с математикой представляет собой тему специального исследования, здесь отметим лишь, что Декарт довел до философской всеобщности алгебраическую идею *метода* [1]. В рамках этого нового подхода алгебра в строгом теоретическом смысле уже перестала рассматриваться как “приложение” к “евклидовой геометрии”, но, наоборот, возникла программа обоснования геометрии через алгебру. Систематически воплотить подход Декарта в математике взялся картезианец Арно в “Новых Началах” [5]. Арно не был профессиональным математиком, и поэтому эта работа выпала из математической традиции и до сих пор остается малоисследованной. С точки зрения прогрессистского подхода “Новые Начала” представляют собой яркий пример работы “опередившей свое время”: в самой математической традиции картезианская программа была осуществлена значительно позднее, и в другом виде. Так, Арно начинает с того, что рассматривает алгебраические операции сложения и умножения независимо от их геометрического смысла: например, операция умножения, согласно Арно, может быть реализована как в смысле “геометрической алгебры”, так и через систему пропорциональных отрезков. Таким образом, Арно (XVII в.) задолго до Галуа (XIX в., [61]) вводит абстрактные алгебраические операции, которые в XX в. становятся основным предметом изучения алгебры. Однако идея систематического обоснования геометрии через алгебру, которую пытался осуществить Арно, осталась непонятной для современных ему математиков, и была реализована значительно позднее, и другими средствами [74, 81, 107, 50]. Причина этого непонима-

⁵⁵ Вопрос об авторстве этих алгоритмов запутан [65].

ния, как нам представляется, состояла в том, что Арно пытался реформировать математику извне, не владея при этом математикой настолько, чтобы современное ему математическое сообщество воспринимало его попытки всерьез. Поэтому не нужно переоценивать значение его результатов: они ни в коей мере не отменяют работу последующих поколений математиков. Вместе с тем эта интереснейшая работа безусловно заслуживает самого внимательного изучения⁵⁶.

4.4.2. “Исправление многоугольника”

Приступим, наконец, к интерпретации теории, содержащейся в 1–4 книгах “Начал” Евклида. Наше основное утверждение следующее:

*Главной задачей первых четырех книг “Начал” является построение круга, равного произвольному данному многоугольнику. Для этого в книгах 1–2 сначала решается задача построения **квадрата**, равного данному многоугольнику, а затем в книгах 3–4 ищутся подходы к “кругатуре квадрата”, т.е. делается попытка решить задачу построения круга, равного данному квадрату. (Как хорошо известно, последняя задача не может быть решена в рамках евклидовой геометрии.)*

Заметим, что такая трактовка хорошо объясняет порядок предложений: в конце первой книги (в 1.45) решается первая промежуточная задача, а именно строится прямоугольник, равный данному многоугольнику; в 1.46 строится квадрат по заданной стороне; предпоследнее предложение первой книги 1.47 (“теорема Пифагора”)⁵⁷ используется в последнем предложении второй книги 2.14, в котором решается вторая промежуточная задача, а именно строится квадрат, равный данному прямоугольнику (и значит по 1.45 – любому данному многоугольнику); в третьей книге изучаются свойства круга, а в четвертой – возможности вписывать в круг и описывать вокруг круга правильные многоугольники, в том числе и квадрат. Таким образом достигается гораздо большая связность изложения, чем при алгебраической интерпретации книги 2 и чисто геометрической интерпретации книг 1, 3, 4: при нашей интерпретации первые четыре книги представляют собой единую теорию не только в смысле системы ссылок в доказательствах, но и в смысле единого предмета и задачи исследования.

Но зачем Евклиду нужно строить квадрат и круг равные данному многоугольнику?

а) *платонистская интерпретация: возведение многоугольника к своему эйдосу.*

⁵⁶ “Новые Начала” Арно представляют собой еще одно сочинение, относящееся к античному жанру математических “начал”.

⁵⁷ Последнее предложение первой книги 1.48 – обратное 1.47.

Как мы уже показывали в 4.2, круг в системе определений первой книги является эйдосом плоской фигуры. Если теперь вспомнить платоновское понимание математического равенства как “ослабленного тождества”, то можно сказать, что круг, равный данному многоугольнику, есть эйдос данного многоугольника: если данный многоугольник *равен* некоторому кругу, это означает, что “с точностью до равенства” данный многоугольник и *есть* этот круг. Круг и многоугольник оказываются тождественными в том смысле, в каком вообще можно говорить о тождестве математических объектов, а именно “с точностью до равенства”. Таким образом, целью рассматриваемой теории оказывается нахождение эйдоса произвольного многоугольника. Отличие этой математической процедуры от диалектической состоит в том, что диалектически эйдос ищется как “тождественный” или “сам по себе”, а математически – как “равный”. Говоря о круге как об эйдосе плоской фигуры, мы имеем в виду “эйдос” в специальном математическом смысле, который не тождествен себе как “настоящий” диалектический эйдос, а только равен себе. Мы позволили себе такую терминологию, так как она помогла нам прояснить суть дела, тогда как для Платона всякий “математический эйдос”, как и вообще всякий математический объект, есть только “пред-эйдос”; наше разделение фигур-эйдосов и фигур-призраков относится к внутренней иерархии геометрических объектов, которую сам Платон специально нигде не рассматривает и которую мы смогли углядеть, пользуясь в геометрии платоновским принципом “верификации”.

Круг, равный данному многоугольнику, Евклиду построить не удастся – как мы теперь знаем, это невозможно сделать циркулем и линейкой, т.е. в рамках тех правил, по которым действует Евклид. Однако в первых двух книгах Евклид решает промежуточную задачу – строит **правильный** многоугольник, а именно **квадрат**, равный произвольному данному многоугольнику. В параграфе 4.2 мы показывали, что в рамках платонической интерпретации правильный многоугольник является эйдосом всякого многоугольника, имеющего соответствующее число сторон, а, кроме того, квадрат может рассматриваться как эйдос *всякого* многоугольника (а не только четырехугольника), благодаря “правильности” своих углов (см. 4.2).

Можно сказать и так. Неправильный многоугольник как всякий математический объект должен быть *равен себе*, однако он *не равен себе* в том смысле, как мы говорили об этом в 4.2, именно в смысле своей неправильности. В полном смысле равной себе плоской фигурой является только круг. Если мы покажем, что всякий многоугольник равен кругу, мы тем самым докажем, что всякий многоугольник в математическом смысле (т.е. с точностью до равенства) *есть* круг и значит, что он действительно равен себе, т.е. существует как математический объект. Приравняв произвольный многоугольник квадрату, мы решим ту же задачу частично, так как квадрат есть “самый равный себе” *многоугольник*.

