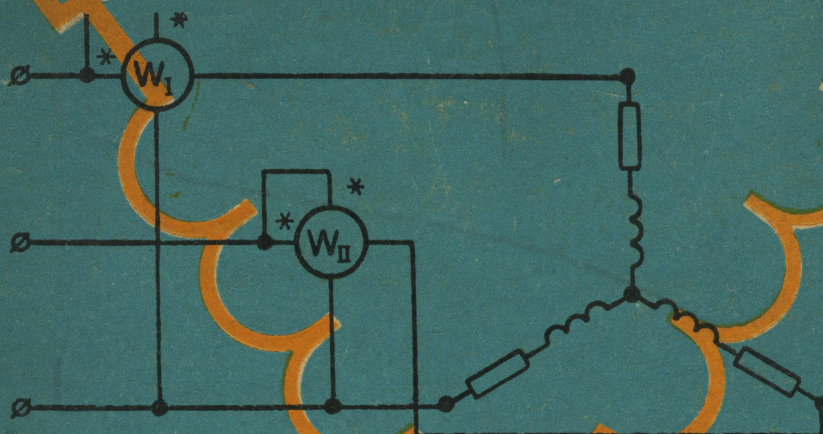


**ЗАДАЧНИК ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ  
И ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЮ**

**А.И. РАСКАТОВ**



**ЗАДАЧНИК**  
**ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ**  
**И ЭЛЕКТРО-**  
**ОБОРУДОВАНИЮ**

**А. И. РАСКАТОВ**

**ЗАДАЧНИК  
ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ  
И ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЮ**

**ТРЕТЬЕ ИЗДАНИЕ, ИСПРАВЛЕННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВЫСШАЯ ШКОЛА»  
Москва 1964**

## О Т И З Д А Т Е Л Ъ С Т В А

Книга содержит задачи по электротехнике, теоретическим основам электротехники, электрическим машинам, электрическим сетям и электроприводу. В каждом разделе книги даны краткие пояснения и формулы для решения задач. В конце книги помещен справочный материал, к которому приходится прибегать при решении задач.

Задачник предназначен в качестве учебного пособия для техникумов системы профессионально-технического образования. Кроме того, он может быть использован в качестве учебного пособия для отраслевых промышленных техникумов.

Все отзывы и предложения просим направлять по адресу: Москва, И-51, Неглинная ул., 29/14, издательство «Высшая школа».

---

## ВВЕДЕНИЕ

Современное развитие электротехники и внедрение ее во все области народного хозяйства требуют все большего увеличения мощностей электростанций, построения сотен тысяч километров высоковольтных магистральных и распределительных сетей во всех районах страны.

Без достаточно глубоких знаний основных законов электротехники и ясного представления о физических процессах в электрических установках, машинах, аппаратах нельзя улучшить технологию производства, применить новые методы контроля, измерений и т. д.

Для более прочного усвоения курсов электротехники, теоретических основ электротехники, электрических измерений, электрических машин и т. д. и предназначен настоящий задачник.

Все задачи и примеры в настоящем учебном пособии даны с ответами, наиболее типовые и сложные из них — с решениями.

В начале каждой главы задачника приведены краткие объяснения и основные формулы.

В конце задачника имеются справочные таблицы, которые необходимы для решения задач.

Во всех задачах, где не указана частота переменного тока, последняя принимается равной 50 гц.

Цифровые данные, приведенные в задачах, в большинстве случаев взяты из практики.



В третьем издании задачника в отличие от второго в текст внесены коррективы в соответствии с новыми ГОСТ, переработаны электрические схемы согласно ГОСТ 7624—62, помещено несколько новых задач и т. д.

---

---

## Глава первая

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Электрическим током называется явление движения заряженных частиц.

Величина электрического тока определяется электрическим зарядом \*, проходящим через поперечное сечение проводника в 1 сек., т. е.

$$I = \frac{q}{t}, \quad (1)$$

где  $I$  — ток в проводнике, а;

$q$  — электрический заряд, к;

$t$  — время, сек.

Постоянным электрическим током называется электрический ток, значение которого не изменяется во времени.

Плотность тока равна отношению тока к площади поперечного сечения проводника:

$$\delta = \frac{I}{s}, \quad (2)$$

где  $\delta$  — плотность тока, а/м<sup>2</sup>;

$s$  — площадь поперечного сечения проводника, м<sup>2</sup>.

Обычно на практике площадь поперечного сечения проводников измеряется в мм<sup>2</sup>, поэтому плотность тока выражается в а/мм<sup>2</sup>.

#### 2. ЗАКОНЫ ФАРАДЕЯ

Первый закон Фарадея. Весовое количество вещества, выделяемого на электродах при электролизе, пропорционально электрическому заряду, прошедшему через электролит:

$$G = cq = cIt, \quad (3)$$

---

\* Вместо термина «электрический заряд» часто употребляется термин «количество электричества».

где  $G$  — весовое количество вещества, мг;

$c$  — коэффициент пропорциональности, называемый электрохимическим эквивалентом, мг/к. Электрохимический эквивалент выражает весовое количество вещества, выделяющегося при прохождении через электролит электрического заряда, равного одному кулону.

Второй закон Фарадея. При прохождении одного и того же электрического заряда через различные электролиты весовые количества выделяющихся веществ пропорциональны их химическим эквивалентам.

Так как отношение электрохимического эквивалента  $c$  к химическому эквиваленту  $\frac{A}{n}$  равно постоянному числу 0,01036, т. е.

$$\frac{c}{\frac{A}{n}} = 0,01036$$

или

$$c = 0,01036 \frac{A}{n}, \quad (4)$$

то оба закона Фарадея можно выразить математически одной формулой:

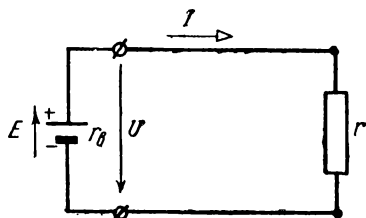


Рис. 1

$$G = cIt = 0,01036 \frac{A}{n} It, \quad (5)$$

где  $A$  — атомный вес;  
 $n$  — валентность;  
 $\frac{A}{n}$  — химический эквивалент вещества.

### 3. ЗАКОН ОМА

Закон Ома для замкнутой цепи. Ток, проходящий по цепи (рис. 1), пропорционален электродвижущей силе (э.д.с.) источника электрической энергии\* и обратно пропорционален сопротивлению всей цепи:

\* Вместо термина «источник электрической энергии» употребляются также термины «источник энергии», или просто «источник». Источником электрической энергии может быть источник напряжения (э.д.с.) или источник тока. В первом случае источник электрической энергии характеризуется величиной э.д.с. и внутренним сопротивлением. Во втором случае источник электрической энергии характеризуется величиной тока в нем и внутренней проводимостью. Источниками электрической энергии могут быть гальванические элементы, аккумуляторы, генераторы и т. п.

$$\text{или} \quad I = \frac{E}{r + r_0} \quad (6)$$

$$E = rI + r_0I, \quad (7)$$

где  $E$  — электродвижущая сила источника электрической энергии,  $\text{в}$ ;

$r$  — сопротивление внешней цепи,  $\text{ом}$ ;

$r_0$  — внутреннее сопротивление источника электрической энергии,  $\text{ом}$ ;

$rI$  — падение напряжения во внешней цепи,  $\text{в}$ ;

$r_0I$  — падение напряжения внутри источника электрической энергии,  $\text{в}$ .

Так как падение напряжения  $rI$  во внешней цепи равно напряжению  $U$  на зажимах источника электрической энергии, то формулу (7) можно представить так:

$$E = U + r_0I. \quad (8)$$

З а к о н О м а для п а с с и в н о г о участка (для участка цепи, не содержащего э. д. с.) электрической цепи.

Ток  $I$ , проходящий по участку цепи (рис. 1), пропорционален напряжению  $U$ , приложенному к участку цепи, и обратно пропорционален его сопротивлению  $r$ :

$$I = \frac{U}{r}, \quad (9)$$

где  $U$  — напряжение на данном участке цепи,  $\text{в}$ .

#### 4. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ

Э л е к т р и ч е с к о е с о п р о т и в л е н и е, или просто сопротивление, проводника пропорционально его длине, обратно пропорционально площади поперечного сечения проводника и зависит от материала, из которого он сделан:

$$r = \rho \frac{l}{s}, \quad (10)$$

где  $l$  — длина проводника,  $\text{м}$ ;

$\rho$  — удельное сопротивление материала проводника,  $\text{ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$ .

У д е л ь н а я э л е к т р и ч е с к а я п р о в о д и м о с т ь, или просто удельная проводимость, является обратной величиной удельного сопротивления:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}, \quad (11)$$

где  $\gamma$  — удельная проводимость,  $\text{м}/\text{ом} \cdot \text{мм}^2$ .



В этом случае формула (10) примет следующий вид:

$$r = \frac{l}{\gamma s}. \quad (12)$$

**Э л е к т р и ч е с к а я п р о в о д и м о с т ь**, или просто проводимость, является обратной величиной сопротивления проводника:

$$g = \frac{1}{r} = \frac{I}{U}, \quad (13)$$

где  $g$  — проводимость,  $1/\text{ом}$ .

Зависимость сопротивления проводника от температуры определяется по формуле

$$r_2 = r_1 [1 + \alpha (\vartheta_2 - \vartheta_1)], \quad (14)$$

где  $r_2$  — сопротивление проводника при температуре  $\vartheta_2$ ,  $\text{ом}$ ;  
 $r_1$  — сопротивление проводника при температуре  $\vartheta_1$ ,  $\text{ом}$ ;  
 $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления, т. е. относительное изменение сопротивления проводника, деленное на разность температур.

Температурный коэффициент сопротивления металлов положителен, а угля и электролитов отрицателен, т. е. с повышением температуры сопротивление угля и электролитов уменьшается.

## 5. РАБОТА (ЭНЕРГИЯ) И МОЩНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

Если за промежуток времени  $t$  через поперечное сечение проводника переносится электрический заряд  $q$ , то работа на данном участке проводника равна:

$$A = Uq, \quad (15)$$

где  $A$  — работа электрического тока,  $\text{дж}$ .

Так как  $q = It$ ,

$$\text{то} \quad A = UIt. \quad (16)$$

Работа (энергия), развиваемая источником электрической энергии, определяется по формуле

$$A_p = Eq = EIt, \quad (17)$$

где  $A_p$  — работа (энергия), развиваемая источником электрической энергии,  $\text{дж}$ .

Работа (энергия) электрического тока измеряется в джоулях или ватт-секундах. Джоуль и ватт-секунда обозначаются через  $\text{дж}$  и  $\text{вт} \cdot \text{сек}$ . Так как на практике время обычно выражают в часах, то работа (энергия) электрического тока измеряется в ватт-часах ( $\text{вт} \cdot \text{ч}$ ), гектоватт-часах ( $\text{гвт} \cdot \text{ч}$ ) и киловатт-часах ( $\text{квт} \cdot \text{ч}$ ).

**М о щ н о с т ь э л е к т р и ч е с к о г о т о к а** есть работа, произведенная в единицу времени, т. е. отношение электрической

работы  $A$  ко времени  $t$ , в течение которого эта работа была произведена:

$$P = \frac{A}{t} = UI = rI^2 = \frac{U^2}{r}, \quad (18)$$

где  $P$  — мощность, *вт*.

На практике, кроме единицы измерения мощности ватт, применяются также киловатт (1 *квт* = 1000 *вт*) и мегаватт (1 *Мвт* = 10<sup>6</sup> *вт*).

**З а к о н Л е н ц а — Д ж о у л я.** Количество тепла  $Q$ , выделяемое при прохождении электрического тока  $I$  через сопротивление  $r$ , пропорционально квадрату тока, сопротивлению и времени  $t$  прохождения тока:

$$Q = 0,24I^2rt = 0,24UI t = 0,24 \frac{U^2}{r} t, \quad (19)$$

где  $Q$  — количество тепла, *кал*.

## 6. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ПРИЕМНИКОВ И ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

**П о с л е д о в а т е л ь н ы м с о е д и н е н и е м п р и е м н и к о в** (участков электрической цепи) называется такое соединение, при котором через все участки цепи проходит один и тот же ток (рис. 2).

При последовательном соединении приемников напряжение, приложенное к цепи, равно сумме напряжений на зажимах отдельных приемников:

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_n, \quad (20)$$

где  $U$  — напряжение, приложенное к цепи, *в*;

$U_1, U_2, \dots, U_n$  — напряжения на зажимах отдельных приемников, *в*.

Так как

$$U_1 = r_1I, U_2 = r_2I, \dots, U_n = r_nI,$$

то

$$U = r_1I + r_2I + \dots + r_nI = (r_1 + r_2 + \dots + r_n)I = rI,$$

если положить

$$r = r_1 + r_2 + \dots + r_n, \quad (21)$$

где  $r$  — эквивалентное сопротивление цепи, *ом*;

$r_1, r_2, \dots, r_n$  — сопротивления отдельных приемников, *ом*.

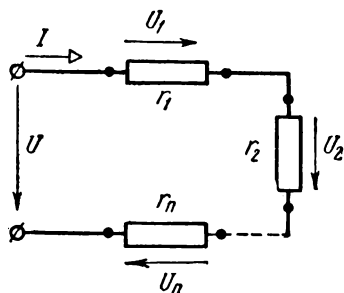


Рис. 2

Следовательно, эквивалентное сопротивление цепи при последовательном соединении приемников равно сумме сопротивлений отдельных приемников.

При последовательном соединении источников электрической энергии (рис. 3) ток в цепи определяется по формуле

$$I = \frac{E_1 + E_2 + \dots + E_n}{r_{e1} + r_{e2} + \dots + r_{en} + r}, \quad (22)$$

где  $E_1, E_2, \dots, E_n$  и  $r_{e1}, r_{e2}, \dots, r_{en}$  — э.д.с. и внутренние сопротивления отдельных источников электрической энергии;  
 $r$  — сопротивление внешней цепи, ом.

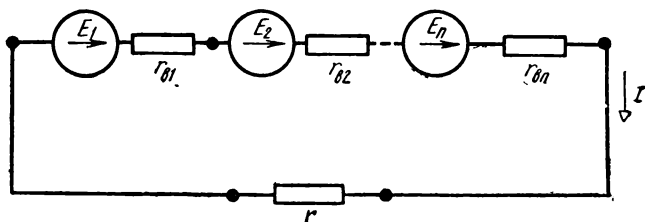


Рис. 3

Если э.д.с. и внутренние сопротивления источников электрической энергии одинаковы, то ток в цепи будет равен:

$$I = \frac{nE}{nr_e + r}, \quad (23)$$

где  $n$  — число последовательно включенных источников электрической энергии;

$E$  — э.д.с. одного источника электрической энергии;

$r_e$  — внутреннее сопротивление одного источника электрической энергии.

## 7. ЗАКОНЫ КИРХГОФА

**Первый закон Кирхгофа.** Алгебраическая сумма токов в узле \* электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{n=K} I_k = 0, \quad (24)$$

при этом токи, притекающие к узлу, считаются (условно) положительными, а утекающие токи — отрицательными.

**Второй закон Кирхгофа.** Во всяком замкнутом контуре алгебраическая сумма электродвижущих сил, действующих

\* Узлом электрической цепи называется место соединения трех или большего числа ветвей.

ших в отдельных участках контура, равна алгебраической сумме падений напряжений в сопротивлениях, входящих в этот контур:

$$\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} E_{\kappa} = \sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} r_{\kappa} I_{\kappa}. \quad (25)$$

Э. д. с. и токи, направленные по обходу контура, условно считаем положительными, а э. д. с. и токи, направленные против обхода контура, — отрицательными.

## 8. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ПРИЕМНИКОВ И ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

П а р а л л е л ь н ы м с о е д и н е н и е м п р и е м н и к о в [участков (ветвей) электрической цепи] называется такое их соединение, при котором все приемники (ветви) присоединены к одной и той же паре узлов, т. е. когда приемники находятся под действием одного и того же напряжения (рис. 4).

Ток в неразветвленной части цепи равен сумме токов отдельных приемников:

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n, \quad (26)$$

где  $I$  — ток в неразветвленной части цепи, а;

$I_1, I_2, \dots, I_n$  — токи отдельных приемников, а.

Токи приемников равны:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{r_1} = U g_1; \\ I_2 &= \frac{U}{r_2} = U g_2; \\ &\dots\dots\dots \\ I_n &= \frac{U}{r_n} = U g_n, \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

где  $r_1, r_2, \dots, r_n, g_1, g_2, \dots, g_n$  — сопротивления и проводимости отдельных приемников.

Из уравнений (27) имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_1}{I_2} &= \frac{r_2}{r_1} = \frac{g_1}{g_2}, \\ \frac{I_2}{I_n} &= \frac{r_n}{r_2} = \frac{g_2}{g_n}, \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

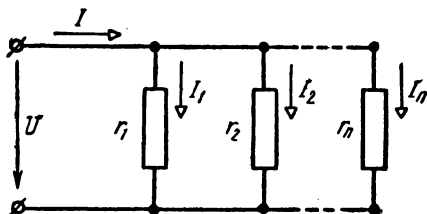


Рис. 4



т. е. токи в параллельных ветвях распределяются обратно пропорционально сопротивлениям или пропорционально проводимостям отдельных ветвей.

Подставляя значения токов из уравнений (27) в уравнение (26), получим:

$$I = U \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n} \right) = \frac{U}{r},$$

если положить

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \dots + \frac{1}{r_n}, \quad (29)$$

где  $r$  — эквивалентное сопротивление цепи при параллельном соединении приемников, *ом*.

Если вместо сопротивлений подставим проводимости, то

$$g = g_1 + g_2 + \dots + g_n, \quad (30)$$

где  $g = \frac{1}{r}$  — эквивалентная проводимость цепи при параллельном соединении приемников, *1/ом*.

Следовательно, эквивалентная проводимость цепи при параллельном соединении приемников равна сумме проводимостей отдельных приемников.

Если сопротивления параллельно включенных приемников одинаковы, то эквивалентное сопротивление цепи определяется по формуле

$$r = \frac{r_1}{n}, \quad (31)$$

где  $n$  — число параллельно включенных приемников.

Эквивалентное сопротивление двух параллельно соединенных приемников (рис. 5)

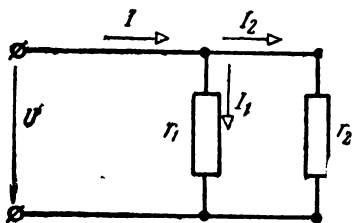


Рис. 5

$$r = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}. \quad (32)$$

Токи в параллельных ветвях (рис. 5) можно выразить через ток  $I$  в неразветвленной части цепи. Так как  $U = rI = r_1 I_1 = r_2 I_2$ , то

$$I_1 = I \frac{r}{r_1} = I \frac{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}}{r_1} = I \frac{r_2}{r_1 + r_2}; \quad (33)$$

$$I_2 = I \frac{r}{r_2} = I \frac{\frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}}{r_2} = I \frac{r_1}{r_1 + r_2}. \quad (34)$$

При параллельном соединении источников электрической энергии с одинаковыми элект-

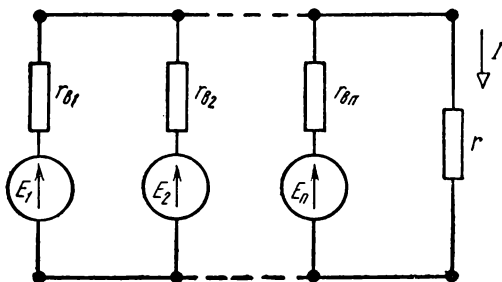


Рис. 6

родвижущими силами  $E_1 = E_2 = \dots = E_n = E$  и внутренними сопротивлениями  $r_{\delta 1} = r_{\delta 2} = \dots = r_{\delta n} = r_{\delta}$  (рис. 6) ток в цепи будет равен:

$$I = \frac{E}{\frac{r_{\delta}}{n} + r}. \quad (35)$$

## 9. СМЕШАННОЕ СОЕДИНЕНИЕ ПРИЕМНИКОВ

Смешанным соединением приемников (участков электрической цепи) называется такое их соединение, когда часть приемников (участков) соединена параллельно и часть последовательно (рис. 7).

Расчет такой цепи производится следующим образом. Сначала определяем эквивалентное сопротивление параллельных ветвей по формуле

$$r_{23} = \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}. \quad (36)$$

Так как сопротивление  $r_1$  включено последовательно с сопротивлением  $r_{23}$ , то эквивалентное сопротивление всей цепи будет (рис. 8) равно:

$$r = r_1 + r_{23} = r_1 + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}. \quad (37)$$

Зная напряжение на зажимах всей цепи и ее сопротивление, можно определить ток в неразветвленной части цепи:

$$I_1 = \frac{U}{r}. \quad (38)$$

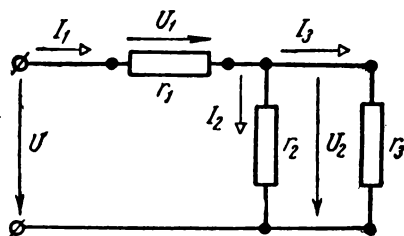


Рис. 7

Напряжение на зажимах параллельных ветвей

$$U_2 = r_{23} I_1. \quad (39)$$

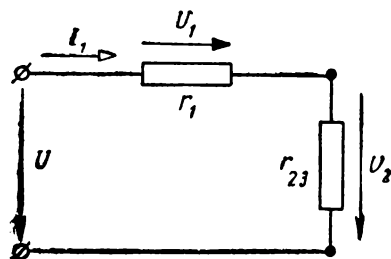


Рис. 8

Токи в параллельных ветвях:

$$\left. \begin{aligned} I_2 &= \frac{U_2}{r_2}, \\ I_3 &= \frac{U_2}{r_3}. \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

#### 10. СМЕШАННОЕ СОЕДИНЕНИЕ ГАЛЬВАНИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ И АККУМУЛЯТОРОВ

При смешанном соединении гальванических элементов \* или аккумуляторов ток в цепи определяется по формуле

$$I = \frac{nE}{\frac{nr_e}{m} + r}, \quad (41)$$

где  $m$  — число параллельных ветвей.

Наибольший ток получается при смешанном соединении элементов тогда, когда внешнее сопротивление цепи равно внутреннему сопротивлению элементов:

$$r = \frac{nr_e^{**}}{m}. \quad (42)$$

Число последовательно соединенных элементов в одной параллельной ветви

$$n = \sqrt{\frac{Nr}{r_e}}. \quad (43)$$

\* Первичных элементов. Вместо термина «гальванический элемент» будем употреблять термин «элемент».

\*\* Если обозначим через  $N$  общее число элементов батареи, то  $N = mn$ , отсюда

$$m = \frac{N}{n}.$$

Подставляя в формулу (41) выражение  $m = \frac{N}{n}$ , получим:

$$I = \frac{En}{r + \frac{r_en}{N}} = \frac{En}{r + \frac{r_en^2}{N}}$$

Для того чтобы получить максимальный ток  $I_{\max}$ , необходимо найти производную от этого выражения по  $n$  и приравнять ее нулю:

$$\frac{dI}{dn} = \frac{E \left( r + \frac{r_en^2}{N} \right) - En \frac{2nr_e}{N}}{\left( r + \frac{r_en^2}{N} \right)^2} = 0$$

или

$$E \left( r + \frac{r_en^2}{N} - 2 \frac{r_en^2}{N} \right) = 0,$$

откуда

$$r = \frac{r_en^2}{N} = \frac{r_en^2}{mn} = \frac{r_en}{m},$$

что и требовалось доказать.

Число параллельных ветвей

$$m = \frac{N}{n}, \quad (44)$$

где  $N$  — число всех элементов в батарее.

## 11. МЕТОД ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА СОПРОТИВЛЕНИЙ В ЭКВИВАЛЕНТНУЮ ЗВЕЗДУ

Иногда при определении токов в сложных цепях встречаются контуры, представляющие собой треугольник, вершинами которого являются три узла, а сторонами — три пассивные ветви, включенные между узлами (рис. 9, а).

Для упрощения расчетов треугольник сопротивлений заменяется эквивалентной звездой (рис. 9, б). Это значит, что при неизменных напряжениях между вершинами треугольника и концами звезды токи в подводящих проводах должны быть одинаковыми. Если прикладывать напряжение вначале к точкам  $A$  и  $B$ , затем к точкам  $B$  и  $C$ , наконец, к точкам  $C$  и  $A$ , то

$$r_A + r_B = \frac{r_{AB}(r_{BC} + r_{CA})}{r_{AB} + r_{BC} + r_{CA}}; \quad (45)$$



$$r_B + r_C = \frac{r_{BC}(r_{AB} + r_{CA})}{r_{AB} + r_{BC} + r_{CA}}; \quad (46)$$

$$r_A + r_C = \frac{r_{CA}(r_{AB} + r_{BC})}{r_{AB} + r_{BC} + r_{CA}}. \quad (47)$$

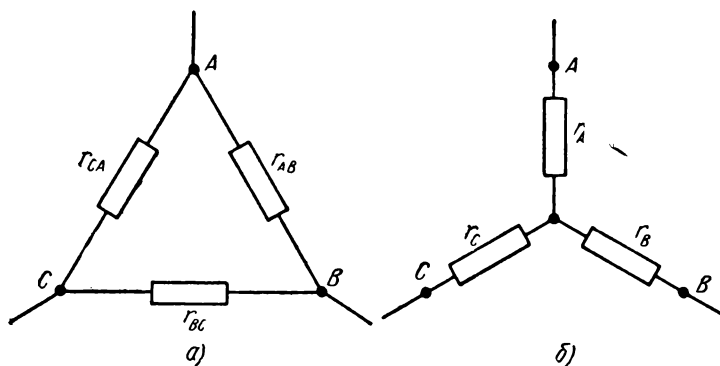


Рис. 9

Складывая два из этих уравнений и вычитая третье, найдем искомые сопротивления лучей эквивалентной звезды:

$$r_A = \frac{r_{AB}r_{CA}}{r_{AB} + r_{BC} + r_{CA}}; \quad (48)$$

$$r_B = \frac{r_{AB}r_{BC}}{r_{AB} + r_{BC} + r_{CA}}; \quad (49)$$

$$r_C = \frac{r_{BC}r_{CA}}{r_{AB} + r_{BC} + r_{CA}}. \quad (50)$$

Если сопротивления треугольника одинаковы ( $r_{AB}=r_{BC}=r_{CA}=r_{\Delta}$ ), то сопротивления эквивалентной звезды также равны, т. е.

$$r_A = \frac{r_{\Delta}}{3}. \quad (51)$$

## 12. РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПРИ ПОМОЩИ ЗАКОНОВ КИРХГОФА

Электрические цепи, не сводящиеся к последовательному и параллельному соединению приемников, называются сложными цепями.

Пусть заданы э. д. с. всех источников электрической энергии и сопротивления всех ветвей. Найти токи в ветвях.

Если сложная цепь состоит из  $k$  ветвей и  $n$  узлов, то на основании первого закона Кирхгофа составляем число уравнений  $n-1$ , т. е. на единицу меньше числа узлов, так как уравнение для  $n$ -го узла является следствием уже составленных  $(n-1)$  уравнений. Недостающие уравнения составляем по второму закону Кирхгофа; при этом контуры нужно выбирать так, чтобы каждый последующий контур отличался от предыдущих хотя бы одной новой ветвью.

На рис. 10 показана сложная электрическая схема, имеющая пять ветвей и три узла. Задаемся произвольно положительными

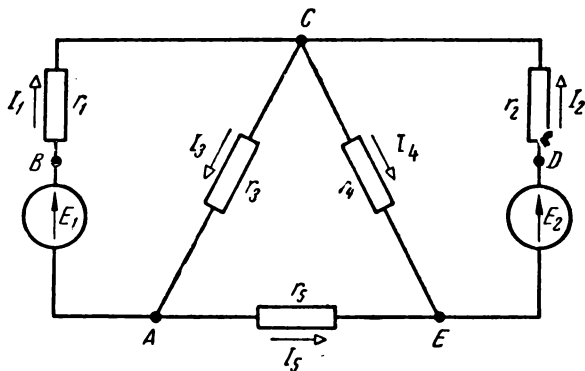


Рис. 10

направлениями токов. Так как данная цепь имеет три узла, то по первому закону Кирхгофа составляем два уравнения для узлов  $A$  и  $E$ :

$$I_3 = I_1 + I_5 \text{ или } -I_1 + I_3 - I_5 = 0; \quad (52)$$

$$I_4 + I_5 = I_2 \text{ или } -I_2 + I_4 + I_5 = 0. \quad (53)$$

Недостающие три уравнения составляем по второму закону Кирхгофа для контуров  $ABCA$ ,  $AECA$  и  $EDCE$ :

$$E_1 = r_1 I_1 + r_3 I_3; \quad (54)$$

$$0 = r_3 I_3 + r_5 I_5 - r_4 I_4; \quad (55)$$

$$E_2 = r_2 I_2 + r_4 I_4. \quad (56)$$

Имея пять уравнений с пятью неизвестными токами, можно их определить.

Если при решении уравнений получается отрицательная величина для какого-либо тока, то это значит, что действительное направление этого тока противоположно принятому за положительное направление току.

Если в ветви, содержащей источник, ток и э. д. с. имеют противоположные направления, то данный источник будет потреблять энергию от другого источника (работает в режиме нагрузки).

### 13. МЕТОД УЗЛОВОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Этот метод применяется при определении токов в цепи, имеющей два узла (рис. 11). Примем положительными э. д. с. и токи во всех ветвях, если они направлены от узла  $B$  к узлу  $A$ . Напряжение между узлами  $A$  и  $B$  (узловое напряжение) равно разности между э. д. с. и падением напряжения в любой из ветвей:

$$U = E_{\kappa} - r_{\kappa} I_{\kappa},$$

где  $\kappa$  — номер ветви.

Ток в любой ветви определяется по формуле

$$I_{\kappa} = \frac{E_{\kappa} - U}{r_{\kappa}} = (E_{\kappa} - U) g_{\kappa}.$$

Следовательно, токи в параллельных ветвях будут равны:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= (E_1 - U) g_1; \\ I_2 &= (E_2 - U) g_2; \\ I_3 &= (0 - U) g_3 = -U g_3. \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

Рис. 11

Применяя первый закон Кирхгофа к узлу  $A$ , получим:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Подставляя в это уравнение значение токов из уравнений (57), будем иметь:

$$(E_1 - U) g_1 + (E_2 - U) g_2 + (-U g_3) = 0,$$

откуда

$$U = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g_3} \quad (58)$$

или в общем виде

$$U = \frac{\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} E_{\kappa} g_{\kappa}}{\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} g_{\kappa}}. \quad (59)$$

Следовательно, узловое напряжение равно отношению алгебраической суммы произведений э. д. с. на проводимости соответствующих ветвей к арифметической сумме проводимостей всех ветвей, включенных между двумя узлами. Если э. д. с. направлена от узла  $A$  к узлу  $B$ , то эта э. д. с. берется со знаком минус.

Зная напряжение  $U$ , можно определить токи в параллельных ветвях по формулам (57).

#### 14. МЕТОД КОНТУРНЫХ ТОКОВ

Этот метод применяется при определении токов в сложных разветвленных цепях, так как он дает возможность сократить число уравнений, составленных на основании законов Кирхгофа.

Если в каждом контуре задаться произвольным положительным направлением тока, так называемым контурным током, то действительный ток в любой ветви двух смежных контуров равен сумме или разности этих контурных токов в зависимости от их направления. Так, например, для схемы, изображенной на рис. 12, токи в сопротивлениях  $r_4$  и  $r_5$  будут равны:

$$I_4 = I_I - I_{III}; \quad (60)$$

$$I_5 = I_{II} - I_{III}. \quad (61)$$

Эти уравнения заменяют уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа.

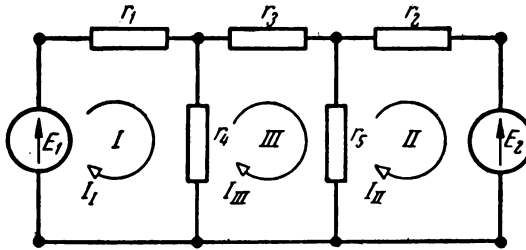


Рис. 12

Условимся направление обхода контуров выбирать совпадающим с направлением контурных токов.

Применяя второй закон Кирхгофа для контуров I, II и III, получим:

$$E_1 = (r_1 + r_4) I_I - r_4 I_{III}; \quad (62)$$

$$-E_2 = (r_2 + r_5) I_{II} - r_5 I_{III}; \quad (63)$$

$$0 = (r_3 + r_4 + r_5) I_{III} - r_4 I_I - r_5 I_{II}. \quad (64)$$

Решив эти уравнения, найдем контурные токи  $I_I$ ,  $I_{II}$  и  $I_{III}$ , которые в данном частном случае равны действительным токам в первой, второй и третьей ветвях ( $I_I = I_1$ ,  $I_{II} = I_2$ ,  $I_{III} = I_3$ ).

Затем, подставив их значения в уравнения (60) и (61), определим токи в ветвях смежных контуров.

#### 15. МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ

Этот метод применяется для определения токов в сложной электрической цепи, в которой одновременно действуют несколько э. д. с. Сущность метода наложения заключается в том, что сначала предполагаем, что в данной цепи действует только э. д. с.



первого источника, а э. д. с. всех остальных источников предполагаем равными нулю (но их внутренние сопротивления остаются включенными) и находим токи для этой цепи. Затем производим расчет, полагая, что в данной цепи действует только э. д. с. второго источника, а э. д. с. остальных источников равны нулю.

Аналогичные расчеты производим поочередно для всех э. д. с.

Так как для каждого участка сложной цепи получается несколько токов, создаваемых на этом участке каждой э. д. с. в отдельности, то алгебраическая сумма этих токов определяет истинную величину тока, проходящего по этому участку при одновременном действии всех э. д. с.

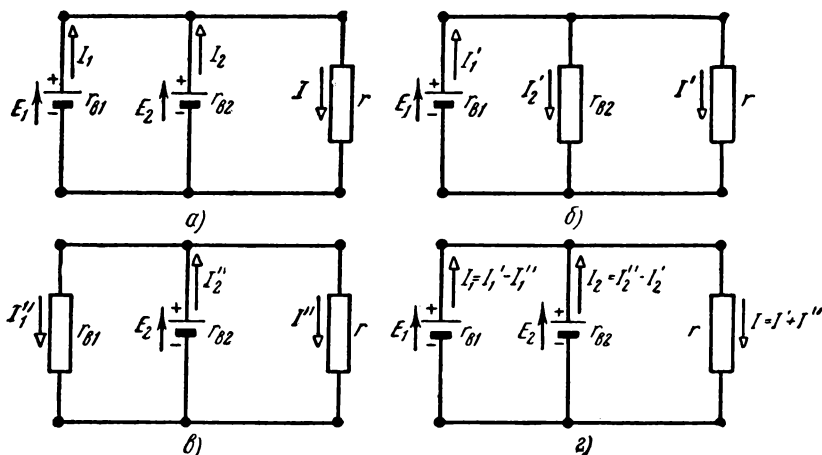


Рис. 13

Применим метод наложения к цепи, изображенной на рис. 13, а. Предположим, что в цепи действует только э. д. с.  $E_1$ , а  $E_2=0$ , но сопротивление второго источника э. д. с. остается включенным. В этом случае получим схему, изображенную на рис. 13, б.

