

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ТОНКОСТЕННЫХ СТЕРЖНЕЙ ОТКРЫТОГО ПРОФИЛЯ В MSC PATRAN-NASTRAN

В. А. Жилкин

Около 2000 г. в России появилась новая отрасль строительной индустрии, ориентированная на изготовление несущих и ограждающих конструкций малоэтажных зданий различного назначения из легких стальных тонкостенных конструкций (ЛСТК) из гнутых профилей, изготавливаемых из оцинкованной стали. Это потребовало разработки методов проектирования и исследования таких конструкций. Конечно-элементный (КЭ) расчет ЛСТК стандартными программными продуктами затруднен в связи с тем, что при использовании стержневой аппроксимации они зачастую не учитывают стесненное кручение конструктивных элементов, что не позволяет точно определить напряженно-деформированное состояние конструкции. Использование КЭ оболочки приводит к возрастанию числа узлов и элементов по сравнению со стержневой аппроксимацией в несколько раз, что нежелательно при расчете сложных конструкций. Это явилось причиной разработки новых аналитических и численных методов расчета тонкостенных стержневых систем, создания специальных конечных элементов, имеющих не шесть, а семь степеней свободы (седьмая степень свободы учитывает деформацию) сечения. MSC Patran-Nastran имеет конечный элемент CBEAM, обладающий семью степенями свободы, однако процедура его использования в научной литературе не описана. В данной работе приводится методика использования элемента CBEAM и результаты сопоставления численного анализа напряженно-деформированного состояния тонкостенного стержня открытого профиля в условиях несимметричного нагружения при стержневой, оболочечной и трехмерной аппроксимациях. MSC Patran-Nastran, при применении элементов CBEAM, позволяет, используя стержневую аппроксимацию балок, выполнять расчеты балок открытого тонкостенного профиля на прочность и жесткость. Напряжения и перемещения в точках поперечных сечений балки при стержневой аппроксимации не противоречат аналогичным величинам, найденным при оболочечной и трехмерной аппроксимациях.

Ключевые слова: тонкостенный стержень, деформация поперечных сечений балки, свободное и стесненное кручение, бимомент, секториальная площадь, секториальный момент кручения, MSC Patran-Nastran, элемент CBEAM.

Историческая справка [12]

Для тонкостенных стержней открытого профиля гипотеза плоских сечений применима только в том случае, если равнодействующая внешней нагрузки проходит через центр изгиба, точку сечения, относительно которой момент касательных сил, действующих в сечении при поперечном изгибе, равен нулю. В этом случае стержень испытывает только изгиб (без кручения). В противном случае при изгибе возникает кручение. Если продольные перемещения точек поперечных сечений балки не стеснены, то возникает чистое кручение, при котором в качестве оси поворота сечения (оси кручения) может рассматриваться любая ось, параллельная оси стержня. Расчетные соотношения (значения напряжений, жесткость на кручение и др.) не зависят от выбора центра поворота сечений; перемещения определяются с точностью до движения стержня как твердого тела. В задачах

стесненного кручения, когда некоторые сечения стержня закреплены, такой произвол отсутствует – ось кручения становится вполне определенной. Стесненное кручение приводит к возникновению нормальных напряжений, которые по величине могут превосходить напряжения, вызванные изгибом балки.

Отклонение от закона плоских сечений при действии на балку поперечной нагрузки, не проходящей через центр изгиба, впервые обнаружил экспериментальным путем в 1909 г. Бах [13].

Современная теория тонкостенных стержней возникла как частный случай из более общей теории В.З. Власова [14] и основана на рассмотрении тонкостенного стержня как пространственной системы типа цилиндрической или призматической оболочки с жестким профилем. Им были введены новые геометрические характеристики сечения, испытывающего деформацию, и новое внутреннее усилие –

изгибно-крутящий бимомент. В отличие от сил и моментов, рассматриваемых в статике твердого тела, бимомент не может быть определен из уравнений равновесия тела, так как он определяется самоуравновешенной системой сил.

Техническая теория изгиба с кручением тонкостенных стержней [15]

Все законы и формулы, приводимые в стандартных курсах «Сопротивление материалов», связанные с расчетами брусков на прочность и жесткость, справедливы лишь при принятии гипотезы плоских сечений. Плоские сечения имеют шесть степеней свободы: три линейных перемещения u , v , w в направлении координатных осей x , y , z и три угловых перемещения φ_x , φ_y , φ_z относительно координатных осей x , y , z . При нарушении плоскостности поперечного сечения – деформации сечения – возникает седьмая степень свободы, приводящая к дополнительным напряжениям и деформациям и к новым внутренним силовым факторам.

В дальнейшем будем считать, что ось x направлена вдоль оси стержня, а оси y и z лежат в плоскости поперечного сечения стержня.

При стесненном кручении тонкостенных стержней принимают три основные гипотезы:

- 1) сечение стержня не искажается в своей плоскости;
- 2) в срединной поверхности стержня отсутствуют деформации сдвига;
- 3) «поперечные» нормальные напряжения отсутствуют (волокна бруса не давят друг на друга).

В соответствии с первой гипотезой поперечное сечение стержня поворачивается на угол $\theta(x)$ как жесткое целое, что позволяет определить составляющую u_s перемещения $\theta(x)r$ точки контура вдоль касательной к контуру (r – расстояние точки от центра поворота).

Используя соотношения Коши

$$\gamma = \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial s}$$

и вторую гипотезу $\gamma = 0$, находят частную производную перемещения u от дуговой координаты $\partial u / \partial s$. Интегрируя выражение для частной производной, определяют осевое смещение точек срединной линии сечения

$$u = -\frac{d\theta}{dx}\omega(s) + u_0, \quad (1)$$

где $\omega(s) = \int_0^s p(\xi) d\xi$ – секториальная площадь, равная удвоенной площади сектора с вершиной

в центре поворота, ограниченного радиус-векторами, определяющими положения начальной точки отсчета дуг и текущим значением дуговой координаты s ;

$p(\xi)$ – длина перпендикуляра, опущенного из центра поворота на направление касательной к средней линии контура сечения в точке ξ ;

u_0 – осевое смещение в точке начала отсчета дуг.

Из (1) следует пропорциональность деформации сечения $(u - u_0)$ секториальной площади $\omega(s)$.

Третья гипотеза позволяет, воспользовавшись законом Гука для линейного напряженного состояния, определить нормальные напряжения σ , вызванные стесненным кручением

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = E \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{d^2\theta}{dx^2} E\omega(s) + \frac{\partial u_0}{\partial x} E, \quad (2)$$

где E – модуль упругости материала бруса.