Итак, круг есть эйдос всякой плоской фигуры, а квадрат – эйдос всякого многоугольника. Поэтому круг есть эйдос всякого многоугольника. На самом деле, никаких других плоских фигур кроме круга, полукруга и многоугольников Евклид не рассматривает. Таким образом, если исключить полукруг, то задача нахождения эйдоса плоской фигуры для Евклида совпадает с задачей нахождения эйдоса многоугольника. Построив квадрат как эйдос многоугольника, Евклид после отдельного изучения круга в третьей книге переходит в четвертой книге к выяснению возможности приравнивания многоугольника кругу, т.е. нахождению более “точного” эйдоса. На то, что именно многоугольники суть основные объекты изучения в первой книге “Начал”, прямо указывает Прокл⁵⁸. Комментарий Прокла ограничивается только первой книгой, однако, очевидно, то же самое можно даже с большими основаниями отнести и ко второй книге (если только не прибегать к алгебраической интерпретации).

Прокл приводит следующее суждение о соотношении круга и многоугольников, хорошо соответствующее нашей интерпретации: “Если по природе круг и рассмотрение круга важнее, чем сущность прямолинейных и знание о них, то для нас⁵⁹ незрелых и [только еще] пытающихся переводить рассудок от чувственно воспринимаемого к умопостигаемому – более приличествует обучение последнему [предмету]. Действительно, чувственно воспринимаемому свойственна прямолинейная фигура, а умопостигаемому – круг, поскольку простое, единовидное и определенное относится к природе сущего [т.е. умопостигаемого], а разнообразное и неопределенно увеличивающее число охватывающих сторон отличает чувственно воспринимаемое, [т.е. возникающее]” (82.2–12). Прокл здесь, во-первых, дает нам еще одно указание, подтверждающее нашу интерпретацию евклидовых определений круга и многоугольников, а во-вторых, говорит о необходимости “переводить рассудок от чувственно воспринимаемого к умопостигаемому” (ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν ἐπὶ τὰ νοητὰ τῆν διάνοιαν μετάγειν), переходя от многоугольников к кругу. В данном случае Прокл, как мы видим, говорит специально о *рассудке* (διάνοια), т.е. имеет в виду не саму платоновскую диалектическую процедуру перехода от чувственного восприятия к разуму (см. 2.4), а ее математический аналог: Прокл обращается к новичкам, которые только начинают заниматься геометрией и пока не выходят за пределы первой книги “Начал”, где рассматриваются многоугольники, тогда как круг рассматривается у Евклида только в третьей и четвертой книгах. Таким образом, внутри самой геометрии (которая “промежуточна” между областью чувственно воспринимаемого и

⁵⁸ “Задача первой книги – передать начала теории прямолинейных [фигур]” (81. 26–82.2).

⁵⁹ Здесь Прокл пользуется аристотелевской оппозицией “для нас – по природе” (см. 3.2.2).

областью умопостигаемого – см. 2.5, 2.6) Прокл выделяет часть, более близкую чувственно воспринимаемому, а именно теорию многоугольников, изложенную в первой книге “Начал”, и часть, более близкую к собственно умопостигаемому, а именно теорию круга, изложенную у Евклида ниже, и говорит о переходе “от многоугольников к кругу” как об основной теоретической задаче для изучающего геометрию, подтверждая таким образом предложенную нами интерпретацию. Приведем еще слова Прокла о том, что математика, с одной стороны, “расчленяет простое на разнообразное и более общее на более частное”, а с другой стороны, “собирает множество и направляется к единому” (19. 15–18). В другом месте Прокл говорит, что геометрия “переходит от простого к разнообразному и возвращается обратно к простому” (57. 24–26).

Теперь мы можем проинтерпретировать эти слова Прокла применительно к теории первых четырех книг “Начал”: “Расчленение простого на разнообразное” это “возникновение” (построение) всего геометрического универсума, и главным образом многоугольников, из “основных геометрических эйдосов” – точки, прямой и круга в соответствии с постулатами “Начал” (циркулем и линейкой). Обратное “собрание множества” к простому единству есть приравнивание многоугольников всех возможных видов квадрату и затем, что, однако, не удастся, – кругу⁶⁰. Заметим, что неудача попыток приравнять многоугольник кругу весьма значима для платонизма: в соответствии со сказанным Проклом, эта неудача может быть понята как несводимость воспринимаемого чувствами к умопостигаемому. Проблема этой несводимости есть проблема “материи” или, как мы ее называли выше, “проблема ложного вида”, которая, как мы показали (2.7.1), является исходной точкой разворачивания проблематики Аристотеля.

б) *аристотелианская интерпретация: возведение многоугольника к своей причине.*

При аристотелианской интерпретации мы будем рассматривать точку, прямую и круг не как “основные эйдосы”, а как “начальные объекты эпистемы”. Многоугольники, задаваемые диалектическими определениями 1.19–22 “Начал”, будут рассматриваться как “присоединения” свойства к сущности, например определение многоугольника общего вида как “фигуры, ограниченной прямыми линиями” (1.19a) – как присоединение свойства “быть ограниченным прямыми линиями” к сущности “фигура”. Эпистема ищет *причину* каждого присоединения, тем самым решая вопрос о существовании объекта, заданного через присоединение, в нашем случае – многоугольника. Другими словами, вопрос должен ставиться следующим образом: *почему* многоугольник есть фигура, ограниченная прямыми линия-

⁶⁰ Таким образом, наша интерпретация соответствует и неоплатонической триаде.

ми? почему треугольник есть многоугольник, граница которого состоит из трех прямых линий? и т.д. Чтобы сделать эти вопросы более понятными, мы их переформулируем так: почему фигура, ограниченная прямыми линиями, *есть*? почему многоугольник, граница которого состоит из трех прямых линий, *есть*? и т.д. Теперь мы видим, что эти вопросы не тривиальны и на них нельзя ответить “по определению” – ведь не существует, например, многоугольника, граница которого состоит из *двух* прямых линий. Геометрические *построения* также не решает вопроса о существовании: их с точки зрения аристотелевской эпистемологии следует рассматривать как необходимые только “для нас” диалектические иллюстрации определений (4.3.1). Приравнивая всякий имеющий определение многоугольник кругу, мы доказываем, что многоугольник с точностью до равенства и есть этот круг. Поскольку существование круга как начального объекта считается известным, это означает, что всякий такой многоугольник *существует*. В этом случае, с одной стороны, круг выступает как *причина* (существования) всякого многоугольника. С другой стороны, приравнивая всякий многоугольник кругу, мы уточняем чтойность начального объекта, который был ранее известен только как круг: хотя “быть кругом” это ядро (“средний” элемент) чтойности, теперь мы знаем и “крайние” элементы, а именно многоугольники⁶¹. Заметим, что при аристотелианской интерпретации (неразрешимая при поставленных условиях) *проблема* построения круга, равного данному многоугольнику, переинтерпретируется как *теорема* о том, что всякий многоугольник равен некоторому кругу (которую не удастся доказать). Сравнивая платонистскую и аристотелианскую интерпретации, мы видим, что первая гораздо более естественна, так как не требует выведения за рамки математики геометрических *построений*. Это подтверждает сказанное выше о неадекватности математике аристотелевской эпистемологии (см. комментарий к аксиоме 1). В этом смысле (а не в смысле личных философских пристрастий) Евклида можно считать платоником [89].