Ток в ветви первого источника э. д. с.

$$I'_1 = \frac{E_1}{r_{e1} + \frac{r_{e2}r}{r_{e2} + r}}. \quad (65)$$

Ток  $I'_1$  распределяется в параллельных ветвях обратно пропорционально сопротивлениям этих ветвей:

$$I'_2 = I'_1 \frac{r}{r + r_{e2}}; \quad (66)$$

$$I' = I'_1 \frac{r_{e2}}{r + r_{e2}}. \quad (67)$$

Теперь предположим, что в цепи действует только э. д. с. второго источника  $E_2$ , а э. д. с. первого источника  $E_1$  равна нулю. Тогда получим схему, изображенную на рис. 13, в, из которой следует, что ток в ветви второго источника э. д. с.

$$I_2'' = \frac{E_2}{r_{e2} + \frac{r_{e1}r}{r_{e1} + r}}, \quad (68)$$

а токи в параллельных ветвях:

$$I_1'' = I_2'' \frac{r}{r_{e1} + r}; \quad (69)$$

$$I' = I_2'' \frac{r_{e1}}{r_{e1} + r}. \quad (70)$$

Наложив слагаемые токов в ветвях один на другой (рис. 13, г) и приняв во внимание их направления, получим действительные токи в цепи:

$$I_1 = I_1' - I_1''; \quad I_2 = I_2' - I_2''; \quad I = I' + I''. \quad (71)$$

## 16. ЕМКОСТЬ И ОТДАЧА АККУМУЛЯТОРА

Емкостью аккумулятора называется количество электричества, отдаваемое аккумулятором при разрядке (разрядная емкость) или поглощаемое при зарядке (зарядная емкость), т. е.

$$q_p = I_p t_p; \quad (72)$$

$$q_s = I_s t_s, \quad (73)$$

где  $q_p$  и  $q_s$  — емкости при разрядке и зарядке аккумулятора, а·ч;  
 $t_p$  и  $t_s$  — время разрядки и зарядки аккумулятора, час.;  
 $I_p$  и  $I_s$  — токи при разрядке и зарядке аккумулятора, а.

Отдачей аккумулятора по емкости называется отношение разрядной емкости  $q_p$  к зарядной  $q_s$ :

$$\eta_q = \frac{q_p}{q_s} = \frac{I_p t_p}{I_s t_s}, \quad (74)$$

где  $\eta_q$  — отдача аккумулятора по емкости.

Отдачей аккумулятора по энергии называется отношение энергии, отданной аккумулятором при разрядке, к энергии, поглощенной им при зарядке:

$$\eta = \frac{W_p}{W_s} = \frac{U_p I_p t_p}{U_s I_s t_s}, \quad (75)$$

где  $\eta$  — отдача (к. п. д.) аккумулятора по энергии;

- $U_p$  — среднее значение напряжения на зажимах аккумулятора при разрядке, *в*;  
 $U_z$  — среднее значение напряжения на зажимах аккумулятора при зарядке, *в*;  
 $W_p$  — энергия, отданная аккумулятором при разрядке, *вт·ч*;  
 $W_z$  — энергия, поглощенная аккумулятором при зарядке, *вт·ч*.

### Задачи

1. Какое количество электричества  $q$  проходит через поперечное сечение проводника в течение  $t=0,2$  часа при токе в нем  $I=30$  *а*?

2. Определить ток  $I$  в цепи, если в течение  $t=1$  часу протекло  $q=1440$  *к* количества электричества.

3. Какое количество  $G$  меди выделилось из раствора медного купороса в течение  $t=0,48$  часа при токе  $I=15$  *а*, если электрохимический эквивалент меди  $c=0,328$  *мг/к*?

4. Определить электрохимический эквивалент  $c$  цинка, если в элементе при токе  $I=0,247$  *а* в течение  $t=12$  мин. израсходовалось  $G=60,1$  *мг* цинка.

5. Вычислить сопротивления  $r_1, r_2$  обмоток однофазного трансформатора при температуре  $\vartheta_2=75^\circ$ , если при температуре  $\vartheta_1=22^\circ$  они соответственно равны:  $r_{1(22)}=8,63$  *ом* и  $r_{2(22)}=0,648$  *ом*. Температурный коэффициент сопротивления меди  $\alpha=0,004$  *1/град*.

6. Определить температуру  $\vartheta_2$  обмотки якоря генератора постоянного тока параллельного возбуждения при работе, если сопротивление ее при  $\vartheta_1=15^\circ$   $r_{я(15)}=0,0089$  *ом*. После работы генератора сопротивление обмотки якоря повысилось до  $r_{я}=0,01104$  *ом*. Температурный коэффициент сопротивления меди  $\alpha=0,004$  *1/град*.

7. Э. д. с. гальванического элемента  $E=1,88$  *в*, а его внутреннее сопротивление  $r_g=0,24$  *ом*. Определить сопротивление  $r$  внешней цепи и напряжение  $U$  на зажимах гальванического элемента, если ток в цепи  $I=0,2$  *а*.

8. Каково сопротивление  $r$  внешней цепи, если э.д.с. гальванического элемента  $E=1,4$  *в*, а его внутреннее сопротивление  $r_g=0,4$  *ом* и напряжение на зажимах гальванического элемента  $U=1,2$  *в*?

9. К генератору постоянного тока присоединен приемник энергии, сопротивление которого  $r=11,5$  *ом*. Ток в приемнике  $I=10$  *а*. Определить э. д. с.  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, и напряжение  $U$  на зажимах генератора, если сопротивление цепи якоря  $r_{я}=0,3$  *ом*.

10. Вычислить сопротивление  $r_{\lambda}$  нити (в горячем состоянии) газонаполненной лампы накаливания мощностью  $P_{\lambda}=400$  *вт* и напряжением  $U=220$  *в*.

11. Электрический утюг потребляет мощность  $P=300 \text{ вт}$  при напряжении  $U=120 \text{ в}$ . Найти сопротивление  $r$  нагревательного элемента и ток  $I$ , проходящий через него.

12. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения включен в сеть с напряжением  $U=220 \text{ в}$  и потребляет мощность  $P_1=66,7 \text{ вт}$ . Определить ток  $I$  двигателя и полезную мощность  $P_2$  на валу двигателя, если коэффициент полезного действия  $\eta = 90\%$ .

13. Электрический чайник емкостью  $1,5 \text{ л}$  включен в сеть с напряжением  $U=120 \text{ в}$ . Сопротивление нагревательного элемента  $r=24 \text{ ом}$ , коэффициент полезного действия  $\eta=80\%$ . Начальная температура воды  $\vartheta_1=20^\circ$ . Чему равны мощность  $P$ , потребляемая чайником, ток  $I$ , проходящий через нагревательный элемент, время  $t$ , в течение которого чайник закипит, и стоимость электроэнергии, если  $1 \text{ квт} \cdot \text{ч}$  стоит 4 коп.?

14. Определить коэффициент полезного действия электрического сосуда, в котором требуется вскипятить  $2 \text{ л}$  воды в течение  $t=20 \text{ мин}$ . Начальная температура воды  $\vartheta_1=15^\circ$ . Найти сопротивление  $r$  нагревательного элемента и ток  $I$ , проходящий через него, если мощность, потребляемая электрическим сосудом,  $P=660 \text{ вт}$  при напряжении  $U=110 \text{ в}$ .

15. В сеть с напряжением  $U=110 \text{ в}$  включены последовательно четыре приемника, сопротивления которых равны:  $r_1=60 \text{ ом}$ ;  $r_2=25,5 \text{ ом}$ ;  $r_3=70 \text{ ом}$ ;  $r_4=64,5 \text{ ом}$ . Определить ток  $I$  в цепи и напряжение на зажимах каждого приемника.

16. Последовательно включены два гальванических элемента, э. д. с. и сопротивления которых соответственно равны:  $E_1=1,5 \text{ в}$ ;  $E_2=1,4 \text{ в}$ ;  $r_{s1}=0,2 \text{ ом}$ ;  $r_{s2}=0,4 \text{ ом}$ . Вычислить ток  $I$  в цепи, напряжение на зажимах каждого гальванического элемента, напряжение  $U$  на зажимах цепи, если сопротивление внешней цепи  $r=28,4 \text{ ом}$ .

17. Три одинаковых гальванических элемента включены последовательно. Э. д. с. каждого из них  $E=1,5 \text{ в}$ . Ток в цепи  $I=0,25 \text{ а}$ . Сопротивление внешней цепи  $r=17,4 \text{ ом}$ . Определить напряжение  $U$  на зажимах внешней цепи и внутреннее сопротивление  $r_g$  гальванического элемента.

18. В сеть с напряжением  $U=220 \text{ в}$  включены последовательно два приемника (рис. 14). Чему равно сопротивление  $r_p$  реостата, поглощающего излишек напряжения в сети, если напряжение на зажимах каждого приемника  $U_1=U_2=90 \text{ в}$ , а ток в цепи  $I=20 \text{ а}$ ?

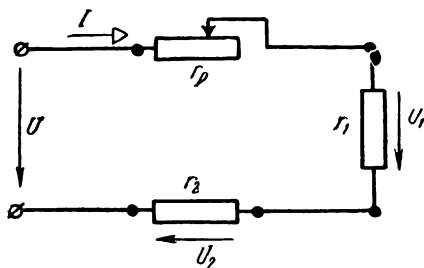


Рис. 14

19. В сеть с напряжением  $U=220$  в включен приемник, сопротивление которого  $r=38$  ом. Определить полное сопротивление реостата и сопротивление секции реостата, при помощи которого можно будет изменять ток в приборе и иметь 5,5; 4; 2,5; 2,2 а.

20. К батарее, состоящей из последовательно включенных аккумуляторов, присоединено сопротивление  $r=3,9$  ом. Ток в цепи  $I=20$  а. Определить необходимое число аккумуляторов  $n$  батареи, если э. д. с. каждого аккумулятора  $E=2$  в, а его внутреннее сопротивление  $r_a=0,0025$  ом.

21. К батарее, состоящей из 63 последовательно включенных аккумуляторов, присоединено сопротивление  $r=12$  ом. Ток в цепи  $I=10$  а. Внутреннее сопротивление батареи  $r_{ab}=0,6$  ом. Определить э. д. с.  $E_0$  батареи, э. д. с.  $E$  одного аккумулятора, внутреннее сопротивление  $r_a$  одного аккумулятора, напряжение  $U$  на зажимах внешней цепи, мощность  $P$ , отдаваемую батареями.

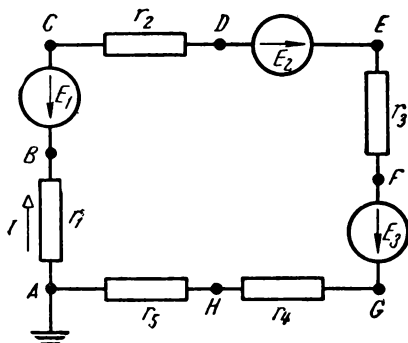


Рис. 15

22. Построить потенциальную диаграмму для цепи рис. 15, если  $E_1=8$  в,  $E_2=24$  в,  $E_3=12$  в;  $r_1=4$  ом,  $r_2=6$  ом,  $r_3=10$  ом,  $r_4=12$  ом и  $r_5=8$  ом. Внутренним сопротивлением источников э. д. с. пренебречь.

**Решение.** Прежде чем найти потенциалы всех точек, необходимо определить ток в цепи:

$$I = \frac{E_2 + E_3 - E_1}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5} = \frac{24 + 12 - 8}{4 + 6 + 10 + 12 + 8} = 0,7 \text{ а.}$$

Начинаем обход контура с точки А, потенциал которой равен нулю, так как она соединена с землей.

При переходе к точке В мы должны пройти через сопротивление  $r_1$  по направлению тока, а так как ток течет от высшего потенциала к низшему\*, то потенциал точки В должен быть ниже потенциала точки А на величину падения напряжения  $r_1 I$ , т. е.  $\varphi_A - \varphi_B = r_1 I$ , откуда  $\varphi_B = \varphi_A - r_1 I = 0 - 4 \cdot 0,7 = -2,8$  в.

Потенциал точки С ниже потенциала точки В на величину э. д. с.  $E_1$ , так как внутренним сопротивлением источника э. д. с. пренебрегли\*\*, т. е.  $\varphi_B - \varphi_C = E_1$ , откуда  $\varphi_C = \varphi_B - E_1 = -2,8 - 8 = -10,8$  в. Потенциал точки D ниже потенциала точки С на величину падения напряжения  $r_2 I$ , т. е.  $\varphi_C - \varphi_D = r_2 I$ , откуда  $\varphi_D = \varphi_C - r_2 I = -10,8 - 6 \cdot 0,7 = -15$  в.

\* Это справедливо для пассивного участка цепи.

\*\*  $\varphi_B - \varphi_C - E_1 = 0$  или  $\varphi_B - \varphi_C = E_1$ .

Так как положительный зажим второго источника э. д. с. присоединен к точке  $E$ , а отрицательный — к точке  $D$ , то потенциал точки \*  $E$  выше потенциала точки  $D$  на величину э. д. с.  $E_2$ , т. е.  $\varphi_E - \varphi_D = E_2$ , откуда  $\varphi_E = \varphi_D + E_2 = -15 + 24 = 9$  в. Потенциал точки  $F$  ниже потенциала точки  $E$  на величину падения напряжения  $r_3 I$ , т. е.  $\varphi_E - \varphi_F = r_3 I$ , откуда  $\varphi_F = \varphi_E - r_3 I = 9 - 10 \cdot 0,7 = 2$  в. Потенциал точки  $G$  выше потенциала точки  $F$  на величину э. д. с.  $E_3$ , т. е.  $\varphi_G - \varphi_F = E_3$ , откуда  $\varphi_G = \varphi_F + E_3 = 2 + 12 = 14$  в. Потенциал

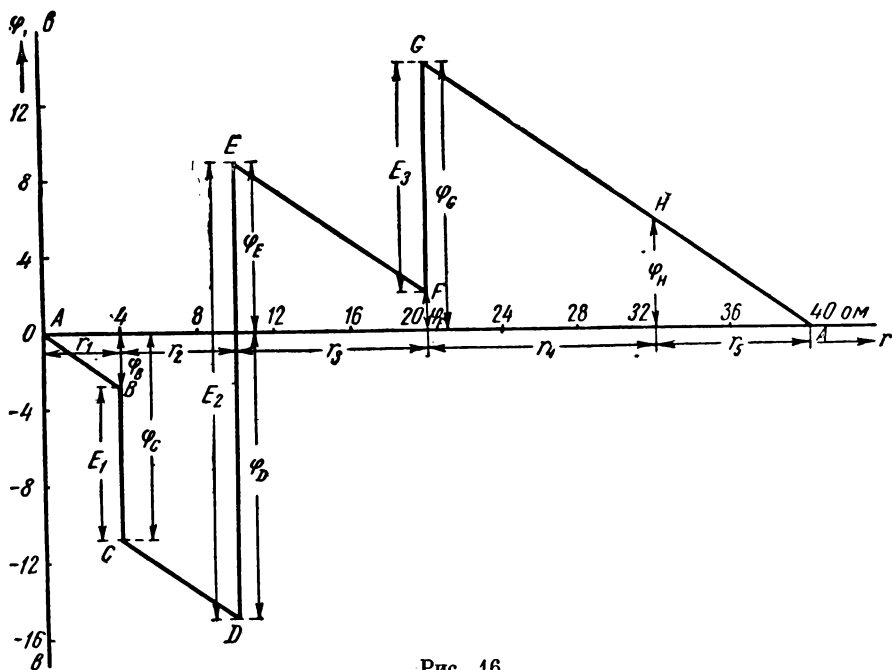


Рис. 16

точки  $H$  ниже потенциала точки  $G$  на величину падения напряжения  $r_4 I$ , т. е.  $\varphi_G - \varphi_H = r_4 I$ , откуда  $\varphi_H = \varphi_G - r_4 I = 14 - 12 \cdot 0,7 = 5,6$  в. Потенциал точки  $A$  ниже потенциала точки  $H$  на величину падения напряжения  $r_8 I$ , т. е.  $\varphi_H - \varphi_A = r_8 I$ , откуда  $\varphi_A = \varphi_H - r_8 I = 5,6 - 8 \cdot 0,7 = 0$ .

На основании полученных данных построена потенциальная диаграмма, изображенная на рис. 16.

23. Построить потенциальную диаграмму для цепи, изображенной на рис. 15, если  $E_1 = 30$  в,  $E_2 = 29$  в,  $E_3 = 26$  в,  $r_1 = 20$  ом,  $r_2 = 10$  ом,  $r_3 = 5$  ом,  $r_4 = 3$  ом,  $r_5 = 12$  ом. Внутренним сопротивлением источников э. д. с. пренебречь.

\*  $\varphi_D - \varphi_E + E_2 = 0$  или  $\varphi_E - \varphi_D = E_2$ .

24. Построить потенциальную диаграмму для цепи, изображенной на рис. 17 (т. е. для контуров  $ABCDEF GHA$ ,  $ABCDEA$  и  $A EFGHA$ ), если  $E_1=12$  в,  $E_2=15$  в,  $E_3=18$  в,  $r_1=2,4$  ом,  $r_2=3,6$  ом,  $r_3=5$  ом,  $r_4=4,5$  ом,  $r_5=7$  ом и  $r_6=6$  ом. Внутренним сопротивлением источников э. д. с. пренебречь.

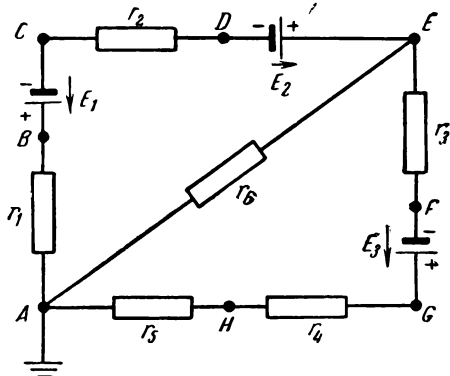


Рис. 17

25. Построить потенциальную диаграмму для цепи, изображенной на рис. 18, если  $E_1=125$  в,  $E_2=115$  в,  $r_{\delta 1}=0,4$  ом,  $r_{\delta 2}=0,2$  ом,  $r_1=2$  ом,  $r_2=5$  ом и  $r_3=2,4$  ом.

26. В сеть с напряжением  $U=220$  в включены последовательно две лампы накаливания мощностью  $P_1=25$  вт и  $P_2=200$  вт и номинальным напряжением  $U_n=110$  в. Определить напряжения  $U_1$  и  $U_2$  на зажимах ламп.

27. Напряжение на зажимах генератора  $U_1=115$  в, ток в линии  $I=125$  а, сечение провода  $s=50$  мм<sup>2</sup> и длина линии  $l=53$  м.

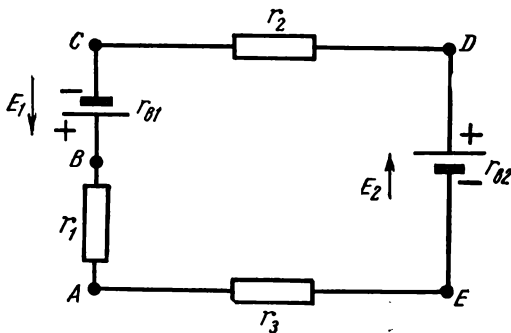


Рис. 18

Провода линии медные ( $\gamma=53$  м/ом·мм<sup>2</sup>). Вычислить потерю напряжения  $\Delta U$  в линии, напряжение  $U_2$  в конце линии, мощность  $P_1$ , отдаваемую генератором, мощность  $P_2$  нагрузке.

28. Параллельно с реостатом (рис. 19) включено сопротивление  $r_1=4$  ом. Реостат имеет четыре секции, сопротивление каждой секции 2 ом. Напряжение на зажимах цепи  $U=110$  в. Определить ток в неразветвленной части цепи, токи в реостате и сопротивления  $r_1$ , если рукоятка реостата будет находиться поочередно на каждом из его контактов.



29. В сеть с напряжением  $U=220$  в включены параллельно три лампы накаливания, сопротивления которых равны:  $r_1=1936$  ом;

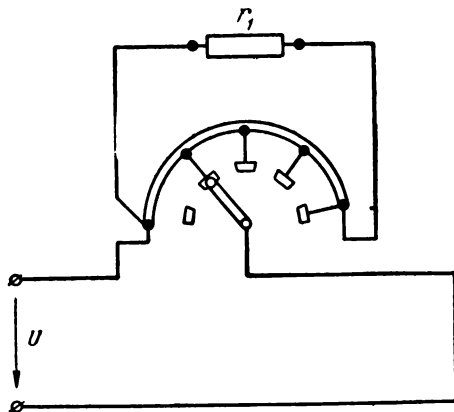


Рис. 19

$r_2=242$  ом;  $r_3=484$  ом. Найти токи в лампах, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, эквивалентное сопротивление  $r$  цепи.

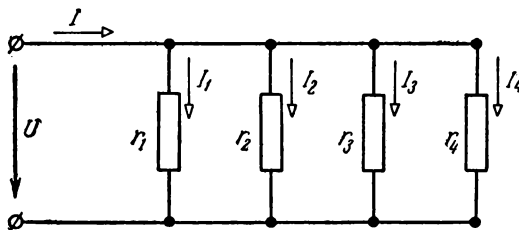


Рис. 20

30. В неразветвленной части цепи (рис. 20) ток  $I=46,2$  а, сопротивления параллельных ветвей соответственно равны:  $r_1=10$  ом;  $r_2=50$  ом;  $r_3=20$  ом;  $r_4=25$  ом. Вычислить эквивалентную проводимость  $g$  цепи, эквивалентное сопротивление  $r$  цепи, напряжение  $U$  на зажимах цепи и токи в параллельных ветвях.

31. В сеть с напряжением  $U=225$  в включено 10 ламп накаливания (рис. 21). Ток каждой лампы  $I_{\lambda}=1,1$  а и ее сопротивление  $r_{\lambda}=200$  ом. Определить напряжение  $U_{\lambda}$  на лампах и сопротивление  $r$  подводящих проводов.

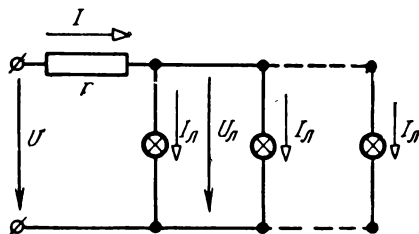


Рис. 21

32. Найти ток  $I$  в цепи (рис. 22), если известно, что э. д. с. каждого гальванического элемента  $E=1,45$  в, а его внутреннее сопротивление  $r_e=1$  ом и внешнее сопротивление цепи  $r=4,8$  ом.

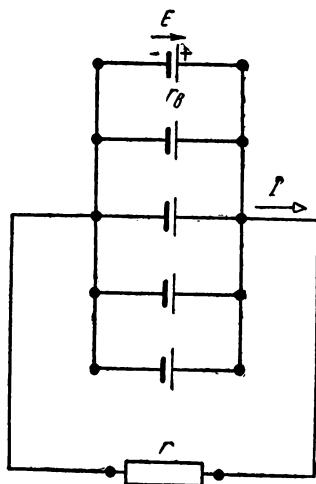


Рис. 22

33. Ток  $I=121$  а (рис. 23) распределяется по трем параллельным ветвям с сопротивлениями  $r_1=2$  ом,  $r_2=5$  ом и  $r_3=2,5$  ом. Определить напряжение  $U$  на зажимах параллельных ветвей и токи в параллельных ветвях.

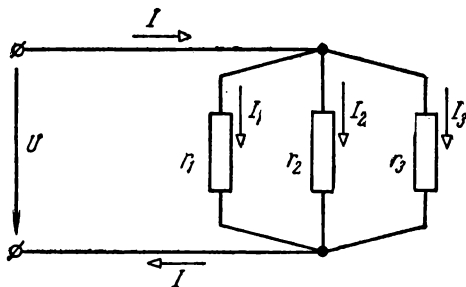


Рис. 23

Р е ш е н и е. Проводимости параллельных ветвей:

$$g_1 = \frac{1}{r_1} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ 1/ом};$$

$$g_2 = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ 1/ом};$$

$$g_3 = \frac{1}{r_3} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ 1/ом}.$$

Эквивалентная проводимость цепи

$$g = g_1 + g_2 + g_3 = 0,5 + 0,2 + 0,4 = 1,1 \text{ 1/ом}.$$

Напряжение на зажимах параллельных ветвей

$$U = \frac{I}{g} = \frac{121}{1,1} = 110 \text{ в}.$$

Токи в параллельных ветвях:

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{110}{2} = 55 \text{ а};$$

$$I_2 = \frac{U}{r_2} = \frac{110}{5} = 22 \text{ а};$$

$$I_3 = \frac{U}{r_3} = \frac{110}{2,5} = 44 \text{ а}.$$

34. Ток  $I=30$  а (рис. 23) распределяется по трем параллельным ветвям с сопротивлениями  $r_1=12$  ом,  $r_2=1,2$  ом и  $r_3=3$  ом. Вычислить напряжение  $U$  на зажимах параллельных ветвей и токи в параллельных ветвях.

35. Ламповый реостат состоит из 22 параллельно включенных ламп накаливания с сопротивлением  $r_A=484$  ом каждая.

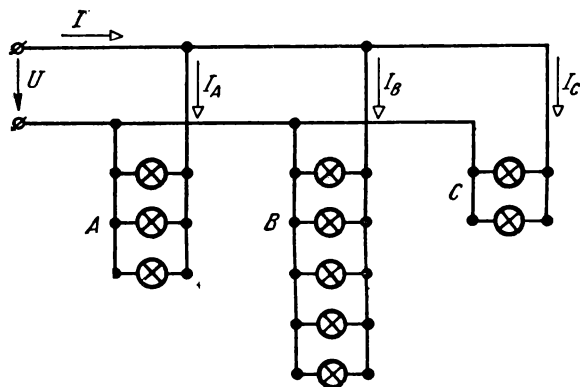


Рис. 24

Каково сопротивление реостата: 1) при включении всех ламп; 2) при включении 8 ламп?

36. В группе А (рис. 24) включены 22 лампы накаливания с сопротивлением  $r_1=242$  ом каждая, в группе В—44 лампы накаливания с сопротивлением  $r_2=484$  ом каждая и в группе С — 11 ламп накаливания с сопротивлением  $r_3=96,8$  ом каждая. Определить токи  $I_A, I_B, I_C$ , ток  $I$  в неразветвленной части цепи, мощность  $P$ , потребляемую лампами накаливания, и стоимость электроэнергии за 10 час. горения ламп, если 1 кВт·ч стоит 4 коп. и напряжение сети  $U=220$  в.

37. Механическая мастерская освещается 50 параллельно включенными лампами накаливания. Ток каждой лампы  $I_A=0,5$  а, а сопротивление ее  $r_A=240$  ом. Вычислить ток  $I$  всех ламп, общее сопротивление  $r$  ламп, напряжение  $U$  на лампах, потерю напряжения  $\Delta U$  в линии, мощность  $P$ , потребляемую лампами, мощность  $\Delta P$ , теряемую в линии, если сопротивление проводов линии равно 0,044 ом.

38. Генератор постоянного тока, э. д. с. которого  $E_1=112$  в и сопротивление якоря  $r_A=0,02$  ом, и аккумуляторная батарея работают параллельно на сеть (рис. 25). Э. д. с. аккумуляторной

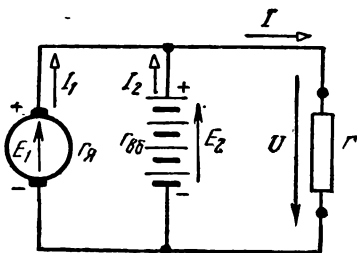


Рис. 25

батареи  $E_2=110,4$  в, а ее внутреннее сопротивление  $r_{e2}=0,04$  ом. Найти ток  $I_1$  генератора, ток  $I_2$  аккумуляторной батареи, ток  $I$  сети, напряжение  $U$  на зажимах генератора и аккумуляторной батареи. Выяснить, происходит ли зарядка или разрядка аккумуляторной батареи, если сопротивление внешней цепи  $r=1$  ом.

39. Вычислить напряжение и токи в схеме, изображенной на рис. 26, если э. д. с. источников  $E_1=113,6$  в,  $E_2=115$  в, а их внутренние сопротивления  $r_{e1}=0,454$  ом,  $r_{e2}=0,2$  ом. Внешняя цепь состоит из двух параллельно включенных сопротивлений:  $r_3=10$  ом и  $r_4=5$  ом.

40. Имеется 15 гальванических элементов с э. д. с.  $E=1,88$  в и с внутренним сопротивлением  $r_e=0,24$  ом каждый. Внешнее сопротивление цепи  $r=0,4$  ом. Как нужно соединить гальванические элементы, чтобы получить максимальный ток  $I_{\max}$ ?

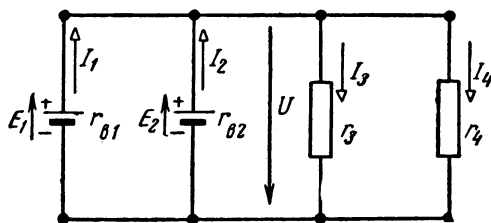


Рис. 26

Решение. Как известно, максимальный ток  $I_{\max}$  может быть получен при смешанном соединении гальванических элементов тогда, когда внешнее сопротивление цепи равно внутреннему сопротивлению, т. е.  $r = \frac{nr_e}{m}$ .

Ток при смешанном соединении гальванических элементов

$$I = \frac{nE}{r + \frac{r_en}{m}}.$$

Число последовательно соединенных гальванических элементов в одной параллельной ветви (в группе)

$$n = \sqrt{\frac{rN}{r_e}} = \sqrt{\frac{15 \cdot 0,4}{0,24}} = 5.$$

Число параллельных ветвей

$$m = \frac{N}{n} = \frac{15}{5} = 3.$$

Зная  $n$  и  $m$ , можно вычислить максимальный ток

$$I_{\max} = \frac{En}{r + \frac{r_e n}{m}} = \frac{1,88 \cdot 5}{0,4 + \frac{0,24 \cdot 5}{3}} = 11,8 \text{ а.}$$

41. Имеется 40 гальванических элементов с э. д. с.  $E=1,39 \text{ в}$  и с внутренним сопротивлением  $r_e=0,8 \text{ ом}$  каждый. Внешнее сопротивление цепи  $r=2 \text{ ом}$ . Как следует соединить гальванические элементы, чтобы получить максимальный ток  $I_{\max}$ ?

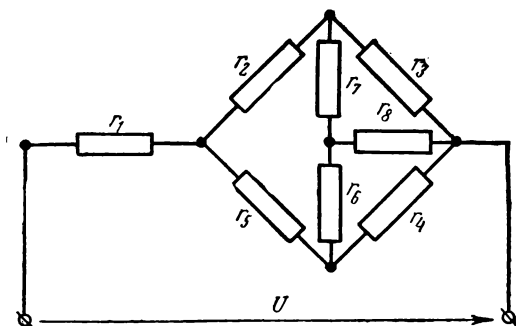


Рис. 27

42. Имеется 25 гальванических элементов с э. д. с.  $E=1,3 \text{ в}$  и с внутренним сопротивлением  $r_e=0,5 \text{ ом}$  каждый. Внешнее сопротивление цепи  $r=0,5 \text{ ом}$ . Как нужно соединить гальванические элементы, чтобы получить максимальный ток  $I_{\max}$ ? Каковы будут токи  $I_1$  и  $I_2$  при последовательном и параллельном соединении гальванических элементов?

43. Определить эквивалентное сопротивление  $r$  цепи, изображенной на рис. 27. Сопротивления отдельных ветвей цепи равны:  $r_1=7,9 \text{ ом}$ ;  $r_2=17 \text{ ом}$ ;  $r_3=20 \text{ ом}$ ;  $r_4=14 \text{ ом}$ ;  $r_5=13 \text{ ом}$ ;  $r_6=5 \text{ ом}$ ;  $r_7=50 \text{ ом}$ ;  $r_8=30 \text{ ом}$ . Найти токи в отдельных ветвях цепи, ток  $I$  в неразветвленной части цепи; составить баланс мощностей, т. е. определить мощности отдельных ветвей цепи и всей цепи, если напряжение на ее зажимах  $U=220 \text{ в}$ .

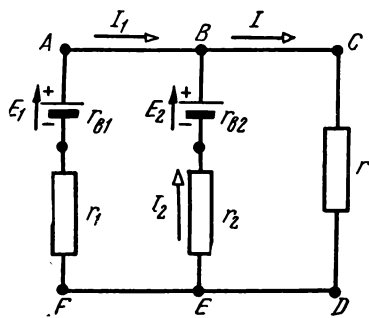


Рис. 28

44. Определить токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$  в цепи (рис. 28), пользуясь 1) законами Кирхгофа и 2) методом наложения, если  $E_1=120 \text{ в}$ ,  $E_2=119 \text{ в}$ ,  $r_{81}=0,6 \text{ ом}$ ,  $r_{82}=0,3 \text{ ом}$ ,  $r_1=4,4 \text{ ом}$ ,  $r_2=2,7 \text{ ом}$  и  $r=22 \text{ ом}$ .

**Решение.** Решим эту задачу, пользуясь законами Кирхгофа.

Задаемся произвольно положительным направлением токов  $I_1, I_2, I$ , как показано на рис. 28. Чтобы определить токи  $I_1, I_2, I$ , необходимо составить три уравнения. По второму закону Кирхгофа для контуров  $ABEFA$  и  $BCDEB$  составляем уравнения:

$$E_1 - E_2 = (r_{e1} + r_1) I_1 - (r_{e2} + r_2) I_2; \quad (76)$$

$$E_2 = I_2 (r_{e2} + r_2) + Ir. \quad (77)$$

Применяя первый закон Кирхгофа к узлу  $B$ , получим:

$$I_1 + I_2 = I. \quad (78)$$

Подставляя данные значения в уравнения (76) и (77), будем иметь:

$$120 - 119 = (0,6 + 4,4) I_1 - (0,3 + 2,7) I_2; \\ 1 = 5 I_1 - 3 I_2; \quad (76')$$

$$119 = (0,3 + 2,7) I_2 + 22 \cdot I; \\ 119 = 3 I_2 + 22 I. \quad (77')$$

Подставляя значение тока  $I$  из уравнения (78) в уравнение (77'), найдем:

$$119 = 3 I_2 + 22 I_1 + 22 I_2 = 22 I_1 + 25 I_2. \quad (79)$$

Умножив уравнение (76') на 25 и уравнение (79) на 3 и сложив их, получим:

$$382 = 191 I_1,$$

откуда

$$I_1 = \frac{382}{191} = 2 \text{ а.}$$

Полученное значение тока  $I_1$  подставим в уравнение (79):  $119 = 22 I_1 + 25 I_2 = 44 + 25 I_2$ ,

откуда

$$I_2 = \frac{75}{25} = 3 \text{ а.}$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = I_1 + I_2 = 2 + 3 = 5 \text{ а.}$$

Решим эту задачу методом наложения.

Предположим, что в цепи действует только э. д. с.  $E_1$ , а  $E_2 = 0$  (ветвь содержит только сопротивления  $r_{e2}$  и  $r_2$ ), в этом случае получим схему, изображенную на рис. 29.

Ток в ветви первого источника э. д. с.

$$I_1 = \frac{E_1}{r_{e1} + r_1 + \frac{(r_{e2} + r_2)r}{r_{e2} + r_2 + r}}.$$

Если обозначим  $r_{e1} + r_1 = r_I$ , а  $r_{e2} + r_2 = r_{II}$ , то предыдущее выражение примет следующий вид:

$$I'_1 = \frac{E_1}{r_I + \frac{r_{II}r}{r_{II} + r}} = \frac{E_1(r_{II} + r)}{r_I r_{II} + r_I r + r_{II} r}. \quad (80)$$

Этот ток в параллельных ветвях распределяется обратно пропорционально сопротивлениям этих ветвей:

$$I'_2 = I'_1 \frac{r}{r + r_{II}}; \quad (81)$$

$$I' = I'_1 \frac{r_{II}}{r + r_{II}}. \quad (82)$$

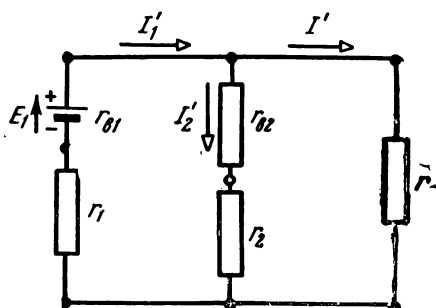


Рис. 29

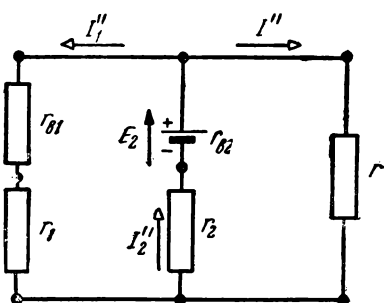


Рис. 30

Подставляя данные значения, получим:

$$r_I = 0,6 + 4,4 = 5 \text{ ом}; \quad r_{II} = 0,3 + 2,7 = 3 \text{ ом};$$

$$I'_1 = \frac{120(3 + 22)}{5 \cdot 3 + 5 \cdot 22 + 3 \cdot 22} = 15,7 \text{ а};$$

$$I'_2 = 15,7 \cdot \frac{22}{22 + 3} = 13,82 \text{ а};$$

$$I' = 15,7 \cdot \frac{3}{22 + 3} = 1,88 \text{ а}$$

или

$$I' = I'_1 - I'_2 = 15,7 - 13,82 = 1,88 \text{ а}.$$

Теперь предположим, что в цепи действует только э. д. с.  $E_2$ , а  $E_1 = 0$ , тогда получим схему, изображенную на рис. 30.