Выбирая центр поворота сечения в центре кручения (центре изгиба) и начало отсчета дуг в точке, для которой выполняется условие

$$\int_F E\omega(s) dF = 0, \quad (3)$$

где F – площадь поперечного сечения, из (2) получают выражение для нормального напряжения стесненного кручения:

$$\sigma_x = -\frac{d^2\theta}{dx^2} E\omega(s), \quad (4)$$

из которого следует, что нормальные напряжения стесненного кручения пропорциональны секториальной площади и не могут быть определены ранее, чем будет определена функция углов поворота $\theta(x)$.

Для стержня постоянного сечения с постоянными характеристиками жесткости по длине дифференциальное уравнение стесненного кручения имеет вид

$$\frac{d^4\theta}{dx^4} - \beta^2 \frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{m_k(x)}{EJ_\omega}, \quad (5)$$

где

$$\beta^2 = \frac{GJ_k}{EJ_\omega}, \quad (6)$$

$m_k(x)$ – распределенный крутящий момент;

$J_\omega = \int_F \omega^2 dF$ – секториальный момент инерции;

EJ_ω – секториальная жесткость сечения;

$J_k = \frac{1}{3} \int_0^L \delta^3(s) ds$ – момент инерции при кручении;

$\delta(s)$ – толщина поперечного сечения;
 s – дуговая координата.

Решение однородного дифференциального уравнения (5) в матричной форме имеет вид

$$\overline{\theta(x)} = \Phi \cdot \overline{\theta(0)}, \quad (7)$$

где

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 & \Phi_3 & \Phi_4 \\ \Phi'_1 & \Phi'_2 & \Phi'_3 & \Phi'_4 \\ \Phi''_1 & \Phi''_2 & \Phi''_3 & \Phi''_4 \\ \Phi'''_1 & \Phi'''_2 & \Phi'''_3 & \Phi'''_4 \end{pmatrix},$$

Φ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) – нормальные фундаментальные функции;

$$\Phi_1(x) = 1; \Phi_2(x) = x; \Phi_3(x) = \text{ch}(\beta x) - 1; \\ \Phi_4(x) = \text{sh}(\beta x) - \beta x.$$

Частное решение:

$$\Phi^*(x) = \frac{1}{EJ_\omega} \int_0^x \Phi_4(x - \xi) m(\xi) d\xi. \quad (8)$$

При отсутствии распределенной нагрузки $\Phi^*(x) \equiv 0$.

При изгибе и кручении тонкостенного стержня с постоянными параметрами упругости нормальные напряжения определяются по формуле

$$\sigma = E \left(\frac{N}{F} + z \frac{M_y}{J_y} - y \frac{M_z}{J_z} - \frac{d^2 \theta}{dx^2} \omega \right)$$

или, вводя понятие бимоента

$$M_\omega = \int_F \sigma \omega dF, \\ \sigma = \frac{N}{F} + z \frac{M_y}{J_y} - y \frac{M_z}{J_z} + \omega \frac{M_\omega}{J_\omega}. \quad (9)$$

Здесь оси x и y являются главными осями инерции.

Решение тестовой задачи методами сопротивления материалов

Исследуем напряженное и деформированное состояния стальной консольной балки длиной $L = 600$ мм, левый торец которой жестко зашпелен, а правый загружен сосредоточенной силой $P = 1000$ Н, приложенной в центре тяжести поперечного сечения. Упругие характеристики материала балки: $E = 2 \cdot 10^5$ Н/мм²; $G = 8 \cdot 10^4$ Н/мм². Поперечное сечение балки – швеллер № 14.

Ось x координатной системы направим вдоль оси недеформированной балки, направление осей y и z определяются правилом векторного произведения векторов.

Учитывая, что в дальнейшем при создании КЭ модели поперечного сечения швеллера будем использовать конечные элементы в виде прямоугольников и параллелепипедов, модифицируем вид поперечного сечения швеллера, приняв ширину полки $b = 60$ мм, толщину стенки $\delta_1 = 5$ мм, толщину полки $\delta = 8$ мм. Так как швеллер относят к тонкостенным брусам, то его геометрические характеристики зачастую вычисляют, приняв за основу среднюю линию сечения. Примем $h = 132$ мм, $b = 57,5$ мм.

Для вычисления геометрических характеристик модифицированного сечения воспользуемся возможностями приложения Properties MSC Patran. Результаты вычислений геометрических характеристик швеллера в MathCAD по формулам сопротивления материалов и в MSC Patran приведены в таблице 1.

Так как величины геометрических характеристик, вычисленные в MathCAD и MSC Patran, близки, то в дальнейшем используются результаты расчета в MSC Patran.

При поперечном плоском изгибе в плоскости наибольшей жесткости (xoz) при приложении нагрузки в центре изгиба максимальные нормальные напряжения σ_{\max} и максимальный прогиб z_{\max} свободного торца балки равны:

Т а б л и ц а 1

Геометрическая характеристика	Сопротивление материалов, MathCAD	MSC Patran
Площадь, мм ²	$F = 1,58 \cdot 10^3$	$A = 1580$
Осевой момент инерции, мм ⁴	$J_x = 4,971 \cdot 10^6$	$J_x = 4981307$
Геометрическая жесткость на кручение, мм ⁴	$J_k = 2,513 \cdot 10^4$	$J_k = 25126,67$
Центр тяжести поперечного сечения, мм	$x_{\text{ЦТ}} = 19,241$	$x_{\text{ЦТ}} = 19,20886$
Расстояние от стенки швеллера до центра жесткости, мм	$x_c = 20,702$	$x_c = 20,701754$
Расстояние между центром жесткости и центром тяжести, мм	$x_{\text{ЦТ}} + x_c = 39,911$	39,91061

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max_{\text{изг}}}}{W_y} = \frac{PL}{J_y} \frac{h}{2} = 8,432 \text{ Н/мм}^2 \text{ (МПа)},$$

$$z_{\max} = \frac{PL^3}{3EJ_y} = 0,072 \text{ мм.}$$

При изгибе в плоскости наибольшей жесткости (xoz), но при приложении нагрузки *в центре тяжести* поперечного сечения швеллера балка не только изгибается, но и скручивается. Жесткое защемление одного из торцов балки препятствует свободному перемещению точек сечений, примыкающих к заделке, в результате чего сечения деформируются. Каждая точка срединной линии тонкостенного сечения характеризуется теперь не двумя, а тремя координатами: y, z, ω . Если при вычислении секториальных характеристик поперечного сечения выбраны главная нулевая секториальная точка (для нее секториальная координата равна нулю) и центр поворота в центре изгиба, то секториальный момент инерции

$$J_{\omega} = \int_{(F)} \omega^2 dF = 1,74 \cdot 10^9 \text{ мм}^6$$

остается единственной геометрической величиной, характеризующей сопротивляемость тонкостенного стержня искривлениям поперечных сечений.