Главная причина такой неадекватности состоит в том, что аристотелевская эпистема это “наука о сущем”, т.е. наука о том, что уже существует, тогда как математика имеет дело также с “возникновением”, т.е., говоря современным языком, с конструированием. Вопреки тому, что принято называть “платонизмом” в современной философии математики (представление о предсуществующих вечных математических объектах), настоящий платонизм (т.е. философия Платона), как мы видим, хорошо описывает двойственность конструирования (“изобретения”) и “открытия” через соотношения воображения и рассудка (*φαντασία* и

⁶¹ После приравнивания произвольного многоугольника кругу этот начальный объект можно было бы отождествить с фигурой в смысле определения 14.

δίανοια), становления и бытия, построения и существования. Если бы вечный мир современного “математического платонизма” действительно существовал, и математику было бы достаточно каким-то образом туда проникнуть и добросовестно описать все, что в этом мире находится, тогда аристотелевская эпистемология могла бы в математике работать. Однако поскольку математику приходится самому непосредственно участвовать в создании математического мира, аристотелевская эпистемология (в отличие от платоновской математической диалектики) оказывается не в состоянии адекватно объяснить ситуацию. Гораздо больше оснований считать, что наблюдать и описывать существующие независимо от нас вещи мы можем не в математическом, а в физическом мире, в мире природы. Разумеется, Аристотель это хорошо понимал и, как мы уже говорили, под “наукой о сущем” имел в виду в первую очередь физику и метафизику и только в последнюю очередь математику – в той мере, в какой математика описывает свойства физических (и метафизических?) вещей. Аристотель мог бы сказать, что математика является слишком “диалектичной” в том смысле, что не слишком заботится о том, существуют ли реально те вещи, которые она изучает, и при необходимости запросто достает эти вещи “из рукава” (см. 3.2.1). То обстоятельство, что со времен Галилея физика следует скорее Платону, чем Аристотелю в данном вопросе, и считает математику “языком природы”, заставляет задуматься над следующим вопросом: не платим ли мы за точность и стройность наших физических теорий тем, что эти теории в большей степени учат нас манипулировать реальностью, чем что-то говорят о том, чем именно мы собираемся манипулировать?

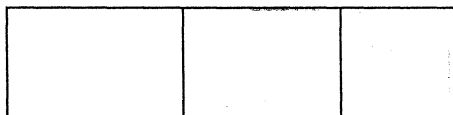
Как считает большинство исследователей, логицистская программа Гильберта [64], ставящая своей целью сведение математики к логике, потерпела неудачу. Теперь часто говорят о “возвращении геометрии” и актуальности для математики “старого доброго параллакса арифметико-алгебраического и геометрического” [104]. На это можно посмотреть как на неудавшуюся попытку чисто аристотелианского подхода к математике и как на возрождение платонизма. Еще раз подчеркнем, что мы имеем в виду исторический платонизм, который, как правильно догадались Френкель и Бар-Хиллел [105], имеет мало общего с тем “платонизмом”, о котором говорят они сами, и вслед за ними – многие современные философы математики⁶².

⁶² Более того, этот псевдоплатонизм больше соответствует эпистемологии Аристотеля, которая, как мы видели, предполагает исследуемые вещи существующими заранее. Другое дело, что сам Аристотель понимал, что такой подход может применяться в математике только с существенными оговорками.

4.4.3. Вторая книга “Начал”: неалгебраическая интерпретация

В завершение этой работы, мы дадим подробную интерпретацию второй книги “Начал” Евклида, альтернативную принятой прогрессивистской алгебраической интерпретации. Прежде всего рассмотрим первые три предложения второй книги, которые, как мы указывали выше, вызывают трудности при алгебраической интерпретации. В конце первой книги (1.45) решается задача построения параллелограмма с заданными углами, а значит, в частном случае, и прямоугольника, равного данному произвольному многоугольнику. Далее Евклиду необходимо “исправить” неравенство сторон прямоугольника ($\epsilon\tau\epsilon\rho\iota\mu\eta\iota\varsigma$ – “разносторонника”), построив равный ему квадрат. Решению этой задачи и посвящена вся вторая книга.

В 2.1 Евклид приводит замечательное свойство прямоугольников, которое состоит в том, что всякий прямоугольник может быть рассечен на сколь угодно большое число прямоугольников, одна из сторон каждого из которых равна одной из сторон исходного прямоугольника. (Будем для краткости говорить в этом случае, что получившиеся в результате расщепления прямоугольники “имеют ту же ширину”, что и исходный прямоугольник⁶³.)



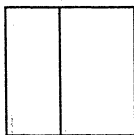
(2.1)

На самом деле это верно не только для прямоугольников, но и для параллелограммов, и утверждение, близкое к обобщению 2.1 на случай параллелограмма, что уже было доказано Евклидом по ходу доказательства 1.45: чтобы построить прямоугольник, равный данному многоугольнику, Евклид сначала триангулирует этот многоугольник, затем по 1.44 строит равный каждому получившемуся треугольнику параллелограмм, с заданной одной стороной и углом, после чего прикладывает эти параллелограммы друг к другу равными сторонами, специально при этом доказывая, что в результате такого прикладывания вновь получается параллелограмм с теми же уг-

⁶³ Кантор [13], еще не связанный традицией интерпретации второй книги “Начал” как “геометрической алгебры”, констатирует: “Во второй книге изучается образование квадрата из квадратов и прямоугольников – или как их суммы, или как их разности. Наконец, следует общий результат: построение квадрата равного всякому данному многоугольнику”. Далее, однако, пытаясь осмыслить эту теорию, Кантор обращается к “геометрической алгебре”. Впоследствии историки математики проходят мимо этой простой констатации и, будучи увлеченными алгебраической интерпретацией, по-видимому, вообще не замечают указанных очевидных фактов.

лами. Тем не менее нельзя сказать, что Евклид доказывает в 1.45 общий случай утверждения, а в 2.1 – частный, так как в 1.45 речь идет о прикладывании, а в 2.1 о рассечении. Можно, казалось бы, считать очевидным, что прикладывание и рассечение суть взаимообратные операции, и на этом основании сказать, что если верно утверждение о прикладывании, то верно и соответствующее утверждение о рассечении, и наоборот. Однако Евклид не использует такой ход мысли: если мы посмотрим на доказательство утверждения о прикладывании параллелограммов в 1.45, то увидим, что оно существенно зависит от того, что речь идет именно о прикладывании, и не может быть просто переформулировано на случай рассечения; таким же образом доказательство утверждения 2.1 существенно зависит от того, что речь здесь идет именно о рассечении. Возможно, это связано с тем, что для Евклида понятия прямой и обратной операции отнюдь не являются в той же мере очевидными, как для наших современников, воспитанных на алгебре. Таким образом, нельзя сказать, что у Евклида налицо здесь логическая ошибка: утверждение о прикладывании и утверждение о рассечении суть разные утверждения, имеющие у Евклида независимые доказательства. Доказывать же обобщение предложения 2.1 на случай параллелограммов Евклиду не нужно⁶⁴.