Ток в ветви второго источника э. д. с.

$$I_2'' = \frac{E_2}{r_{II} + \frac{r_I r}{r_I + r}} = \frac{E_2 (r_I + r)}{r_I r_{II} + r_{II} r + r_I r} = \frac{119 (5 + 22)}{5 \cdot 3 + 3 \cdot 22 + 5 \cdot 22} = 16,82 \text{ а.}$$

Токи в параллельных ветвях:

$$I_1'' = I_2'' \frac{r}{r_I + r} = 16,82 \cdot \frac{22}{5 + 22} = 13,7 \text{ а;}$$

$$I'' = I_2'' \frac{r_I}{r_I + r} = 16,82 \cdot \frac{5}{5 + 22} \approx 3,12 \text{ а.}$$

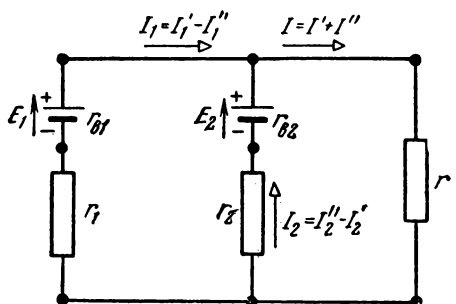


Рис. 31

Наложив друг на друга слагающие токов в ветвях (рис. 29 и 30) и учитывая их направления, получим (рис. 31) действительные токи в цепи:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 15,7 - 13,7 = 2 \text{ а;}$$

$$I_2 = I_2'' - I_2' = 16,82 - 13,82 = 3 \text{ а;}$$

$$I = I' + I'' = 1,88 + 3,12 = 5 \text{ а.}$$

45. Определить токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$  в цепи, показанной на рис. 28, пользуясь 1) законами Кирхгофа и 2) методом наложения, если  $E_1=36 \text{ в}$ ,  $E_2=40 \text{ в}$ ,  $r_{e1}=0,1 \text{ ом}$ ,  $r_{e2}=0,2 \text{ ом}$ ,  $r_1=1,9 \text{ ом}$ ,  $r_2=3,8 \text{ ом}$  и  $r=2,4 \text{ ом}$ .

46. Вычислить токи в цепи (рис. 32), пользуясь 1) законами Кирхгофа \* и 2) методом наложения, если  $E_1=1,5 \text{ в}$ ,  $E_2=1,1 \text{ в}$ ,  $r_{e1}=0,5 \text{ ом}$ ,  $r_{e2}=2 \text{ ом}$ ,  $r_1=2 \text{ ом}$ ,  $r_2=3 \text{ ом}$ ,  $r_3=2 \text{ ом}$ ,  $r_4=8 \text{ ом}$  и  $r_5=3,4 \text{ ом}$ .

\* Для упрощения решения задачи рекомендуется предварительно заменить сопротивления  $r_3$  и  $r_4$  эквивалентным сопротивлением  $r_{34}$ .



47. Определить токи в отдельных ветвях цепи, изображенной на рис. 33, если  $E_1=117$  в,  $E_2=120$  в,  $r_{e1}=1$  ом,  $r_{e2}=0,8$  ом,  $r_1=3$  ом,  $r_2=1,2$  ом,  $r_3=4$  ом,  $r_4=15$  ом,  $r_5=10$  ом,  $r_6=2$  ом и  $r_7=40$  ом.

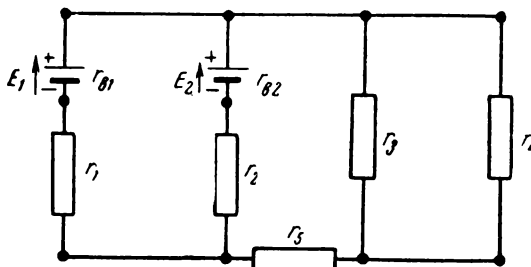


Рис. 32

48. Найти токи в отдельных ветвях цепи (рис. 34) методом контурных токов, если  $E_1=120$  в,  $E_2=120$  в,  $E_3=128$  в,  $r_{e1}=0,4$  ом,

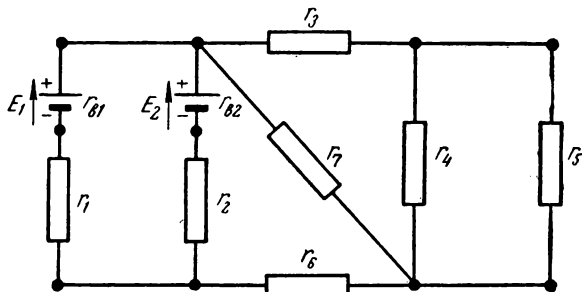


Рис. 33

$r_{e2}=0,5$  ом,  $r_{e3}=0,6$  ом,  $r_1=1,6$  ом,  $r_2=4,5$  ом,  $r_3=6,4$  ом,  $r_4=5$  ом,  $r_5=3$  ом,  $r_6=3$  ом и  $r_7=4$  ом. Составить баланс мощностей, т. е. определить мощности отдельных ветвей цепи и мощности, отдаваемые источниками э. д. с.

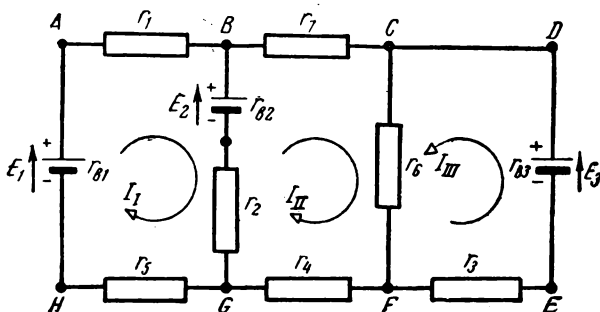


Рис. 34

**Р е ш е н и е.** Задаемся произвольно положительным направлением контурных токов  $I_I$ ,  $I_{II}$  и  $I_{III}$ , как показано на рис. 34. Применяя второй закон Кирхгофа к контурам  $ABGHA$ ,  $BCFGB$  и  $CDEFC$ , получим:

$$E_1 - E_2 = I_I (r_{e1} + r_1 + r_{e2} + r_2 + r_5) - I_{II} (r_{e2} + r_2); \quad (83)$$

$$E_2 = I_{II} (r_7 + r_6 + r_4 + r_2 + r_{e2}) - I_I (r_{e2} + r_2) + I_{III} r_6; \quad (84)$$

$$E_3 = I_{III} (r_{e3} + r_6 + r_3) + I_{II} r_6. \quad (85)$$

Подставив данные значения в эти уравнения, будем иметь:

$$120 - 120 = I_I (0,4 + 1,6 + 0,5 + 4,5 + 3) - I_{II} (0,5 + 4,5),$$

отсюда

$$I_I = 0,5 I_{II}; \quad (83')$$

$$120 = I_{II} (4 + 3 + 5 + 4,5 + 0,5) - I_I (0,5 + 4,5) + 3 I_{III} =$$

$$= 17 I_{II} - 5 I_I + 3 I_{III}; \quad (84')$$

$$128 = I_{III} (0,6 + 3 + 6,4) + 3 I_{II} = 10 I_{III} + 3 I_{II}. \quad (85')$$

Подставляя значение тока  $I_I$  из уравнения (83') в уравнение (84'), получим:

$$120 = 17 I_{II} - 5 \cdot 0,5 I_{II} + 3 I_{III} = 14,5 I_{II} + 3 I_{III}. \quad (86)$$

Умножив уравнение (85') на 3, а уравнение (86) на 10 и вычтя из уравнения (86) уравнение (85'), найдем:

$$136 I_{II} = 816,$$

откуда

$$I_{II} = \frac{816}{136} = 6 \text{ а.}$$

Подставив полученное значение тока  $I_{II}$  в уравнения (83') и (85'), будем иметь:

$$I_I = 0,5 I_{II} = 0,5 \cdot 6 = 3 \text{ а;}$$

$$128 = 10 I_{III} + 3 \cdot 6,$$

отсюда

$$I_{III} = \frac{110}{10} = 11 \text{ а.}$$

По полученным значениям контурных токов  $I_I$ ,  $I_{II}$  и  $I_{III}$  определяют величину и направление истинных значений токов в сопротивлениях  $r_1$ ,  $r_5$ ,  $r_7$ ,  $r_4$ ,  $r_3$ , т. е.

$$I_1 = I_5 = I_I = 3 \text{ а;}$$

$$I_7 = I_4 = I_{II} = 6 \text{ а;}$$

$$I_3 = I_{III} = 11 \text{ а.}$$

Токи в сопротивлениях  $r_2$  и  $r_6$  равны:

$$I_2 = I_{II} - I_I = 6 - 3 = 3 \text{ а;}$$

$$I_6 = I_{II} + I_{III} = 6 + 11 = 17 \text{ а.}$$

Мощности отдельных ветвей цепи:

$$P_1 = r_1 I_1^2 = 1,6 \cdot 3^2 = 14,4 \text{ вт};$$

$$P_2 = r_2 I_2^2 = 4,5 \cdot 3^2 = 40,5 \text{ вт};$$

$$P_3 = r_3 I_3^2 = 6,4 \cdot 11^2 \approx 774 \text{ вт};$$

$$P_4 = r_4 I_4^2 = 5 \cdot 6^2 = 180 \text{ вт};$$

$$P_5 = r_5 I_5^2 = 3 \cdot 3^2 = 27 \text{ вт};$$

$$P_6 = r_6 I_6^2 = 3 \cdot 17^2 = 867 \text{ вт};$$

$$P_7 = r_7 I_7^2 = 4 \cdot 6^2 = 144 \text{ вт}.$$

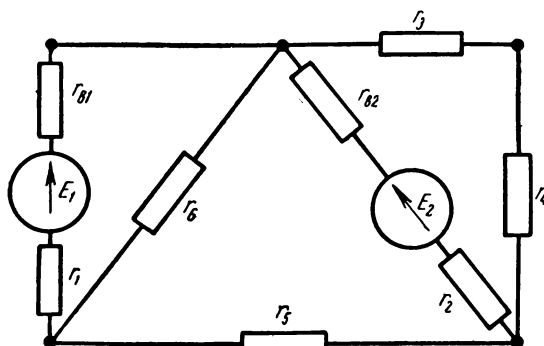


Рис. 35

Мощности, отдаваемые источниками э. д. с.:

$$P_I = E_1 I_1 - r_{e1} I_1^2 = 120 \cdot 3 - 0,4 \cdot 3^2 = 356 \text{ вт};$$

$$P_{II} = E_2 I_2 - r_{e2} I_2^2 = 120 \cdot 3 - 0,5 \cdot 3^2 \approx 356 \text{ вт};$$

$$P_{III} = E_3 I_3 - r_{e3} I_3^2 = 128 \cdot 11 - 0,6 \cdot 11^2 \approx 1335 \text{ вт}.$$

Мощность всей цепи

$$P = P_I + P_{II} + P_{III} = 356 + 356 + 1335 = 2047 \text{ вт}$$

или

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 = \\ &= 14,4 + 40,5 + 774 + 180 + 27 + 867 + 144 \approx 2047 \text{ вт}. \end{aligned}$$

49. Определить токи в отдельных ветвях цепи, изображенной на рис. 35, методом контурных токов, если  $E_1=126 \text{ в}$ ,  $r_{e1}=0,4 \text{ ом}$ ,  $E_2=120 \text{ в}$ ,  $r_{e2}=0,5 \text{ ом}$ ,  $r_1=1,6 \text{ ом}$ ,  $r_2=3,5 \text{ ом}$ ,  $r_3=10 \text{ ом}$ ,  $r_4=2 \text{ ом}$ ,  $r_5=17 \text{ ом}$  и  $r_6=8 \text{ ом}$ .

Найти мощности отдельных ветвей цепи и мощности, отдаваемые и развиваемые источниками электрической энергии.

50. Вычислить токи в отдельных ветвях цепи (рис. 36) методом контурных токов и методом преобразования треугольника в эквивалентную звезду, если  $E_1=254$  в,  $E_2=261,4$  в,  $r_{e1}=6,4$  ом,  $r_{e2}=9$  ом,  $r_1=18$  ом,  $r_2=12$  ом,  $r_3=30$  ом,  $r_4=50$  ом,  $r_5=10$  ом и  $r_6=40$  ом.

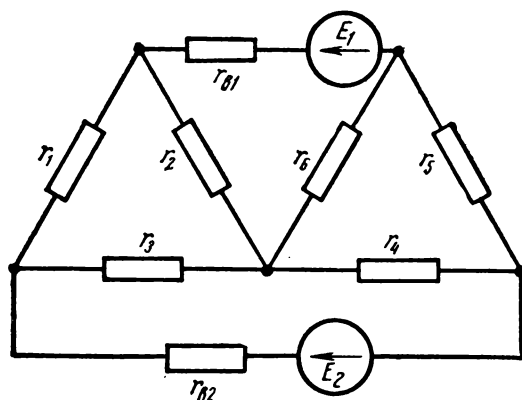


Рис. 36

Найти мощности отдельных ветвей цепи и мощности, отдаваемые и развиваемые источниками электрической энергии.

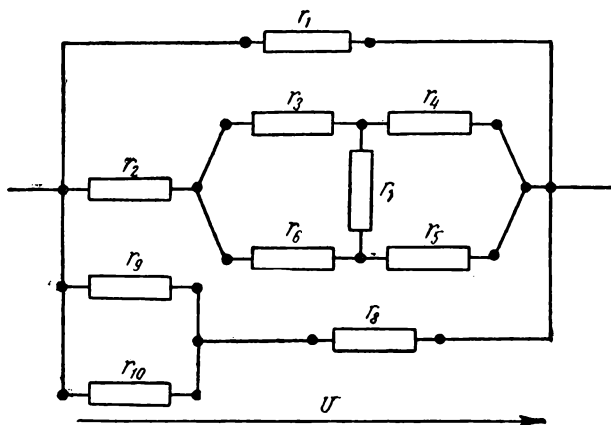


Рис. 37

51. Определить токи в отдельных ветвях цепи (рис. 37), ток  $I$  в неразветвленной части цепи, напряжение  $U$  на зажимах цепи и мощность  $P$  всей цепи, если  $r_1=5$  ом,  $r_2=16$  ом,  $r_3=2$  ом,  $r_4=9,2$  ом,  $r_5=6$  ом,  $r_6=10$  ом,  $r_7=8$  ом,  $r_8=28$  ом,  $r_9=20$  ом,  $r_{10}=30$  ом, а мощность, поглощаемая сопротивлением  $r_8$ ,  $P_8=150$  вт.

52. Определить ток  $I_5$  в диагонали схемы моста (рис. 38, а), сопротивление которой  $r_5 = 100 \text{ ом}$ , если плечи моста имеют сопротивления:  $r_1 = 40 \text{ ом}$ ,  $r_2 = 20 \text{ ом}$ ,  $r_3 = 60 \text{ ом}$ ,  $r_4 = 30 \text{ ом}$ , а э. д. с. источника  $E = 12 \text{ в}$  и внутреннее сопротивление его  $r_0 = 4 \text{ ом}$ ,

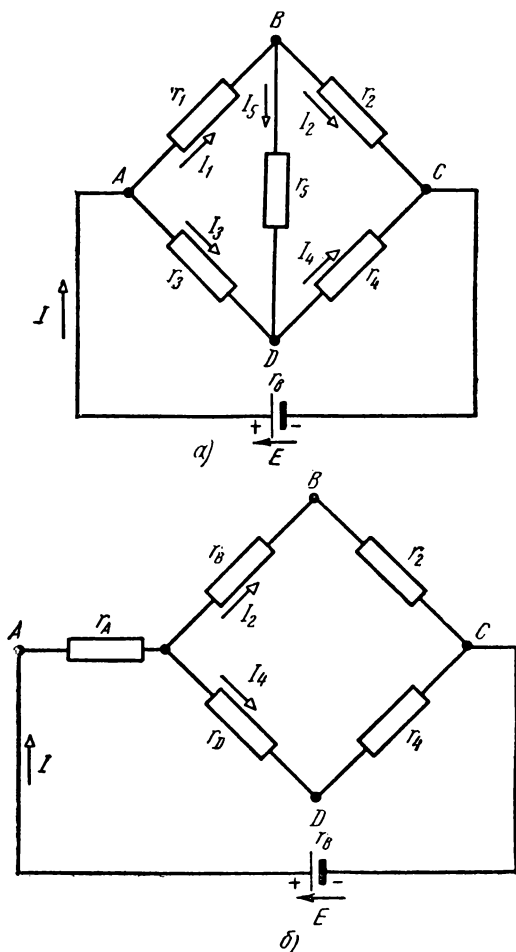


Рис. 38

**Решение.** Заменяем треугольник  $ABD$  (рис. 38, а) эквивалентной звездой со сторонами (рис. 38, б):

$$r_A = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3 + r_5} = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60 + 100} = 12 \text{ ом};$$

$$r_B = \frac{r_1 r_5}{r_1 + r_3 + r_5} = \frac{40 \cdot 100}{40 + 60 + 100} = 20 \text{ ом};$$

$$r_D = \frac{r_3 r_5}{r_1 + r_3 + r_5} = \frac{60 \cdot 100}{40 + 60 + 100} = 30 \text{ ом}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{E}{r_e + r_A + \frac{(r_B + r_2) \cdot (r_D + r_4)}{r_B + r_2 + r_D + r_4}} = \frac{12}{4 + 12 + \frac{(20 + 20) \cdot (30 + 30)}{20 + 20 + 30 + 30}} = 0,3 \text{ а}.$$

Токи в параллельных ветвях распределяются обратно пропорционально сопротивлениям ветвей:

$$I_2 = I \cdot \frac{r_D + r_4}{r_B + r_2 + r_D + r_4} = 0,3 \cdot \frac{30 + 30}{20 + 20 + 30 + 30} = 0,18 \text{ а};$$

$$I_4 = I \cdot \frac{r_B + r_2}{r_B + r_2 + r_D + r_4} = 0,3 \cdot \frac{20 + 20}{20 + 20 + 30 + 30} = 0,12 \text{ а}$$

или

$$I_4 = I - I_2 = 0,3 - 0,18 = 0,12 \text{ а}.$$

Применив второй закон Кирхгофа к контуру  $BCDB$  (рис. 38, а), получим:

$$r_2 I_2 - r_4 I_4 - r_5 I_5 = 0,$$

откуда ток в диагонали  $BD$

$$I_5 = \frac{r_2 I_2 - r_4 I_4}{r_5} = \frac{20 \cdot 0,18 - 30 \cdot 0,12}{100} = 0.$$

Это значит, что мост уравновешен; следовательно, ток, проходящий через сопротивление  $r_1$ , равен току, проходящему через сопротивление  $r_2$  ( $I_1 = I_2$ ), и токи в сопротивлениях  $r_3$  и  $r_4$  также равны ( $I_3 = I_4$ ).

53. Определить ток  $I_5$  в диагонали схемы моста (рис. 38, а), сопротивление которой  $r_5 = 200 \text{ ом}$ , если плечи моста имеют сопротивления:  $r_1 = 60 \text{ ом}$ ,  $r_2 = 80 \text{ ом}$ ,  $r_3 = 40 \text{ ом}$ ,  $r_4 = 100 \text{ ом}$ ; э. д. с. источника  $E = 10 \text{ в}$  и внутреннее сопротивление его  $r_e = 1 \text{ ом}$ .

54. Вычислить напряжение  $U$  на зажимах цепи, изображенной на рис. 39, сопротивления которой равны:  $r_1 = 16,2 \text{ ом}$ ,  $r_2 = 4 \text{ ом}$ ,  $r_3 = 20 \text{ ом}$ ,  $r_4 = 5 \text{ ом}$ ,  $r_5 = 18 \text{ ом}$ ,  $r_6 = 2 \text{ ом}$ ,  $r_7 = 25 \text{ ом}$ . Найти токи в отдельных ветвях цепи, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, если мощность, поглощаемая сопротивлением  $r_2$ ,  $P_2 = 121 \text{ вт}$ . Определить стоимость электроэнергии, затраченной данной цепью за 10 час. при стоимости 1 квт·ч 4 коп.

55. Найти токи в отдельных ветвях цепи (рис. 40), ток  $I$  в неразветвленной части цепи, мощность  $P$  всей цепи, если  $r_1=16,2$  ом,  $r_2=4$  ом,  $r_3=3,4$  ом,  $r_4=5$  ом,  $r_5=2$  ом,  $r_6=11$  ом,  $r_7=9$  ом,  $r_8=3,2$  ом,  $r_9=2$  ом,  $r_{10}=4$  ом; напряжение на зажимах цепи  $U=220$  в. Определить стоимость электроэнергии, затраченной данной цепью за 12 час., при стоимости 1 квт·ч 4 коп.

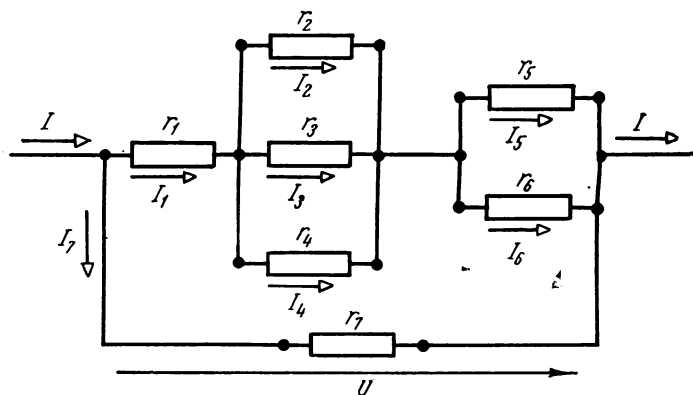


Рис. 39

56. Вычислить э. д. с.  $E$  источника цепи, изображенной на рис. 41, если  $r_1=2,5$  ом,  $r_2=5$  ом,  $r_3=8$  ом,  $r_4=10$  ом,  $r_5=2,5$  ом,  $r_6=6$  ом,  $r_7=4$  ом,  $r_8=2$  ом; ток в сопротивлении  $r_8$   $I_8=0,024$  а.

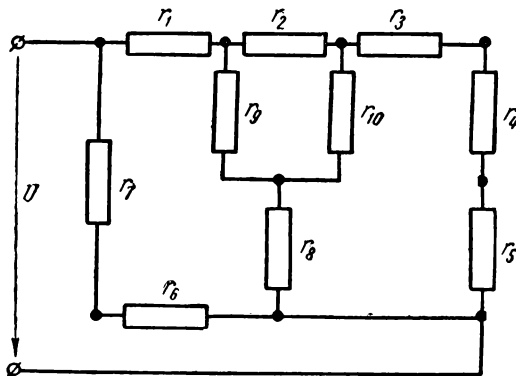


Рис. 40

57. Два источника с э. д. с.  $E_1=122$  в и  $E_2=128$  в и с внутренними сопротивлениями (рис. 42)  $r_{a1}=0,5$  ом и  $r_{a2}=0,4$  ом работают параллельно на приемник, сопротивление которого  $r=5$  ом. Определить токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$  методом узлового напряжения.

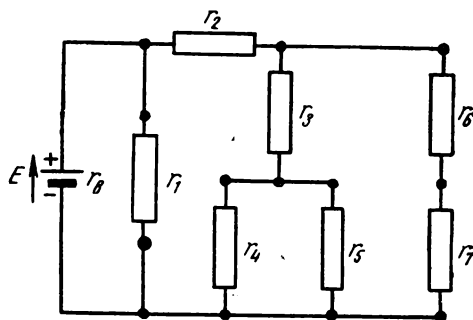


Рис. 41

**Решение.** Задаемся произвольно положительным направлением токов, как показано на рис. 42.

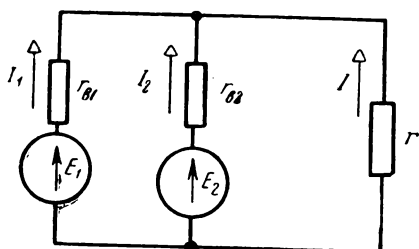


Рис. 42

Проводимости параллельных ветвей:

$$g_1 = \frac{1}{r_{с1}} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ 1/ом};$$

$$g_2 = \frac{1}{r_{с2}} = \frac{1}{0,4} = 2,5 \text{ 1/ом};$$

$$g = \frac{1}{r} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ 1/ом}.$$

Узловое напряжение определяется по формуле:

$$U = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2}{g_1 + g_2 + g} = \frac{122 \cdot 2 + 128 \cdot 2,5}{2 + 2,5 + 0,2} = 120 \text{ в.}$$

Токи:

$$I_1 = (E_1 - U) g_1 = (122 - 120) 2 = 4 \text{ а};$$

$$I_2 = (E_2 - U) g_2 = (128 - 120) 2,5 = 20 \text{ а};$$

$$I = (-U) g = (-120) 0,2 = -24 \text{ а}.$$

Знак минус показывает, что выбранное направление тока  $I$  прямо противоположно действительному направлению его.

**Проверка решения.**

$$I_1 + I_2 + I = 4 + 20 - 24 = 0.$$

58. Два источника (рис. 42) с э. д. с.  $E_1 = 222 \text{ в}$  и  $E_2 = 221,2 \text{ в}$  и с внутренними сопротивлениями  $r_{с1} = 0,25 \text{ ом}$  и  $r_{с2} = 0,4 \text{ ом}$  работают параллельно на приемник, сопротивление которого  $r = 20 \text{ ом}$ . Вычислить токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$  методом узлового напряжения.

59. По условию задачи 58 определить э. д. с.  $E_1$  первого источ-



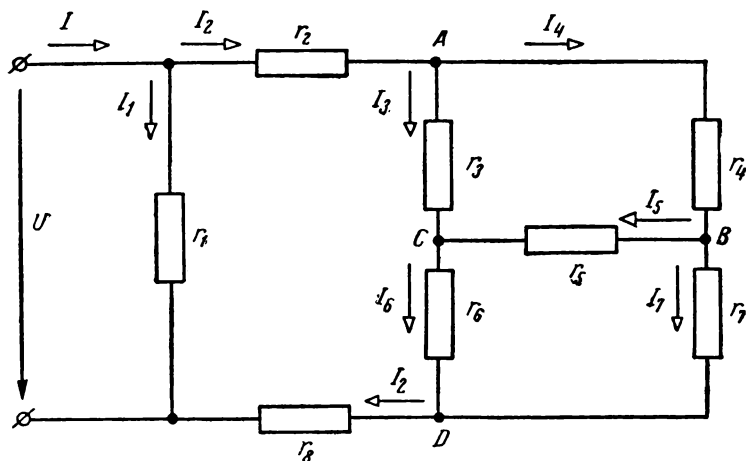


Рис. 43

ника, если второй источник полностью разгрузить ( $I_2=0$ ), при этом предполагаем, что э. д. с.  $E_2$  второго источника остается неизменной.

60. Определить токи во всех ветвях цепи, изображенной на рис. 43, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, мощность  $P$ , потребляемую всей цепью, если параметры цепи равны:  $r_1=10$  ом,  $r_2=2,5$  ом,  $r_3=30$  ом,  $r_4=50$  ом,  $r_5=120$  ом,  $r_6=22$  ом,  $r_7=30$  ом,  $r_8=6$  ом, а напряжение  $U$ , приложенное к цепи, равно 110 в. Решить эту же задачу, если задано не напряжение  $U$ , а ток, проходящий через сопротивление  $r_6$ ,  $I_6=3,3$  а.

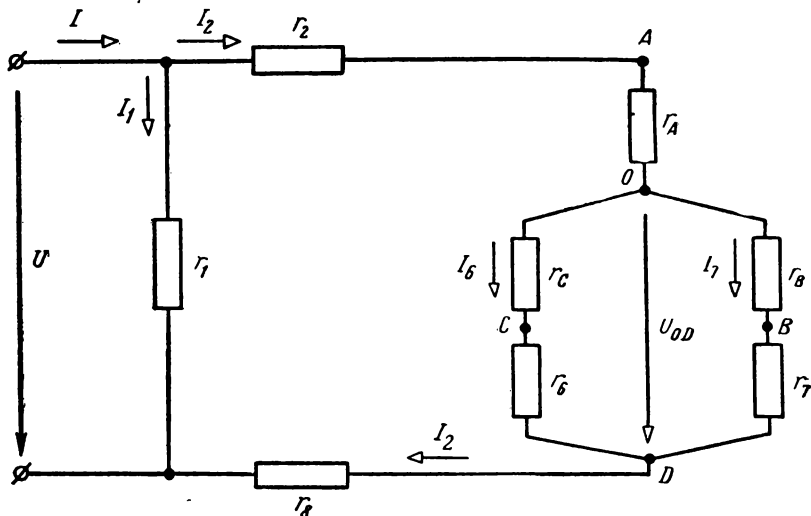


Рис. 44

Решим задачу, когда известно напряжение  $U$ .

**Решение.** Задаемся произвольно положительными направлениями токов, как показано на рис. 43; чтобы упростить решение задачи, заменим треугольник сопротивлений  $ABC$  эквивалентной звездой:

$$r_A = \frac{r_3 r_4}{r_3 + r_4 + r_5} = \frac{30 \cdot 50}{30 + 50 + 120} = 7,5 \text{ ом};$$

$$r_B = \frac{r_4 r_5}{r_3 + r_4 + r_5} = \frac{50 \cdot 120}{30 + 50 + 120} = 30 \text{ ом};$$

$$r_C = \frac{r_3 r_5}{r_3 + r_4 + r_5} = \frac{30 \cdot 120}{30 + 50 + 120} = 18 \text{ ом}.$$

В этом случае схему, изображенную на рис. 43, можно заменить схемой рис. 44. Найдем эквивалентное сопротивление участка (разветвления)  $OD$ , т. е. заменим две параллельные ветви одной ветвью, сопротивление которой будет равно:

$$r' = \frac{(r_B + r_7) \cdot (r_C + r_8)}{r_B + r_7 + r_C + r_8} = \frac{(30 + 30) \cdot (18 + 22)}{30 + 30 + 18 + 22} = 24 \text{ ом}.$$

Следовательно, схему рис. 44 можно заменить схемой рис. 45. Так как сопротивления  $r_2$ ,  $r_A$ ,  $r'$  и  $r_8$  включены последовательно (рис. 45), то их можно заменить эквивалентным сопротивлением (рис. 46):

$$r'' = r_2 + r_A + r' + r_8 = 2,5 + 7,5 + 24 + 6 = 40 \text{ ом}.$$

Эквивалентное сопротивление всей цепи

$$r = \frac{r_1 r''}{r_1 + r''} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 8 \text{ ом}.$$

Таким образом, вместо сложной цепи получили цепь с одним приемником (рис. 47). Зная напряжение  $U$ , приложенное к цепи, и эквивалентное сопротивление  $r$  цепи, можно найти ток в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{U}{r} = \frac{110}{8} = 13,75 \text{ а}.$$

Токи, проходящие через сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  (рис. 46),

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{110}{10} = 11 \text{ а}; \quad I_2 = \frac{U}{r''} = \frac{110}{40} = 2,75 \text{ а}$$

или

$$I_2 = I - I_1 = 13,75 - 11 = 2,75 \text{ а}.$$

Так как эквивалентное сопротивление  $r'$  разветвления (участка)

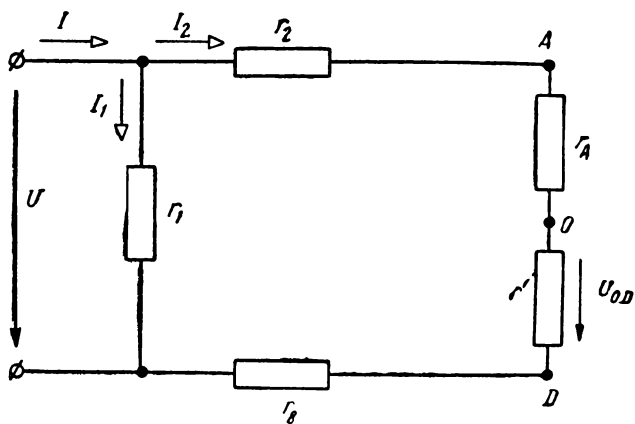


Рис. 45

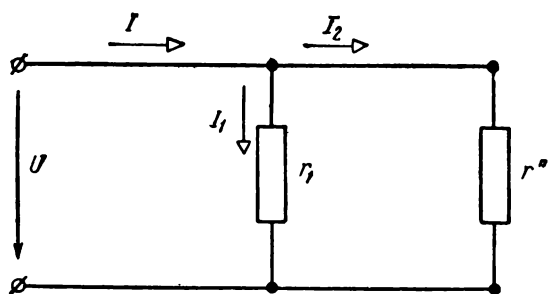


Рис. 46

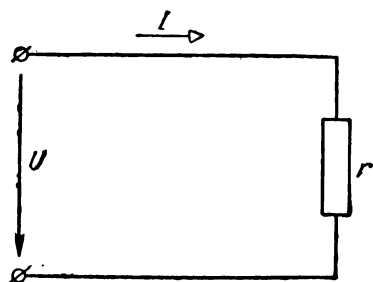


Рис. 47

$OD$  и ток  $I_2$ , проходящий через это сопротивление, известны, то напряжение на этом участке будет равно:

$$U_{OD} = r' I_2 = 24 \cdot 2,75 = 66 \text{ в.}$$

Зная напряжение на зажимах параллельных ветвей и сопротивления этих ветвей, можно найти токи в параллельных ветвях (рис. 44):

$$I_6 = \frac{U_{OD}}{r_C + r_6} = \frac{66}{18 + 22} = 1,65 \text{ а;} \quad I_7 = \frac{U_{OD}}{r_B + r_7} = \frac{66}{30 + 30} = 1,1 \text{ а}$$

или

$$I_7 = I_2 - I_6 = 2,75 - 1,65 = 1,1 \text{ а.}$$

Токи в параллельных ветвях можно найти, не определяя напряжение на зажимах ветвей, т. е. по формулам:

$$I_6 = I_2 \cdot \frac{r_B + r_7}{r_C + r_6 + r_B + r_7} = 2,75 \cdot \frac{30 + 30}{18 + 22 + 30 + 30} = 1,65 \text{ а,}$$

$$I_7 = I_2 \cdot \frac{r_C + r_6}{r_C + r_6 + r_B + r_7} = 2,75 \cdot \frac{18 + 22}{18 + 22 + 30 + 30} = 1,1 \text{ а.}$$

Применив второй закон Кирхгофа к контуру  $BCDB$  (рис. 43), найдем ток  $I_5$ , т. е.  $r_5 I_5 + r_6 I_6 - r_7 I_7 = 0$ , откуда

$$I_5 = \frac{r_7 I_7 - r_6 I_6}{r_5} = \frac{30 \cdot 1,1 - 22 \cdot 1,65}{120} = -0,03 \text{ а.}$$

Знак минус у тока  $I_5$  показывает, что выбранное положительное направление тока  $I_5$  не соответствует действительному направлению. На самом деле ток  $I_5$  направлен от узла  $C$  к узлу  $B$ .

Применив первый закон Кирхгофа к узлам  $B$  и  $C$  (рис. 43), найдем токи, проходящие через сопротивления  $r_3$  и  $r_4$ , т. е.

$$I_4 = I_5 + I_7, \quad I_3 + I_5 = I_6,$$

откуда

$$I_4 = -0,03 + 1,1 = 1,07 \text{ а;}$$

$$I_3 = I_6 - I_5 = 1,65 - (-0,03) = 1,68 \text{ а.}$$

Мощность, потребляемая всей цепью,

$$P = UI = 110 \cdot 13,75 = 1512,5 \text{ вт или } P = rI^2 = 8 \cdot 13,75^2 = 1512,5 \text{ вт.}$$

Решим задачу, когда задан ток  $I_6$ .