Определим угол поворота свободного торца балки.

В рассматриваемом нами случае при $x = 0$

$$\theta(0) \equiv 0, \quad \frac{d\theta}{dx}(0) \equiv 0$$

решение (7) дифференциального уравнения (5) примет вид

$$\theta = \frac{A}{\beta^2} (\text{ch}(\beta x) - 1) + \frac{B}{\beta^3} (\text{sh}(\beta x) - \beta x), \quad (10)$$

где для сокращения записей введены обозначения:

$$A = \frac{d^2\theta}{dx^2}(0); \quad B = \frac{d^3\theta}{dx^3}(0).$$

Найдем производные от выражения (10)

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{A}{\beta} \text{sh}(\beta x) + \frac{B}{\beta^2} (\text{ch}(\beta x) - 1);$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = A \text{ch}(\beta x) + \frac{B}{\beta} \text{sh}(\beta x); \quad (11)$$

$$\frac{d^3\theta}{dx^3} = A \alpha \text{sh}(\beta x) + B \text{ch}(\beta x). \quad (12)$$

Так как на правом торце балки при $x = L$ напряжения σ отсутствуют, то

$$\int_F \sigma \omega dF = -\frac{d^2\theta}{dx^2} E J_{\omega} = 0 \text{ и, следовательно,}$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2}(L) \equiv 0. \quad (13)$$

Крутящий момент на правом торце балки равен $M_k = Pe$, и, принимая во внимание уравнение (5), получим

$$GJ_k \frac{d\theta}{dx}(L) - E J_{\omega} \frac{d^3\theta}{dx^3}(L) = Pe. \quad (14)$$

Откуда при учете (13), (11) (14), (11) и (12) после преобразований найдем

$$A = -\frac{B}{\beta} \text{th}(\beta L); \quad B = -\frac{Pe}{E J_{\omega}}. \quad (15)$$

По (10) и (15) угол поворота поперечных сечений определяется выражением

$$\theta = \frac{Pe}{\beta^3 E J_{\omega}} \left\{ \text{th}(\beta L) [\text{ch}(\beta x) - 1] - \text{sh}(\beta x) + \beta x \right\}, \quad (16)$$

а нормальные напряжения, вызванные стесненным кручением, по формуле

$$\sigma_{\omega}(x) = \frac{Pe \omega}{\beta J_{\omega}} \frac{\text{sh}[\beta(L-x)]}{\text{ch}(\beta L)}. \quad (17)$$

Построим эпюру нормальных напряжений стесненного кручения $\sigma_{\omega}(0)$ в опасном сечении профиля в MathCAD (рис. 1). Точки $c1$ и $c2$ – крайние точки полки швеллера ($c1$ – нижняя точка, $c2$ – верхняя точка); точки $c1_1$ и $c2_2$ – угловые точки швеллера, нижняя и верхняя.

Эпюра суммарных нормальных напряжений в опасном сечении приведена на рисунке 2. Как следует из приведенного рисунка, максимальные суммарные нормальные напряжения значительно превышают нормальные напряжения, вызванные изгибом (21,006 МПа против 8,432 МПа).

При деформации изгиба сечение стержня получает поступательное смещение вдоль осей y и z . Деформация кручения приводит к повороту на угол θ вокруг оси, проходящей через центры жесткости сечения. Связь упругих перемещений (V, W) центров тяжести сечений стержня и центров жесткости (V_1, W_1) выражается следующими соотношениями:

$$V = V_1 + e_z \theta; \quad W = W_1 + e_y \theta,$$

где e_y, e_z – координаты центра жесткости, $e_z \theta = \text{const}$ и $e_y \theta = \text{const}$.

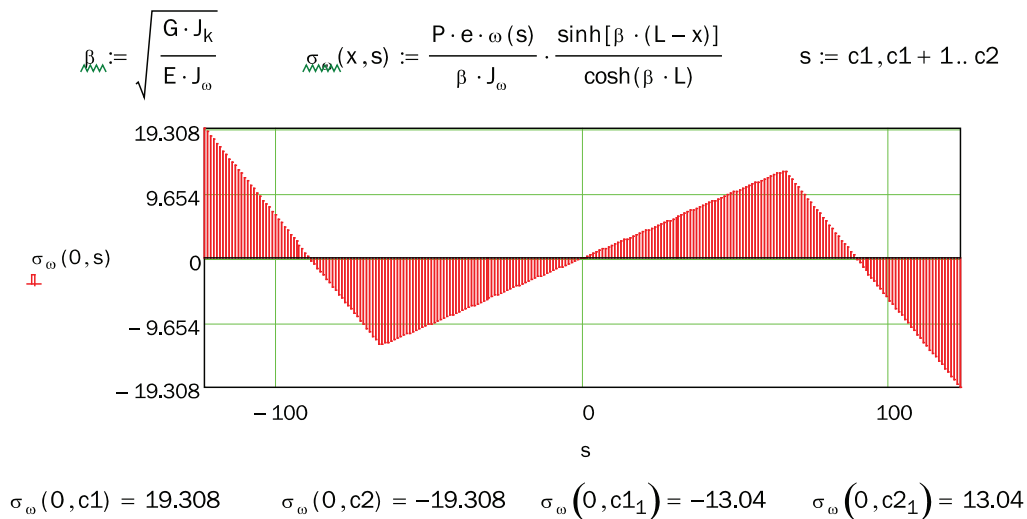


Рис. 1

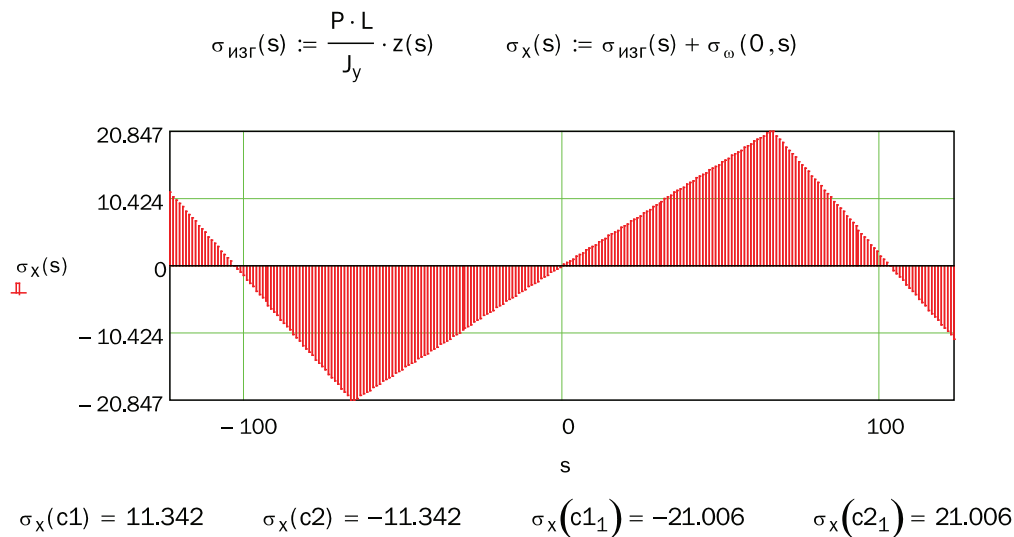


Рис. 2

Таким образом, прогиб свободного торца балки равен

$$W = \frac{PL^3}{3EJ_y} + \theta e = 0,072 + 4,523 \cdot 10^{-3} \cdot 39,91 = 0,253 \text{ мм.}$$