Предложение 2.1 имеет вспомогательный характер – в том смысле, что оно прямо или косвенно участвует в доказательствах всех других предложений второй книги, но само по себе не является сколько-нибудь законченным результатом. Непосредственно к задаче второй книги – выяснению соотношений квадратов и прямоугольников и построению на основе этих соотношений квадрата равного данному прямоугольнику – Евклид приступает во втором предложении. В предложении 2.2 доказывается, что всякий квадрат отсекается на два прямоугольника одинаковой ширины:



(2.2)

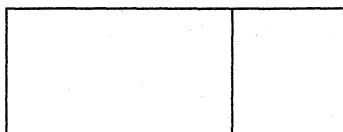
Если сформулировать в виде проблемы⁶⁵ соответствующее утверждение о прикладывании, то получится следующее (необходимые

⁶⁴ Хотя Евклид широко пользуется понятием параллелограмма в том же смысле, как мы понимаем его сегодня, у Евклида, как мы видели, нет определения параллелограмма. Это лишний раз подтверждает то обстоятельство, что система определений первой книги, рассмотренная нами в 4.2, имеет самостоятельное теоретическое значение и ее смысл не является “номиналистическим”. Чисто “номиналистический” смысл термина “параллелограмм” (“параллелолинейник”) Евклид считает ясным из самого этого термина.

⁶⁵ Мы здесь даем сразу *решение* проблемы.

очевидные уточнения мы опускаем): чтобы достроить данный прямоугольник до квадрата, к нему нужно приложить другой прямоугольник, имеющий такую же ширину. Здесь четко видно, что предложение 2.2 имеет прямое отношение к основной задаче второй книги – проблеме “исправления” прямоугольника; правда, предложенный только что вариант исправления не сохраняет равенство и потому не может быть принят окончательно.

Предложение 2.3, в котором доказывается, что всякий прямоугольник может быть рассечен на квадрат и прямоугольник, имеющий одинаковую ширину с исходным прямоугольником,



(2.3)

говорит о другом варианте “исправления” прямоугольника, не сохраняющего равенство. Соответствующая проблема будет следующая (снова без необходимых уточнений): если отсечь от данного прямоугольника прямоугольник равной длины, то получится квадрат.

В соответствии с системой определений первой книги “Начал” квадрат является эйдосом произвольного четырехугольника, а прямоугольник – его пред-эйдосом⁶⁶. Заметим, что такие простые соотношения между “эйдосом” и “пред-эйдосом”, как изложенные в предложениях 2.2–3, существуют только для четырехугольников, что, очевидно, объясняется “правильностью” прямого угла, а именно тем, что при прикладывании сторон прямоугольников две другие стороны образуют одну прямую линию (ср. предложение 2.1). Для примера, попробуем выяснить аналогичные соотношения между эйдосом и пред-эйдосом треугольника, т.е. между равносторонним и равнобедренным треугольниками. Возьмем равнобедренный треугольник. Чтобы его “исправить” и получить из него правильный треугольник нужно либо а) приложить, либо б) отсечь от него два *разносторонних* треугольника:

⁶⁶ Другим пред-эйдосом четырехугольника является ромб (см. 4.2). Как мы говорили, верификации, приводящие как к неопределенностям соответственно к прямоугольнику и ромбу, являются “параллельными”, и сама структура верификаций в данном случае не дает ответа на вопрос о том, какой из этих двух пред-эйдосов стоит в цепочке искажений ближе к эйдосу. В то же время, как мы отмечали, Евклид все же приводит определение прямоугольника перед определением ромба. Теперь мы можем объяснить это тем, что в теории первых двух книг “Начал” именно прямоугольник играет роль пред-эйдоса четырехугольника, и даже вообще всякого многоугольника, а ромб, напротив, не играет никакой теоретической роли.



a



б

То, что, “исправляя” равнобедренный треугольник, приходится иметь дело с разносторонними треугольниками, которые в цепочке искажений стоят дальше от эйдоса, чем сам равнобедренный треугольник, в корне отличает треугольник от четырехугольников. “Поднявшись” в первой книге до “полуправильных” прямоугольников, Евклиду, для того чтобы сделать еще один шаг и перейти к квадрату, уже не нужно “опускаться” до неправильных многоугольников – если бы это было необходимо, то наверняка привело бы к порочному кругу и этим обесмыслило все мероприятие. Напомним, однако, что те варианты “исправления” прямоугольника, о которых идет речь в предложениях 2.2–3, не сохраняют равенства, и поэтому ни один из этих вариантов не является искомым.

Таким образом, в русле нашей интерпретации ни одно из предложений 2.2 и 2.3 не является частным случаем 2.1, и, следовательно, мы можем снять с Евклида обвинения в нелогичности и не принимать гипотез о несовершенстве имеющегося у нас текста “Начал”.

Посмотрим теперь, что представляют собой в нашей интерпретации другие предложения второй книги.

В предложениях 2.2, 2.3, как мы только что сказали, речь идет об “исправлении” прямоугольника, не сохраняющем равенства, – в 2.2 получается квадрат больший данного прямоугольника, а в 2.3 – меньший данного прямоугольника. Чтобы решить задачу “исправления” прямоугольника с учетом равенства, необходимо, исправив прямоугольник “по фигуре”, как в 2.2 или 2.3, исправить полученный квадрат еще и по величине. Таким образом, перед Евклидом встает задача выяснения того, каким образом квадрат может быть увеличен или уменьшен (с тем, чтобы он остался при этом квадратом). Именно эта задача решается в следующем предложении 2.4, где устанавливается, какие фигуры необходимо приложить к квадрату, чтобы получить больший квадрат или соответственно отнять – чтобы получить меньший: два прямоугольника и еще один квадрат. При алгебраической интерпретации предложение 2.4 трактуется как формула для квадрата двучлена (см. 4.4.1).