Если бы не была решена задача первым способом, то сначала следовало бы заменить треугольник сопротивлений  $ABC$  (рис. 43) эквивалентной звездой (рис. 44).

Воспользуемся при решении задачи ранее полученными данными. Обращаясь к схеме рис. 44, найдем напряжение на участке  $OD$ :

$$U_{OD} = (r_C + r_6) I_6 = (18 + 22) \cdot 3,3 = 132 \text{ в.}$$

Теперь можно найти ток, проходящий через сопротивление  $r_7$ ,

$$I_7 = \frac{U_{OD}}{r_B + r_7} = \frac{132}{30 + 30} = 2,2 \text{ а.}$$

Так как токи  $I_6$  и  $I_7$  известны, то, применив первый закон Кирхгофа к узлу  $O$  (рис. 44), найдем ток  $I_2$ , проходящий через сопротивления  $r_2$  и  $r_8$ ,

$$I_2 = I_6 + I_7 = 3,3 + 2,2 = 5,5 \text{ а.}$$

Напряжение на зажимах всей цепи (рис. 44)

$$U = (r_2 + r_A) I_2 + U_{OD} + r_8 I_2 = (2,5 + 7,5) \cdot 5,5 + 132 + 6 \cdot 5,5 = 220 \text{ в.}$$

Зная напряжение  $U$  на зажимах всей цепи и сопротивление  $r_1$ , вычислим ток, проходящий через это сопротивление:

$$I_1 = \frac{U}{r_1} = \frac{220}{10} = 22 \text{ а.}$$

На основании первого закона Кирхгофа определим ток  $I$  в неразветвленной части цепи

$$I = I_1 + I_2 = 22 + 5,5 = 27,5 \text{ а.}$$

Применяя второй закон Кирхгофа к контуру  $BCDB$  (рис. 43), найдем ток  $I_5$ :

$$r_5 I_5 + r_6 I_6 - r_7 I_7 = 0,$$

откуда

$$I_5 = \frac{r_7 I_7 - r_6 I_6}{r_5} = \frac{30 \cdot 2,2 - 22 \cdot 3,3}{120} = -0,055 \text{ а.}$$

Применив первый закон Кирхгофа к узлам  $B$  и  $C$  (рис. 43), получим токи  $I_3$  и  $I_4$ , т. е.

$$I_4 = I_5 + I_7 = -0,055 + 2,2 = 2,145 \approx 2,15 \text{ а;}$$

$$I_3 = I_6 - I_5 = 3,3 - (-0,055) = 3,355 \approx 3,35 \text{ а.}$$

Мощность, потребляемая всей цепью,

$$P = UI = 220 \cdot 27,5 = 6050 \text{ вт.}$$

61. Вычислить токи во всех ветвях цепи, изображенной на рис. 43, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, мощность  $P$ , потребляемую всей цепью, если сопротивления цепи равны:

$r_1=50 \text{ ом}, r_2=20 \text{ ом}, r_3=60 \text{ ом}, r_4=20 \text{ ом}, r_5=320 \text{ ом}, r_6=30 \text{ ом}, r_7=10 \text{ ом}, r_8=7,5 \text{ ом},$  а напряжение, приложенное к

цепи,  $U=110$  в. Решить эту же задачу, если задано не напряжение  $U$ , а ток, проходящий через сопротивление  $r_0$ ,  $I_0=1,1$  а.

62. К аккумуляторной батарее, состоящей из 7 элементов, присоединен приемник, который находится на расстоянии  $l=52,5$  м, сечение провода линии  $s=6$  мм<sup>2</sup>, провода медные ( $\gamma=53$  м/ом·мм<sup>2</sup>). Ток в приемнике  $I=5$  а. Найти сопротивление  $r$  проводов линии, напряжение  $U_1$  на зажимах батареи, потерю напряжения  $\Delta U$  в линии, напряжение  $U_2$  на зажимах приемника и мощность  $P_2$ , потребляемую приемником, если э. д. с. каждого аккумулятора  $E=2$  в, а его внутреннее сопротивление  $r_0=0,01$  ом.

63. Чему равна емкость  $q_p$  аккумулятора типа С-4 при разрядке, если разрядка производилась в течение  $t_p=3$  час. при токе  $I_p=36$  а, а также определить емкость  $q_z$  при зарядке аккумулятора, если его отдача по емкости  $\eta_q=90\%$ .

64. Свинцовый аккумулятор имеет внутреннее сопротивление  $r_0=0,005$  ом, разряжается при токе  $I_p=18$  а и напряжении  $U=2$  в. Вычислить э. д. с.  $E$  аккумулятора (в данный момент).

65. Свинцовый аккумулятор заряжался в течение  $t_z=4,5$  часа при токе  $I_z=126$  а. Определить ток  $I_p$  при разрядке аккумулятора, если он будет разряжаться в течение  $t_p=10$  час., а отдача по емкости  $\eta_q=88,9\%$ .

66. Какое напряжение  $U$  на зажимах генератора должно быть в конце зарядки аккумуляторной батареи (свинцовой), состоящей из 90 последовательно включенных элементов, если батарея заряжалась при токе  $I_z=18$  а? Сопротивление подводящих проводов  $r=0,5$  ом.

67. Свинцовая аккумуляторная батарея питает нагрузку, состоящую из 120 ламп накаливания. Ток каждой лампы при напряжении  $U=110$  в равен  $I_n=0,5$  а. Сопротивление подводящих проводов  $r=0,115$  ом. Определить число элементов аккумуляторной батареи в начале ( $n_1$ ) и в конце ( $n_2$ ) разрядки, а также емкость  $q_p$ , если время горения ламп  $t=5$  час.

Р е ш е н и е. Ток ламп

$$I = I_n n = 0,5 \cdot 120 = 60 \text{ а.}$$

Потеря напряжения в подводящих проводах

$$\Delta U = rI = 0,115 \cdot 60 = 6,9 \text{ в.}$$

Напряжение аккумуляторной батареи

$$U_0 = U + \Delta U = 110 + 6,9 = 116,9 \text{ в.}$$

Считая, что в начале разрядки каждый элемент имеет напряжение 2,1 в, число элементов в начале разрядки аккумуляторной батареи будет равно:

$$n_1 = \frac{U_0}{2,1} = \frac{116,9}{2,1} = 55,7 \approx 56.$$

Так как в конце разрядки напряжение элементов должно быть (не ниже) 1,8 в, то число элементов в конце разрядки

$$n_2 = \frac{U_6}{1,8} = \frac{116,9}{1,8} = 65.$$

Следовательно, для поддержания постоянного напряжения на зажимах нагрузки при помощи элементного коммутатора девять элементов ( $n_2 - n_1 = 65 - 56 = 9$ ) присоединяются к сети постепенно по мере падения напряжения батареи.

Емкость аккумуляторной батареи при разрядке

$$q_p = It = 60 \cdot 5 = 300 \text{ а.ч.}$$

68. Свинцовая аккумуляторная батарея питает нагрузку, состоящую из 100 ламп накаливания. Ток каждой лампы при напряжении  $U = 220$  в равен  $I_{\lambda} = 0,91$  а. Сопротивление подводящих проводов линии  $r = 0,12$  ом. Определить число элементов аккумуляторной батареи в начале ( $n_1$ ) и в конце ( $n_2$ ) разрядки, а также емкость  $q_p$ , если время горения ламп  $t = 10$  час.

69. По условию задачи 67 определить число элементов аккумуляторной батареи в начале ( $n_1$ ) и в конце ( $n_2$ ) разрядки, если батарея состоит не из свинцовых аккумуляторов, а щелочных и напряжение при разрядке на один элемент меняется от 1,3 до 1,15 в.

---

---

## Глава вторая

### ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

#### 1. ЗАКОН КУЛОНА

Сила взаимодействия между двумя точечными электрическими зарядами \* прямо пропорциональна их произведению и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (1)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности.

Коэффициент пропорциональности зависит от выбора системы единиц и от свойств среды, в которой расположены взаимодействующие заряды. В абсолютной практической системе единиц\*\* коэффициент пропорциональности принимается равным  $\frac{1}{4\pi\epsilon_a}$ , т. е.

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_a}.$$

Тогда формула (1) примет следующий вид:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi r^2 \epsilon_a}, \quad (2)$$

где  $F$  — сила взаимодействия, н;

$q_1$  и  $q_2$  — электрические заряды, к;

$r$  — расстояние между электрическими зарядами, м;

---

\* Электрическое поле создается взаимодействующими заряженными телами, размеры которых малы по сравнению с расстояниями между ними.

\*\* Согласно ГОСТ 8033—56 для электрических и магнитных измерений установлена основная абсолютная практическая система единиц МКСА, основными единицами которой являются: метр, килограмм, секунда и ампер. Данный ГОСТ допускает применение для электрических и магнитных измерений также абсолютной системы СГС; ее основные единицы: сантиметр, грамм и секунда.



$\epsilon_a$  — абсолютная диэлектрическая проницаемость вещества (среды), характеризующая электрические свойства диэлектриков.

Абсолютная диэлектрическая проницаемость измеряется в ф/м.\*

Диэлектрической проницаемостью вещества, или относительной диэлектрической проницаемостью вещества, называется отношение абсолютной диэлектрической проницаемости вещества  $\epsilon_a$  к электрической постоянной  $\epsilon_0$ :

$$\epsilon = \frac{\epsilon_a}{\epsilon_0}, \quad (3)$$

откуда абсолютную диэлектрическую проницаемость вещества можно представить так:

$$\epsilon_a = \epsilon \epsilon_0, \quad (4)$$

где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость вещества (отвлеченная величина);

$\epsilon_0$  — электрическая постоянная, ф/м.

Электрическая постоянная равна:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ ф/м} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м} = 8,85 \cdot 10^{-14} \text{ ф/см.}$$

Если  $\epsilon_a$  выразить через  $\epsilon$  и  $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ ф/м}$ , то закон Кулона примет следующий вид:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi r^2 \epsilon \epsilon_0} = \frac{9 \cdot 10^9 q_1 q_2}{r^2 \epsilon} [\text{н}].$$

## 2. НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ СМЕЩЕНИЕ

Напряженность электрического поля есть векторная величина, характеризующая силовое действие электрического поля на электрически заряженные тела, равная отношению силы  $F$ , с которой электрическое поле действует на неподвижное точечное заряженное тело, внесенное в рассматриваемую точку поля, к заряду  $q$  этого тела:

$$E = \frac{F}{q}, \quad (5)$$

где  $E$  — напряженность электрического поля, в/м.

Напряженность электрического поля точечного заряда определяется по формуле

$$E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon_a}, \quad (6)$$

---

\* Фарада/метр.

где  $r$  — расстояние от заряда до точки, в которой определяется напряженность электрического поля,  $m$ .

Если электрическое поле создается не одним, а несколькими точечными зарядами, то напряженность поля в любой точке равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых отдельными зарядами,

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n, \quad (7)$$

где  $E_1, E_2, \dots, E_n$  — напряженности электрического поля, создаваемые отдельными зарядами, которые можно определить по формуле (6).

Напряженность электрического поля между двумя параллельными, разноименно заряженными плоскостями

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (8)$$

где  $\sigma$  — поверхностная плотность электрического заряда,  $\kappa/m^2$ .

Электрическое смещение равно произведению абсолютной диэлектрической проницаемости вещества  $\epsilon_a$  на напряженность электрического поля  $E$ .

$$D = \epsilon_a E = \epsilon \epsilon_0 E, \quad (9)$$

где  $D$  — электрическое смещение,  $\kappa/m^2$ .

### 3. КОНДЕНСАТОРЫ

Конденсатором называется система из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком.

Электрической емкостью, или просто емкостью, конденсатора называется отношение электрического заряда  $q$  на одной из обкладок конденсатора к напряжению на его обкладках при условии, что обкладки конденсатора имеют одинаковые по величине и противоположные по знаку заряды, т. е.

$$C = \frac{q}{U}, \quad (10)$$

где  $C$  — емкость конденсатора,  $\phi$ ;

$U$  — напряжение на обкладках конденсатора,  $v$ .

Емкость измеряется в фарадах ( $\phi$ ), а также в более мелких единицах — микрофарадах ( $1 \text{ мк}\phi = 10^{-6} \phi$ ) и пикофарадах ( $1 \text{ п}\phi = 10^{-12} \phi$ ).

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}, \quad (11)$$

где  $S$  — площадь одной обкладки конденсатора,  $\text{м}^2$ ;

$d$  — расстояние между обкладками конденсатора,  $\text{м}$ .

Эта формула показывает, что емкость плоского конденсатора не зависит от величин приложенного напряжения и заряда и является постоянной величиной для данного конденсатора \*.

Напряженность электрического поля в плоском конденсаторе прямо пропорциональна напряжению на обкладках конденсатора  $U$  и обратно пропорциональна расстоянию  $d$  между его обкладками:

$$E = \frac{U}{d}. \quad (12)$$

Емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi l \epsilon \epsilon_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (13)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы внутреннего и внешнего цилиндров,  $\text{м}$ ;  
 $l$  — длина цилиндров (конденсатора),  $\text{м}$ .

Напряженность электрического поля в цилиндрическом конденсаторе

$$E = \frac{q}{2\pi r l \epsilon \epsilon_0} = \frac{U}{r \ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (14)$$

где  $r$  — расстояние от точки, в которой определяется напряженность электрического поля, до оси цилиндров,  $\text{м}$ .

Из формулы (14) видно, что напряженность электрического поля обратно пропорциональна радиусу  $r$  равнопотенциальной поверхности. Следовательно, наибольшая напряженность электрического поля будет на поверхности внутреннего цилиндра ( $r = r_1$ ), т. е.

$$E_{\text{макс}} = \frac{U}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (15)$$

Емкость сферического конденсатора

$$C = \frac{q}{U} = \frac{4\pi \epsilon \epsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1}, \quad (16)$$

где  $r_1$  и  $r_2$  — радиусы внутренней и внешней сфер,  $\text{м}$ .

---

\* Это положение справедливо и для других типов конденсаторов.

Напряженность электрического поля в сферическом конденсаторе

$$E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon \epsilon_0}, \quad (17)$$

где  $r$  — расстояние от точки, в которой определяется напряженность электрического поля, до центра конденсатора, м.

Из формулы (17) видно, что наибольшая напряженность электрического поля будет на поверхности внутреннего шара, т. е.

$$E_{\max} = \frac{q}{4\pi r_1^2 \epsilon \epsilon_0} = U \frac{r_2}{r_1(r_2 - r_1)}. \quad (18)$$

#### 4. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ КОНДЕНСАТОРОВ

Эквивалентная емкость при параллельном соединении конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n, \quad (19)$$

где  $C$  — эквивалентная емкость;  
 $C_1, C_2, \dots, C_n$  — емкости отдельных конденсаторов.

Если параллельно соединено  $n$  конденсаторов и они имеют одинаковую емкость, то эквивалентная емкость определяется по формуле

$$C = nC_1, \quad (20)$$

где  $C_1$  — емкость одного конденсатора;  
 $n$  — число параллельно соединенных конденсаторов.

Эквивалентная емкость  $C$  при последовательном соединении конденсаторов определяется по формуле

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (21)$$

Если емкости последовательно соединенных конденсаторов одинаковы, то эквивалентная емкость равна:

$$C = \frac{C_1}{n}. \quad (22)$$

#### 5. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Энергия электрического поля определяется по формуле

$$W_s = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (23)$$

где  $W_s$  — энергия электрического поля, дж.

## Задачи

70. Какова сила взаимодействия  $F$  между двумя зарядами  $q_1=0,25$  мкк и  $q_2=0,8$  мкк, находящимися в воздухе на расстоянии друг от друга  $r=20$  см? Диэлектрическая проницаемость воздуха  $\epsilon \approx 1$ .

71. Чему равен точечный заряд  $q$ , создающий на расстоянии  $r=5$  см поле с напряженностью  $E=18$  кВ/см?

72. Два одинаковых заряда  $q_1=q_2=1,2 \cdot 10^{-7}$  К расположены на расстоянии друг от друга  $d=18$  см. Определить величину и направление вектора напряженности электрического поля  $\vec{E}$  в точке  $A$ , удаленной на расстояние  $r_1=12$  см от первого заряда и  $r_2=15$  см от второго (рис. 48).

73. Вычислить напряженность электрического поля  $E$  между двумя параллельными разноименно заряженными плоскостями, если поверхностная плотность заряда

$$\sigma = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ К/см}^2.$$

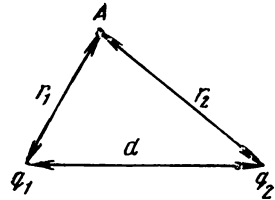


Рис. 48

74. Определить напряженность электрического поля  $E$  и электрическое смещение  $D$  между двумя параллельными металлическими пластинами, находящимися на расстоянии одна от другой  $d=5$  мм. Между пластинами находится диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=7,5$ . Напряжение, приложенное к пластинам,  $U=220$  В.

75. Между двумя параллельными металлическими пластинами помещена стеклянная пластинка с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=6$ . Металлические пластины заряжены до напряжения  $U_1=110$  В. Каково будет напряжение  $U_2$  между ними, если их отсоединить от источника и вынуть стеклянную пластинку?

76. В электрическое поле с напряженностью  $E=100$  кВ/см помещена стеклянная пластинка, диэлектрическая проницаемость которой  $\epsilon=8$ . Определить внутренние силы в стекле.

77. Плоский воздушный конденсатор заряжен до напряжения  $U_1=220$  В, расстояние между обкладками конденсатора  $d_1=0,5$  см. Вычислить напряжение  $U_2$  на обкладках конденсатора, если его отсоединить от сети и обкладки раздвинуть до  $d_2=3$  см. Предполагаем, что утечки зарядов нет.

78. К обкладкам плоского конденсатора приложено напряжение  $U=10$  кВ. Найти напряженность электрического поля  $E$ , если расстояние между обкладками конденсатора  $d=1$  см.

79. По условию задачи 78 определить напряженность электрического поля в воздушном слое и в стеклянной пластинке, если между обкладками конденсатора поместить стеклянную пластинку ( $\epsilon=8$ ) толщиной  $0,4$  см.

80. Какова емкость  $C$  плоского конденсатора, если расстояние между обкладками  $d=0,1$  см, площадь каждой обкладки  $S=100$  см<sup>2</sup> и диэлектрическая проницаемость диэлектрика (слюды)  $\epsilon=7,5$ ?

81. Какое число пластин  $n$  должен иметь конденсатор, чтобы емкость  $C$  была бы равна 5 мкф, если площадь каждой пластины  $S=5 \cdot 6$  см<sup>2</sup>; диэлектриком является парафинированная бумага ( $\epsilon=3,5$ ,  $d=0,006$  см)?

82. Два конденсатора емкостью каждый 4 мкф присоединены параллельно к сети постоянного напряжения  $U_1=220$  в. Какое напряжение  $U_2$  получится на обкладках обоих конденсаторов, если их после зарядки отсоединить от сети и соединить последовательно? Предполагаем, что утечки зарядов нет.

83. Четыре конденсатора, емкости которых соответственно равны:  $C_1=7$  мкф,  $C_2=5$  мкф,  $C_3=2$  мкф и  $C_4=6$  мкф, включены параллельно. Определить эквивалентную емкость  $C$  батареи.

84. К источнику постоянного тока с напряжением  $U=220$  в присоединены параллельно четыре одинаковых конденсатора. Какова емкость  $C_1$  одного конденсатора, если конденсаторы получили заряд  $q=11 \cdot 10^{-5}$  к?

85. Параллельно включены три конденсатора, емкости которых соответственно равны:  $C_1=1,6$  мкф;  $C_2=2$  мкф;  $C_3=0,4$  мкф.

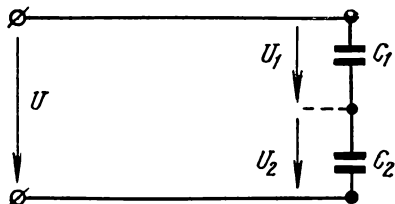


Рис. 49

Определить заряд и энергию электрического поля каждого конденсатора и энергию всех конденсаторов, если им сообщен заряд  $q=8,8 \cdot 10^{-4}$  к.

86. К сети постоянного тока присоединены последовательно два плоских конденсатора (рис. 49), эквивалентная емкость которых  $C=1,2$  мкф. Найти на-

пряжение на обкладках каждого конденсатора и напряжение сети, если емкость первого конденсатора  $C_1=3$  мкф, а энергия его  $W_1=127 \cdot 10^{-4}$  дж.

**Решение.** Зная эквивалентную емкость  $C$  и емкость  $C_1$  первого конденсатора, можно определить емкость  $C_2$  второго конденсатора из следующего выражения:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},$$

откуда

$$C_2 = \frac{CC_1}{C_1 - C} = \frac{1,2 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-6} - 1,2 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ ф.}$$

Зная энергию электрического поля первого конденсатора, можно определить напряжение на обкладках первого конденса-

тора из формулы

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2},$$

отсюда

$$U_1 = \sqrt{\frac{2W_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 127 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-6}}} = 92 \text{ в.}$$

Так как при последовательном соединении конденсаторов заряды их равны, то

$$C_1 U_1 = C_2 U_2,$$

откуда

$$U_2 = U_1 \cdot \frac{C_1}{C_2} = 92 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6}} = 138 \text{ в.}$$

Напряжение сети

$$U = U_1 + U_2 = 92 + 138 = 230 \text{ в.}$$

87. К сети постоянного тока присоединены последовательно два плоских конденсатора (рис. 49), эквивалентная емкость которых  $C=2,1 \text{ мкф}$ . Найти напряжение на обкладках каждого конденсатора и напряжение  $U$  сети, если емкость первого конденсатора  $C_1=7 \text{ мкф}$ , а энергия его  $W_1=166,6 \cdot 10^{-4} \text{ дж}$ .

88. Последовательно включены три конденсатора, емкости которых соответственно равны:  $C_1=2 \text{ мкф}$ ;  $C_2=10 \text{ мкф}$ ;  $C_3=5 \text{ мкф}$ . Определить эквивалентную емкость  $C$  батареи, напряжение на обкладках каждого конденсатора, энергию электрического поля каждого конденсатора и всех конденсаторов, если напряжение, приложенное к цепи,  $U=220 \text{ в}$ .

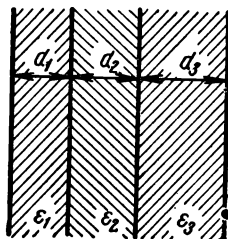


Рис. 50

89. Между двумя обкладками плоского конденсатора расположены три параллельных слоя: слюды, эбонита и парафинированной бумаги (рис. 50). Вычислить емкость  $C$  плоского конденсатора, напряженность электрического поля и падение напряжения в каждом слое, если слюдяной слой:  $d_1=0,03 \text{ см}$ ,  $\epsilon_1=7$ ; эбонитовый слой:  $d_2=0,02 \text{ см}$ ,  $\epsilon_2=2,5$  и бумажный слой:  $d_3=0,5 \text{ см}$ ,  $\epsilon_3=3,5$ ; площадь каждой обкладки  $S=200 \text{ см}^2$ , напряжение, приложенное к конденсатору,  $U=220 \text{ в}$ .

90. Последовательно включены три конденсатора, емкости которых соответственно равны:  $C_1=10 \text{ мкф}$ ;  $C_2=2 \text{ мкф}$ ;  $C_3=2,5 \text{ мкф}$ . Определить напряжение на обкладках каждого конденсатора и энергию электрического поля каждого конденсатора, если напряжение, приложенное к цепи,  $U=110 \text{ в}$ .

91. Найти выражение для определения емкости  $C$  плоского конденсатора, если площадь каждой обкладки  $S$ , а промежуток между этими обкладками состоит из двух разных диэлектриков толщиной  $d_1$  и  $d_2$  с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  (рис. 51).

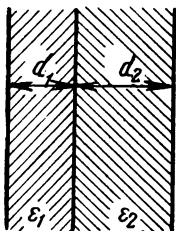


Рис. 51

92. По условию задачи 91 найти выражение для определения напряжений  $U_1$ ,  $U_2$ , напряженностей  $E_1$  и  $E_2$  в двух диэлектриках (данный конденсатор можно рассматривать как два последовательно включенных конденсатора), если известно напряжение  $U$  на обкладках конденсатора.

93. Диэлектрик плоского конденсатора состоит из трех параллельных слоев толщиной  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$  (рис. 50). Какова напряженность электрического поля в каждом слое, т. е.  $E_1$ ,  $E_2$  и  $E_3$ , если напряжение на обкладках конденсатора равно  $U$ ?

94. Определить эквивалентную емкость  $C$  цепи, изображенной на рис. 52, если  $C_1=1$  мкф,  $C_2=10$  мкф,  $C_3=2,5$  мкф,  $C_4=2$  мкф,  $C_5=0,5$  мкф и  $C_6=5$  мкф.

95. Цилиндрический конденсатор имеет внутренний радиус  $r_1=2,4$  см, а внешний  $r_2=2,7$  см. Вычислить наибольшую напряженность электрического поля  $E_{\max}$ , если напряжение, приложенное к обкладкам конденсатора,  $U=6$  кв.

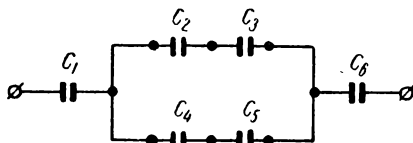


Рис. 52

96. Сферический конденсатор имеет внутренний радиус  $r_1=8$  см, а внешний  $r_2=10$  см. Пространство между сферами заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=2,2$ . Найти наибольшую напряженность электрического поля  $E_{\max}$  и емкость  $C$  сферического конденсатора, если напряжение, приложенное к обкладкам конденсатора,  $U=10$  кв.

97. Определить емкость 1 км одножильного кабеля, если радиус его жилы  $r_1=2$  мм, а радиус свинцовой оболочки  $r_2=4$  мм. Диэлектрическая проницаемость изоляции между жилой и оболочкой  $\epsilon=4,2$ .



## Глава третья

### МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

#### 1. ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПРОВОДНИК С ТОКОМ

Если в однородное магнитное поле поместить прямолинейный проводник с током (рис. 53), то на проводник будет действовать электромагнитная сила, которая пропорциональна магнитной индукции, току в проводнике, длине проводника и синусу угла между направлением тока и направлением поля (вектора магнитной индукции):

$$F = BIl \sin \alpha, \quad (1)$$

где  $F$  — электромагнитная сила, н;

$B$  — магнитная индукция, тл ( $1 \text{ тл} = 1 \text{ вб/м}^2$ );

$I$  — ток в проводнике, а;

$l$  — длина проводника, м;

$\alpha$  — угол между направлением тока и направлением поля, град.

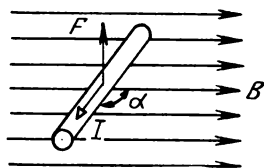


Рис. 53

Электромагнитная сила  $F$  направлена перпендикулярно как направлению поля, так и направлению тока.

Если проводник, расположен перпендикулярно магнитному полю, то электромагнитная сила\*, действующая на проводник с током, будет наибольшей, т. е.

$$F_{\text{макс}} = BIl. \quad (2)$$

#### 2. МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ И МАГНИТНЫЙ ПОТОК

Магнитная индукция — векторная величина, характеризующая силовое действие магнитного поля на проводник с током.

---

\* Вместо термина «электромагнитная сила» применяются также термины «механическая сила» или «сила».

Магнитную индукцию можно определить из формулы (2):

$$B = \frac{F_{\text{макс}}}{Il}, \quad (3)$$

т. е. магнитная индукция численно равна электромагнитной силе, с которой магнитное поле действует на единицу длины проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по проводнику проходит ток, равный единице.

Магнитная индукция измеряется в теслах (*тл*).

На практике магнитная индукция часто измеряется в гаусах (*гс*);  $1 \text{ гс} = 10^{-4} \text{ тл} = 10^{-4} \text{ вб/м}^2$ .

**Магнитный поток** — поток вектора магнитной индукции, который определяется как произведение магнитной индукции на поверхность, расположенную перпендикулярно направлению поля (вектора магнитной индукции):

$$\Phi = BS, \quad (4)$$

где  $\Phi$  — магнитный поток, *вб*;

$S$  — поверхность, через которую проходит магнитный поток,  $\text{м}^2$ .

Если поверхность неперпендикулярна направлению поля, т. е. вектор магнитной индукции образует с нормалью к поверхности  $S$  угол  $\alpha$ , то магнитный поток будет равен:

$$\Phi = BS \cos \alpha = B_n S, \quad (5)$$

где  $B_n$  — составляющая вектора магнитной индукции  $B$ , нормальная к поверхности  $S$ .

При расчетах магнитный поток часто выражают в максвеллах (*мкс*);  $1 \text{ мкс} = 10^{-8} \text{ вб}$ ;  $1 \text{ вб} = 10^8 \text{ мкс}$ .

### 3. МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ И НАПРЯЖЕННОСТЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

**Абсолютной магнитной проницаемостью** вещества называется величина, характеризующая магнитные свойства вещества, равная отношению величины магнитной индукции  $B$  к величине напряженности магнитного поля  $H$ :

$$\mu_a = \frac{B}{H}, \quad (6)$$

где  $\mu_a$  — абсолютная магнитная проницаемость вещества, *гн/м*;  
 $H$  — напряженность магнитного поля, *а/м*.

**Магнитной проницаемостью** вещества, или **относительной магнитной проницаемостью** вещества, называется отношение абсолютной маг-

нитной проницаемости вещества к магнитной постоянной:

$$\mu = \frac{\mu_a}{\mu_0}, \quad (7)$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость вещества\* (безразмерная величина);

$\mu_0$  — магнитная постоянная, равная  $4\pi 10^{-7} \text{ гн/м} = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ гн/см}$ .

Из формулы (6) следует, что напряженность магнитного поля определяется как отношение магнитной индукции  $B$  к абсолютной магнитной проницаемости вещества (среды)  $\mu_a$ :

$$H = \frac{B}{\mu_a} = \frac{B}{\mu\mu_0}. \quad (8)$$

Как было сказано выше, напряженность магнитного поля измеряется в  $\text{а/м}$ .

На практике напряженность магнитного поля иногда выражают в  $\text{а/см}$ ;  $1 \text{ а/см} = 100 \text{ а/м}$ .

#### 4. РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ С ПОМОЩЬЮ ЗАКОНА ПОЛНОГО ТОКА

Закон полного тока — линейный интеграл вектора напряженности магнитного поля по любому замкнутому контуру равен полному току (алгебраической сумме токов), проходящему через поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \Sigma I. \quad (9)$$

При помощи закона полного тока можно определить напряженность магнитного поля, а следовательно и магнитную индукцию в любой точке магнитного поля.

Напряженность магнитного поля в точке, отстоящей на расстоянии  $a$  от оси прямолинейного проводника\*\* (рис. 54), равна:

$$H = \frac{I}{2\pi a}, \quad (10)$$

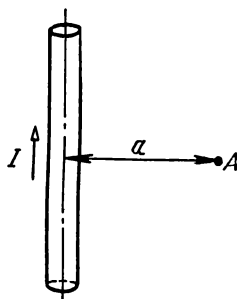


Рис. 54

а магнитная индукция в этой точке

$$B = \mu_0 H = \mu_0 \frac{I}{2\pi a}, \quad (11)$$

где  $a$  — расстояние от оси прямолинейного проводника до точки  $A$ , м.

\* Для пустоты  $\mu=1$ .

\*\* Теоретически бесконечно длинного проводника.

Напряженность магнитного поля внутри цилиндрического проводника в точке, удаленной от оси на расстоянии  $x$ , равна

$$H = \frac{I}{2\pi r^2} x, \quad (12)$$

а напряженность магнитного поля на поверхности проводника ( $x=r$ )

$$H = \frac{I}{2\pi r}, \quad (13)$$

где  $r$  — радиус проводника, м.

Напряженность магнитного поля в центре кольцевого (кругового) проводника

$$H = \frac{I}{2r} = \frac{I}{d}, \quad (14)$$

где  $r$  — радиус кольца, м;

$d$  — диаметр кольца, м.

Напряженность магнитного поля внутри кольцевой катушки в точке  $A$  (рис. 55) определяется по формуле:

$$H = \frac{Iw}{l_x} = \frac{Iw}{2\pi r_x}, \quad (15)$$

а магнитная индукция

$$B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 \frac{Iw}{l_x} = \mu\mu_0 \frac{Iw}{2\pi r_x}, \quad (16)$$

где  $l_x$  — длина линии магнитной индукции в сердечнике катушки, м;

$w$  — число витков катушки;

$r_x$  — радиус от центра кольцевой катушки до точки  $A$ , м.

Из формул (15) и (16) видно, что напряженность магнитного поля и магнитная индукция в сердечнике кольцевой катушки на различных расстояниях от центра неодинаковы; наибольшее значение магнитной индукции будет на внутренней поверхности катушки:

$$B_{\max} = \mu\mu_0 \frac{Iw}{2\pi r_1}, \quad (17)$$

а наименьшее — на внешней поверхности

$$B_{\min} = \mu\mu_0 \frac{Iw}{2\pi r_2}. \quad (18)$$

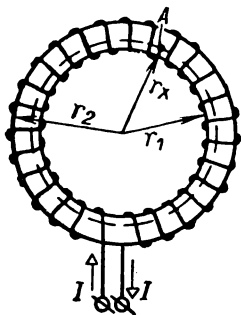


Рис. 55

Если разница между  $r_1$  и  $r_2$  невелика, то магнитную индукцию можно определить по формуле:

$$B = \mu\mu_0 \frac{Iw}{l} = \mu\mu_0 \frac{Iw}{2\pi r}, \quad (19)$$

где  $l$  — средняя длина катушки\*, м;

$r_1$  и  $r_2$  — внутренний и внешний радиусы кольцевой катушки, м;

$r = \frac{r_1 + r_2}{2}$  — средний радиус кольцевой катушки, м.

Напряженность магнитного поля на оси цилиндрической катушки в любой точке  $A$  (рис. 56)

$$H = \frac{Iw}{2l} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (20)$$

а магнитная индукция

$$B = \mu\mu_0 \frac{Iw}{2l} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (21)$$

Если имеется бесконечно длинная катушка, то угол  $\alpha_1 = 0$  и  $\cos \alpha_1 = 1$ , а угол  $\alpha_2 = 180^\circ$  и  $\cos \alpha_2 = -1$ .

Подставляя эти значения  $\cos \alpha_1$  и  $\cos \alpha_2$  в формулы (20) и (21), получим:

$$H = \frac{Iw}{l}, \quad (22)$$

$$B = \mu\mu_0 \frac{Iw}{l}. \quad (23)$$

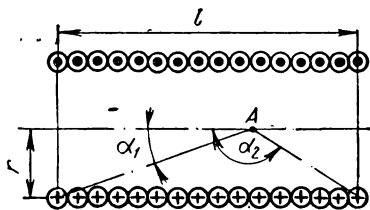


Рис. 56

## 5. РАБОТА СИЛ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Работа  $A$ , совершаемая при перемещении в магнитном поле проводника, по которому проходит неизменяющийся ток  $I$ , равна произведению тока  $I$  на пересеченный этим проводником магнитный поток  $\Phi$ :

$$A = I\Phi. \quad (24)$$

Работа  $A$ , совершаемая при перемещении в магнитном поле контура, по которому проходит неизменяющийся ток  $I$ , определяется по формуле:

$$A = I (\Phi_2 - \Phi_1), \quad (25)$$

где  $\Phi_1$  — магнитный поток в начальном положении контура;  
 $\Phi_2$  — магнитный поток в конечном положении контура.

\* Длина средней линии магнитной индукции в сердечнике.

## 6. РАСЧЕТ НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ

Расчет неразветвленной магнитной цепи, состоящей из нескольких разнородных участков, производится по формуле

$$\oint \bar{H} d\bar{l} = H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots = Iw, \quad (26)$$

где  $H_1, H_2$  — напряженности магнитного поля отдельных участков магнитной цепи;

$l_1, l_2$  — длины отдельных участков магнитной цепи.