Анализ напряженного и деформированного состояний консольной балки в MSC Patran. Стержневая модель

При создании конечно-элементной модели балки будем использовать стандартные процедуры, описанные в [11].

Если в приложении *Element Properties* с опциями *Object: 1D, Type: Beam* будем использовать *General Section, Standart Formulation*, то на всплывающей панели *Input Properties*, появляющейся после нажатия на клавишу *Input*

Properties..., указывается, что с опцией *General Section Beam* будет использоваться элемент *BAR* (рис. 3), элемент общего назначения, который применяется при расчетах на растяжение-сжатие, кручение и поперечный изгиб в двух перпендикулярных плоскостях. В этом элементе реализуется гипотеза плоских сечений и потому он не может учесть деформацию сечения тонкостенных профилей.

После задания граничных условий на экране монитора появится изображение сечения с приложенной к оси бруса силой, проходящей через центр тяжести сечения (рис. 4).

Результаты расчета балки в приложении *Analysis*, в точности совпадающей с величиной максимальных изгибных напряжений σ_{\max} , найденных по формулам сопротивления

материалов, в то время как погрешность в определении перемещения y_{\max} (MSC Patran вывел величину 0,0852 мм), составила

$$\delta w_{\max} = \frac{0,0852 - 0,072}{0,072} 100\% = 18,3\%.$$

Если в приложении *Element Properties* используется *General Section (CBEAM)*, то на всплывающей панели *Input Properties* указывается элемент *CBEAM* (рис. 5). В поле *Warping Option* (опция коробления) следует задать условия коробления на торцах элемента.

В этом случае *по умолчанию* сила прикладывается к центру изгиба открытого профиля, а ось балки совмещается с осью кручения профиля (рис. 6). КЭ расчет балки в этом случае приводит к тем же самым величинам максимальных изгибных напряжений σ_{\max} и стрелке прогиба w_{\max} , что и для элемента *BAR*.

Для приложения силы в центре тяжести торцевого сечения ось балки необходимо передвинуть на величину расстояния между центрами

изгиба и центром тяжести ($e = -39,910614$ мм). Эта операция выполняется при задании свойств конечных элементов (рис. 7).

В этом случае КЭ расчет балки приводит к тем же самым величинам максимальных изгибных напряжений σ_{\max} . Стрелка прогиба $w_{\max} = 0,266$ мм. Ошибка в определении стрелки прогиба, по сравнению с решением сопротивления материалов, составила

$$\delta w_{\max} = \frac{0,266 - 0,253}{0,253} 100\% = 5,1\%.$$

Нормальные напряжения в точках поперечного сечения балки, вызванные деформацией сечений, при стержневой аппроксимации балки не могут быть определены в принципе. Поэтому MSC Patran выдает только величины бимоментов $M_{\omega}(x)$ (Warping Torque), график которых для рассматриваемой задачи приведен на рисунке 8.

График бимоментов построенный по формулам сопротивления материалов приведен на рисунке 9.