В предложении 2.5 устанавливается насколько квадрат превышает прямоугольник, имеющий тот же периметр. Эта разность тем больше, чем больше разность сторон прямоугольника, т.е. чем больше прямоугольник отличается от квадрата. Попытка построить квадрат равный данному прямоугольнику, взяв квадрат такого же периметра, представляется весьма естественной, однако она не приводит к

успеху. Величина совершаемой при этом ошибки и определяется в 2.5, причем искомая разность между прямоугольником и квадратом также имеет в этом предложении вид квадрата. Таким образом, если квадрат составляется в 1.47 из двух меньших квадратов, в 2.4 – из двух прямоугольников и одного квадрата, то в 2.5 – из одного прямоугольника и одного квадрата. Обратим внимание на формулировку условия предложения 2.5, которая с точки зрения алгебраической интерпретации выглядит странно: “Если прямая линия [отрезок] рассечена на *равные и неравные* [части]...” Рассечение линии на равные части, позволяет Евклиду строить “равный себе” квадрат, на неравные части – “неравный себе” прямоугольник (“разносторонник”). Отрезок между сечениями на “неравные” и на “равные” есть отклонение от “равенства”, платоновское “больше-меньше”. Квадрат, построенный на этом отрезке, согласно 2.5, есть отклонение “неравного” прямоугольника от “равного” квадрата. 2.5 можно также рассматривать как решение той же задачи, что и в 2.4 – об увеличении или уменьшении квадрата – с помощью только одного прямоугольника. Заметим, что именно это предложение вместе с 1.47 позволяет в конце концов в 2.14 построить квадрат, равный данному прямоугольнику.

2.6 – еще одно предложение, в котором прямоугольник вместе с некоторым квадратом приравнивается другому квадрату. Различие в условиях 2.5, 2.6 состоит в том, что если в 2.5 делению “на равные” противопоставлялось деление “на неравные”, то в 2.6 отклонение от деления на “равные” достигается за счет того, что к исходному отрезку приставляется “по прямой” еще один отрезок. При этом, если в 2.5 устанавливалось насколько квадрат из “равных” частей данного отрезка больше прямоугольника из “неравных” частей того же отрезка, то в 2.6 устанавливается насколько квадрат из “равных” меньше квадрата, сторона которого есть половина исходного отрезка вместе с приложенным отрезком. Таким образом, если в 2.4 вопрос об уменьшении или увеличении квадрата решается непосредственно с помощью двух равных прямоугольников и квадрата, то в 2.5–6 этот же вопрос решается более опосредованным образом, но зато с помощью только одного прямоугольника.

Предложение 2.4, как мы сказали, можно использовать как для увеличения, так и для уменьшения данного квадрата, однако если связать используемые при этом прямоугольники с данным квадратом таким же образом, как прямоугольники связаны с квадратом в предложениях 2.2–3, а именно потребовать, чтобы одна из сторон каждого из этих прямоугольников была равна стороне квадрата, то 2.4 можно будет использовать только для увеличения данного квадрата. Рассматривая уменьшение квадрата с тем же ограничением на используемые прямоугольники, мы приходим к предложению 2.7. Чтобы увеличить данный квадрат, нужно, согласно 2.4, приложить к этому квадрату два прямоугольника, удовлетворяющих указанному условию, и еще один квадрат. Чтобы уменьшить данный квадрат,

нужно, согласно 2.7, отнять от него два прямоугольника, удовлетворяющих указанному условию, добавив к нему предварительно еще один квадрат. Условие, которое мы здесь накладываем на прямоугольники, ни в какой мере не является произвольным и связано с “аддитивным” свойством прямоугольников, о котором идет речь в предложениях 1.45 и 2.1. При алгебраической интерпретации предложение 2.7 трактуется как формула для “квадрата разности”.

Предложение 2.8 также является развитием 2.4, которое заключается в том, что из рассмотрения исключается лишний квадрат, который в 2.4 вместе с прямоугольниками дополняет меньший квадрат до большего. 2.8 получается из 2.4 разделением одной из данных частей исходного отрезка пополам; при этом оказывается возможным фигурирующий в 2.4 вспомогательный квадрат выразить через получившиеся два дополнительных прямоугольника. Квадрат уменьшается или увеличивается только с помощью прямоугольников, причем более непосредственным образом, чем в 2.5–6: чертеж для 2.8 подобен чертежу для 2.4 и так же как в случае 2.7 имеет только одно “наложение”.

Предложения 2.9 и 2.10 имеют те же условия, что и соответственно 2.5 и 2.6, но отличаются тем, что в них говорится только о соотношениях квадратов (прямоугольники участвуют только в доказательствах, но не в утверждениях этих предложений). В этом отношении смысл предложений 2.9–10 близок к смыслу “теоремы Пифагора” 1.47: в 2.9 так же как в 1.47 квадрат составляется из двух других квадратов; в 2.10 имеет место более сложное равенство между квадратами. При стандартной прогрессивистской интерпретации, когда 1.47 трактуется чисто геометрически, а 2.1–10 – чисто алгебраически, остается непонятным, зачем Евклид использует для доказательства предложений 2.9, 2.10 “чужеродное” 1.47, тогда как эти предложения могут быть доказаны теми же средствами “геометрической алгебры”, что и предложения 2.1–8⁶⁷. В русле нашей интерпретации связь предложения 1.47 со второй книгой перестает быть чисто формальной: предложения 2.9–10 так же как и 2.12–13 суть развитие 1.47. Вообще, необходимость утверждений о равенствах квадратов и их геометрических сумм для решения основной задачи “исправления” прямоугольника (с сохранением равенства) очевидна: предложения 2.5–8 показывают в каком случае прямоугольник⁶⁸ отличается от квадрата на другой квадрат; если теперь уметь находить квадрат, равный сумме или разности двух квадратов, то можно будет по-

⁶⁷ Как замечает Мордухай-Болтовский, использование теоремы Пифагора в доказательствах 2.9–10 снижает общность по сравнению с доказательствами методами “геометрической алгебры”, так как теорема Пифагора зависит от аксиомы параллельных, а “геометрическая алгебра” – нет.

⁶⁸ В 2.8 речь идет не об одном, а о четырех прямоугольниках, которые однако легко складываются в один.

строить квадрат равный данному прямоугольнику. На самом деле для этого оказывается достаточно предложений 2.5, 1.47, однако Евклид приводит и параллельные аналогичные разработки. Укажем также на реконструкцию Цейтена [43], согласно которой предложения 2.9–10 связаны с теорией “боковых и диагональных чисел”, отношение которых есть итеративное приближение для отношения стороны и диагонали квадрата [24]. Уже после того как Цейтен предложил эту реконструкцию, выяснилось, что на соответствие между предложениями 2.9–10 “Начал” и теорией “боковых и диагональных чисел” прямо указывает Прокл в Комментарий на “Государство” Платона [70]. Это соответствие следует признать бесспорным, однако нужно заметить, что сама по себе теория “боковых и диагональных чисел” есть *арифметическая* теория, т.е. теория, основными объектами которой являются числа, а предложения 2.9–10 даются в рамках *геометрической* теории, и таким образом было бы неверно считать, что мы имеем здесь дело с самой теорией “боковых и диагональных чисел”. Тот факт, что античные математики усматривали связь между предложениями 2.9–10 и указанной арифметической теорией, хорошо объясняет происхождение этих предложений, но не их теоретический смысл. Конечно, арифметические и геометрические исследования шли в античной математике бок о бок, имея при этом очевидные параллели, однако в рамках античной математики эти параллели должны были оставаться именно параллелями и никогда не “сходиться”, как это происходит в рамках современного алгебраического подхода. Заметим, что гораздо более очевидно параллель между арифметической и геометрической теорией пропорций Евклид оставляет только параллелью, развивая эти теории совершенно независимо, а Прокл прямо отвергает попытку объединения этих двух теорий, предпринимавшуюся Эратосфеном, указывая на принципиальную порочность подхода, при котором две различные дисциплины, исследующие различные “роды”, объединяются на основании некоторого сходства результатов⁶⁹. Принимая с этими оговорками реконструкцию предложений 2.9–10 Цейтена, мы не считаем, что эта реконструкция каким-то образом противоречит нашей интерпретации второй книги “Начал”.