При расчете магнитной цепи будем предполагать, что магнитный поток везде одинаков, т. е. пренебрегаем магнитным потоком рассеяния:

$$\Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2 = \dots = \mu_1 \mu_0 H_1 S_1 = \mu_2 \mu_0 H_2 S_2 = \dots \quad (27)$$

Задавшись величиной магнитного потока  $\Phi$ , определяем для каждого участка магнитной цепи величину магнитной индукции  $B_1, B_2, B_3$  и т. д. по формуле (27). Затем по кривым намагничивания (приложение 34) находим напряженности магнитного поля  $H_1, H_2, H_3$  и т. д.

Для участков из неферромагнитного материала или для воздушного зазора напряженность магнитного поля определяется по формуле

$$H = \frac{B}{\mu_0}. \quad (28)$$

Если магнитная индукция выражена в гауссах, а напряженность магнитного поля — в а/см, то

$$H = 0,8B. \quad (29)$$

Зная  $H_1, H_2, H_3, \dots$  и длины отдельных участков магнитной цепи  $l_1, l_2, l_3, \dots$ , можно определить по формуле (26) магнитодвижущую (намагничивающую) силу.

## 7. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТОКОВЕДУЩИХ ПРОВОДОВ. ПОДЪЕМНАЯ СИЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТА

Сила взаимодействия двух параллельных проводов с токами определяется по формуле \*

$$F = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi a} l = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I_1 I_2}{a} l \text{ [н]} \quad (30)$$

или

$$F = 0,204 \cdot 10^{-7} \frac{I_1 I_2}{a} l \text{ [кГ]}, \quad (31)$$

где  $F$  — сила взаимодействия;

$a$  — расстояние между осями проводов, м.

---

\* Для воздуха  $\mu_a = \mu_0 \approx \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ н/м}$ .

Подъемная сила подковообразного электромагнита определяется по формуле

$$F = \frac{B^2 S}{\mu_0}, \quad (32)$$

где  $F$  — подъемная сила, н;

$S$  — площадь поверхности одного полюса,  $\text{м}^2$ .

При расчетах магнитную индукцию иногда выражают в гауссах, площадь полюса — в  $\text{см}^2$ , а подъемную силу электромагнита — в  $\text{кГ}$ ; тогда формула (32) примет следующий вид:

$$F = \frac{B^2 S}{4\pi \cdot 981\,000} [\text{кГ}]. \quad (33)$$

## 8. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Электродвижущая сила, индуцируемая в замкнутом контуре с числом витков  $w$ , равна произведению числа витков на скорость изменения магнитного потока  $\frac{d\Phi}{dt}$  этого контура, взятой с обратным знаком:

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt}, \quad (34)$$

где  $e$  — электродвижущая сила, в;

$w$  — число витков контура.

Произведение числа витков  $w$  на магнитный поток  $\Phi$  называется потоко- сцеплением \*:

$$\Psi = w\Phi, \quad (35)$$

где  $\Psi$  — потоко-сцепление, вб.

При этом предполагаем, что все витки пронизываются одним и тем же магнитным потоком. В этом случае формула (34) для э. д. с. индукции примет следующий вид:

$$e = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (36)$$

Если в магнитном поле перемещается прямолинейный проводник со скоростью  $v$  под углом  $\alpha$  к направлению поля (рис. 57), то в проводнике индуцируется э. д. с., равная

$$e = Blv \sin \alpha, \quad (37)$$

где  $v$  — скорость перемещения проводника,  $\text{м/сек}$ ;

$l$  — активная длина проводника,  $\text{м}$ .

\* В общем случае потоко-сцеплением называется сумма магнитных потоков, сцепленных с отдельными витками данной электрической цепи.

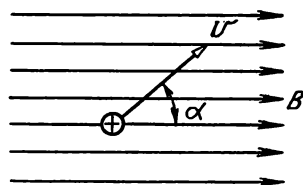


Рис. 57

Если проводник перемещается перпендикулярно направлению магнитного поля, то э. д. с., индуцируемая в проводнике, определяется по формуле

$$e = Blv. \quad (38)$$

Если  $B$ ,  $l$  и  $v$  выражены соответственно в  $гс$ ,  $см$  и  $см/сек$ , то

$$e = Blv \cdot 10^{-8}. \quad (39)$$

## 9. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА САМОИНДУКЦИИ

При изменении тока в контуре (цепи) изменяется сцепленный с ним магнитный поток (потокосцепление самоиндукции), вследствие чего в контуре индуцируется э. д. с., которая называется э. д. с. самоиндукции.

Явление возбуждения электродвижущей силы в контуре (цепи) при изменении потокосцепления самоиндукции этого контура (цепи) называется с а м о и н д у к ц и е й.

Э. д. с. самоиндукции равна произведению индуктивности  $L$  на скорость изменения тока  $\frac{di}{dt}$ , взятой с обратным знаком:

$$e_L = -L \frac{di}{dt}, \quad (40)$$

где  $e_L$  — э.д.с. самоиндукции,  $е$ ;

$L$  — индуктивность контура (цепи),  $гн$ .

На практике, кроме генри, применяется еще и более мелкая единица для измерения индуктивности — миллигенри ( $мгн$ );  $1 мгн = 10^{-3} гн$ .

## 10. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА ВЗАИМНОЙ ИНДУКЦИИ

Если два контура расположены близко один от другого и по ним проходят токи  $i_1$  и  $i_2$ , то при изменении тока  $i_1$  в первом контуре произойдет изменение потокосцепления взаимной индукции (магнитного потока взаимной индукции), сцепленного со вторым контуром, и в нем будет индуцироваться э. д. с., которая называется э. д. с. в з а и м н о й и н д у к ц и е й. Явление возбуждения электродвижущей силы в контуре (цепи) при изменении потокосцепления взаимной индукции этого контура (цепи) называется в з а и м н о й и н д у к ц и е й.

Электродвижущая сила взаимной индукции

$$e_{M_2} = -M \frac{di_1}{dt}, \quad (41)$$

где  $e_{M_2}$  — э. д. с. взаимной индукции, индуцируемая во втором контуре,  $е$ ;

$M$  — взаимная индуктивность контуров,  $гн$ .



При изменении тока  $i_2$  во втором контуре в первом контуре будет индуцироваться э. д. с. взаимной индукции:

$$e_{M_1} = -M \frac{di_2}{dt}, \quad (42)$$

где  $e_{M_1}$  — э. д. с. взаимной индукции, индуцируемая в первом контуре, в.

Коэффициент связи двух контуров определяется по формуле

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, \quad (43)$$

где  $k$  — коэффициент связи двух контуров;  
 $L_1$  — индуктивность первого контура, гн;  
 $L_2$  — индуктивность второго контура, гн.

## 11. ИНДУКТИВНОСТЬ

Если средний радиус кольцевой катушки значительно больше радиуса ее витков, то магнитный поток этой катушки можно определить по формуле

$$\Phi = BS = \mu\mu_0 HS = \mu\mu_0 \frac{Iw}{l} S.$$

Так как этот магнитный поток сцеплен со всеми витками катушки, то потокосцепление самоиндукции будет равно:

$$\Psi_L = LI = \Phi w = \mu\mu_0 \frac{Iw^2}{l} S,$$

откуда индуктивность кольцевой катушки

$$L = \frac{\Psi_L}{I} = \mu\mu_0 \frac{w^2}{l} S = \mu\mu_0 \frac{w^2}{2\pi r} S, \quad (44)$$

где  $L$  — индуктивность катушки, гн;  
 $S$  — площадь поперечного сечения катушки, м<sup>2</sup>;  
 $l$  — средняя длина катушки, м;  
 $r$  — средний радиус катушки, м.

Индуктивность цилиндрической катушки

$$L = \mu\mu_0 \frac{w^2}{l} S. \quad (45)$$

Индуктивность двухпроводной линии

$$L = 4 \cdot 10^{-7} l \ln \frac{a}{r}, \quad (46)$$

где  $l$  — длина линии, м;  
 $a$  — расстояние между осями проводов, м;  
 $r$  — радиус проводов, м.

Обычно длина линии составляет несколько километров, поэтому индуктивность линии удобнее определять на 1 км ее длины. Так как 1 км =  $10^3$  м, то индуктивность 1 км линии

$$L_0 = 4 \cdot 10^{-4} \ln \frac{a}{r}, \quad (47)$$

где  $L_0$  — индуктивность 1 км линии, гн/км.

В этой формуле не учитывается магнитный поток внутри самих проводов.

Если же учесть этот поток, то индуктивность двухпроводной линии на 1 км

$$L_0 = \left( 4 \ln \frac{a}{r} + \mu \right) \cdot 10^{-4}, \quad (48)$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость провода, которая для всех проводов, кроме стальных, приблизительно равна единице.

Эквивалентная индуктивность при последовательном соединении двух катушек (контуров) с взаимной индуктивностью между ними  $M$  определяется по формуле

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M. \quad (49)$$

Знак «плюс» соответствует согласному соединению катушек, а знак «минус» — встречному соединению катушек.

Эквивалентная индуктивность  $L$  при параллельном соединении двух катушек (контуров) с взаимной индуктивностью  $M$  между ними определяется по формуле

$$L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M}. \quad (50)$$

Знак «минус» в знаменателе соответствует согласному соединению катушек, а знак «плюс» — встречному соединению катушек.

Формула (50) справедлива при условии, что сопротивления катушек (контуров) очень малы.

Эквивалентная индуктивность при последовательном соединении  $n$  катушек (контуров) с индуктивностями  $L_1, L_2, \dots, L_n$  и при отсутствии взаимной индуктивности определяется по формуле:

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_n, \quad (51)$$

а при параллельном их соединении определяется по формуле

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}. \quad (52)$$

## 12. ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Энергия магнитного поля определяется по формуле

$$W_m = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Psi I}{2}, \quad (53)$$

где  $W_m$  — энергия магнитного поля, *дж*;

$L$  — индуктивность цепи (контура), *гн*.

Энергия магнитного поля двух магнитосвязанных катушек (контуров) определяется по формуле

$$W = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + M i_1 i_2. \quad (54)$$

В зависимости от направления токов  $i_1$  и  $i_2$  третий член формулы может быть положительным или отрицательным; вследствие этого энергия системы может быть больше или меньше суммы энергий магнитных полей обеих катушек (контуров), взятых отдельно.

## Задачи

98. В однородное магнитное поле с магнитной индукцией  $B=0,8$  тл помещен прямолинейный проводник длиной  $l=50$  см, по которому проходит ток  $I=10$  а. Вычислить электромагнитную силу  $F$ , действующую на проводник, если направление тока в проводнике образует с направлением вектора магнитной индукции угол  $\alpha=30^\circ$ .

99. Определить магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий плоскую площадку со сторонами 10 и 50 см, если магнитная индукция во всех точках этой площадки одинакова и равна  $B=0,6$  тл; при этом направление вектора магнитной индукции образует с нормалью к площадке угол  $\alpha=20^\circ$ .

100. В однородное магнитное поле с магнитной индукцией  $B=1,2$  тл помещена плоская прямоугольная площадка  $S=300$  см<sup>2</sup>, причем направление вектора магнитной индукции образует с площадкой угол  $\alpha=90^\circ$ . Чему равен магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий площадку?

101. По прямолинейному проводу длиной  $l$  проходит ток  $I$  (рис. 54). Вывести выражение для определения напряженности

магнитного поля  $H$  в любой точке  $A$ , отстоящей от оси проводника на расстоянии  $a$ .

102. По длинному прямолинейному медному проводу диаметром  $d=12,2$  мм проходит ток  $I=300$  а. Построить кривую изменения напряженности магнитного поля внутри и вне проводника.

103. Определить напряженность магнитного поля  $H$  в центре кольцевого проводника\*, по которому проходит ток  $I=20$  а, а радиус кольца  $r=20$  см.

104. По длинному прямолинейному медному проводу диаметром  $d=13,8$  мм проходит ток  $I=350$  а. Чему равна напряженность магнитного поля  $H$  и магнитная индукция  $B$  в точках,

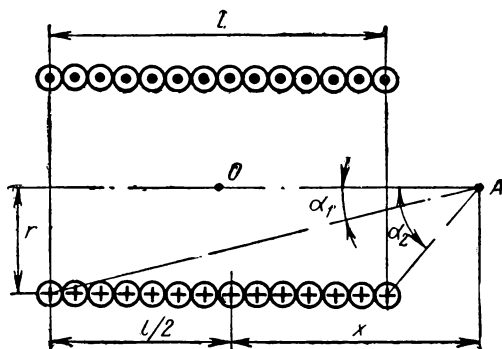


Рис. 58

расположенных на расстоянии  $a=0; 0,3; 0,69; 1,38; 3$  и  $5$  см от оси прямолинейного проводника, если магнитная проницаемость провода  $\mu \approx 1$ ?

105. Определить напряженность магнитного поля  $H$  в центре на оси цилиндрической катушки, если магнитный поток  $\Phi$ , создаваемый магнитодвижущей силой катушки, равен

$1,1 \cdot 10^{-5}$  вб. Поперечное сечение катушки  $S=10$  см<sup>2</sup>.

106. Вычислить напряженность магнитного поля  $H$  вдоль оси цилиндрической катушки (рис. 58) в точках, находящихся на расстоянии  $x=80, 60, 40, 20$  и  $0$  см от ее центра, если длина катушки  $l=80$  см, диаметр катушки  $d=10$  см, число витков  $w=400$  и ток в катушке  $I=2,5$  а.

Р е ш е н и е. Напряженность магнитного поля на оси катушки в любой точке  $A$  (рис. 58) определяется по формуле

$$H = \frac{Iw}{2l} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) = \frac{Iw}{2l} \left( \frac{x + \frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(x + \frac{l}{2}\right)^2}} - \frac{x - \frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}} \right),$$

\* Кругового проводника.

где

$$\cos \alpha_1 = \frac{x + \frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(x + \frac{l}{2}\right)^2}}; \quad \cos \alpha_2 = \frac{x - \frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}}.$$

Подставляя данные значения в формулу, получим напряженность магнитного поля на оси катушки за пределами катушки:

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{Iw}{2l} \left( \frac{x + \frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(x + \frac{l}{2}\right)^2}} - \frac{x - \frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}} \right) = \\ &= \frac{2,5 \cdot 400}{2 \cdot 0,8} \left( \frac{0,8 + \frac{0,8}{2}}{\sqrt{0,05^2 + \left(0,8 + \frac{0,8}{2}\right)^2}} - \frac{0,8 - \frac{0,8}{2}}{\sqrt{0,05^2 + \left(0,8 - \frac{0,8}{2}\right)^2}} \right) \approx \\ &\approx 4,37 \text{ а/м} = 0,0437 \text{ а/см}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_2 &= \frac{2,5 \cdot 400}{2 \cdot 0,8} \left( \frac{0,6 + \frac{0,8}{2}}{\sqrt{0,05^2 + \left(0,6 + \frac{0,8}{2}\right)^2}} - \right. \\ &\left. - \frac{0,6 - \frac{0,8}{2}}{\sqrt{0,05^2 + \left(0,6 - \frac{0,8}{2}\right)^2}} \right) \approx 17,5 \text{ а/м} = 0,175 \text{ а/см}. \end{aligned}$$

Напряженность магнитного поля на концах катушки

$$\begin{aligned} H_3 &= \frac{2,5 \cdot 400}{2 \cdot 0,8} \left( \frac{0,4 + \frac{0,8}{2}}{\sqrt{0,05^2 + \left(0,4 + \frac{0,8}{2}\right)^2}} - \frac{0,4 - \frac{0,8}{2}}{\sqrt{0,05^2 + \left(0,4 - \frac{0,8}{2}\right)^2}} \right) \approx \\ &\approx 624 \text{ а/м} = 6,24 \text{ а/см}. \end{aligned}$$

Напряженность магнитного поля на оси катушки на расстоянии 20 см от ее центра

$$H_4 = \frac{2,5 \cdot 400}{2 \cdot 0,8} \left( \frac{0,2 + \frac{0,8}{2}}{\sqrt{0,05^2 + \left(0,2 + \frac{0,8}{2}\right)^2}} - \frac{0,2 - \frac{0,8}{2}}{\sqrt{0,05^2 + \left(0,2 - \frac{0,8}{2}\right)^2}} \right) =$$

$$= 1230 \text{ а/м} = 12,3 \text{ а/см.}$$

Напряженность магнитного поля в центре катушки

$$H_5 = \frac{2,5 \cdot 400}{2 \cdot 0,8} \left( \frac{0 + \frac{0,8}{2}}{\sqrt{0,05^2 + \left(0 + \frac{0,8}{2}\right)^2}} - \frac{0 - \frac{0,8}{2}}{\sqrt{0,05^2 + \left(0 - \frac{0,8}{2}\right)^2}} \right) =$$

$$= 1240 \text{ а/м} = 12,4 \text{ а/см.}$$

Следовательно, наибольшая напряженность магнитного поля получается в центре катушки, а на концах катушки напряженность магнитного поля в два раза меньше, чем в центре.

107. Определить напряженность магнитного поля  $H$  вдоль оси цилиндрической катушки в точках, находящихся на расстоянии  $x=60; 45; 30; 15$  и  $0$  см от ее центра, если длина катушки  $l=30$  см, диаметр  $d=6$  см, число витков  $w=360$  и ток в катушке  $I=5$  а.

108. Сколько метров проволоки потребуется для изготовления цилиндрической катушки длиной  $l=1,2$  м и диаметром  $d=0,1$  м, если при прохождении тока  $I=1$  а в ней (в центре) будет создаваться напряженность магнитного поля  $H=500$  а/м?

109. Найти магнитодвижущую силу  $F$  катушки длиной  $l=30$  см, если напряженность магнитного поля внутри ее (в центре)  $H=120$  а/см.

110. По условию задачи 109 определить число витков  $w$  катушки, если в ней проходит ток  $I=10$  а.

111. Вычислить напряженность магнитного поля  $H$  внутри полого цилиндрического проводника, если по нему проходит ток  $I$ .

112. Намагнитится ли стальной сердечник, если его вставить в полый цилиндрический проводник, по которому проходит ток  $I$ ?

113. Чему равен ток  $I$ , проходящий по обмотке цилиндрической катушки, если длина ее  $l=32$  см, поперечное сечение  $S=8$  см<sup>2</sup>, число витков  $w=250$  и магнитный поток, создаваемый магнитодвижущей силой катушки,  $\Phi=7,2 \cdot 10^{-6}$  вб?

114. Определить магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий стальное кольцо круглого сечения с внутренним диаметром  $d_1=32$  см и внешним  $d_2=47$  см, если на кольцо намотана обмотка с числом витков  $w=800$ , магнитная проницаемость стали  $\mu=3500$  и ток в обмотке  $I=15$  а.

115. По условию задачи 114 определить, какой ток  $I$  должен проходить по обмотке, если в кольце сделать воздушный зазор длиной  $\delta = 2,5$  мм, причем предполагаем, что магнитный поток  $\Phi$  остается таким же, как и в задаче 114?

116. Два прямолинейных параллельных провода, расстояние между осями которых  $a = 1$  м очень мало по сравнению с их длиной и велико по сравнению с их радиусом. По проводам проходит в противоположных направлениях ток  $I = 250$  а. Окружающая среда — воздух. Определить магнитную индукцию  $B$  и напряженность магнитного поля  $H$  в точке, лежащей в плоскости, проходящей через оси проводов и удаленной от оси первого провода на  $a_1 = 0,7$  м, а от оси другого на  $a_2 = 0,3$  м.

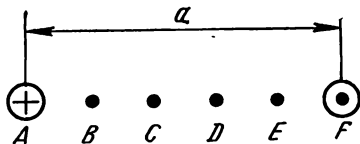


Рис. 59

117. По двум прямолинейным параллельным проводам проходит в противоположных направлениях ток  $I = 200$  а. Расстояние между осями проводов  $a = 0,5$  м. Окружающая среда — воздух. Какова магнитная индукция  $B$  в точках  $A, B, C, D, E, F$ , расположенных в плоскости оси проводов (рис. 59)?

Решение. Магнитная индукция в любой точке определяется по формуле

$$B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 \frac{I}{2\pi a}.$$

Так как \*  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  гн/м, то

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I}{2\pi a} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{a} \text{ [тл]}.$$

Магнитная индукция внутри проводника на расстоянии  $x$  от его оси определяется по формуле

$$B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 \frac{Ix}{2\pi r^2}.$$

Магнитная индукция в точке  $A$ , создаваемая током в первом и втором проводниках,  $B_{1A} = 0$ ;

$$B_{2A} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{200}{0,5} = 0,8 \cdot 10^{-4} \text{ тл} = 0,8 \text{ га}.$$

Так как  $B_{1A} = 0$ , то  $B_A = B_{2A} = 0,8$  га.

\* Для воздуха  $\mu_a = \mu_0 \mu \approx \mu_0$ .

Магнитная индукция в точке  $B$

$$B_{1B} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{AB} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{200}{0,1} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ тл} = 4 \text{ гс};$$

$$B_{2B} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{I}{FB} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{200}{0,4} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ тл} = 1 \text{ гс}.$$

Так как ток в проводах направлен в разные стороны, то векторы магнитной индукции  $\vec{B}_{1B}$  и  $\vec{B}_{2B}$  имеют одинаковое направление, а поэтому результирующая магнитная индукция равна арифметической сумме магнитных индукций  $B_{1B}$  и  $B_{2B}$ :

$$B_B = B_{1B} + B_{2B} = 4 + 1 = 5 \text{ гс}.$$

Аналогичным образом определим магнитные индукции в точках  $C, D, E, F$ , т. е.  $B_C = 3,33 \text{ гс}$ ;  $B_D = 3,33 \text{ гс}$ ;  $B_E = 5 \text{ гс}$  и  $B_F = 0,8 \text{ гс}$ .

118. Три параллельных провода расположены в вершинах равностороннего треугольника (рис. 60). Расстояние между осями проводов  $a = 15 \text{ см}$ . Токи, проходящие по проводам, соответственно равны:  $I_1 = 8000 \text{ а}$ ,  $I_2 = 4000 \text{ а}$  и  $I_3 = 4000 \text{ а}$ , а их направления показаны на рис. 60.

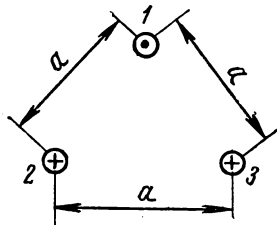


Рис. 60

Определить величину и направление силы  $F$ , действующей на опоры, поддерживающие провод 1, если расстояние между соседними опорами равно 1 м.

119. По двум параллельным проводам проходит в противоположных направлениях ток  $I = 500 \text{ а}$ . Расстояние между осями проводов  $a = 0,1 \text{ м}$ . Провода укреплены на изоляторах, причем расстояние между соседними изоляторами  $l = 1 \text{ м}$ . Определить величину и направление силы  $F$ , действующей на каждый изолятор.

120. Двигатель постоянного тока имеет число проводников  $N = 300$ , ток в каждом проводнике  $i_a = 45 \text{ а}$ . Вычислить работу  $A$ , совершаемую двигателем, если магнитный поток  $\Phi$ , пересекаемый каждым проводником в течение 1 сек., равен  $3,4 \cdot 10^{-2} \text{ вб}$ .

121. Двигатель постоянного тока имеет число проводников  $N = 198$ , ток в каждом проводнике  $i_a = 147,5 \text{ а}$ , активная длина проводника  $l = 0,725 \text{ м}$ . Скорость вращения двигателя  $n = 660 \text{ об/мин}$ . Определить мощность  $P_2$ , развиваемую двигателем, и вращающий момент  $M$ , если якорь двигателя вращается в радиальном магнитном поле с магнитной индукцией  $B = 0,702 \text{ тл}$ ; диаметр якоря  $D_a = 0,35 \text{ м}$ .

122. По замкнутому плоскому контуру, симметричному относительно оси, проходит ток  $I = 50 \text{ а}$ . Чему равен магнитный поток  $\Phi_1$ , пронизывающий контур в его начальном положении, если



контур поворачивается вокруг оси симметрии на угол  $180^\circ$ , совершая при этом работу  $A=1000$  дж?

123. Магнитная проницаемость стали  $\mu_1=4000$ . Вектор магнитной индукции в стали равен  $B_1=0,3$  тл и образует с нормалью к поверхности раздела угол  $\alpha_1=86^\circ$ . Определить угол  $\alpha_2$ , который образует вектор магнитной индукции  $\vec{B}_2$  в воздухе (рис. 61) с нормалью к поверхности раздела, а также найти магнитную индукцию  $B_2$  и напряженность магнитного поля  $H_2$ .

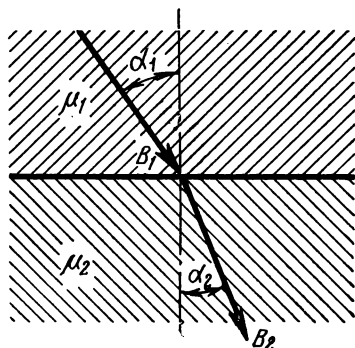


Рис. 61

124. В среде с магнитной проницаемостью  $\mu_1=1$  магнитная индукция  $B_1=0,2$  тл. В поле помещена пластинка, магнитная проницаемость которой  $\mu_2=8$ , так что нормаль к поверхности раздела образует с вектором магнитной индукции  $\vec{B}_1$  угол  $\alpha_1=30^\circ$ . Чему равны угол  $\alpha_2$  между вектором магнитной индукции  $\vec{B}_2$  и нормалью к поверхности раздела, магнитная индукция  $B_2$  и напряженность магнитного поля  $H_2$ ?

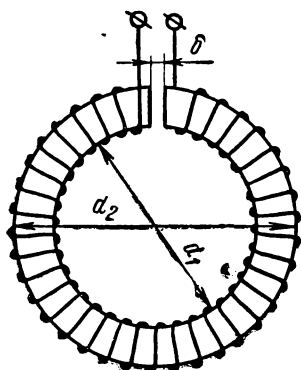


Рис. 62

125. Определить магнитное сопротивление  $r_m$  стального сердечника кольцевой катушки (рис. 62), если внутренний диаметр ее  $d_1=18$  см, внешний  $d_2=24$  см, магнитная проницаемость стали  $\mu=4000$ , длина воздушного зазора  $\delta=0,3$  см.

126. По условию задачи 125 вычислить магнитодвижущую силу  $F$  кольцевой катушки, если магнитная индукция  $B=0,6$  тл.

127. Сколько витков  $w$  имеет кольцевая катушка, площадь поперечного сечения которой  $S=25$  см<sup>2</sup>, средний диаметр  $d=50$  см, магнитный поток внутри нее  $\Phi=45 \cdot 10^{-4}$  вб? Сердечник катушки имеет два воздушных зазора длиной каждый  $\delta=0,2$  см. Материал сердечника — стальное литье. Ток в катушке  $I=20$  а.

128. Внутренний диаметр кольцевой катушки  $d_1=20$  см, внешний  $d_2=25$  см, число витков  $w=900$ , поперечное сечение стального сердечника катушки — круглое, магнитная проницаемость стали  $\mu=3000$ . Определить энергию  $W_m$ , запасенную в магнитном поле катушки, если по ней проходит ток  $I=30$  а.

129. Вычислить магнитную индукцию  $B$  в сердечнике подковообразного магнита, если подъемная сила его  $F=95$  кГ, а поперечное сечение  $S=8$  см<sup>2</sup>.

130. Электромагнит рассчитан на напряжение 500 в и имеет число витков  $w=500$ , диаметр провода  $d=0,8$  мм. Какое число витков  $w_1$  и диаметр провода  $d_1$  будет иметь обмотка электромагнита, если он должен быть включен в сеть напряжением 220 в?

131. Прямолинейный проводник с активной длиной  $l=0,5$  м пересекает однородное (равномерное) магнитное поле под углом  $\alpha=90^\circ$  со скоростью  $v=20$  м/сек. Определить э. д. с.  $e$ , индуцируемую в проводнике, если магнитная индукция  $B=1$  тл.

132. По условию задачи 131 найти э. д. с., индуцируемую в проводнике, если он пересекает магнитное поле под углом  $\alpha=33^\circ 20'$ .

133. Прямолинейный проводник с активной длиной  $l=0,7$  м пересекает однородное магнитное поле под углом  $\alpha=30^\circ$  со скоростью  $v=10$  м/сек. Какова магнитная индукция  $B$ , если э. д. с., индуцируемая в проводнике,  $e=4,9$  в?

134. В однородном магнитном поле с магнитной индукцией  $B=0,3$  тл вращается катушка со скоростью  $n=3000$  об/мин; при этом ось катушки перпендикулярна направлению магнитного поля. Площадь катушки  $S=400$  см<sup>2</sup>, число витков катушки  $w=20$ . Определить наибольшее значение э. д. с.  $E_m$ , индуцируемой в катушке.

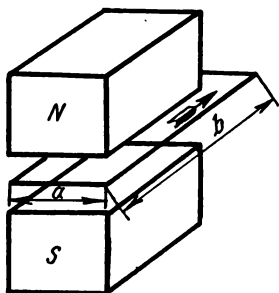


Рис. 63

135. В однородном магнитном поле (рис. 63) перпендикулярно к линиям магнитной индукции движется прямоугольная рамка, имеющая стороны  $a=20$  см и  $b=30$  см, со скоростью  $v=8$  м/сек. Определить э. д. с. индукции  $e$ , ток  $I$ , проходящий по рамке, мощность  $P$ , если известно, что рамка сделана из медной про-

волоки диаметром  $d=1,38$  мм ( $\gamma=57$  м/ом·мм<sup>2</sup>), магнитная индукция  $B=0,5$  тл и линии магнитной индукции пересекаются только одной стороной рамки  $a$  (как показано на рис. 63 стрелкой).

136. Вычислить индуктивность  $L$  контура, если потокосцепление самоиндукции контура  $\Psi_L=5 \cdot 10^{-3}$  вб при токе в нем  $I=40$  а.

137. Определить потокосцепление самоиндукции  $\Psi_L$  контура, если индуктивность его  $L=5,5$  мГн, а ток в нем  $I=40$  а.

138. Чему равен ток  $I$  в контуре, если известно, что потокосцепление самоиндукции контура  $\Psi_L=55 \cdot 10^{-3}$  вб, а индуктивность его  $L=2,5$  мГн?

139. Вычислить индуктивность  $L$  катушки, если ток в ней изменяется на 4 а в течение 0,1 сек., при этом индуцируется э. д. с. самоиндукции  $e_L=40$  в.

140. Какова э. д. с. самоиндукции  $e_L$  катушки, обладающей

индуктивностью  $L=0,5$  гн, если ток в ней уменьшается на  $0,2$  а в течение  $0,001$  сек?

141. Ток, изменяющийся с течением времени по закону синуса  $i=I_m \sin \omega t = 10 \sin 314t$ , проходит по катушке с индуктивностью  $L=57$  мгн (сопротивление  $r \approx 0$ ). Определить наибольшее значение э. д. с. самоиндукции  $E_{mL}$ , а также построить кривые тока  $i$  и э. д. с. самоиндукции  $e_L$  по времени.

142. По катушке, сопротивление которой  $r=10$  ом и индуктивность  $L=27$  мгн, проходит ток, возрастающий со скоростью  $\frac{di}{dt}=1000$  а/сек. Чему равно мгновенное значение напряжения  $u$  на зажимах катушки для момента, когда абсолютная величина тока  $i=10$  а?

143. По условию задачи 142 определить мгновенное значение напряжения  $u$  на зажимах катушки, если ток не возрастает, а убывает со скоростью  $\frac{di}{dt}=-1000$  а/сек.

144. Катушка, сопротивление которой  $r \approx 0$  и индуктивность  $L=1$  гн, включается на напряжение, равное  $20$  в. Вычислить время  $t$ , в течение которого ток в катушке достигает  $30$  а.

145. Найти индуктивность  $L$  катушки, если ток в ней  $I=20$  а, а энергия ее магнитного поля  $W_m=11$  дж.

146. Определить энергию  $W_m$ , запасенную в магнитном поле катушки, индуктивность которой  $L=85$  мгн, если ток, проходящий по обмотке катушки,  $I=8$  а.

147. Вывести выражение для индуктивности  $L$  двухпроводной линии с медными проводниками, имеющими радиус  $r$ , расстояние между осями проводов  $a$ , длину линии  $l$ .

148. Определить индуктивность  $1$  км двухпроводной линии из медного провода при расстоянии между осями проводов  $a=2,5$  м и диаметре провода  $d=2r=1,1$  см.

149. Вычислить эквивалентную индуктивность двух катушек, индуктивно не связанных при последовательном и параллельном соединении, если их индуктивности соответственно равны:  $L_1=24$  мгн и  $L_2=80$  мгн.

150. Определить эквивалентную индуктивность трех катушек, индуктивно не связанных при последовательном и параллельном соединении их, если индуктивности катушек соответственно равны:

$$L_1 = 25 \text{ мгн};$$

$$L_2 = 40 \text{ мгн};$$

$$L_3 = 20 \text{ мгн}.$$

151. По контуру  $I$  (рис. 64) проходит ток  $I_1=10$  а. Определить взаимную индуктивность  $M$  контуров, если потокоцепление взаимной индукции контура  $II$   $\Psi_{21}=16 \cdot 10^{-3}$  вб.

152. Найти потокосцепление взаимной индукции  $\Psi_{21}$  контура  $II$  (рис. 64), если по контуру  $I$  проходит ток  $I_1=12$  а, а взаимная индукция контуров  $M=15$  мГн.

153. Чему равен ток  $I_1$ , проходящий по контуру  $I$  (рис. 64), если потокосцепление взаимной индукции контура  $II$   $\Psi_{21}=12 \cdot 10^{-2}$  вб и взаимная индуктивность контуров  $M=12$  мГн?

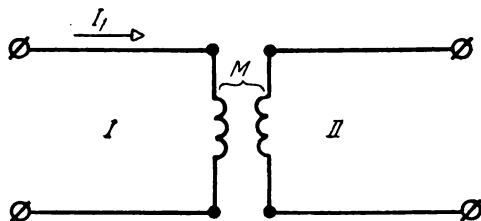


Рис. 64

154. Определить взаимную индуктивность  $M$  контуров (рис. 64), если в контуре  $I$  через каждые 0,02 сек. ток изменяется на 5 а, а в контуре  $II$  индуцируется э. д. с. взаимной индукции  $e_{M2}=10$  в.

155. Определить электродвижущую силу взаимной индукции  $e_{M2}$ , индуцируемую в контуре  $II$  (рис. 64), если в контуре  $I$  через каждые 0,08 сек. ток изменяется на 4 а и взаимная индуктивность контуров  $M=0,05$  Гн.

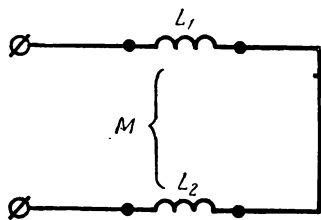


Рис. 65

156. Найти взаимную индуктивность  $M$  катушек, включенных последовательно (рис. 65), если при согласном включении индуктивность цепи  $L'=42$  мГн, а при встречном  $L''=4,4$  мГн.

157. Чему равен коэффициент связи  $k$  двух катушек, включенных последовательно (рис. 65), если при согласном включении индуктивность цепи  $L'=274$  мГн, а при встречном  $L''=32$  мГн; индуктивность второй катушки  $L_2=65$  мГн.

**Решение.** При согласном включении катушек индуктивность цепи равна:

$$L' = L_1 + L_2 + 2M, \quad (55)$$

а при встречном включении

$$L'' = L_1 + L_2 - 2M. \quad (56)$$

Имея два уравнения с двумя неизвестными, можем определить взаимную индуктивность  $M$  катушек и индуктивность  $L_1$  первой катушки, т. е., вычитая из уравнения (55) уравнение (56), получим:

$$L' - L'' = 4M,$$

откуда 
$$M = \frac{L' - L''}{4} = \frac{0,274 - 0,032}{4} = 0,0605 \text{ гн.}$$

Сложим уравнения (55) и (56), тогда

$$L' + L'' = 2L_1 + 2L_2,$$

отсюда 
$$L_1 = \frac{L' + L''}{2} - L_2 = \frac{0,274 + 0,032}{2} - 0,065 = 0,088 \text{ гн.}$$

Коэффициент связи определяется по формуле

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{0,0605}{\sqrt{0,088 \cdot 0,065}} = 0,8.$$

158. Определить коэффициент связи  $k$  двух катушек, включенных последовательно (рис. 65), если при согласном включении индуктивность цепи  $L' = 173 \text{ мгн}$ , а при встречном  $L'' = 25,2 \text{ мгн}$ . Индуктивность второй катушки  $L_2 = 44 \text{ мгн}$ .