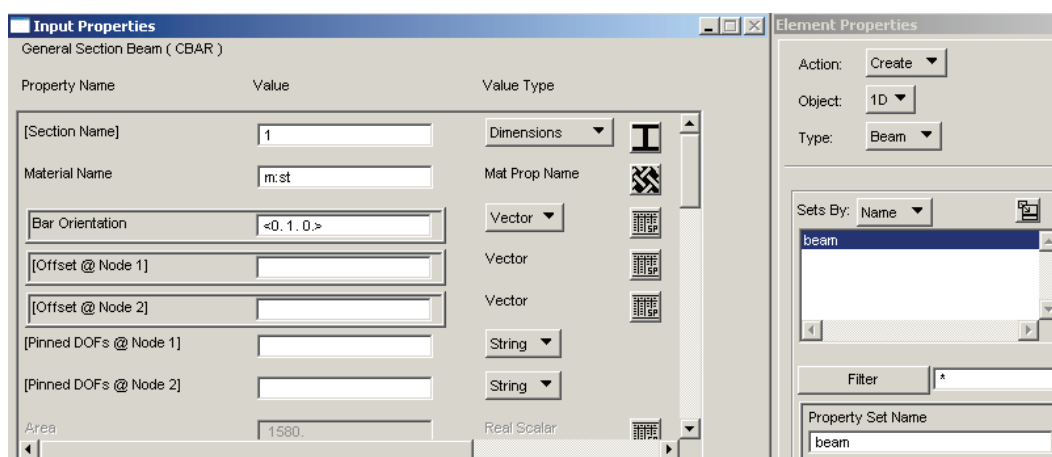


Рис. 3

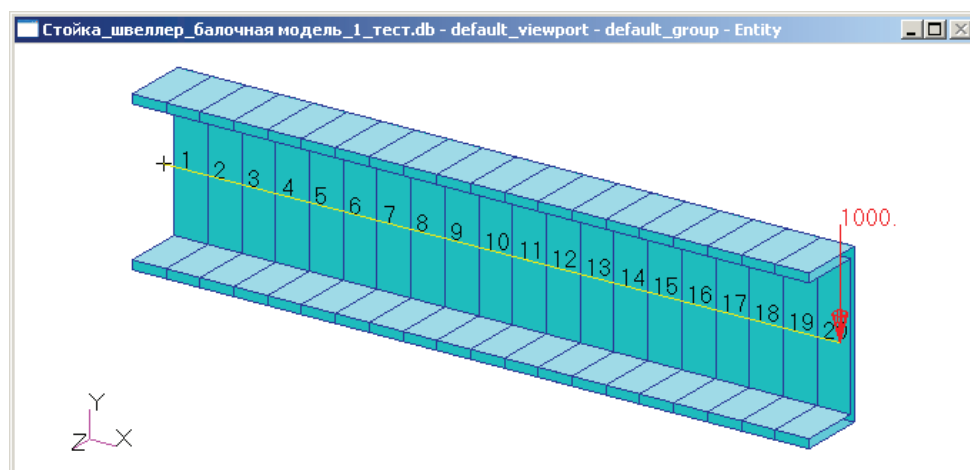


Рис. 4

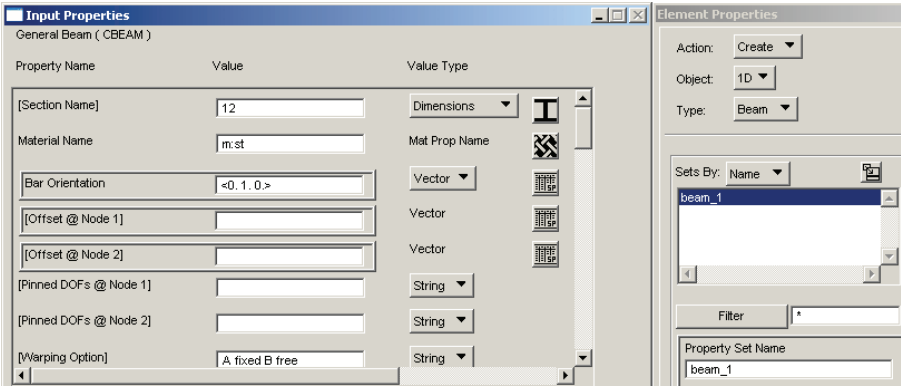


Рис. 5

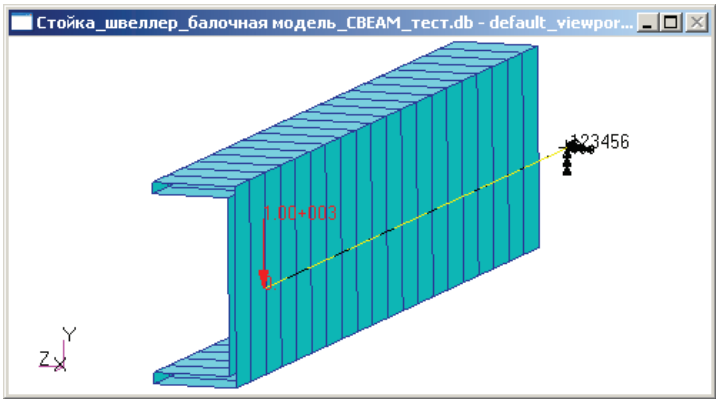


Рис. 6

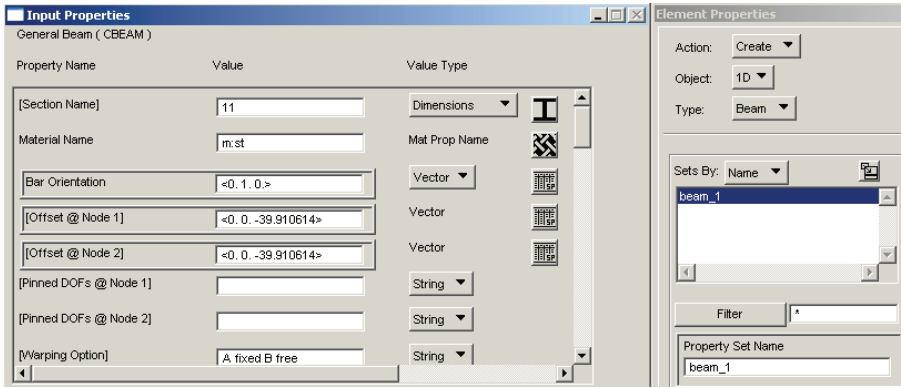


Рис. 7

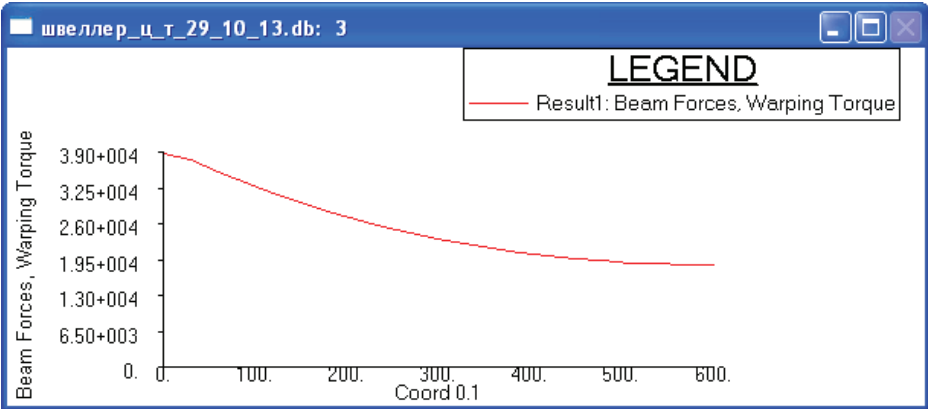


Рис. 8

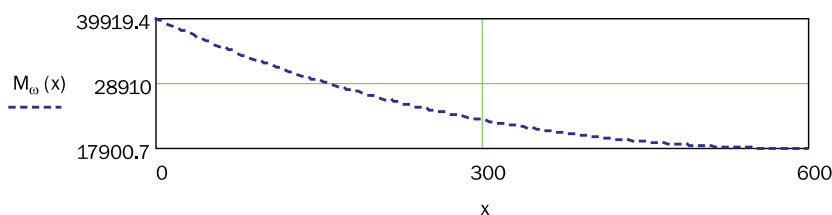


Рис. 9

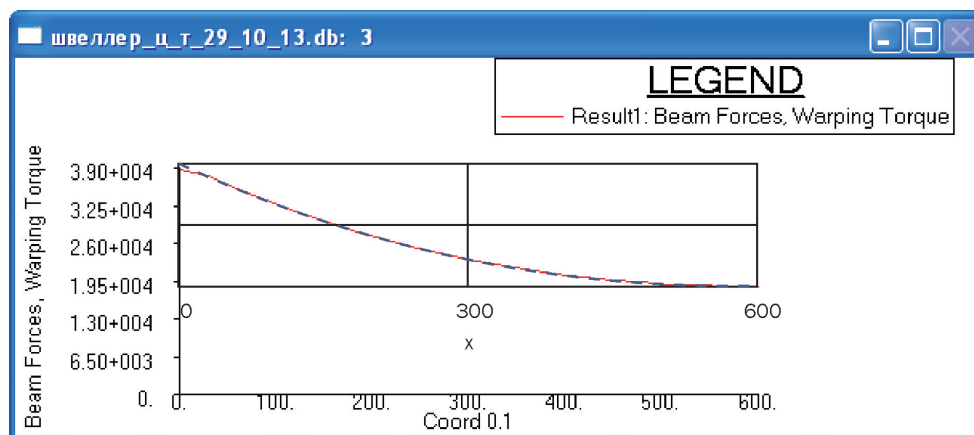


Рис. 10

Если наложить друг на друга рисунки 8 и 9, то мы увидим, что распределения бимоментов вдоль балки, определенных обеими методами, практически совпадают (рис. 10), что влечет за собой совпадение величин нормальных напряжений σ , вычисляемых по формуле (9).