В предложении 2.11 Евклид наконец приравнивает прямоугольник к квадрату, однако здесь речь идет не об общем решении этой задачи, как в 2.14, а о нахождении специального случая, когда прямоугольник равен квадрату. Предложение 2.11 в отличие от преды-

⁶⁹ “Пропорцию не следует, как это делает Эратосфен, считать скрепой математических [наук], поскольку пропорция есть только одно из того, что говорится и существует в математических науках как общее [для них]” (43.22–25). отождествление арифметической и геометрической теории пропорций лежит в основе алгебраического подхода, развитого Декартом и приведшего к современному понятию “действительного числа”.

дущих предложений второй книги сформулировано не как теорема, а как проблема: так же как в предыдущих предложениях здесь дан некоторый отрезок, однако рассечение этого отрезка (т.е. точка на отрезке), уже не дано, а ищется – ищется такое рассечение отрезка, когда квадрат на большей части отрезка равен прямоугольнику, сторонами которого являются весь отрезок и его меньшая часть. Искомое рассечение находится с помощью предложений 2.6, 1.47. Итак, в предложении 2.11 впервые решается задача “исправления” прямоугольника, хотя и не в общем виде. Как замечали исследователи, сечение отрезка, которое находится в предложении 2.11 тождественно “золотому сечению” (“делению в среднем и крайнем отношении”), которое Евклид находит в предложении 6.30. Однако было бы неправильно говорить, что оба эти предложения “решают по существу ту же задачу” [70, с. 441]. На самостоятельный смысл 2.11 мы только что указали; эквивалентность находимого в 2.11 сечения “золотому сечению” Евклид мог бы сразу доказать посредством 6.17, однако он этого не делает – по всей видимости, факт указанного совпадения сам по себе не имеет для Евклида важного значения.

2.12–13 суть предложения аналогичные “теореме Пифагора” 1.47 для случаев тупоугольного и остроугольного треугольников. Можно сказать, что 2.12–13 это обобщения 1.47, на случай “избытка недостатка”. Тупой угол имеет “избыток” по отношению к “правильному” прямому углу, острый – “недостаток” (см. 4.2). В 1.47 устанавливается равенство квадрата на стороне треугольника, стягивающей прямой угол вместе взятым квадратам на двух других сторонах; в 2.12 – чему равен “избыток” квадрата на стороне, стягивающей тупой угол, над вместе взятыми квадратами на двух других сторонах, а в 2.13 – “недостаток” квадрата на стороне, стягивающей острый угол в остроугольном треугольнике, до вместе взятых квадратов на двух других сторонах. Как мы уже говорили, 1.47 тематически примыкает ко второй книге, и поэтому не удивительно, что именно здесь проводится обобщение этого предложения на случай “избытка” и “недостатка”, тем более что для этого используется 2.4. Формально, в 2.12–13 также как и во всех остальных предложениях второй книги устанавливаются равенства между квадратами и прямоугольниками.

Наконец, в 2.14 решается основная задача второй книги – строится квадрат равный данному многоугольнику. Для этого Евклид с помощью 2.5 и 1.47 “исправляет” прямоугольник, т.е. строит квадрат равный данному прямоугольнику, и пользуется 1.45, позволяющим построить прямоугольник равный данному многоугольнику. Так же как 2.11, предложение 2.14 не теорема, а проблема.

“Начала” завершаются тем, что Евклид строит все пять правильных многогранников, вписывает их в шар, находит отношения между стороной каждого правильного многогранника и диаметром

шара (13.13–17), после чего сравнивает стороны правильных многогранников, вписанных в один и тот же шар. Прокл прямо указывает на то, что правильные многогранники являются основным предметом геометрической теории “Начал”⁷⁰. По-видимому, здесь речь может идти о теории многогранников, аналогичной теории многоугольников, изложенной в 1–2 книгах. Однако теория “равенства” (равновеликости) для многогранников сразу сталкивается с большими трудностями, что можно видеть на примере неразрешимой циркулем и линейкой задачи “удвоения куба”, тривиально разрешимой в случае квадрата⁷¹.

⁷⁰ “Нужно установить цель этой книги. ...ее геометрическое рассуждение в целом посвящено космическим фигурам” (70.18–25).

⁷¹ Ср. сетования Платона на слабые успехи стереометрии в Rep. 528b.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Allard J.L.* Le mathematisme de Descartes. Ottawa, 1963.
2. *Apostle H.G.* Aristotle's philosophy of Mathematics. Chicago, 1952.
3. Aristotle Metaphysics, The Categories, Prior Analytics, Posterior Analytics, Topics. L., 1960–1975. (The Loeb Classical Library).
4. Aristotle's Metaphysics transl. by H.G. Apostle. L., 1966.
5. *Arnauld* Nouveaux elements de geometrie. P., 1687.
6. *Becher O.* Mathematische Existenz. Halle, 1927.
7. *Becher O.* Grundlagen der Mathematik in der geschichtlicher Entwicklung. München, 1954.
8. *Becker O.* Das mathematische Denken der Antike. Goettingen, 1957.
9. *Becker O.* Zum Problem der platonischen Idealzahlen // KPS. 1957. H. 17.
10. *Boyer C.B.* The history of the calculus and its conceptual development. N.Y., 1959.
11. *Breton N.* Philosophie et mathematique chez Proclus. P., 1969.
12. *Brunschvieg L.* Les etapes de la philosophie methematique. P., 1922.
13. *Cantor M.* Vorlesungen ueber Geschichte der Mathematik. Leipzig, 1907.
14. *Cardano G.* Opera omnia. T. 4. Lyon, 1663.
15. *Crapulli G.* Mathesis Universalis. Roma. S.a.
16. *Ekeland J.* Mathematics and the Unexpected. Chicago, 1988.
17. *Euclides.* Introductio harmonica. Amstelodami, 1651. (Antiquae musicae autores; t. 1).
18. *Euclides.* Opera omnia / ed. Heiberg et Menge. Lipsiae, 1883–1886.
19. *Euclides.* The thirteen books of Euclid's *Elements*, (introd. And comment. By T.L. Heath) Cambridge, 1926.
20. *Evans J.D.G.* Aristotle's concept of dialectic. Cambridge, 1977.
21. *Fowler D.H.* The mathematics of Plato's Academy. Oxford, 1987.
22. *Freudenthal H.* What is algebra and what has it been in history // AHES. 1977. Vol. 16, N 3. P. 189–200.
23. *Guthry W.K.C.* A history of Greek philosophy. Vol. 3. Cambridge, 1969.
24. *Heath T.L.* A history of Greek mathematics. Oxford, 1921.
25. *Heath T.L.* Mathematics in Aristotle. Oxford, 1949.
26. *Heinze R.* Xenocrates Darstellung der Lehre und Sammlung der Fragmente. Leizig, 1892.
27. *Legendre M.* Elements de geometrie. P., 1794.
28. *Marcovic Z.* La theorie de Platon sur l'Un et la Dyade indefinie et ses traces dans la mathematique grecque // RHS. 1955. Vol. 8.
29. *Milhaud G.* Les philosophes-geometres de la Grece. P., 1990.
30. *Neuenschwender E.* Die ersten vier Buecher der Elemente Euklids // AHES. 1973. Vol. 9, N 4, 5.