159. Вычислить индуктивность цепи (рис. 65) при согласном и встречном включениях катушек, если индуктивность первой катушки  $L_1 = 25 \text{ мгн}$ , второй  $L_2 = 16 \text{ мгн}$  и коэффициент связи  $k = 0,75$ .

160. Определить коэффициент связи  $k$  двух обмоток, намотанных на общий сердечник, если индуктивность первой обмотки  $L_1 = 55 \text{ мгн}$ , второй  $L_2 = 35,2 \text{ мгн}$  и взаимная индуктивность  $M = 37,4 \text{ мгн}$ .

161. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = 40 \text{ мгн}$ ,  $L_2 = 60 \text{ мгн}$  включены параллельно (рис. 66) и имеют взаимную индуктивность  $M = 20 \text{ мгн}$ . Чему равна эквивалентная индуктивность цепи при согласном и встречном включениях катушек?

162. По контуру проходит ток  $I = 50 \text{ а}$ . Найти энергию  $W_m$ , запасенную в магнитном поле контура, если индуктивность его  $L = 60 \text{ мгн}$ .

163. Два контура имеют индуктивности  $L_1 = 12 \text{ мгн}$  и  $L_2 = 29 \text{ мгн}$ , коэффициент связи  $k = 0,8$ . Определить энергию магнитного поля, создаваемого контурами при токах  $i_1 = 20 \text{ а}$  и  $i_2 = 30 \text{ а}$ , когда токи имеют одинаковые направления и когда они направлены в противоположные стороны.

164. По условию задачи 163 вычислить энергию магнитного поля  $W_m$ , создаваемого двумя контурами, если эти контуры раздвинуты на весьма большое расстояние.

165. На стальное кольцо, магнитная проницаемость которого  $\mu = 3000$ , равномерно намотаны две обмотки с числом витков

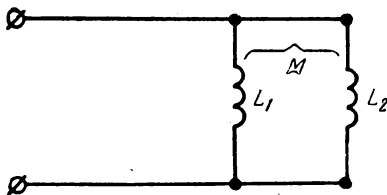


Рис. 66

$w_1=500$  и  $w_2=700$ . Сечение кольца  $S=3,5 \text{ см}^2$ , средний диаметр  $d=20 \text{ см}$ . Найти взаимную индуктивность  $M$  катушек, а также энергию магнитного поля внутри кольца при токах  $i_1=8 \text{ а}$  и  $i_2=14 \text{ а}$ , когда токи имеют одинаковые направления и когда они направлены в противоположные стороны.

**Р е ш е н и е.** Магнитный поток первой катушки

$$\Phi_1 = B_1 S = \mu \mu_0 H_1 S = \mu \mu_0 \frac{i_1 w_1}{l} S.$$

Так как этот магнитный поток пронизывает вторую катушку, то потокосцепление взаимной индукции

$$\Psi_{21} = w_2 \Phi_1 = w_2 w_1 \mu \mu_0 \frac{i_1 S}{l} = w_2 w_1 \mu \mu_0 \frac{i_1 S}{\pi d}.$$

Взаимная индуктивность катушек

$$M = \frac{\Psi_{21}}{i_1} = w_1 w_2 \mu_0 \mu \frac{S}{\pi d} = 500 \cdot 700 \cdot 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 3000 \cdot \frac{3,5}{3,14 \cdot 20} = 0,735 \text{ гн}.$$

Индуктивность первой катушки

$$L_1 = \frac{w_1 \Phi_1}{i_1} = \frac{w_1^2 \mu_0 \mu S}{l} = \frac{500^2 \cdot 1,256 \cdot 10^{-8} \cdot 3000 \cdot 3,5}{3,14 \cdot 20} = 0,525 \text{ гн}.$$

Индуктивность второй катушки

$$L_2 = \frac{w_2 \Phi_2}{i_2} = \frac{w_2^2 \mu_0 \mu S}{l} = \frac{L_1 w_2^2}{w_1^2} = \frac{0,525 \cdot 700^2}{500^2} = 1,029 \text{ гн}.$$

Энергия магнитного поля при одинаковом направлении токов

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + M i_1 i_2 = \\ &= \frac{0,525 \cdot 8^2}{2} + \frac{1,029 \cdot 14^2}{2} + 0,735 \cdot 8 \cdot 14 \approx 200 \text{ дж}. \end{aligned}$$

Энергия магнитного поля, когда токи направлены в противоположные стороны,

$$W_2 = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} - M i_1 i_2 = \frac{0,525 \cdot 8^2}{2} + \frac{1,029 \cdot 14^2}{2} - 0,735 \cdot 8 \cdot 14 \approx 35,3 \text{ дж}.$$

166. На стальное кольцо, магнитная проницаемость которого  $\mu=4000$ , равномерно намотаны две обмотки с числом витков  $w_1=300$  и  $w_2=500$ . Сечение кольца  $S=3 \text{ см}^2$ , а средний диаметр  $d=18 \text{ см}$ . Определить взаимную индуктивность  $M$  катушек, а также энергию магнитного поля внутри кольца при токах  $i_1=2,5 \text{ а}$  и  $i_2=4 \text{ а}$ , когда токи имеют одинаковые направления и когда они направлены в противоположные стороны.

---

## Глава четвертая

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

#### 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ТОКЕ

Переменным электрическим током, или просто переменным током, называется электрический ток, изменяющийся с течением времени. Значение тока в рассматриваемый момент времени называется мгновенным значением тока. В технике обычно применяют периодический электрический ток, мгновенные значения которого повторяются через равные промежутки времени. Наиболее широкое применение получил синусоидальный ток, т. е. ток, являющийся синусоидальной функцией времени.

Мгновенное значение синусоидального тока определяется по формуле

$$i = I_m \sin (\omega t + \psi_i), \quad (1)$$

где  $i$  — мгновенное значение синусоидального тока, а;

$I_m$  — максимальное значение или амплитуда тока, а;

$\omega$  — угловая частота, 1/сек;

$\psi_i$  — начальная фаза;

$t$  — время, сек.

Значение аргумента синусоидального тока  $\omega t + \psi_i$ , отсчитываемое от ближайшей предшествующей точки перехода этого тока через нуль к положительному значению, называется фазой синусоидального тока, а величина  $\psi_i$ , определяющая значение фазы синусоидального тока в начальный момент времени ( $t=0$ ), называется начальной фазой синусоидального тока.

Период электрического тока — наименьший промежуток времени, по истечении которого мгновенные значения периодического тока повторяются.

Частота тока есть величина, обратная периоду тока, т. е. число периодов в секунду:

$$f = \frac{1}{T}, \quad (2)$$

где  $f$  — частота тока,  $гц$ ;

$T$  — период тока, сек.

Частоту тока можно выразить через число пар полюсов генератора переменного тока и скорость вращения (число оборотов в минуту) его, т. е.

$$f = \frac{pn}{60}, \quad (3)$$

где  $p$  — число пар полюсов;

$n$  — скорость вращения генератора переменного тока,  $об/мин$ .

У г л о в а я ч а с т о т а синусоидального тока равна частоте синусоидального тока, умноженной на  $2\pi$ , т. е.

$$\omega = 2\pi f. \quad (4)$$

Д е й с т в у ю щ е \* з н а ч е н и е п е р и о д и ч е с к о г о т о к а определяется по формуле

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}, \quad (5)$$

где  $I$  — действующее значение периодического тока,  $а$ .

При синусоидальном токе  $i = I_m \sin \omega t$  действующее значение тока

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (6)$$

С р е д н е е з н а ч е н и е с и н у с о и д а л ь н о г о т о к а за положительную полуволну

$$I_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m, \quad (7)$$

где  $I_{cp}$  — среднее значение синусоидального тока,  $а$ .

К о э ф ф и ц и е н т ф о р м ы к р и в о й т о к а называют отношение действующего значения переменного тока  $I$  к его среднему значению  $I_{cp}$ :

$$k_\phi = \frac{I}{I_{cp}}, \quad (8)$$

где  $k_\phi$  — коэффициент формы кривой тока.

Для синусоидального тока коэффициент формы кривой равен 1,11.

---

\* Вместо термина «действующее значение» иногда употребляют термин «эффективное значение».



## 2. СЛОЖЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН

Даны две э. д. с.:

$$e_1 = E_{1m} \sin (\omega t + \psi_1) \text{ и } e_2 = E_{2m} \sin (\omega t + \psi_2).$$

Найти суммарную э. д. с.  $e$ . Отложив амплитуды э. д. с.

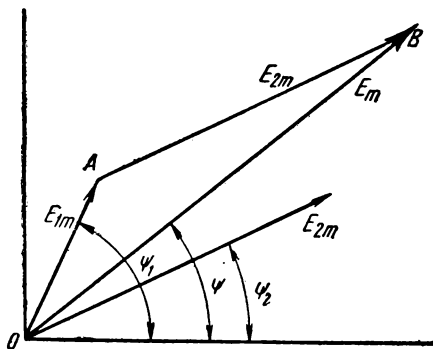


Рис. 67

$E_{1m}$  и  $E_{2m}$ , как показано на рис. 67, и сложив эти амплитуды, получим амплитуду суммарной э. д. с.  $E_m$ . Из треугольника  $OAB$  имеем:

$$E_m = \sqrt{E_{1m}^2 + E_{2m}^2 + 2E_{1m}E_{2m} \cos (\psi_1 - \psi_2)}, \quad (9)$$

а начальную фазу суммарной э. д. с. определим из соотношения:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{E_m \sin \psi}{E_m \cos \psi} = \frac{E_{1m} \sin \psi_1 + E_{2m} \sin \psi_2}{E_{1m} \cos \psi_1 + E_{2m} \cos \psi_2}, \quad (10)$$

где  $E_m \sin \psi = E_{1m} \sin \psi_1 + E_{2m} \sin \psi_2$ ,  $E_m \cos \psi = E_{1m} \cos \psi_1 + E_{2m} \cos \psi_2$  — проекции векторов на оси ординат и абсцисс при  $t=0$ . Следовательно, зная  $E_m$  и  $\psi$ , можно написать:

$$e = e_1 + e_2 = E_m \sin (\omega t + \psi).$$

## 3. ЦЕПЬ С АКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

При синусоидальном напряжении

$$u = U_m \sin \omega t \quad . \quad .$$

на зажимах цепи (рис. 68) ток в цепи с активным сопротивлением также изменяется по закону синуса, т. е.

$$i = \frac{u}{r} = \frac{U_m \sin \omega t}{r} = I_m \sin \omega t, \quad (11)$$

где

$$I_m = \frac{U_m}{r} \quad (12)$$

амплитуда тока,  $a$ ;  
 $u$  — мгновенное значение напряжения,  $e$ ;  
 $r$  — активное сопротивление,  $ом$ ;  
 $U_m$  — амплитуда напряжения,  $e$ .

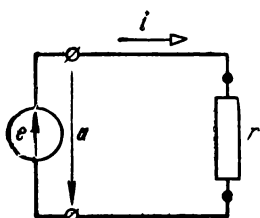


Рис. 68

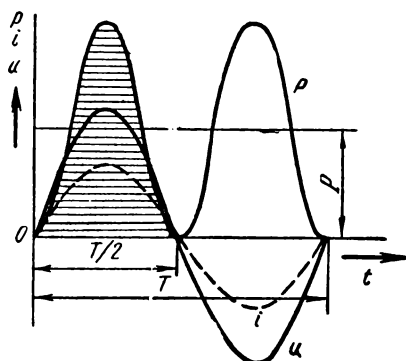
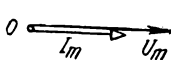


Рис. 69

Ток и напряжение совпадают по фазе (рис. 69).

Разделив левую и правую части уравнения (12) на  $\sqrt{2}$ , получим действующее значение тока:

$$I = \frac{U}{r}, \quad (13)$$

где  $U$  — действующее значение напряжения,  $e$ .

Мгновенной мощностью называется скорость поступления в цепь электромагнитной энергии в данный момент времени, равная произведению мгновенного значения напряжения  $u$  на мгновенное значение тока  $i$ :

$$p = ui = U_m I_m \sin^2 \omega t = \frac{U_m I_m}{2} - \frac{U_m I_m}{2} \cos 2\omega t = UI - UI \cos 2\omega t, \quad (14)$$

где  $p$  — мгновенная мощность,  $вт$ .

Среднее значение мгновенной мощности за период называется активной мощностью \* электрической

\* Средняя мощность переменного тока за период.

цепи:

$$P = \frac{\int_0^T p dt}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T (UI - UI \cos 2\omega t) dt = \\ = UI = rI^2 = \frac{U^2}{r}, \quad (15)$$

где  $P$  — активная мощность, *вт*.

#### 4. ЦЕПЬ С ИНДУКТИВНОСТЬЮ

При прохождении синусоидального тока по катушке (рис. 70)

$$i = I_m \sin \omega t, \quad (16)$$

обладающей постоянной индуктивностью (активным сопротивлением катушки пренебрегаем), в ней создается синусоидальный

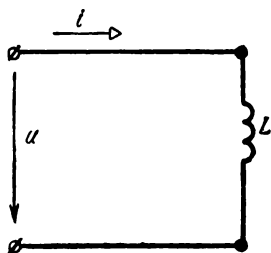


Рис. 70

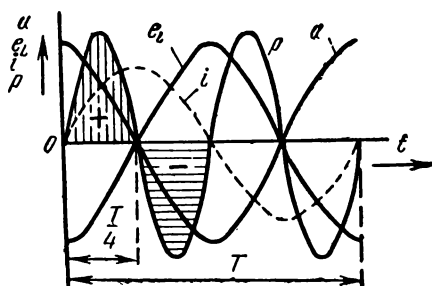


Рис. 71

магнитный поток  $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$ , который индуцирует э. д. с. самоиндукции:

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = \\ = -\omega L I_m \cos \omega t = \\ = \omega L I_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right), \quad (17)$$

где  $e_L$  — э. д. с. самоиндукции, *в*;

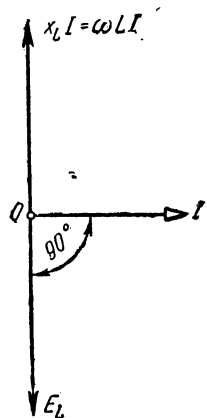
$L$  — индуктивность катушки, *гн*;

$\Phi$  — мгновенное значение магнитного потока, *вб*;

$\Phi_m$  — амплитуда магнитного потока, *вб*.

Из уравнений (16) и (17) видно, что э. д. с. самоиндукции по фазе отстает от тока на четверть периода или на угол  $90^\circ$  (рис. 71 и 72).

Э. д. с. самоиндукции имеет такое направление, что всегда препятствует изменению тока, поэтому, чтобы по катушке проходил переменный ток, необходимо приложить к зажимам катушки напряжение  $u$ , равное по величине, но противоположное по направлению э. д. с. самоиндукции  $e_L$ , т. е.



$$u = -e_L = -\left(-L \frac{di}{dt}\right) = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = U_m \cos \omega t = U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad (18)$$

где

$$U_m = \omega L I_m \quad (19)$$

амплитуда напряжения.

Из уравнений (16) и (18) видно, что ток отстает по фазе от напряжения, приложенного к катушке, на четверть периода или на угол  $90^\circ$ .

Рис. 72

Разделив левую и правую части уравнения (19) на  $\sqrt{2}$ , получим действующее значение напряжения:

$$U = \omega L I, \quad (20)$$

откуда действующее значение тока

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{x_L}, \quad (21)$$

где  $x_L = \omega L = 2\pi f L$  — индуктивное сопротивление, *ом*.

Мгновенная мощность равна:

$$p = ui = U_m \cos \omega t \cdot I_m \sin \omega t = \frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t = UI \sin 2\omega t, \quad (22)$$

т. е. мгновенная мощность изменяется по синусоиде с двойной частотой (рис. 71).

Цепь с индуктивностью обладает лишь реактивной мощностью, которая равна:

$$Q = UI \sin \varphi = x_L I^2, \quad (23)$$

где  $Q$  — реактивная мощность, *вар*, а активная мощность равна нулю. Это объясняется тем, что в первую четверть периода, когда ток возрастает от нуля до наибольшего значения  $I_m$ , ток  $i$  и напряжение  $u$  имеют одинаковое направление, а э. д. с. самоиндукции  $e_L$  имеет направление, противоположное току. Поэтому источник приложенного напряжения совершает положительную работу

( $p=ui>0$ ) против э. д. с. самоиндукции, и в магнитном поле индуктивности запасается энергия, равная

$$W_{м. макс} = \int_0^{T/4} u i dt = \int_0^{T/4} L \frac{di}{dt} \cdot i dt = L \int_0^{I_m} i di = \frac{LI_m^2}{2} = LI_m^2 \quad (24)$$

где  $W_{м. макс.}$  — максимальное значение энергии, запасаемой в магнитном поле, Дж.

Во вторую четверть периода ток \* уменьшается от  $I_m$  до нуля и магнитное поле постепенно распадается, а энергия, запасенная в магнитном поле, возвращается источнику приложенного напряжения. Следовательно, в цепи с индуктивностью происходит непрерывный обмен энергии между источником напряжения и магнитным полем индуктивности.

## 5. ЦЕПЬ С ЕМКОСТЬЮ

Если к зажимам источника, создающего напряжение

$$u = U_m \sin \omega t, \quad (25)$$

присоединить емкость (конденсатор)  $C$  (рис. 73), то конденсатор будет заряжаться и разряжаться и в цепи будет проходить переменный ток. На самом деле, если за бесконечно малый промежуток времени  $dt$  напряжение источника возрастет на величину  $du$ , то к обкладкам конденсатора притечет электрический заряд:  $dq = Cdu$ .

Так как  $dq = idt$ , то ток, проходящий по цепи, будет:

$$\begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} = \frac{Cdu}{dt} = \frac{Cd(U_m \sin \omega t)}{dt} = \omega CU_m \cos \omega t = \\ &= I_m \cos \omega t = I_m \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\omega CU_m = I_m \quad (27)$$

— амплитуда тока, а;

$C$  — емкость конденсатора, ф.

Из уравнений (25) и (26) видно, что ток опережает по фазе напряжение на четверть периода или на  $90^\circ$  (рис. 74 и 75). Разделив левую и правую части уравнений (27) на  $\sqrt{2}$ , получим

---

\* В этом случае  $i$  и  $e_L$  имеют одинаковое направление, а  $u$  имеет направление, противоположное току  $i$ .

действующее значение тока:

$$I = \omega C U = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U}{x_C}, \quad (28)$$

где  $x_C = \frac{1}{\omega C}$  — емкостное сопротивление, *ом*.

Мгновенная мощность цепи с емкостью

$$p = ui = U_m \sin \omega t I_m \cos \omega t = \frac{U_m I_m}{2} \sin 2\omega t = UI \sin 2\omega t, \quad (29)$$

т. е. мгновенная мощность изменяется по синусоиде с двойной частотой, и наибольшее значение ее будет равно  $\frac{U_m I_m}{2} = UI$ .

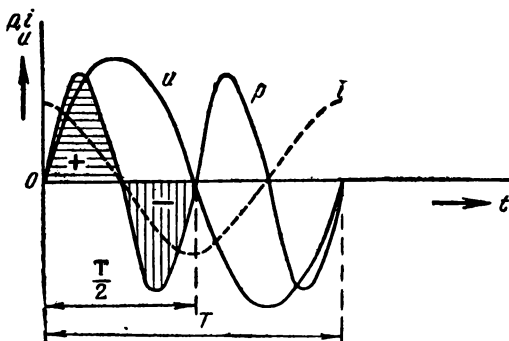


Рис. 74

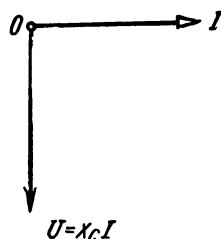


Рис. 75

В первую четверть периода, когда напряжение возрастает от нуля до наибольшего значения  $U_m$ , конденсатор заряжается, и энергия, сообщаемая источником напряжения конденсатору, запасается в электрическом поле и равна:

$$W_{\text{э. макс}} = \int_0^{T/4} u i dt = \int_0^{T/4} u C \frac{du}{dt} dt = \int_0^{U_m} C u du = \frac{C U_m^2}{2} = C U^2, \quad (30)$$

где  $W_{\text{э. макс}}$  — максимальное значение энергии, запасаемой в электрическом поле, *дж*, что соответствует положительному значению мощности.

Во вторую четверть периода, когда напряжение уменьшается от  $U_m$  до нуля, конденсатор разряжается, а энергия, запасенная в электрическом поле конденсатора, возвращается источнику напряжения, что соответствует отрицательному значению мощности.

Следовательно, энергия, расходуемая в цепи с емкостью за полупериод или за целое число полупериодов, а также и активная мощность равны нулю.

## 6. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ АКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ $r$ , ИНДУКТИВНОСТИ $L$ И ЕМКОСТИ $C$

При последовательном соединении активного сопротивления  $r$ , индуктивности  $L$  и емкости  $C$  (рис. 76) напряжение, приложенное к цепи, на основании второго закона Кирхгофа, будет:

$$u = u_r + u_L + u_C, \quad (31)$$

где  $u_r = ri$  — напряжение на активном сопротивлении,  $e$ ;

$u_L = L \frac{di}{dt}$  — напряжение на индуктивности  $L$ , уравновешивающее э. д. с. самоиндукции  $e_L = -L \frac{di}{dt}$ ,  $e$ ;

$u_C = \frac{q}{C}$  — напряжение на обкладках конденсатора,  $e$ .

Уравнение (31) можно представить в векторной форме для действующих значений:

$$\bar{U} = \bar{U}_r + \bar{U}_L + \bar{U}_C. \quad (32)$$

Это уравнение дает возможность построить векторную диаграмму для данной цепи.

В произвольном направлении откладываем вектор тока  $\bar{I}$  (рис. 77). По направлению вектора тока  $\bar{I}$  откладываем вектор напряжения  $\bar{U}_r = r\bar{I}$  на активном сопротивлении, под углом  $90^\circ$  в сторону опережения вектора  $\bar{I}$ , откладываем вектор напряжения на индуктивности  $\bar{U}_L = \omega L \bar{I} = x_L \bar{I}$ , а под углом  $90^\circ$  в сторону отставания от вектора  $\bar{I}$  откладываем вектор напряжения на емкости  $\bar{U}_C = \frac{1}{\omega C} \bar{I} = x_C \bar{I}$ . Складывая векторы  $\bar{U}_r$ ,  $\bar{U}_L$  и  $\bar{U}_C$ , получим вектор напряжения  $\bar{U}$  на зажимах всей цепи.

Треугольник  $OAB$  (рис. 77) называется треугольником напряжений, который можно рассматривать как разложение вектора приложенного напряжения  $\bar{U}$  на две составляющие: активную составляющую напряжения (ак-

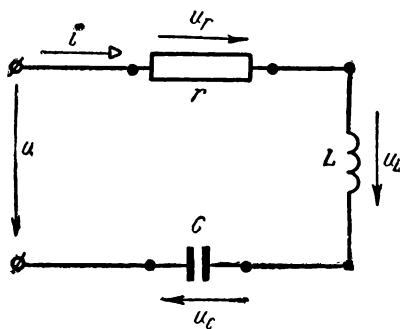


Рис. 76

тивное напряжение)  $U_a = U_r = rI = U \cos \varphi$ , совпадающую по фазе с вектором тока  $\bar{I}$ , и реактивную составляющую (реактивное напряжение)  $U_p = xI = U \sin \varphi$ , опережающую (или отстающую, в зависимости от того, что преобладает в цепи — индуктивное или емкостное сопротивление) вектор тока  $\bar{I}$  на  $90^\circ$ .

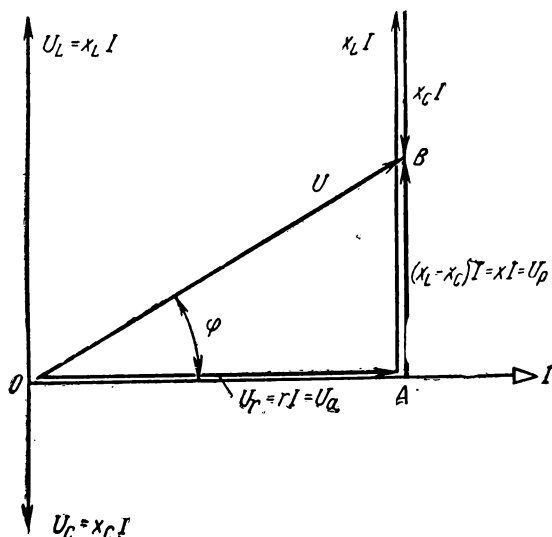


Рис. 77

Из прямоугольного треугольника  $OAB$  имеем:

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = \sqrt{r^2 I^2 + (x_L - x_C)^2 I^2} = I \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}, \quad (33)$$

откуда

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}}. \quad (34)$$

Отношение действующего значения напряжения  $U$  на зажимах цепи к действующему значению тока  $I$  в этой цепи называется полным сопротивлением цепи:

$$\frac{U}{I} = z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{r^2 + x^2}, \quad (35)$$

где  $z$  — полное сопротивление цепи,  $\text{ом}$ .

Величина  $x = x_L - x_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$  — реактивное сопротивление цепи,  $\text{ом}$ .



Угол сдвига фаз  $\varphi$  между вектором тока  $\bar{I}$  и вектором напряжения  $\bar{U}$  определяется из выражения:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_L - x_C}{r} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}. \quad (36)$$

Это соотношение показывает, что угол  $\varphi$  может получиться положительным или отрицательным в зависимости от того, что в цепи преобладает индуктивное сопротивление ( $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ ) или емкостное сопротивление ( $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ ).

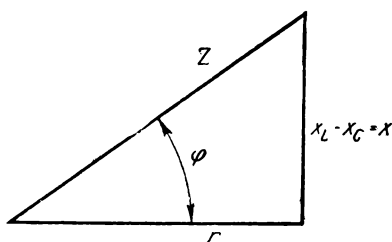


Рис. 78

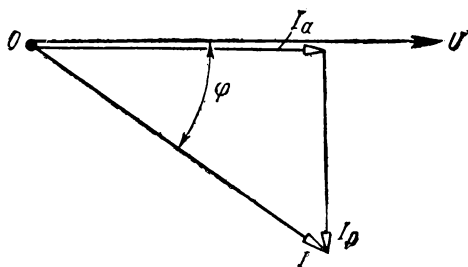


Рис. 79

Если все стороны треугольника напряжений разделим на величину тока  $I$ , то получим треугольник сопротивлений (рис. 78). Из треугольника сопротивлений имеем:

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{r^2 + x^2}; \quad (37)$$

$$\cos \varphi = \frac{r}{z}; \quad (38)$$

$$\sin \varphi = \frac{x_L - x_C}{z} = \frac{x}{z}; \quad (39)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_L - x_C}{r} = \frac{x}{r}. \quad (40)$$

Если вектор тока  $\bar{I}$  разложить на две составляющие: активную составляющую тока (активный ток)  $I_a$ , совпадающую по фазе с вектором напряжения  $\bar{U}$ , и реактивную составляющую (реактивный ток)  $I_p$ , отстающую (или опережающую, в зависимости от того, что преобладает в цепи — индуктивное или емкостное сопротивление) от вектора напряжения  $\bar{U}$  на  $90^\circ$ , то получим треугольник токов (рис. 79).

Из треугольника токов (рис. 79) имеем:

$$I_a = I \cos \varphi; \quad (41)$$

$$I_p = I \sin \varphi; \quad (42)$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}. \quad (43)$$

Если все стороны треугольника токов разделим на величину напряжения  $U$ , то получим треугольник проводимостей (рис. 80).  
Активная проводимость цепи (см. рис. 80)

$$g = \frac{I_a}{U} = \frac{I}{U} \cdot \cos \varphi = \frac{1}{z} \cdot \frac{r}{z} = \frac{r}{z^2}, \quad (44)$$

где  $g$  — активная проводимость цепи,  $1/\text{ом}$ ,  
Реактивная проводимость цепи

$$b = \frac{I_p}{U} = \frac{I}{U} \sin \varphi = \frac{1}{z} \cdot \frac{x}{z} = \frac{x}{z^2}, \quad (45)$$

где  $b$  — реактивная проводимость цепи,  $1/\text{ом}$ ,  
Полная проводимость цепи

$$y = \frac{I}{U} \quad (46)$$

или

$$y = \frac{1}{z} = \sqrt{g^2 + b^2}, \quad (47)$$

где  $y$  — полная проводимость цепи,  $1/\text{ом}$ .

Если известны полная и активная проводимости цепи, то реактивная проводимость цепи равна корню квадратному из разности квадратов полной и активной проводимостей:

$$b = \pm \sqrt{y^2 - g^2}. \quad (48)$$

Знак плюс принимаем, если ток отстает по фазе от напряжения, а знак минус, если ток опережает по фазе напряжение.

Если все стороны треугольника напряжений умножим на величину тока  $I$ , то получим треугольник мощностей (рис. 81).  
Активная мощность переменного тока (см. рис. 81)

$$P = rI^2 = UI \cos \varphi = UI_a = U_a I = U^2 g. \quad (49)$$

Реактивная мощность цепи (см. рис. 81)

$$Q = xI^2 = UI \sin \varphi = UI_p = U_p I = U^2 b. \quad (50)$$

Полная мощность цепи (см. рис. 81)

$$S = UI \quad (51)$$

или

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (52)$$

где  $S$  — полная мощность цепи, *ва*.

Если известны полная и активная мощности, то реактивная мощность цепи равна корню квадратному из разности квадратов полной и активной мощностей при синусоидальных токе и напряжении:

$$Q = \pm \sqrt{S^2 - P^2}. \quad (53)$$

Знак плюс принимаем, если ток отстает по фазе от напряжения, а знак минус, если ток опережает по фазе напряжение.

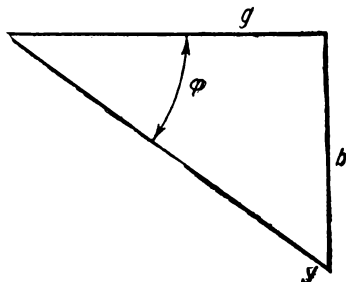


Рис. 80

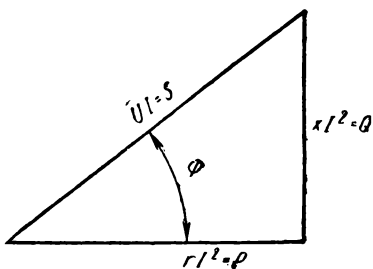


Рис. 81

Отношение активной мощности к полной называется коэффициентом мощности:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI}. \quad (54)$$

Активная мощность измеряется в ваттах (*вт*) или киловаттах (*квт*;  $1 \text{ квт} = 10^3 \text{ вт}$ ), реактивная мощность — в вольт-амперах реактивных (*вар*) или киловольт-амперах реактивных (*квар*;  $1 \text{ квар} = 10^3 \text{ вар}$ ), полная мощность — в вольт-амперах (*ва*) или киловольт-амперах (*ква*;  $1 \text{ ква} = 10^3 \text{ ва}$ ).

## 7. РЕЗОНАНС НАПРЯЖЕНИЙ (РЕЗОНАНС В ЦЕПИ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ УЧАСТКОВ)

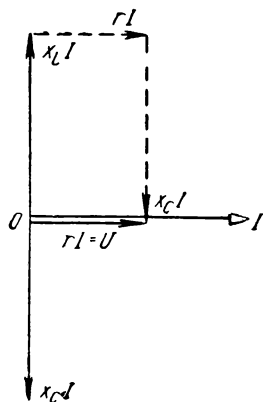
Если в цепи, состоящей из последовательно включенных активного сопротивления  $r$ , индуктивности  $L$  и емкости  $C$  (см. рис. 76), индуктивное сопротивление  $x_L$  равно емкостному сопротивлению  $x_C$ , т. е.,

$$\left. \begin{aligned} x_L &= x_C \\ 2\pi f L &= \frac{1}{2\pi f C} \end{aligned} \right\}, \quad (55)$$

или

то в цепи возникает резонанс напряжений. Следовательно, условием резонанса напряжений является равенство индуктивного и емкостного сопротивлений цепи.

Из формулы (55) видно, что резонанс напряжений можно получить изменением одной из трех величин  $L$ ,  $C$  и  $f$  при постоянстве двух других. Значения индуктивности, емкости и частоты, при которых наступает резонанс, определяются по формулам:



$$\left. \begin{aligned} L_0 &= \frac{1}{4\pi^2 f^2 C}; \\ C_0 &= \frac{1}{4\pi^2 f^2 L}; \\ f_0 &= \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}. \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

При резонансе напряжений напряжения на зажимах индуктивности и емкости равны по величине, но противоположны по фазе, т. е. взаимно уравновешиваются, а приложенное к цепи напряжение  $U$  равно напряжению на активном сопротивлении  $r$  (рис. 82). Ток при резонансе совпадает по фазе с приложенным к цепи напряжением, так как

Рис. 82

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r} = \frac{0}{r} = 0, \text{ а } \varphi = 0,$$

и ток достигает наибольшего значения:

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}} = \frac{U}{r}. \quad (57)$$

Если активное сопротивление  $r$  очень мало, то напряжения на зажимах индуктивности  $U_L$  и емкости  $U_C$  могут оказаться значительно больше приложенного к цепи напряжения.

## 8. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ АКТИВНОГО И ИНДУКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЙ

При последовательном соединении активного и индуктивного сопротивлений емкостное сопротивление  $x_C = 0$ , тогда формула (33) примет следующий вид:

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_L^2} = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = \sqrt{r^2 I^2 + x_L^2 I^2} = I \sqrt{r^2 + x_L^2}, \quad (58)$$

где  $U$  — напряжение, приложенное к цепи,  $\text{в}$ ;  
 $U_r = U_a = rI$  — напряжение на активном сопротивлении или активная составляющая напряжения, приложенного к цепи,  $\text{в}$ ;

$U_L = U_p = x_L I = \omega L I$  — напряжение на индуктивном сопротивлении или индуктивная (реактивная) составляющая напряжения, приложенного к цепи,  $\text{в}$ .

Из формулы (58) находим ток в цепи

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x_L^2}} = \frac{U}{z}, \quad (59)$$

где  $z = \sqrt{r^2 + x_L^2}$  — полное сопротивление цепи,  $\text{ом}$ ;

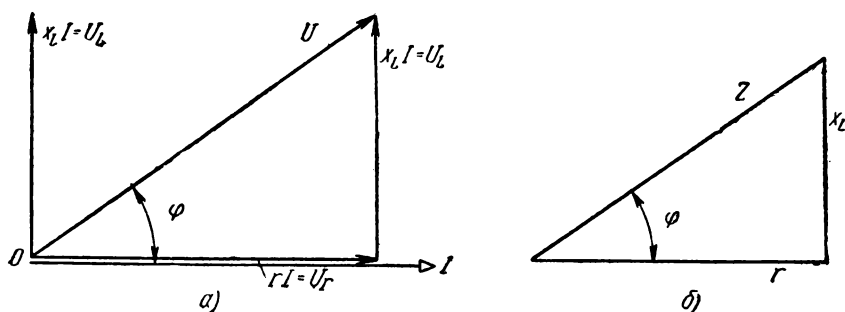


Рис. 83

На рис. 83, *а* показана векторная диаграмма для последовательного соединения активного  $r$  и индуктивного  $x_L$  сопротивлений, а на рис. 83, *б* — треугольник сопротивлений,

Активная мощность цепи

$$P = UI \cos \varphi = rI^2. \quad (60)$$

Реактивная мощность цепи

$$Q = UI \sin \varphi = x_L I^2. \quad (61)$$

Полная мощность цепи

$$S = UI \quad (62)$$

или

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (63)$$

Коэффициент мощности цепи

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} \quad (64)$$

или

$$\cos \varphi = \frac{r}{z}. \quad (65)$$

## 9. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ АКТИВНОГО $r$ И ЕМКОСТНОГО $x_C$ СОПРОТИВЛЕНИЙ

Если  $x_L = \omega L = 0$ , то формулу (33) можно представить так:

$$U = \sqrt{U_r^2 + U_c^2} = \sqrt{U_a^2 + U_p^2} = \sqrt{r^2 I^2 + x_C^2 I^2} = I \sqrt{r^2 + x_C^2}, \quad (66)$$

где  $U_r = U_a = rI$  — напряжение на активном сопротивлении или активная составляющая напряжения, приложенного к цепи,  $\text{в}$ ;

$U_c = U_p = x_C I = \frac{I}{\omega C}$  — напряжение на емкостном сопротивлении или емкостная (реактивная) составляющая напряжения, приложенного к цепи,  $\text{в}$ .