Итак, при стержневой аппроксимации тонкостенной балки конечными элементами *СВЕМ* удастся определить как нормальные напряжения точек поперечного сечения, так и перемещения центров тяжести поперечных сечений, величины которых не противоречат величинам, найденным по формулам стержневой аппроксимации.

Анализ напряженного и деформированного состояний консольной балки в MSC Patran. Оболочечная модель

При создании оболочечной конечно-элементной модели балки будем использовать стандартные процедуры, описанные в [11]. Размеры поперечного сечения швеллера зададим для его средней линии. Вдоль длины балки создадим 60 элементов, по высоте швеллера – 26 элементов и по ширине полки – 12 элементов. Таким образом, для оболочечной модели общее число элементов равно 3000, в то время как для стержневой модели для решения поставленной задачи нам потребовалось всего 20 элементов.

К верхней полке правого торца балки мы должны приложить силу $P = 1000$ Н, линия действия которой проходит через центр тяжести сечения. Однако при заданной нами сетке КЭ мы сделать этого не можем. Силу мы можем приложить либо к узлу, либо к элементу. Так как размер конечного элемента вдоль полки $57,5/12 = 4,792$ мм, то расстояние от стенки швеллера до центра тяжести равно $16,741/4,792 = 3,494 \approx 3,5$ КЭ. Поэтому при узловом приложении нагрузки линия действия силы не будет проходить через центр тяжести и граничные условия, принятые нами при использовании формул сопротивления материалов, будут отличаться от принятых в МКЭ. Если же нагрузку приложить к центру тяжести четвертого от стенки элемента, то длина балки уменьшится на 5 мм, так как размер элемента в направлении длины балки равен 10 мм. Приложим нагрузку к третьему от стенки швеллера узлу. Деформированный вид балки, изополя нормальных напряжений σ_x и их величины, величина максимальных перемещений w (в направлении оси z) приведены на рисунке 11. Эта модель швеллера в большей степени по сравнению с одномерной моделью отображает реальное поведение тонкостенной балки, нагруженной сосредоточенной силой, не проходящей через центр изгиба, однако требует больших вычислительных затрат и больших ресурсов ЭВМ.

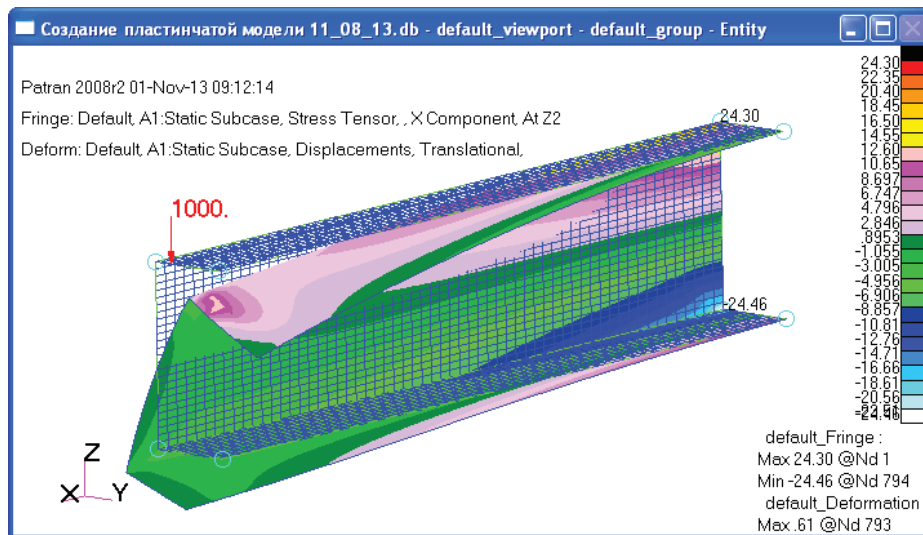


Рис. 11

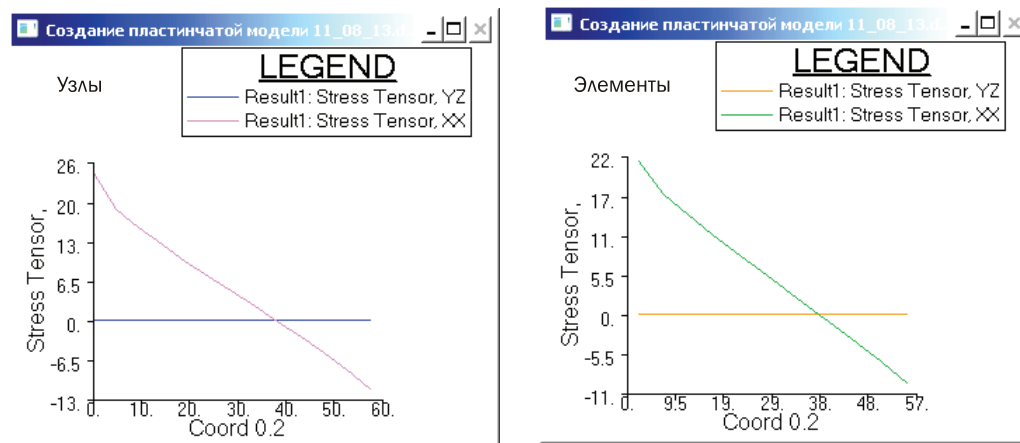


Рис. 12

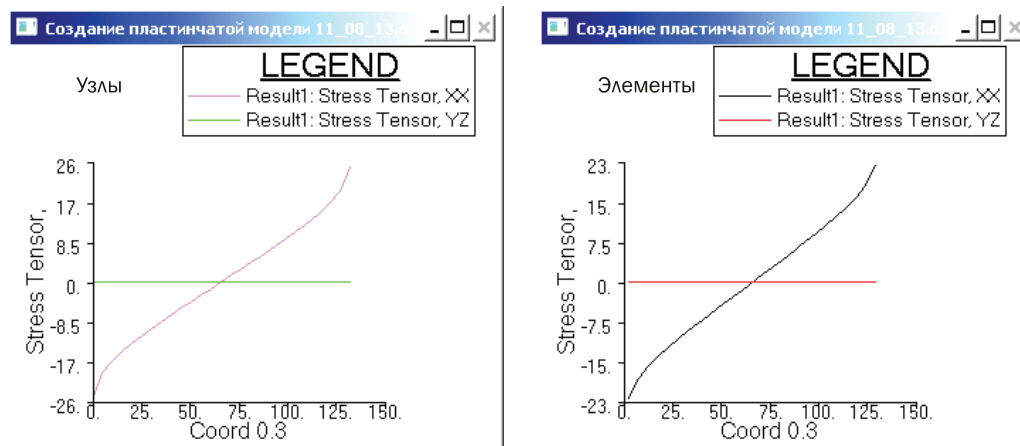


Рис. 13

Ранее в MathCAD для средней линии сечения в полке мы получили линейную эпюру напряжений с крайними ординатами $\sigma_x = -11,342$ МПа и $\sigma_x = 21,006$ МПа (рис. 2). Таким образом, решения, полученные в MathCAD и MSC Patran, близки, учитывая тот факт, что

MSC Patran выводит напряжения не средней линии, а на верхней поверхности оболочечного элемента.