31. *Neugebauer O.* Arithmetik und Rechnentechnik der Aegypter // QSGMAP. Ser. B. 1930. Vol. 1.
32. *Neugebauer O.* Mathematische Keilschrifttexte // QSGMAP. Ser. A. 1935–1937. Vol. 3.
33. *Peet T.E.* The Rind mathematical papyrus. Liverpool, 1923.
34. *Platon* Werke in acht Banden. Darmstadt, 1977.
35. *Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum Commentarium* / Ed. Friedlein. Leipzig, 1873.
36. *Ramus* Geometria. Basileae, 1569.
37. *Robin L.* La theorie platonicienne des idees et des nombres d'apres Aristote. P., 1908.
38. *Stenius E.* Foundation of mathematics: Ancient Greek and Modern // *Dialectica*, N 3, 4.
39. *Struve W.W.* Matematischer Papyrus des Staatlichen Museums der Schoenen Kuenste in Moskau // QSGM. Ser. A., 1930. Vol. 1.
40. *Tannery P.* La geometrie grecque. P., 1887.
41. *Trendelenburg* Platonis de ideis et numeris doctrina ex Aristotele illustrata. Leipzig, 1826.
42. *Unguru S.* On the need to rewrite the history of Greek mathematics // *AHES*. 1975. Vol. 15, N 2. P. 67–114.
43. *Zeuten H.G.* Keglesnitslaeren in oldtiden. Kjobenhavn, 1885.
44. *Zeuten H.G.* Die geometrische Konstruktion als "Existenzbewies" in der antiken Geometrie // *MA*. 1896. Bd. 47.
45. *Van der Waerden B.L.* Die Postulate und die Konstruktionen in der frueh griechischen Geometrie // *AHES*. 1978. Vol. 18, N 4.
46. *Алимов Ш.А. и др.* Алгебра: Учебник для 7 кл. ср.школы. М., 1991.
47. *Аристотель.* Сочинения: в 4 т. М., 1976–1983.
48. *Аристофан.* Комедии. М., 1934.
49. *Атанасян Л.С. и др.* Геометрия: Учебник для 7–9 кл. ср.школы. М., 1992.
50. *Атанасян Л.С., Базылев В.Г.* Геометрия. М., 1986.
51. *Барабашев А.Г.* Дialeктика развития математического знания. М., 1983.
52. *Бахман Ф.* Построение геометрии на основе понятия симметрии. М., 1969.
53. *Башмакова И.Г.* Древняя Греция. М., 1997.
54. *Бурбаки Н.* Элементы математики. М., 1965–1978.
55. *Ван-дер-Варден Б.Л.* Пробуждающаяся наука: Математика древнего Египта, Вавилона и Греции. М., 1959.
- 55а. *Ван-дер-Варден Б.Л.* Пифагоровское учение о гармонии // *Ван-дер-Варден Б.А.* Пробуждающаяся наука: Математика древнего Египта, Вавилона и Греции. М., 1959.
56. *Ван-дер-Варден Б.Л.* Пробуждающаяся наука. Ч. 2. Рождение астрономии. М., 1991.
57. *Вейль Г.* О философии математики. М., 1934.
58. *Вейль Г.* Симметрия. М., 1968.
59. *Витгенштейн Л.* Логико-философский трактат. М., 1958.
60. *Выгодский М.Я.* Арифметика и алгебра в древнем мире. М., 1967.
61. *Галуа Э.* Сочинения. М., 1936.
62. *Гейберг И.Л.* Естествознание и математика в древности. М., 1936.

63. Гильберт Д. Основания геометрии. М., 1948.
64. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики. Т. 1. М., 1982.
65. Гутер Р.С., Полунов Ю.Л. Джироламо Кардано. М., 1980.
66. Дворецкий И.Х. Древнегреческо-русский словарь. М., 1958.
67. Декарт Р. Геометрия. М., 1938.
68. Диофант. Арифметика и книга о многоугольных числах. М., 1974.
69. Доброхотов А.Л. Категория бытия в классической западноевропейской философии. М., 1986.
70. Евклид. Начала Евклида / Пер. и коммент. Д.Д. Мордухай-Болтовского. М., 1950.
71. Жмудь Л.Я. Пифагор и его школа. Л., 1990.
72. Зайцев А.И. Культурный переворот в древней Греции VIII–V вв. до н.э. Л., 1985.
73. Киселев А. Элементарная геометрия. М., 1913.
74. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. Т. 2. Геометрия. М., 1987.
75. Клейн Ф. Лекции об икосаэдре и решении уравнений пятой степени. М., 1989.
76. Колмогоров А.Н. и др. Геометрия: Учеб. пособие для 6–8 кл. сред. школы. М., 1980.
77. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., 1989.
78. Кубинский А.В. Предисловие к “Метафизике” Аристотеля // Аристотель. Метафизика. Л., 1934.
79. Курош А.Г. и др. Основы теории категорий // УМН. 1960. Т. 15, вып. 8.
80. Лежандр А.М. Основания геометрии и тригонометрии. СПб., 1837.
81. Лелон-Ферран Ж. Основания геометрии. М., 1989.
82. Лосев А.Ф. Критика платонизма у Аристотеля. М., 1929.
83. Лосев А.Ф. Очерки античного символизма и мифологии. Т. 1. М., 1930.
84. Лосев А.Ф. История античной эстетики. Т. 1. М., 1963.
85. Лосев А.Ф. История античной эстетики. Т. 2. М., 1969.
86. Лосев А.Ф. История античной эстетики. Т. 3. М., 1974.
86. Лукасевич Я. Аристотелевская силлогистика с точки зрения современной формальной логики. М., 1959.
88. Манин Ю.И. Лекции по алгебраической геометрии. М., 1970.
89. Молодший В.Н. Был ли Евклид последователем Платона? // ИМИ. 1949. Вып. 2.
90. Мороз В.Г. История математики эпохи позднего аллинизма: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1989.
91. Нейгебауер О. Лекции по истории античных математических наук (Догреческая математика). Т. 1. М., 1937.
92. Нейгебауер О. Точные науки в древности. М., 1968.
93. Ницше Ф. Сочинения: В 2 т. Т. 1. М., 1990.
94. Платон. Сочинения: В 3 т. М., 1968–1972.
95. Поппер К. Открытое общество и его враги. М., 1992.
96. Порфирий. Введение к “Категориям” Аристотеля // Аристотель. Категории. М., 1939.