Ток в цепи

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x_C^2}} = \frac{U}{z}, \quad (67)$$

где  $z = \sqrt{r^2 + x_C^2}$  — полное сопротивление цепи,  $\text{ом}$ .

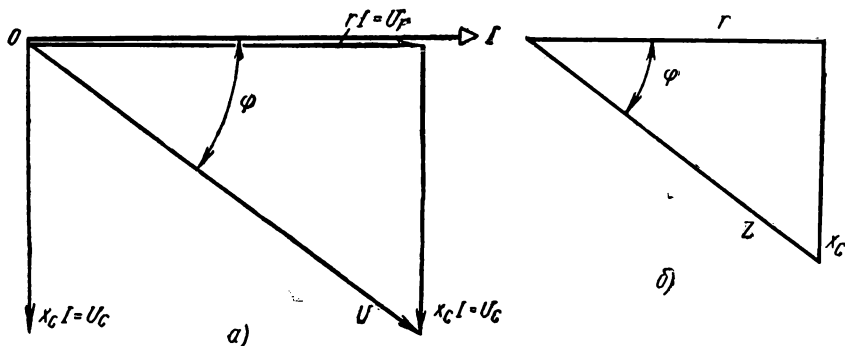


Рис. 84

На рис. 84,а изображена векторная диаграмма для последовательного соединения активного  $r$  и емкостного  $x_C$  сопротивлений, а на рис. 84,б показан треугольник сопротивлений.

Активная мощность цепи

$$P = UI \cos \varphi = rI^2. \quad (68)$$

Реактивная мощность цепи

$$Q = x_C I^2 = UI \sin \varphi. \quad (69)$$

Полная мощность цепи

$$S = UI \quad (70)$$

или

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (71)$$

Коэффициент мощности цепи

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} \quad (72)$$

или

$$\cos \varphi = \frac{r}{z}. \quad (73)$$

#### 10. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ПРИЕМНИКОВ

При последовательном соединении приемников (рис. 85) напряжение, приложенное к цепи, равно геометрической сумме напряжений на зажимах отдельных приемников:

$$\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \dots + \bar{U}_n, \quad (74)$$

где  $U_1 = z_1 I = I \sqrt{r_1^2 + x_1^2}$ ,  $U_2 = z_2 I = I \sqrt{r_2^2 + x_2^2}$ , ...,

$U_n = z_n I = I \sqrt{r_n^2 + x_n^2}$  — напряжения на зажимах отдельных приемников, *в*;

$z_1, z_2, \dots, z_n$  — полные сопротивления отдельных приемников, *ом*;

$r_1, r_2, \dots, r_n$  — активные сопротивления отдельных приемников, *ом*;

$x_1, x_2, \dots, x_n$  — реактивные сопротивления отдельных приемников, *ом*.

На рис. 86 изображена векторная диаграмма напряжений для трех последовательно соединенных приемников, при этом

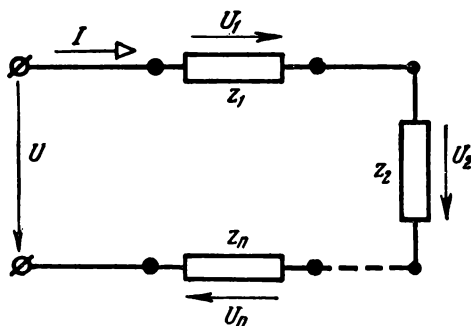


Рис. 85

$x_3 < 0$ . Разложив векторы напряжений на активные и реактивные составляющие (рис. 86), получим:

$$\bar{U} = \bar{U}_{a1} + \bar{U}_{p1} + \bar{U}_{a2} + \bar{U}_{p2} + \dots + \bar{U}_{an} + \bar{U}_{pn} = \bar{U}_a + \bar{U}_p, \quad (75)$$

где  $U_{a1}, U_{a2}, \dots, U_{an}$  — активные составляющие напряжений отдельных приемников, *в*;

$U_{p1}, U_{p2}, \dots, U_{pn}$  — реактивные составляющие напряжений отдельных приемников, *в*.

Активная составляющая напряжения \*, приложенного к цепи, равна арифметической сумме активных составляющих напряжений отдельных приемников:

$$U_a = U_{a1} + U_{a2} + \dots + U_{an} = r_1 I + r_2 I + \dots + r_n I = (r_1 + r_2 + \dots + r_n) I = r I, \quad (76)$$

где  $r_1, r_2, \dots, r_n$  — активные сопротивления отдельных приемников, ом.

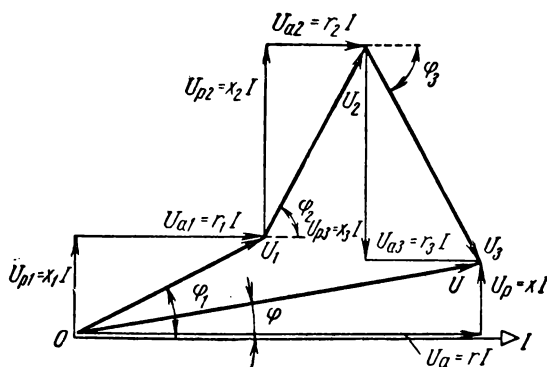


Рис. 86

Эквивалентное активное сопротивление  $r$  цепи равно арифметической сумме активных сопротивлений отдельных приемников:

$$r = r_1 + r_2 + \dots + r_n. \quad (77)$$

Реактивная составляющая напряжения \*\*, приложенного к цепи, равна алгебраической сумме реактивных составляющих напряжений отдельных приемников:

$$U_p = U_{p1} + U_{p2} + \dots + U_{pn} = x_1 I + x_2 I + \dots + x_n I = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) I = x I, \quad (78)$$

где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — реактивные сопротивления отдельных приемников, ом.

Эквивалентное реактивное сопротивление  $x$  цепи равно алгебраической сумме реактивных сопротивлений отдельных приемников:

$$x = x_1 + x_2 + \dots + x_n. \quad (79)$$

Следовательно, напряжение на зажимах цепи (рис. 86) равно:

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_p^2}. \quad (80)$$

Закон Ома для цепи при последовательном соединении приемников:

$$I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x^2}}. \quad (81)$$

\* Активное напряжение.

\*\* Реактивное напряжение.



Коэффициент мощности цепи

$$\cos \varphi = \frac{r}{z}. \quad (82)$$

Активная мощность всей цепи равна арифметической сумме активных мощностей отдельных приемников:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n = r_1 I^2 + r_2 I^2 + \dots + r_n I^2, \quad (83)$$

где  $P_1, P_2, \dots, P_n$  — активные мощности отдельных приемников, *вт.*

Реактивная мощность всей цепи равна алгебраической сумме реактивных мощностей отдельных приемников:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = x_1 I^2 + x_2 I^2 + \dots + x_n I^2, \quad (84)$$

где  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  — реактивные мощности отдельных приемников, *вар.*

#### 11. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ПРИЕМНИКОВ

При параллельном соединении приемников (рис. 87) токи приемников равны:

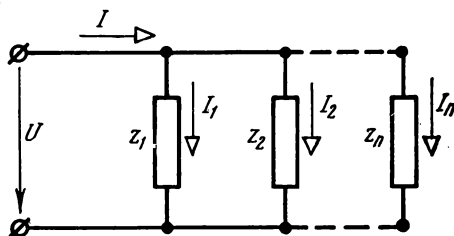


Рис. 87

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{U}{z_1} = \frac{U}{\sqrt{r_1^2 + x_1^2}}; \\ I_2 &= \frac{U}{z_2} = \frac{U}{\sqrt{r_2^2 + x_2^2}}; \\ &\dots \dots \dots \\ I_n &= \frac{U}{z_n} = \frac{U}{\sqrt{r_n^2 + x_n^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

Коэффициенты мощности приемников:

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi_1 &= \frac{r_1}{z_1}; \\ \cos \varphi_2 &= \frac{r_2}{z_2}; \\ &\dots \dots \dots \\ \cos \varphi_n &= \frac{r_n}{z_n} \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

Ток в неразветвленной части цепи равен геометрической сумме токов отдельных приемников:

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \dots + \bar{I}_n. \quad (87)$$

На рис. 88 показана векторная диаграмма токов для трех параллельно соединенных приемников, при этом  $x_3 < 0$ .

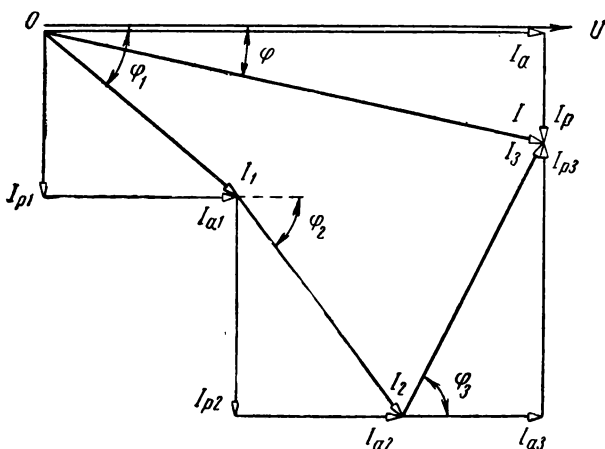


Рис. 88

Разложим векторы токов на активные и реактивные составляющие (рис. 88), получим:

$$\bar{I} = \bar{I}_{a1} + \bar{I}_{p1} + \bar{I}_{a2} + \bar{I}_{p2} + \dots + \bar{I}_{an} + \bar{I}_{pn} = \bar{I}_a + \bar{I}_p \quad (88)$$

или

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2}, \quad (89)$$

где  $I_{a1}, I_{a2}, \dots, I_{an}$  — активные составляющие токов отдельных приемников,  $a$ ;

$I_{p1}, I_{p2}, \dots, I_{pn}$  — реактивные составляющие токов отдельных приемников,  $p$ .

Активная составляющая тока (активный ток) в неразветвленной части цепи равна арифметической сумме активных составляющих токов отдельных приемников:

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + \dots + I_{an} = Ug_1 + Ug_2 + \dots + Ug_n = Ug, \quad (90)$$

где  $g_1, g_2, \dots, g_n$  — активные проводимости отдельных приемников,  $1/\Omega$ .

Эквивалентная активная проводимость  $g$  цепи равна арифметической сумме активных проводимостей отдельных приемников:

$$g = g_1 + g_2 + \dots + g_n. \quad (91)$$

Реактивная составляющая тока\* (реактивный ток) в неразветвленной части цепи равна алгебраической сумме реактивных составляющих токов отдельных приемников:

$$I_p = I_{p1} + I_{p2} + \dots + I_{pn} = Ub_1 + Ub_2 + \dots + Ub_n = Ub, \quad (92)$$

где  $b_1, b_2, \dots, b_n$  — реактивные проводимости отдельных приемников,  $1/\text{ом}$ .

Эквивалентная реактивная проводимость  $b$  цепи\*\* равна алгебраической сумме реактивных проводимостей отдельных приемников:

$$b = b_1 + b_2 + \dots + b_n. \quad (93)$$

Эквивалентная полная проводимость цепи

$$y = \sqrt{g^2 + b^2}. \quad (94)$$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I}; \quad (95)$$

$$\cos \varphi = \frac{g}{y}. \quad (96)$$

Активная мощность цепи равна арифметической сумме активных мощностей отдельных приемников:

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 + \dots + r_n I_n^2. \quad (97)$$

Реактивная мощность цепи\*\*\* равна алгебраической сумме реактивных мощностей отдельных приемников:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = x_1 I_1^2 + x_2 I_2^2 + \dots + x_n I_n^2. \quad (98)$$

Полная мощность цепи

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (99)$$

## 12. РЕЗОНАНС ТОКОВ (РЕЗОНАНС В ЦЕПИ С ДВУМЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ВЕТВЯМИ)

При параллельном соединении ветвей (приемников) (рис. 89,а) может возникнуть явление резонанса токов. При резонансе токов ток в неразветвленной части цепи совпадает по фазе с напряжением, приложенным к цепи (рис. 89,б). Это возможно тогда, когда

\* Реактивные составляющие токов в ветвях с емкостями входят в формулу (92) со знаком минус.

\*\* Емкостные проводимости входят в формулу (93) со знаком минус.

\*\*\* Реактивные мощности емкостей входят в формулу (98) со знаком минус.

реактивные составляющие токов параллельных ветвей равны по величине, но противоположны по направлению, т. е.

$$I_{p1} = I_{p2}. \quad (100)$$

Так как

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = U \frac{x_L}{z_1^2} = Ub_L$$

и

$$I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = U \frac{x_C}{z_2^2} = Ub_C,$$

то формулу (100) можно представить так:

$$Ub_L = Ub_C$$

или

$$b_L = b_C. \quad (101)$$

Это уравнение показывает, что резонанс токов возникает при равенстве реактивных проводимостей параллельных ветвей, т. е.

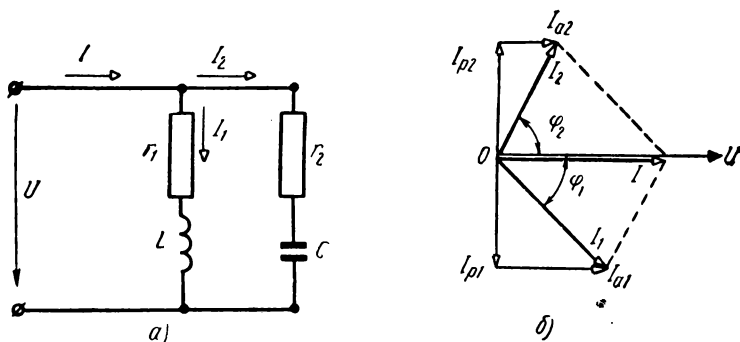


Рис. 89

эквивалентная реактивная проводимость цепи и реактивная составляющая тока в неразветвленной части цепи равны нулю.

Ток  $I$  в неразветвленной части цепи при резонансе равен сумме активных составляющих токов параллельных ветвей:

$$I = I_{a1} + I_{a2} = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 = Ug, \quad (102)$$

так как при резонансе токов  $y = \sqrt{g^2 + b^2} = g$ ,

где  $g$  — эквивалентная активная проводимость цепи,  $1/\text{ом}$ ;

$b = b_L - b_C$  — эквивалентная реактивная проводимость цепи,  $1/\text{ом}$ .

### 13. СМЕШАННОЕ СОЕДИНЕНИЕ ПРИЕМНИКОВ

Пусть даны активные и реактивные сопротивления приемников и напряжение на зажимах всей цепи (рис. 90, а) и требуется найти токи приемников, ток в неразветвленной части цепи, актив-

ную, реактивную и полную мощности всей цепи. Заменяем два параллельно включенных приемника одним эквивалентным. Для этого определим активные и реактивные проводимости параллельных ветвей:

$$g_2 = \frac{r_2}{z_2^2} = \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2}; \quad g_3 = \frac{r_3}{r_3^2 + x_3^2}; \quad b_2 = \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2}; \quad b_3 = \frac{x_3}{r_3^2 + x_3^2}. \quad (103)$$

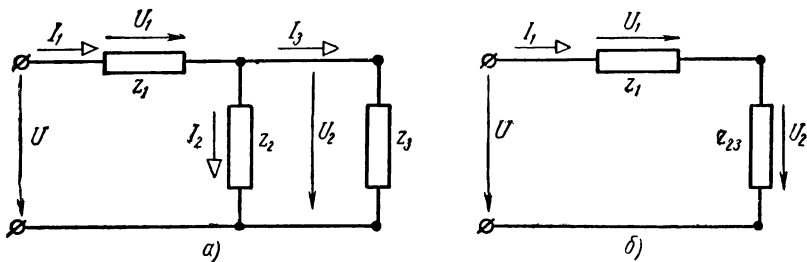


Рис. 90

Находим эквивалентные активную, реактивную и полную проводимости параллельных ветвей:

$$g_{23} = g_2 + g_3; \quad b_{23} = b_2 + b_3; \quad y_{23} = \sqrt{g_{23}^2 + b_{23}^2}. \quad (104)$$

Эквивалентные активное, реактивное и полное сопротивления параллельных ветвей:

$$\left. \begin{aligned} r_{23} &= \frac{g_{23}}{y_{23}^2} = \frac{g_{23}}{g_{23}^2 + b_{23}^2}; & x_{23} &= \frac{b_{23}}{g_{23}^2 + b_{23}^2}; \\ z_{23} &= \sqrt{r_{23}^2 + x_{23}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (105)$$

В этом случае схему, изображенную на рис. 90, а, можно заменить схемой рис. 90, б.

Полное сопротивление всей цепи

$$z = \sqrt{(r_1 + r_{23})^2 + (x_1 + x_{23})^2}. \quad (106)$$

Зная напряжение на зажимах всей цепи и сопротивление цепи, можно определить ток в неразветвленной части цепи:

$$I_1 = \frac{U}{z}. \quad (107)$$

Напряжение на зажимах параллельных ветвей

$$U_2 = I_1 z_{23}. \quad (108)$$

Токи в параллельных ветвях

$$I_2 = \frac{U_2}{z_2} \text{ и } I_3 = \frac{U_2}{z_3}. \quad (109)$$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{r_1 + r_{23}}{z}. \quad (110)$$

Активная мощность всей цепи

$$P = rI_1^2 = UI_1 \cos \varphi. \quad (111)$$

Реактивная мощность всей цепи

$$Q = xI_1^2 = UI_1 \sin \varphi, \quad (112)$$

где  $x = x_1 + x_{23}$ ;  $\sin \varphi = \frac{x}{z}$ .

Полная мощность всей цепи

$$S = UI_1 = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (113)$$

### Задачи

167. Частота переменного тока  $f=50$  гц. Определить период  $T$ .

168. Частота переменного тока  $f=50$  гц. Определить угловую частоту  $\omega$ .

169. В цепь переменного тока включен вольтметр, который показывает действующее значение напряжения  $U=380$  в. Вычислить амплитуду напряжения  $U_m$ .

170. Амплитуда тока  $I_m=141$  а. Чему равно действующее значение тока  $I$ ?

171. Прямоугольная катушка, число витков которой  $w=20$ , вращается в однородном магнитном поле с постоянной скоростью  $n=3000$  об/мин (рис. 91). Определить амплитуду  $E_m$  и частоту  $f$  э. д. с., индуцируемой в обмотке катушки, и построить кривые изменения во времени э. д. с.  $e$  и магнитного потока  $\Phi$ , сцепляющегося с катушкой, если площадь катушки  $S=8$  см<sup>2</sup>, а магнитная индукция  $B=0,05$  тл.

172. Вычислить мгновенное значение э. д. с.  $e=E_m \sin \omega t$  для следующих моментов времени:  $t=0$ ; 0,0025; 0,005; 0,0075; 0,01; 0,0125; 0,015; 0,0175; 0,02 сек., если амплитуда э. д. с.  $E_m=179,6$  в,

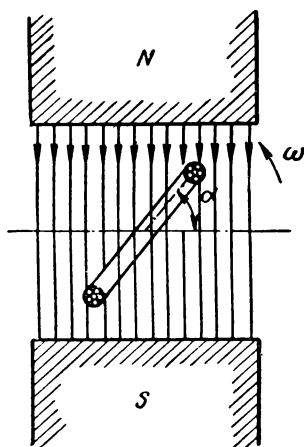


Рис. 91

а частота  $f=50$  гц. Построить кривую изменения э. д. с.  $e$  во времени.

173. По проводнику проходит постоянный ток  $I=10$  а. Какова будет амплитуда тока  $I_m$ , если через проводник пропустить переменный ток, который будет выделять в проводнике то же самое количество тепла, что и постоянный ток?

174. Генератор переменного тока вращается со скоростью  $n=750$  об/мин и имеет число пар полюсов  $p=4$ . Определить частоту тока  $f$ , период  $T$ , угловую частоту  $\omega$  и угловую скорость  $\omega_{\text{мех}}$  вращения генератора.

175. Один генератор переменного тока имеет число пар полюсов  $p_1=8$  и дает ток с частотой  $f_1=60$  гц; другой генератор дает ток с частотой  $f_2=50$  гц и вращается со скоростью на 50 об/мин больше первого. Сколько пар полюсов  $p_2$  у второго генератора?

176. Один генератор переменного тока имеет число пар полюсов  $p_1=2$  и вращается со скоростью  $n_1=1500$  об/мин, а другой генератор вращается со скоростью  $n_2=1000$  об/мин. Сколько пар полюсов  $p_2$  должен иметь второй генератор, чтобы он мог работать параллельно с первым генератором, т. е. иметь ту же частоту?

177. Построить кривые изменения во времени мгновенных значений напряжения и тока для следующих случаев:

$$1) u = 310 \sin \omega t \text{ в; } i = 14,1 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) \text{ а;}$$

$$2) u = 310 \sin \omega t \text{ в; } i = 70,5 \sin \omega t \text{ а;}$$

$$3) u = 179 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \text{ в; } i = 50 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{4} \right) \text{ а;}$$

$$4) u = 179 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) \text{ в; } i = 20 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ а;}$$

$$5) u = 536 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{15} \right) \text{ в; } i = 90 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{10} \right) \text{ а.}$$

Для всех случаев частота  $f=50$  гц.

178. Найти среднее значение тока  $I_{\text{ср}}$  за половину периода, если мгновенное значение тока в цепи  $i=40 \sin \omega t$  а.

179. Напряжение, приложенное к цепи,  $u=U_m \sin (\omega t+30^\circ)$  в.

Определить амплитуду напряжения  $U_m$ , если мгновенное значение напряжения в момент времени  $t=0$  равно 89,5 в.

180. Два приемника включены последовательно (рис. 92). Мгновенные значения напряжений на зажимах этих приемников  $u_1=26,5 \sin (\omega t+36^\circ 50')$  в и  $u_2=95,5 \sin (\omega t-33^\circ 40')$  в. Написать уравнение для мгновенных значений напряжения  $u$  на зажимах всей цепи.

181. Два приемника включены параллельно (рис. 93). Мгновенные значения токов этих приемников  $i_1 = 20 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ а}$  и  $i_2 = 10 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ а}$ . Написать уравнение для мгновенных значений тока  $i$  в неразветвленной части цепи. Определить мгновенные значения токов в момент времени  $t=0$ .

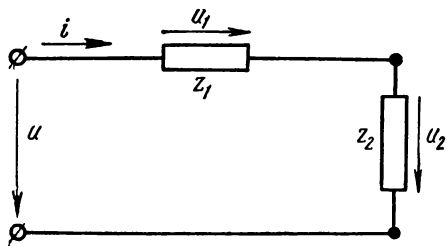


Рис. 92

182. К проволочному реостату, обладающему только активным сопротивлением  $r = 11 \text{ ом}$ , приложено напряжение  $U = 220 \text{ в}$ . Вычислить наибольшее (амплитуду), действующее и среднее значения тока  $I_m$ ,  $I$ ,  $I_{cp}$ .

183. Напряжение, приложенное к цепи, содержащей только активное сопротивление  $r = 5 \text{ ом}$ , равно  $u = U_m \sin \omega t = 179,1 \cdot \sin 314 t \text{ в}$ . Написать выражения мгновенных значений тока  $i$  и мощности  $p$ . Определить ток  $I$  в цепи. Построить кривые изменения во времени мгновенных значений напряжения  $u$ , тока  $i$  и мощности  $p$ .

184. К реостату приложено напряжение  $u = 179 \sin \omega t \text{ в}$ . Определить активную мощность  $P$ , поглощаемую реостатом, и активное сопротивление  $r$  реостата, если ток в реостате  $i = 28,2 \sin \omega t \text{ а}$ .

185. В сеть переменного тока включено активное сопротивление  $r = 50 \text{ ом}$ . Вычислить напряжение  $U$  на зажимах активного сопротивления и мощность  $P$ , поглощаемую активным сопротивлением, если ток в цепи  $I = 4,4 \text{ а}$ .

186. Определить активное сопротивление  $r$  и мощность  $P$ , поглощаемую активным сопротивлением (рис. 94), если показание амперметра  $I = 5 \text{ а}$ , а показание вольтметра  $U = 127 \text{ в}$ .

187. К приемнику приложено напряжение  $U = 220 \text{ в}$ ; ток в приемнике  $I = 10 \text{ а}$ . Определить полное, активное и реактивное сопротивления  $z$ ,  $r$  и  $x$  приемника, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  приемника. Написать уравнения для мгновенных значений напряжения  $u$ , тока  $i$ , если известно, что ток отстает от напряжения на угол  $43^\circ 20'$  и начальная фаза напряжения равна нулю.

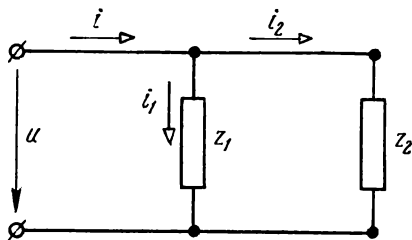


Рис. 93



188. Напряжение, приложенное к цепи, содержащей только индуктивность  $L=31,9 \text{ мГн}$ , равно  $u=U_m \sin \omega t=179,1 \sin 314 t \text{ в}$ . Написать выражения для мгновенных значений тока  $i$ , э. д. с. самоиндукции  $e_L$  и мощности  $p$ . Определить ток  $I$  в цепи. Построить кривые изменения во времени мгновенных значений напряжения  $u$ , э. д. с. самоиндукции  $e_L$ , тока  $i$  и мощности  $p$ . Построить векторную диаграмму.

189. По катушке, индуктивность которой  $L=86 \text{ мГн}$  (активным сопротивлением катушки можно пренебречь), проходит ток  $I=4,7 \text{ а}$ . Определить э. д. с. самоиндукции  $E_L$  и максимальную энергию  $W_{\text{м. макс}}$ , запасенную в магнитном поле катушки, если частота  $f=50 \text{ Гц}$ .

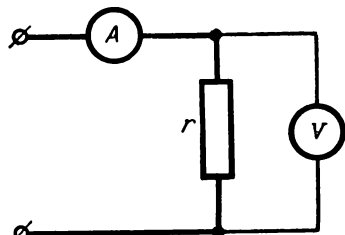


Рис. 94

190. Приемник с активным сопротивлением  $r=12,5 \text{ ом}$  и индуктивностью  $L=121 \text{ мГн}$  включен в сеть с напряжением  $U=220 \text{ в}$  и частотой  $f=50 \text{ Гц}$ . Вычислить ток  $I$  в приемнике, коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , угол сдвига фаз  $\varphi$  между током и напряжением, активную и реактивную составляющие напряжения  $U_a$  и  $U_p$ .

191. В сеть переменного тока с напряжением  $U=3 \text{ кВ}$  включен приемник, активное сопротивление которого  $r=18 \text{ ом}$ . Ток в приемнике  $I=100 \text{ а}$ . Определить полное сопротивление  $z$  приемника, индуктивность  $L$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  приемника, если частота  $f=50 \text{ Гц}$ .

192. К приемнику, активное сопротивление которого  $r=3 \text{ ом}$ , приложено напряжение  $U=220 \text{ в}$ . Вычислить индуктивность  $L$  приемника, коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  приемника, если ток в приемнике  $I=44 \text{ а}$  и частота  $f=50 \text{ Гц}$ . Построить векторную диаграмму.

Р е ш е н и е. Полное сопротивление приемника

$$z = \frac{U}{I} = \frac{220}{44} = 5 \text{ ом.}$$

Индуктивное сопротивление приемника

$$x_L = \sqrt{z^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ ом.}$$

Индуктивность приемника

$$L = \frac{x_L}{2\pi f} = \frac{4}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,01273 \text{ Гн} \approx 12,7 \text{ мГн.}$$

Коэффициент мощности приемника

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Активная мощность, потребляемая приемником,

$$P = rI^2 = 3 \cdot 44^2 \approx 5810 \text{ вт} = 5,81 \text{ кВт}$$

или

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 44 \cdot 0,6 \approx 5810 \text{ вт} = 5,81 \text{ кВт}.$$

Реактивная мощность приемника

$$Q = x_L I^2 = 4 \cdot 44^2 = 7740 \text{ вар}$$

или

$$Q = UI \sin \varphi = 220 \cdot 44 \cdot \frac{4}{5} = 7740 \text{ вар}.$$

Полная мощность приемника

$$S = UI = 220 \cdot 44 = 9680 \text{ ва}$$

или

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{5810^2 + 7740^2} = 9680 \text{ ва}.$$

Для построения векторной диаграммы (рис. 95) определяем активную составляющую напряжения  $U_a = rI = 3 \cdot 44 = 132 \text{ в}$  и индуктивную (реактивную) составляющую напряжения  $U_p = U_L = = x_L I = 4 \cdot 44 = 176 \text{ в}$ . Выбираем масштаб для напряжения  $m_U = = 2 \text{ в/мм}$ . В произвольном направлении откладываем вектор тока  $\bar{I}$

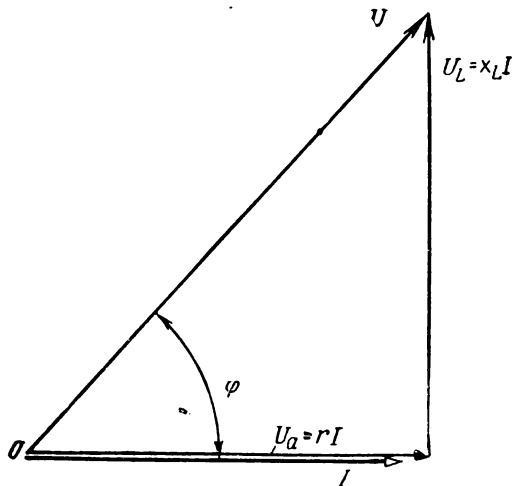


Рис. 95

и по направлению вектора тока  $\bar{I}$  откладываем вектор активной составляющей напряжения  $\bar{U}_a = r\bar{I}$ , а под углом  $90^\circ$  в сторону опережения вектора  $\bar{I}$  откладываем вектор индуктивной составляющей напряжения  $\bar{U}_L = x_L \bar{I}$ . Складывая эти векторы, получим вектор напряжения  $\bar{U}$  на зажимах приемника.

193. К приемнику, активное сопротивление которого  $r=48\text{ ом}$ , приложено напряжение  $U=6\text{ кв}$ . Вычислить индуктивность  $L$  приемника, коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые приемником, если ток в приемнике  $I=100\text{ а}$  и частота  $f=50\text{ гц}$ .

194. Определить активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  цепи, ток  $I$  в цепи, активную и реактивную составляющие напряжения  $U_a$  и  $U_p$ , активное, полное и реактивное сопротивления  $r$ ,  $z$  и  $x$  цепи, если напряжение, приложенное к цепи,  $U=220\text{ в}$ , активная проводимость цепи  $g=0,038\text{ 1/ом}$  и полная проводимость  $y=0,05\text{ 1/ом}$ .

195. По катушке, активное сопротивление которой  $r=34,9\text{ ом}$  и индуктивность  $L=114\text{ мгн}$ , проходит ток  $I=4,4\text{ а}$ . Определить графически и аналитически напряжение  $U$  на зажимах катушки, угол сдвига фаз  $\varphi$  между током и напряжением, активную и реактивную составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , активную, реактивную и полную проводимости  $g$ ,  $b$  и  $y$  катушки.

196. Полное сопротивление приемника  $z=40\text{ ом}$  и коэффициент мощности его  $\cos \varphi=0,6$ . Вычислить напряжение  $U$  на зажимах приемника, активную и реактивную составляющие напряжения  $U_a$  и  $U_p$ , активную и реактивную составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , активную, реактивную и полную проводимости  $g$ ,  $b$  и  $y$  приемника, если ток в нем  $I=75\text{ а}$ . Построить векторную диаграмму.

197. Катушка имеет активное сопротивление  $r=6\text{ ом}$ . При прохождении тока по катушке  $I=22\text{ а}$  в последней индуцируется э. д. с. самоиндукции  $E_L=176\text{ в}$ . Определить напряжение  $U$  на зажимах катушки, индуктивность  $L$  катушки, коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые катушкой. Построить векторную диаграмму.

198. Реактивное сопротивление приемника  $x=24\text{ ом}$ , активная составляющая тока  $I_a=4,4\text{ а}$  и реактивная составляющая напряжения  $U_p=132\text{ в}$ . Определить ток  $I$  в приемнике, реактивную составляющую тока  $I_p$ , коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , угол сдвига фаз  $\varphi$  между током и напряжением, активное сопротивление  $r$  приемника, полное сопротивление  $z$ , активную, реактивную и полную проводимости  $g$ ,  $b$  и  $y$ , напряжение  $U$  на зажимах приемника, активную составляющую напряжения  $U_a$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые приемником. Построить векторную диаграмму.

199. Приемник с активной проводимостью  $g=0,038\text{ 1/ом}$  потребляет активную мощность  $P=1839\text{ вт}$  при токе  $I=11\text{ а}$ . Вычислить активное сопротивление  $r$  приемника, индуктивность  $L$  приемника, коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , угол сдвига фаз  $\varphi$  между током и напряжением на зажимах приемника, напряжение  $U$  на зажимах приемника, активную и реактивную составляющие

напряжения  $U_a$  и  $U_p$ , активную и реактивную составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , реактивную и полную проводимости  $b$  и  $y$ , если частота  $f=50$  гц. Построить векторную диаграмму.

200. В сеть с напряжением  $U=220$  в включен приемник, активное сопротивление которого  $r=9,8$  ом и индуктивность  $L=73,3$  мгн. Определить графически и аналитически активную

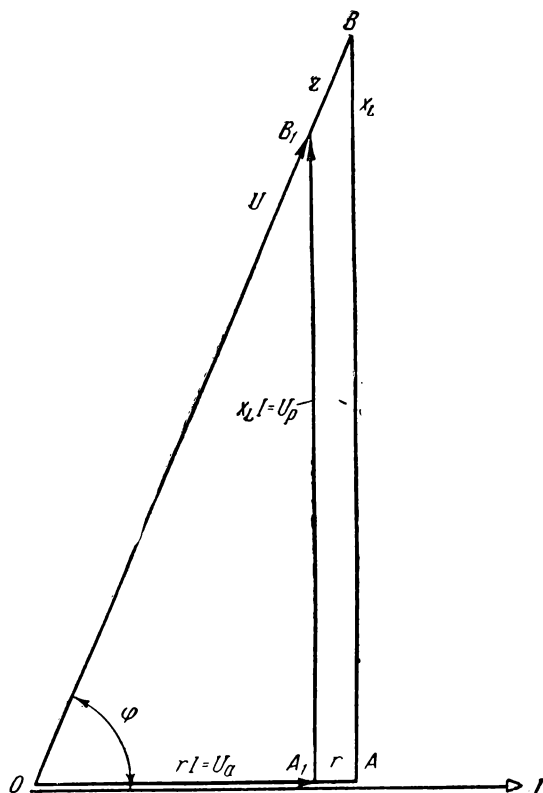


Рис. 96

и реактивную составляющие напряжения  $U_a$  и  $U_p$ , угол сдвига фаз  $\varphi$  между вектором тока  $\bar{I}$  и вектором напряжения  $\bar{U}$ , если частота  $f=50$  гц.

**Решение. Графический метод.** Выбираем масштабы для напряжения и сопротивления:  $m_U=2$  в/мм и  $m_r=0,2$  ом/мм. По горизонтали вправо (рис. 96) откладываем вектор тока\*  $\bar{I}$  и по направлению вектора тока откладываем активное сопротивление  $r=m_r \cdot OA$  ( $OA=\frac{r}{m_r}$ ) и под углом  $90^\circ$  в сторону опережения

\* Вектор тока можно откладывать не в масштабе.