Эпюры нормальных напряжений σ_x в опасном сечении приведены на рисунке 12 (полка швеллера) и рисунке 13 (стенка швеллера).

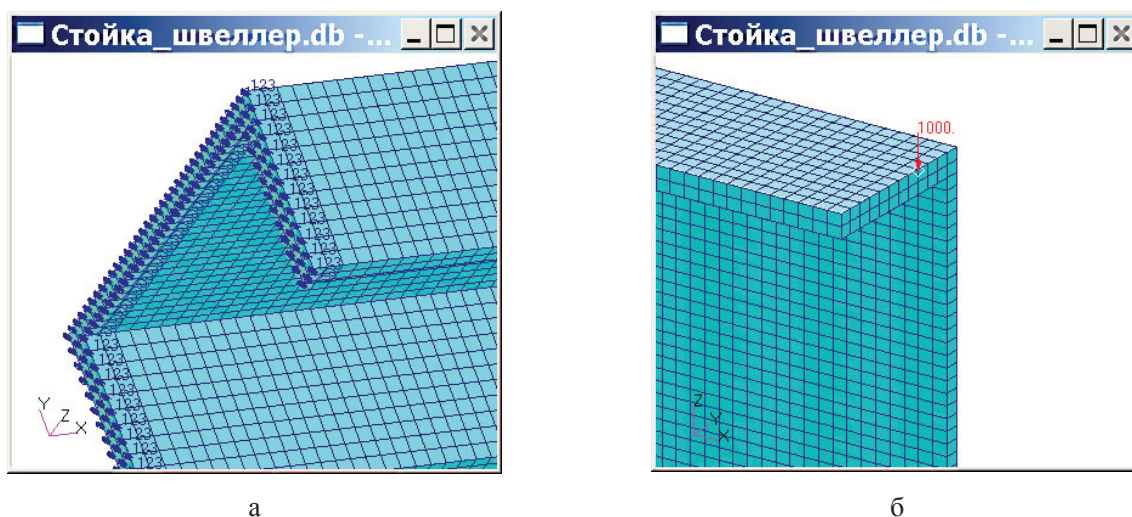


Рис. 14

Напряжения выведены в узлах элементов (левый рисунок) и в центре тяжести элементов (правый рисунок). Как следует из этих рисунков, линейность эпюр σ_x нарушается в месте стыковки элементов полки и стенки; величины напряжений в центре тяжести элементов ближе к результатам, полученным по формулам сопротивления материалов.

Перемещение точки стенки, лежащей на оси симметрии швеллера, в направлении оси z , определенное MSC Patran, равно 0,19 мм, по формулам сопротивления материалов –

$$f_w := \frac{P \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot J_y} + \frac{P \cdot L \cdot h^2}{8 \cdot G \cdot J_y} = 0.076 \quad a_y = -23.179$$

$$f + \theta L \cdot |a_y| = 0.181.$$

Относительная ошибка определения w составила 5%.

По углу поворота торцевого сечения относительная ошибка, по сравнению с решением сопротивления материалов, составила ~1%:

$$\frac{0.30211 + 0.30116}{132} = 4.57 \times 10^{-3}$$

$$\left| \frac{\theta(L) - 4.57 \times 10^{-3}}{\theta(L)} \right| \cdot 100 = 1.048.$$

Анализ напряженного и деформированного состояний консольной балки в MSC Patran. 3D-модель

Для того чтобы в дальнейшем воспользоваться генератором сеток *IsoMesh* с элементами

Hex при создании 3D-элементов, необходимо создать изопараметрические тела в приложении *Geometry* с опциями *Object : Solid* и *Method : XYZ*.

Для того чтобы узлы элементов полки и стенки совпали, разбиваем ширину полки на 12 элементов по ширине и на 2 элемента по толщине. Вдоль высоты стенки выбираем $124/4 = 31$ элемент. По длине швеллера выбираем 120 элементов ($600/5$). Левый торец швеллера жестко защемим (рис. 14 а), а к правому торцу приложим сосредоточенную силу $P = 1000$ Н (рис. 14 б).

Деформированный вид балки, изополя нормальных напряжений σ_x и их величины, величина максимальных перемещений w (в направлении оси z) приведены на рисунке 15.

Перемещение в направлении оси z точки стенки, лежащей на оси симметрии швеллера и наиболее удаленной от центра тяжести, определенное MSC Patran, равно 0,17954 мм, по формулам сопротивления материалов – 0,181 мм.

Относительная ошибка в определении w составила порядка ~1%. Относительная ошибка в направлении угла поворота не превышает 5%:

$$\frac{0.33911 + 0.32275}{140} = 4.728 \times 10^{-3}$$

$$\left| \frac{\theta(L) - 4.728 \times 10^{-3}}{\theta(L)} \right| \cdot 100 = 4.542.$$

Эпюры нормальных напряжений σ_x в опасном сечении балки в трех горизонтальных сечениях верхней полки: для узлов, лежащих на внешней стороне полки, на средней линии и на внутренней стороне полки, приведены на рисунке 16. Значения напряжений, вычисленные