97. *Прокл Диадокх*. Комментарий к первой книге “Начал” Евклида / Введ., пер. и предисл. Ю.А. Шичалина. М., 1997.
98. *Рашид Р.* Идея алгебры по ал-Хорезми // Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми: К 1200-летию со дня рождения. М., 1983.
99. *Розин В.М., Москаева А.С.* К анализу систем знаний типа “Начал” Евклида // Новые исслед. в пед. науках. 1966–1967. Вып. 8/9.
100. *Рыбников К.А.* История математики. М., 1974.
101. *Сабит ибн Корра*. Математические трактаты. М., 1984.
102. *Скидан О.* О дифференциале у Лейбница // Ломоносовские чтения. Архангельск, 1993.
103. *Стройк Д.Я.* Краткий очерк истории математики. М., 1984.
104. *Фанг Дж.* Между философией и математикой: их параллелизм в параллаксе // ВИЕТ. 1992. № 2.
105. *Френкель А., Бар-Хиллел И.* Основания теории множеств. М., 1966.
106. *Цейтен Г.Г.* История математики в древности и в средние века. М., 1932.
107. *Шоке Г.* Геометрия. М., 1970.
108. История математики / Ред. Ю.П. Юшкевич. М., 1970.
109. *Аль-Хорезми М.* Математические трактаты. Ташкент, 1964.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ СОКРАЩЕНИЯ НАЗВАНИЙ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИЗДАНИЙ

ANES	– Archive for history of exact sciences
KPS	– Klassische Philologische Studien
MA	– Matematische Annalen
QSGM	– Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik
QSGMAP	– Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik
RHS	– Revue d'Histoire des Sciences
ВИЕТ	– Вопросы истории естествознания и техники
ИМИ	– Историко-математические исследования
УМН	– Успехи математических наук

Научное издание

РОДИН
Андрей Вячеславович

**МАТЕМАТИКА ЕВКЛИДА
В СВЕТЕ ФИЛОСОФИИ
ПЛАТОНА И АРИСТОТЕЛЯ**

*Утверждено к печати Ученым Советом
Института философии РАН*

Зав. редакцией *Г.И. Чертова*

Редактор *В.С. Егорова*

Художественный редактор *Т.В. Болотина*

Технический редактор *М.К. Зарайская*

Корректоры *З.Д. Алексеева, А.Б. Васильев,*
Г.В. Дубовицкая

Подписано к печати 06.02.2003
Формат 60 × 90¹/16
Гарнитура Таймс. Печать офсетная
Усл.печ.л. 13,5. Усл. кр.-отт. 13,5. Уч.-изд.л. 15,4
Тираж 300 экз. Тип. зак. 4046
Издательство “Наука”
117997 ГСП-7, Москва В-485, Профсоюзная ул., 90
E-mail: secret@naukaran.ru
Internet: www.naukaran.ru
Санкт-Петербургская типография “Наука”
199034, Санкт-Петербург В-34, 9-я линия, 12

**АДРЕСА КНИГОТОРГОВЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ
ТОРГОВОЙ ФИРМЫ “АКАДЕМКНИГА”**

Магазины “Книга–почтой”

121099 Москва, Шубинский пер., 6; 241-02-52
197345 Санкт-Петербург, ул. Петрозаводская, 7Б; (код 812) 235-05-67

Магазины “Академкнига” с указанием отделов “Книга–почтой”

690088 Владивосток, Океанский пр-т, 140 (“Книга–почтой”); (код 4232) 5-27-91
620151 Екатеринбург, ул. Мамина-Сибиряка, 137 (“Книга–почтой”); (код 3432) 55-10-03
664033 Иркутск, ул. Лермонтова, 298 (“Книга–почтой”); (код 3952) 46-56-20
660049 Красноярск, ул. Сурикова, 45; (код 3912) 27-03-90
220012 Минск, проспект Ф. Скорины, 72; (код 10375-17) 232-00-52, 232-46-52
117312 Москва, ул. Вавилова, 55/7; 124-55-00
113105 Москва, Варшавское ш., 9, строение 1Б (книжная ярмарка “Центральная”, 5 этаж); 737-03-33 (доб. 50-10)
117192 Москва, Мичуринский пр-т, 12; 932-74-79
103054 Москва, Цветной бульвар, 21, строение 2; 921-55-96
630091 Новосибирск, Красный пр-т, 51; (код 3832) 21-15-60
630090 Новосибирск, Морской пр-т, 22 (“Книга–почтой”); (код 3832) 35-09-22
142292 Пушкино Московской обл., МКР “В”, 1 (“Книга–почтой”); (13) 3-38-80
443022 Самара, проспект Ленина, 2 (“Книга–почтой”); (код 8462) 37-10-60
199034 Санкт-Петербург, В.О., 9-я линия, 16; (код 812) 323-34-62
191104 Санкт-Петербург, Литейный пр-т, 57; (код 812) 272-36-65
199164 Санкт-Петербург, Таможенный пер., 2; (код 812) 328-32-11
194064 Санкт-Петербург, Тихорецкий пр-т, 4; (код 812) 247-70-39
634050 Томск, Набережная р. Ушайки, 18; (код 3822) 51-60-36
450059 Уфа, ул. Р. Зорге, 10 (“Книга–почтой”); (код 3472) 24-47-74, факс (код 3472) 24-46-94
450025 Уфа, ул. Коммунистическая, 49; (код 3472) 22-91-85

Коммерческий отдел, г. Москва

Телефон 241-03-09

E-mail: akadem.kniga@g 23.relcom.ru

Склад, телефон 291-58-87

Факс 241-02-77

WWW. AK-Book. naukaran.ru

*По вопросам приобретения книг
просим обращаться также
в Издательство по адресу:
117997 Москва, ул. Профсоюзная, 90
тел. факс: (095) 334-98-59
E-mail: [initsiat @ naukaran.ru](mailto:initsiat@naukaran.ru)
Internet: www.naukaran.ru*

ISBN 5-02-006245-6



9 785020 062450