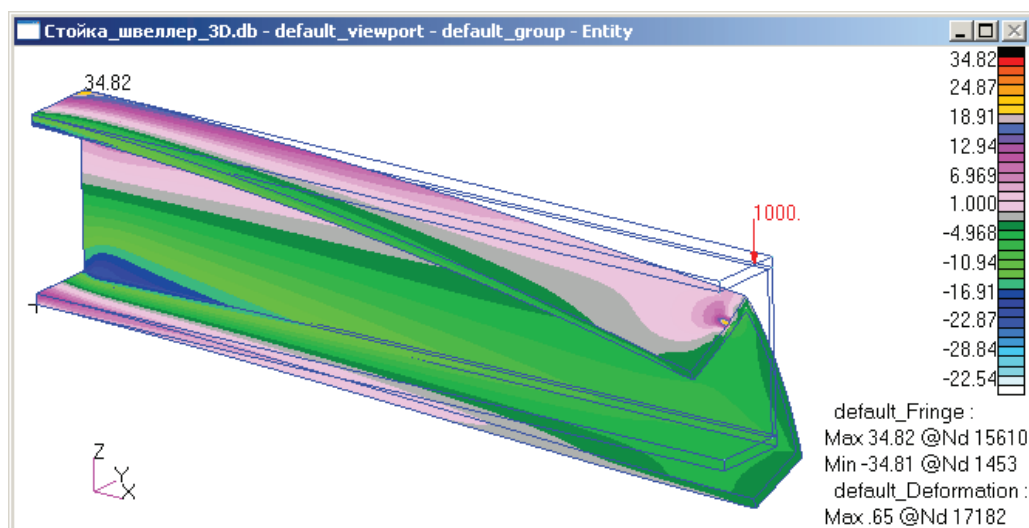


Рис. 15

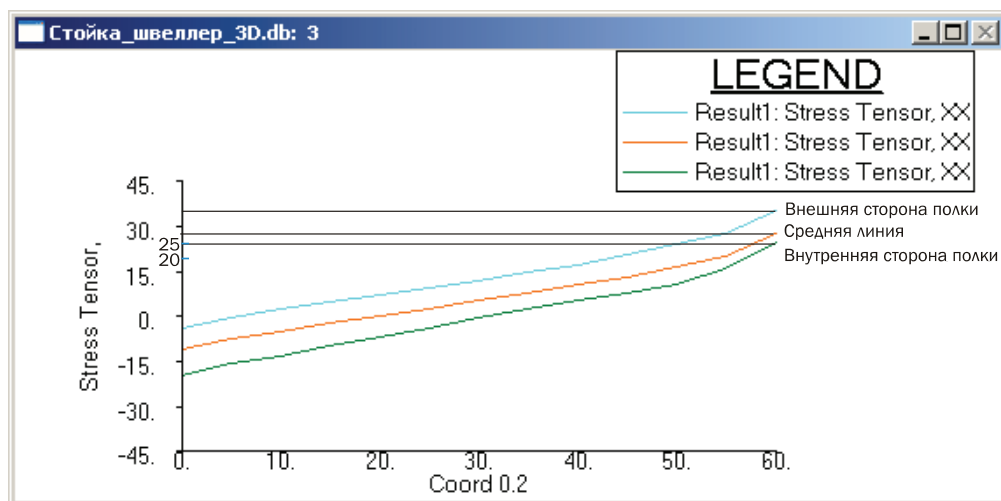


Рис. 16

для 3D-модели, имеют непринципиальное отличие от величин, полученных для двух предыдущих расчетов. 3D-моделирование позволяет более детально исследовать напряженное и деформированное состояния модели, но приводит к значительному увеличению вычислительной работы (число элементов 3D-модели – 9480, для 2D-модели – 3000 элементов и для 1D-модели – 20 элементов) и потому более подходит для исследования напряженно-деформированного состояния в проблемных зонах (например, у концентраторов, в местах крепления элементов конструкции и т.п.).

Насколько полученные результаты соответствуют реальности, можно оценить только после проведения экспериментальных исследований или сопоставления их с результатами расчетов аналогичных эксплуатируемых конструкций.

Выводы

MSC Patran-Nastran, при применении элементов CBEAM, позволяет, используя стержневую аппроксимацию балок, выполнять расчеты балок открытого тонкостенного профиля на прочность и жесткость. Напряжения и перемещения в точках поперечных сечений балки при стержневой аппроксимации не противоречат аналогичным величинам, найденным при оболочечной и трехмерной аппроксимациях.

Список литературы

1. Айрумян Э. Л. Особенности расчета конструкций из тонкостенных гнутых профилей // Монтажные и специальные работы в строительстве. 2008. № 3. С. 2–7.
2. Eurocode 3: Design of steel structures. EN 1993-1-3: 2004 Part 1-3: General rules. Supplementary rules for cold-formed members

and sheeting, Stage 34. CEN. European Committee for Standardisation. 2004.

3. North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members. AISI STANDARD. 2001.

4. Расчет и проектирование легких стальных конструкций из гнутых тонкостенных профилей. Стандарт организации ООО «Талдом-Профиль». СТО 50186441- 4.05.-2006.

5. Туснин А. Р. Численный расчет конструкций из тонкостенных стержней открытого профиля. М. : Изд-во АСВ, 2009. 144 с.

6. Лалин В. В., Рыбаков В.А. Конечные элементы для расчета ограждающих конструкций из тонкостенных профилей // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 8(26). С. 69–80.

7. Гордеева А. О., Ватин Н. И. Расчетная конечно-элементная модель холодногнутого перфорированного тонкостенного стержня в программно-вычислительном комплексе SCAD Office // Инженерно-строительный журнал. 2011. № 3(21). С. 36–46.

8. Bayan Anwer Ali, Sariffuddin Saad, Mohd Hanim Osman, Yusof Ahmad. Finite Element

Analysis of Cold-formed Steel Connections // International Journal of Engineering (IJE). 2011. Vol. 5. № 2. Pp. 55–61.

9. Ватин Н. И., Рыбаков В. А. Расчет металлоконструкций: седьмая степень свободы // СтройПРОФИль. 2007. № 2(56). С. 60–63.

10. Рыбаков В. А. Основы строительной механики легких стальных тонкостенных конструкций. СПб. : Изд-во СПбГПУ, 2010. 206 с.

11. Жилкин В. А. Азбука инженерных расчетов в MSC Patran-Nastran-Marc. Челябинск ; СПб. : ЧГАА ; Проспект Науки, 2013. 574 с.

12. Жилкин В. А. Элементы прикладной и строительной механики сельхозмашин. Челябинск : ЧГАУ, 2007. 349 с.

13. Bach-Baumann. Elastizitat und Festigkeit, стр. 369-381 и 268-271, Berlin, 1924; VDI, 1909, т. 53, стр. 1710; VDI, 1910, т. 54, стр. 385.

14. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни (прочность, устойчивость, колебания). М. : Госстройиздат, 1940. 276 с.

15. Биргер И. А., Мавлютов Р. Р. Сопротивление материалов. М. : Наука, 1986. 560 с.

Жилкин Виталий Афанасьевич, докт. техн. наук, профессор кафедры информационных технологий и прикладной математики, ФГБОУ ВПО «Челябинская государственная агроинженерная академия» (ЧГАА).

E-mail: Zhilkin_Vitalii@mail.ru.

* * *