вектора тока  $\overline{I}$  откладываем индуктивное сопротивление  $x_L = m_r \cdot AB$  ( $AB = \frac{x_L}{m_r}$ ), тогда отрезок  $OB$  в масштабе сопротивлений представит собой полное сопротивление  $z = 25 \text{ ом}$ . По направлению полного сопротивления откладываем вектор напряжения  $\overline{U} = m_U \cdot \overline{OB}_1$  ( $\overline{OB}_1 = \frac{U}{m_U}$ ), величина которого 220 в, и из конца вектора  $\overline{OB}_1$  опускаем перпендикуляр на вектор тока  $\overline{I}$ , тогда отрезок  $\overline{A}_1\overline{B}_1$  в масштабе напряжений представит собой вектор реактивной составляющей напряжения  $\overline{U}_p = x_L \overline{I}$  ( $U_p = 202,4 \text{ в}$ ), а отрезок  $\overline{OA}_1$  — вектор активной составляющей напряжения  $\overline{U}_a = r \overline{I}$  ( $U_a \approx 86 \text{ в}$ ). При помощи транспортира находим угол  $\varphi \approx 67^\circ$ .

*Аналитический метод.* Индуктивное сопротивление приемника

$$x_L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,0733 = 23 \text{ ом}.$$

Полное сопротивление приемника

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{9,8^2 + 23^2} = 25 \text{ ом}.$$

Ток в приемнике

$$I = \frac{U}{z} = \frac{220}{25} = 8,8 \text{ а}.$$

Активная составляющая напряжения

$$U_a = rI = 8,8 \cdot 9,8 = 86,2 \text{ в}.$$

Реактивная составляющая напряжения

$$U_p = x_L I = 23 \cdot 8,8 \approx 202 \text{ в}.$$

Угол сдвига фаз между током и напряжением определим из соотношения:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_L}{r} = \frac{23}{9,8} = 2,347; \quad \varphi \approx 66^\circ 55'.$$

201. В сеть переменного тока с напряжением  $U = 3 \text{ кВ}$  включен приемник, активное сопротивление которого  $r = 38 \text{ ом}$  и индуктивность  $L = 39,8 \text{ мГн}$ . Определить графически и аналитически активную и реактивную составляющие напряжения  $U_a$  и  $U_p$ , активную и реактивную составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , угол сдвига фаз  $\varphi$  между током и напряжением, если частота  $f = 50 \text{ Гц}$ .

202. В сеть переменного тока включена катушка, активное и индуктивное сопротивления которой соответственно равны:  $r = 7 \text{ ом}$  и  $x_L = 24 \text{ ом}$ . Активная составляющая напряжения катушки  $U_a = 106,4 \text{ в}$ . Вычислить ток  $I$  в катушке, реактивную составляющую напряжения  $U_p$  и напряжение  $U$  на зажимах катушки, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , коэффициент

мощности  $\cos \varphi$ , активную, реактивную и полную проводимости  $g$ ,  $b$  и  $y$  катушки. Построить векторную диаграмму.

203. Приемник имеет активное сопротивление  $r=30,4$  ом и коэффициент мощности  $\cos \varphi=0,76$ . Чему равны активная и реактивная составляющие напряжения  $U_a$  и  $U_p$ , напряжение  $U$  на зажимах приемника, активная, реактивная и полная мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые приемником, если ток в приемнике  $I=5,5$  а? Построить векторную диаграмму.

204. В сеть с напряжением  $U=220$  в включен приемник, обладающий индуктивностью  $L=74,2$  мкн. Ток в приемнике  $I=4$  а. Определить полное, индуктивное и активное сопротивления  $z$ ,  $x_L$  и  $r$  приемника, коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , активную и реактивную составляющие напряжения  $U_a$  и  $U_p$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые приемником, если частота  $f=50$  гц.

205. В сеть с напряжением  $U=220$  в включена катушка, активное сопротивление которой  $r=5,9$  ом и индуктивность  $L=67,5$  мкн. Вычислить индуктивное и полное сопротивления  $x_L$  и  $z$  катушки, активную, реактивную и полную проводимости  $g$ ,  $b$  и  $y$ , ток  $I$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  катушки: 1) для частоты  $f=50$  гц и 2) для частоты  $f=100$  гц.

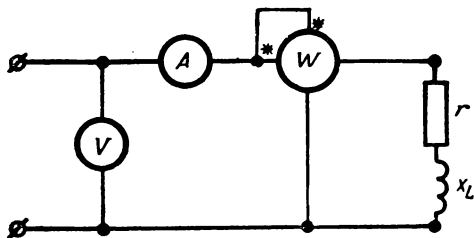


Рис. 97

206. Приборы, включенные в цепь переменного тока (рис. 97), имеют следующие показания: вольтметр  $U=220$  в; амперметр

$I=8,8$  а; ваттметр  $P=542$  вт. Определить полное, активное и индуктивное сопротивления  $z$ ,  $r$  и  $x_L$  катушки, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  и индуктивность  $L$  катушки, если частота  $f=50$  гц. Построить векторную диаграмму.

207. В однородном магнитном поле вокруг оси, перпендикулярной направлению поля, вращается катушка со скоростью  $n=3000$  об/мин и в ней индуцируется э. д. с.  $E=157$  в. Активные сопротивления и индуктивности катушки и внешней цепи соответственно равны:  $r_1=0,5$  ом;  $L_1=10$  мкн;  $r_2=4$  ом;  $L_2=30$  мкн. Определить коэффициенты мощности вращающейся катушки  $\cos \varphi_1$ , внешней цепи  $\cos \varphi_2$  и всей цепи  $\cos \varphi$ , ток  $I$  в цепи, напряжение  $U$  на зажимах внешней цепи и активные мощности  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P$ , если частота  $f=50$  гц.

Решение. Индуктивное сопротивление\* вращающейся катушки

$$x_1 = \omega L_1 = 314 \cdot 0,01 = 3,14 \text{ ом.}$$

\*  $\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ сек}^{-1}$ .

Индуктивное сопротивление внешней цепи

$$x_2 = \omega L_2 = 314 \cdot 0,03 = 9,42 \text{ ом.}$$

Индуктивное сопротивление всей цепи

$$x = x_1 + x_2 = 3,14 + 9,42 = 12,56 \text{ ом.}$$

Активное сопротивление всей цепи

$$r = r_1 + r_2 = 0,5 + 4 = 4,5 \text{ ом.}$$

Полное сопротивление всей цепи

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{4,5^2 + 12,56^2} \approx 13,3 \text{ ом.}$$

Полное сопротивление вращающейся катушки

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_1^2} = \sqrt{0,5^2 + 3,14^2} = 3,18 \text{ ом.}$$

Полное сопротивление внешней цепи

$$z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_2^2} = \sqrt{4^2 + 9,42^2} \approx 10,2 \text{ ом.}$$

Коэффициент мощности вращающейся катушки

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = \frac{0,5}{3,18} = 0,157.$$

Коэффициент мощности внешней цепи

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{4}{10,2} = 0,392.$$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{4,5}{13,3} = 0,338.$$

Ток в цепи

$$I = \frac{E}{z} = \frac{157}{13,3} = 11,8 \text{ а.}$$

Напряжение на зажимах вращающейся катушки или напряжение на зажимах внешней цепи

$$U = z_2 I = 10,2 \cdot 11,8 \approx 120 \text{ в.}$$

Активная мощность, теряемая во вращающейся катушке,

$$P_1 = r_1 I^2 = 0,5 \cdot 11,8^2 = 69,6 \text{ вт} \approx 70 \text{ вт.}$$

Активная мощность, потребляемая внешней цепью,

$$P_2 = r_2 I^2 = 4 \cdot 11,8^2 \approx 556 \text{ вт}$$

или

$$P_2 = UI \cos \varphi_2 = 120 \cdot 11,8 \cdot 0,392 \approx 556 \text{ вт.}$$

Активная мощность всей цепи

$$P = (r_1 + r_2)I^2 = (0,5 + 4) \cdot 11,8^2 = 626 \text{ вт}$$

или

$$P = EI \cos \varphi = 157 \cdot 11,8 \cdot 0,338 = 626 \text{ вт.}$$

208. В однородном магнитном поле вокруг оси, перпендикулярной направлению поля, вращается катушка со скоростью  $n=3000 \text{ об/мин}$  и в ней индуцируется э. д. с.  $E=290 \text{ в}$ . Активные сопротивления и индуктивности катушки и внешней цепи соответственно равны:  $r_1=0,4 \text{ ом}$ ;  $L_1=20,7 \text{ мГн}$ ;  $r_2=5,6 \text{ ом}$ ;  $L_2=61,8 \text{ мГн}$ . Определить коэффициенты мощности вращающейся катушки  $\cos \varphi_1$ , внешней цепи  $\cos \varphi_2$  и всей цепи  $\cos \varphi$ , ток  $I$  в цепи, напряжение  $U$  на зажимах внешней цепи и активные мощности  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P$ , если частота  $f=50 \text{ Гц}$ .

209. Приемник включен в сеть с напряжением  $U=220 \text{ в}$  и потребляет активную мощность  $P=784 \text{ вт}$  при коэффициенте мощности  $\cos \varphi=0,89$ . Чему равны ток  $I$  в приемнике, активная и реактивная составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , реактивная и полная мощности  $Q$  и  $S$ , индуктивность  $L$  приемника, активная, реактивная и полная проводимости  $g$ ,  $b$  и  $y$ , если частота  $f=50 \text{ Гц}$ ? Построить треугольники: напряжений, мощностей, сопротивлений, токов и проводимостей.

210. По цепи, активное сопротивление которой  $r=7,6 \text{ ом}$  и индуктивность  $L=20,7 \text{ мГн}$ , проходит ток  $i=17,9 \sin 314 t \text{ а}$ . Написать уравнения мгновенных значений напряжения  $u$  на зажимах цепи, напряжения  $u_r$  на зажимах активного сопротивления и напряжения  $u_L$  на зажимах индуктивности. Определить напряжение  $U$  на зажимах цепи, активную и реактивную составляющие напряжения  $U_a$  и  $U_p$ , коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и кривые изменения во времени мгновенных значений напряжений  $u$ ,  $u_r$ ,  $u_L$ , тока  $i$ , мощностей  $P$ ,  $P_r$  и  $P_L$ .

211. В сеть с напряжением  $U=220 \text{ в}$  включен приемник, активное сопротивление которого  $r=38 \text{ ом}$  и индуктивность  $L=39,8 \text{ мГн}$ . Вычислить коэффициент мощности  $\cos \varphi$  приемника, активную, реактивную и полную проводимости  $g$ ,  $b$  и  $y$ , ток  $I$ , активную и реактивную составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые приемником, если частота  $f=50 \text{ Гц}$ . Построить векторную диаграмму.

Р е ш е н и е. Индуктивное сопротивление приемника

$$x_L = \omega L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,0398 = 12,5 \text{ ом.}$$



Полное сопротивление приемника

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{38^2 + 12,5^2} = 40 \text{ ом}.$$

Коэффициент мощности приемника

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{38}{40} = 0,95.$$

Активная проводимость приемника

$$g = \frac{r}{z^2} = \frac{r}{r^2 + x_L^2} = \frac{38}{38^2 + 12,5^2} = 0,0237 \text{ 1/ом}.$$

Реактивная проводимость приемника

$$b = \frac{x_L}{z^2} = \frac{x_L}{r^2 + x_L^2} = \frac{12,5}{38^2 + 12,5^2} \approx 0,0078 \text{ 1/ом}.$$

Полная проводимость приемника

$$y = \frac{1}{z} = \frac{1}{40} = 0,025 \text{ 1/ом}$$

или

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{0,0237^2 + 0,0078^2} = 0,025 \text{ 1 /ом}.$$

Ток в приемнике

$$I = \frac{U}{z} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ а}$$

или

$$I = Uy = 220 \cdot 0,025 = 5,5 \text{ а}.$$

Активная составляющая тока

$$I_a = I \cos \varphi = 5,5 \cdot 0,95 \approx 5,2 \text{ а}$$

или

$$I_a = Ug = 220 \cdot 0,0237 \approx 5,2 \text{ а}.$$

Реактивная составляющая тока

$$I_p = I \sin \varphi = 5,5 \cdot 0,312 \approx 1,72 \text{ а},$$

где

$$\sin \varphi = \frac{x_L}{z} = \frac{12,5}{40} = 0,312$$

или

$$I_p = Ub = 220 \cdot 0,0078 \approx 1,72 \text{ а}.$$

Активная мощность, потребляемая приемником,

$$P = rI^2 = 38 \cdot 5,5^2 \approx 1150 \text{ вт}$$

или

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 5,5 \cdot 0,95 \approx 1150 \text{ вт.}$$

Реактивная мощность приемника

$$Q = x_L I^2 = 12,5 \cdot 5,5^2 = 378 \text{ вар}$$

или

$$Q = UI \sin \varphi = 220 \cdot 5,5 \cdot 0,312 \approx 378 \text{ вар.}$$

Полная мощность приемника

$$S = UI = 220 \cdot 5,5 = 1210 \text{ ва}$$

или

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1150^2 + 378^2} = 1210 \text{ ва.}$$

Для построения векторной диаграммы определяем активную составляющую напряжения  $U_a = rI = 38 \cdot 5,5 = 209 \text{ в}$  и индуктивную (реактивную) составляющую напряжения  $U_L = U_p = x_L I = 12,5 \cdot 5,5 = 68,7 \text{ в}$ . Построение ее производится так же, как и в задаче 192.

212. В сеть с напряжением  $U = 220 \text{ в}$  включен приемник, активное сопротивление которого  $r = 19,5 \text{ ом}$  и индуктивность  $L = 32,5 \text{ мГн}$ . Определить коэффициент мощности  $\cos \varphi$  приемника, активную, реактивную и полную проводимости  $g$ ,  $b$  и  $y$ , ток  $I$  в приемнике, активную и реактивную составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые приемником, если частота  $f = 50 \text{ Гц}$ . Построить векторную диаграмму.

213. Реактивная мощность приемника  $Q = 1452 \text{ вар}$ . Активная составляющая тока в приемнике  $I_a = 8,8 \text{ а}$ . Чему равны полное, активное и реактивное сопротивления  $z$ ,  $r$  и  $x$  приемника, активная, реактивная и полная проводимости  $g$ ,  $b$  и  $y$ , напряжение  $U$  на зажимах приемника, ток  $I$  в приемнике, если активная составляющая приложенного напряжения  $U_a = 176 \text{ в}$ ?

214. В сеть включен приемник, полное сопротивление которого  $z = 120 \text{ ом}$ . Активная составляющая напряжения приемника  $U_a = 96 \text{ в}$ . Определить активную, реактивную и полную проводимости  $g$ ,  $b$  и  $y$ , ток  $I$ , активную и реактивную составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , напряжение  $U$  на зажимах приемника, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые приемником, если коэффициент мощности его  $\cos \varphi = 0,8$ . Построить векторную диаграмму.

215. К катушке с активной проводимостью  $g = 0,0112 \text{ 1/ом}$  приложено напряжение  $U = 380 \text{ в}$ . Ток, проходящий по катушке,  $I = 15,2 \text{ а}$ . Вычислить индуктивность  $L$  катушки, коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , активную и реактивную составляющие напряжения  $U_a$  и  $U_p$ , активную и реактивную составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляе-

мые катушкой, если частота  $f=50$  гц. Построить треугольники: напряжений, мощностей, сопротивлений, токов и проводимостей.

216. Цепь переменного тока обладает активным и индуктивным сопротивлениями (рис. 98). При каком условии активная мощность  $P$  цепи будет наибольшей, если:

1) будет меняться только активное сопротивление  $r$ , а индуктивное  $x_L = \text{const}$ ;

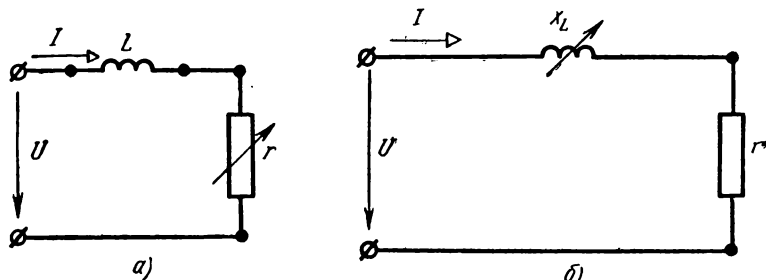


Рис. 98

2) будет меняться индуктивное сопротивление  $x_L$ , а активное  $r = \text{const}$ .

Р е ш е н и е. Активная мощность, потребляемая цепью,

$$P = UI \cos \varphi. \quad (114)$$

Ток в цепи

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x_L^2}}. \quad (115)$$

Коэффициент мощности цепи

$$\cos \varphi = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x_L^2}}. \quad (116)$$

Подставив уравнения (115) и (116) в уравнение (114), получим:

$$P = U \frac{U}{\sqrt{r^2 + x_L^2}} \cdot \frac{r}{\sqrt{r^2 + x_L^2}} = \frac{rU^2}{r^2 + x_L^2}. \quad (117)$$

Рассмотрим *первый случай*, т. е. когда  $r = \text{var}$ , а  $x_L = \text{const}$ .

Для того чтобы определить наибольшую мощность, подводимую к цепи, необходимо найти производную от уравнения (117) по  $r$  и приравнять ее нулю:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{U^2(r^2 + x_L^2) - U^2 2r}{(r^2 + x_L^2)^2} = 0$$

или

$$r^2 + x_L^2 - 2r^2 = 0,$$

откуда

$$r^2 = x_L^2$$

или

$$r = x_L.$$

Следовательно, мощность, подводимая к цепи, будет наибольшей тогда, когда активное сопротивление цепи будет равно индуктивному.

*Второй случай*, когда  $x_L = \text{var}$ , а  $r = \text{const}$ . Чтобы получить наибольшую мощность, подводимую к цепи, необходимо найти производную от уравнения (117) по  $x_L$  и приравнять производную нулю:

$$\frac{dP}{dx_L} = \frac{0 \cdot (r^2 + x_L^2) - 2U^2 r x_L}{(r^2 + x_L^2)^2} = 0,$$

откуда

$$x_L = 0.$$

В этом случае мощность, подводимая к цепи, будет наибольшей тогда, когда индуктивное сопротивление цепи равно нулю.

217. К приемнику, активное и реактивное сопротивления которого равны между собой, приложено напряжение  $U=110$  в.

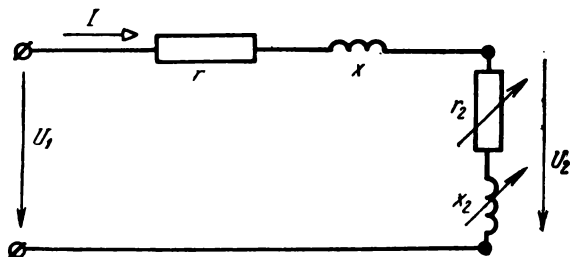


Рис. 99

Определить коэффициент мощности  $\cos \varphi$  приемника, ток  $I$  в приемнике, активное, реактивное и полное сопротивления  $r$ ,  $x$  и  $z$  приемника, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые приемником, если реактивная составляющая тока в приемнике  $I_p = 4,5$  а.

218. В сеть с напряжением  $U_1 = 220$  в включен приемник с меняющимися сопротивлениями  $r_2$  и  $x_2$  (рис. 99) и постоянным коэффициентом мощности  $\cos \varphi_2 = \text{const} = 0,8$ . Активное и индуктивное сопротивления проводов линии  $r = 2$  ом и  $x = 3$  ом. При каких значениях сопротивлений  $r_2$  и  $x_2$  активная мощность, потребляемая приемником, и к. п. д. линии будут наибольшими?

Найти мощность  $P_{2\max}$ , к. п. д.  $\eta$ , коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , всей цепи и ток  $I$  в приемнике.

Р е ш е н и е. Активная мощность, потребляемая приемником,

$$P_2 = U_2 I \cos \varphi_2. \quad (118)$$

Ток в приемнике

$$I = \frac{U_1}{\sqrt{(r + r_2)^2 + (x + x_2)^2}}. \quad (119)$$

Напряжение на зажимах приемника

$$U_2 = I \sqrt{r_2^2 + x_2^2}. \quad (120)$$

Подставляя значение тока  $I$  из уравнения (119) в уравнение (120), получим:

$$U_2 = \frac{U_1 \sqrt{r_2^2 + x_2^2}}{\sqrt{(r + r_2)^2 + (x + x_2)^2}}. \quad (121)$$

Коэффициент мощности приемника

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + x_2^2}}. \quad (122)$$

Подставляя уравнения (119), (121) и (122) в уравнение (118), найдем:

$$P_2 = \frac{U_1^2 r_2}{(r + r_2)^2 + (x + x_2)^2}, \quad (123)$$

так как по условию задачи  $\cos \varphi_2 = 0,8$  или

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{x_2}{r_2} = 0,75,$$

откуда

$$x_2 = 0,75 r_2. \quad (124)$$

Подставляя значение  $x_2$  в уравнение (123), будем иметь:

$$P_2 = \frac{U_1^2 r_2}{(r + r_2)^2 + (x + 0,75 r_2)^2}.$$

Чтобы получить наибольшую активную мощность, потребляемую приемником, необходимо найти производную от последнего выражения по  $r_2$  и приравнять производную нулю:

$$\frac{dP_2}{dr_2} = \frac{U_1^2 [(r + r_2)^2 + (x + 0,75 r_2)^2 - 2 r_2 (r + r_2) - 2 \cdot 0,75 r_2 (x + 0,75 r_2)]}{[(r + r_2)^2 + (x + 0,75 r_2)^2]^2} = 0,$$

откуда

$$r^2 + x^2 = r_2^2 + (0,75r_2)^2 \quad (125)$$

или

$$z = z_2. \quad (126)$$

Следовательно, активная мощность, потребляемая приемником, будет наибольшей тогда, когда полное сопротивление приемника будет равно полному сопротивлению линии.

Активное сопротивление приемника определим из выражения (125), т. е. подставим в него значения  $r$  и  $x$ :

$$2^2 + 3^2 = r_2^2 + (0,75r_2)^2,$$

откуда

$$r_2 \approx 2,88 \text{ ом.}$$

Реактивное сопротивление приемника

$$x_2 = 0,75r_2 = 0,75 \cdot 2,88 = 2,16 \text{ ом.}$$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi_1 = \frac{r + r_2}{\sqrt{(r + r_2)^2 + (x + x_2)^2}} = \frac{2 + 2,88}{\sqrt{(2 + 2,88)^2 + (3 + 2,16)^2}} = 0,687.$$

Ток в приемнике

$$I = \frac{U_1}{\sqrt{(r + r_2)^2 + (x + x_2)^2}} = \frac{220}{\sqrt{(2 + 2,88)^2 + (3 + 2,16)^2}} \approx 31 \text{ а.}$$

Напряжение на зажимах приемника

$$U_2 = z_2 I = \sqrt{r_2^2 + x_2^2} I = \sqrt{2,88^2 + 2,16^2} \cdot 31 = 111,6 \text{ в.}$$

Максимальная мощность приемника

$$P_{2\text{ макс}} = r_2 I^2 = 2,88 \cdot 31^2 \approx 2770 \text{ вт}$$

или

$$P_{2\text{ макс}} = U_2 I \cos \varphi_2 = 111,6 \cdot 31 \cdot 0,8 \approx 2770 \text{ вт.}$$

Коэффициент полезного действия линии

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I \cos \varphi_2}{U_1 I \cos \varphi_1} = \frac{I^2 r_2}{I^2 (r + r_2)} = \frac{r_2}{r + r_2} = \frac{2,88}{2 + 2,88} \approx 0,59$$

или

$$\eta = 59\%.$$

На рис. 100 изображена векторная диаграмма для цепи, показанной на рис. 99.

Построение векторной диаграммы производится следующим образом. Выбираем масштаб напряжения. В произвольном направлении откладываем вектор тока  $\vec{I}$  (рис. 100), а под углом  $\varphi_2$  в сторону опережения вектора  $\vec{I}$  откладываем вектор напряжения  $\vec{U}_2$  ( $U_2 = z_2 I = \sqrt{2,88^2 + 2,16^2} \cdot 31 = 111,6 \text{ в}$ ) на зажимах приемника — в конце линии. Из конца вектора  $\vec{U}_2$  параллельно вектору  $\vec{I}$

откладываем вектор активного падения напряжения в линии  $\overline{rI}$  ( $rI=2 \cdot 31=62$  в), а из конца вектора  $\overline{rI}$  под углом  $90^\circ$  в сторону опережения вектора  $\overline{I}$  откладываем вектор индуктивного падения напряжения в линии  $\overline{xI}$  ( $xI=3 \cdot 31=93$  в). Складывая векторы  $\overline{rI}$  и  $\overline{xI}$ , получим вектор полного падения напряжения  $\overline{zI}$  в линии. Соединяя точку  $O$  с концом вектора  $\overline{zI}$ , получим вектор напряжения  $\overline{U_1}$  в начале линии (на входе линии).

219. В сеть с напряжением  $U_1=127$  в включен приемник с меняющимися сопротивлениями  $r_2$  и  $x_2$  (см. рис. 99) и постоянным коэффициентом мощности приемника  $\cos \varphi_2 = \text{const} = 0,9$ . Активное и индуктивное сопротивления проводов линии равны:  $r=1$  ом и  $x=1,6$  ом. Определить, при каких значениях сопротивлений  $r_2$  и  $x_2$  активная мощность, потребляемая приемником, к. п. д. линии будут наибольшими; при этом найти мощность  $P_{2\text{ макс}}$ , к. п. д.  $\eta$ , коэффициент мощности  $\cos \varphi_1$  всей цепи и ток  $I$  в приемнике?

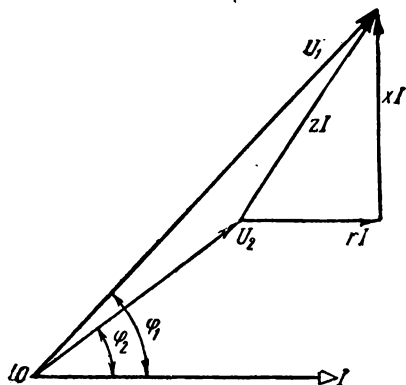


Рис. 100

220. В конце двухпроводной линии включен приемник, активная мощность которого  $P_2=40$  квт и коэффициент мощности  $\cos \varphi_2=0,8$ . Активное сопротивление проводов линии  $r=1$  ом и индуктивное  $x=2$  ом. Определить аналитически и графически напряжение  $U_1$  в начале линии, падение напряжения в линии, потерю напряжения  $\Delta U$  в линии, потерю мощности  $\Delta P$  в линии, индуктивность  $L$  линии, индуктивность  $L_2$  приемника и индуктивность  $L_1$  всей цепи, если напряжение в конце линии  $U_2=3$  кв и частота  $f=50$  гц.

**Решение.** Ток в линии

$$I = \frac{P_2}{U_2 \cos \varphi_2} = \frac{40 \cdot 10^3}{3000 \cdot 0,8} \approx 16,7 \text{ а.}$$

Падение напряжения в линии

$$zI = \sqrt{r^2 + x^2} \cdot I = \sqrt{1^2 + 2^2} \cdot 16,7 = 37,3 \text{ в.}$$

Активное сопротивление приемника

$$r_2 = \frac{P_2}{I^2} = \frac{40\,000}{16,7^2} = 143,4 \text{ ом.}$$

Полное сопротивление приемника

$$z_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{3000}{16,7} = 179,6 \text{ ом.}$$

Реактивное сопротивление приемника

$$x_2 = \sqrt{z_2^2 - r_2^2} = \sqrt{179,6^2 - 143,4^2} \approx 108 \text{ ом.}$$

Напряжение в начале линии

$$\begin{aligned} U_1 &= z_1 I = I \sqrt{(r + r_2)^2 + (x + x_2)^2} = \\ &= 16,7 \sqrt{(1 + 143,4)^2 + (2 + 108)^2} = 3033 \text{ в.} \end{aligned}$$

Графическое определение напряжения ясно из рис. 101 и не требует пояснений.

Напряжение в начале линии можно найти из векторной диаграммы (рис. 101):

$$U_1^2 = (U_2 + rI \cos \varphi_2 + xI \sin \varphi_2)^2 + (xI \cos \varphi_2 - rI \sin \varphi_2)^2,$$

откуда

$$\begin{aligned} U_1 &= \sqrt{(U_2 + rI \cos \varphi_2 + xI \sin \varphi_2)^2 + (xI \cos \varphi_2 - rI \sin \varphi_2)^2} = \\ &= \sqrt{(3000 + 1 \cdot 16,7 \cdot 0,8 + 2 \cdot 16,7 \cdot 0,6)^2 + (2 \cdot 16,7 \cdot 0,8 - 1 \cdot 16,7 \cdot 0,6)^2} = \\ &= 3033 \text{ в.} \end{aligned}$$

Потеря напряжения есть арифметическая разность между напряжениями в начале и в конце линии, т. е.

$$\Delta U = U_1 - U_2 = 3033 - 3000 = 33 \text{ в}$$

или в процентах

$$\Delta U \% = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \cdot 100 = \frac{3033 - 3000}{3033} \cdot 100 \approx 1,1 \%.$$

Потеря мощности в линии

$$\Delta P = rI^2 = 1 \cdot 16,7^2 \approx 279 \text{ вт.}$$

Индуктивность линии

$$L = \frac{x}{\omega} = \frac{2}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,00637 \text{ гн} = 6,37 \text{ мгн.}$$

Индуктивность приемника

$$L_2 = \frac{x_2}{\omega} = \frac{108}{314} \approx 0,344 \text{ гн} = 344 \text{ мгн.}$$

Индуктивность всей цепи

$$L_1 = L + L_2 = 6,37 + 344 = 350,37 \text{ мгн} \approx 350,4 \text{ мгн.}$$



221. В конце двухпроводной линии включен приемник, активная мощность которого  $P_2=270 \text{ кВт}$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi_2=0,9$ . Активное сопротивление проводов линии  $r=10 \text{ ом}$  и индуктивное  $x=15 \text{ ом}$ . Определить аналитически и графически напряжение  $U_1$  в начале линии, падение напряжения в линии, потерю напряжения  $\Delta U$  в линии, потерю мощности  $\Delta P$  в линии, индуктивность  $L$  линии, индуктивность  $L_2$  приемника и индуктивность  $L_1$  всей цепи, если напряжение в конце линии  $U_2=10 \text{ кВ}$  и частота  $f=50 \text{ Гц}$ .

222. Приемник, имеющий чисто активное сопротивление  $r_2=200 \text{ ом}$ , присоединен через линию передачи к генератору переменного тока с напряжением  $U_1=6,3 \text{ кВ}$ . Вычислить напряжение  $U_2$  на зажимах приемника, потерю напряжения  $\Delta U$  в линии передачи, активное и индуктивное сопротивления  $r_L$  и  $x_L$  каждого провода линии передачи, если мощность генератора  $P_1=188,1 \text{ кВт}$ , а мощность приемника  $P_2=180 \text{ кВт}$ .

223. Конденсатор емкостью  $C=20 \text{ мкФ}$  включен в сеть. Каково емкостное сопротивление  $x_C$  конденсатора, если частота  $f=50 \text{ Гц}$ ?

224. Определить емкостное сопротивление  $x_C$  конденсатора, включенного в сеть с напряжением  $U=380 \text{ В}$ , если ток в цепи  $I=2 \text{ А}$ . Найти активную, реактивную и полную мощности, потребляемые конденсатором. Построить векторную диаграмму.

225. К конденсатору емкостью  $C=2,5 \text{ мкФ}$  приложено напряжение  $U=3000 \text{ В}$ . Вычислить емкостное сопротивление  $x_C$  конденсатора, ток  $I$  и максимальную энергию электрического поля конденсатора  $W_{\text{э, макс}}$ , если частота  $f=50 \text{ Гц}$ . Построить векторную диаграмму.

226. Каково напряжение  $U$  на обкладках конденсатора, если его емкостное сопротивление  $x_C=440 \text{ ом}$  и ток в цепи  $I=0,5 \text{ А}$ ?

227. Напряжение, приложенное к цепи, содержащей емкость  $C=579 \text{ мкФ}$ , равно  $u=U_m \sin \omega t=310 \sin 314t \text{ В}$ .

Написать выражения мгновенных значений тока  $i$  и мощности  $p$ . Чему равен ток  $I$  в цепи? Построить кривые изменения во времени мгновенных значений напряжения  $u$  на обкладках конденсатора, тока  $i$  и мощности  $p$ . Построить векторную диаграмму.

228. К генератору переменного тока с напряжением  $U=220 \text{ В}$  присоединен конденсатор емкостью  $C=57,9 \text{ мкФ}$ . Определить амплитуду заряда  $q_m$  в конденсаторе и действующее значение тока  $I$ , если частота  $f=50 \text{ Гц}$ .

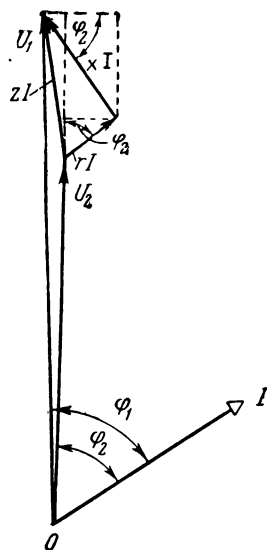


Рис. 101

229. Реостат с сопротивлением  $r=25$  ом и конденсатор емкостью  $C=65$  мкф включены последовательно. Найти напряжение  $U_r$  на зажимах реостата, напряжение  $U_C$  на обкладках конденсатора, напряжение  $U$  на зажимах всей цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  всей цепи, если ток в цепи  $I=4$  а, а частота  $f=50$  гц.

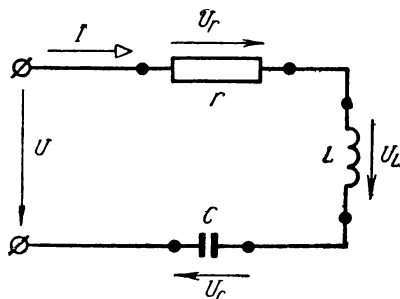


Рис. 102

емкости и мощностей  $p$ ,  $p_r$ ,  $p_L$  и  $p_C$ . Определить ток  $I$  в цепи, напряжения на зажимах активного сопротивления  $U_r$ , индуктивности  $U_L$  и емкости  $U_C$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и кривые изменения во времени мгновенных значений напряжения  $u$  на зажимах цепи, напряжения  $u_r$  на активном сопротивлении, напряжения  $u_L$  на индуктивности, напряжения  $u_C$  на емкости, тока  $i$  и мощностей  $p$ ,  $p_r$ ,  $p_L$  и  $p_C$ .

231. К цепи, состоящей из последовательно включенных катушки, активное сопротивление которой  $r=8$  ом и индуктивное  $x_L=88$  ом, и конденсатора, обладающего емкостным сопротивлением  $x_C=94$  ом, приложено напряжение  $U=220$  в. Определить ток  $I$  в цепи, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи. Построить векторную диаграмму напряжений.

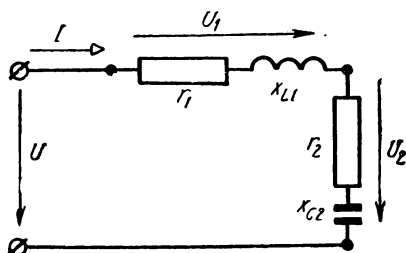


Рис. 103

232. Последовательно с катушкой, активное сопротивление которой  $r_1=7$  ом и индуктивное  $x_{L1}=24$  ом, включен приемник, обладающий активным сопротивлением  $r_2=18$  ом и емкостным  $x_{C2}=73$  ом (рис. 103). Вычислить полное сопротивление  $z$  цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, активную и реактивную составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , напряжение  $U$  на зажимах цепи, актив-

ную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  цепи. Построить векторную диаграмму напряжений, если ток в цепи  $I = 4$  а.

**Решение.** Полное сопротивление цепи

$$z = \sqrt{(r_1 + r_2)^2 + (x_{L1} - x_{C2})^2} = \sqrt{(7 + 18)^2 + (24 - 73)^2} = 55 \text{ ом.}$$

Коэффициент мощности цепи

$$\cos \varphi = \frac{r_1 + r_2}{z} = \frac{7 + 18}{55} = 0,454.$$

Активная составляющая тока

$$I_a = I \cos \varphi = 4 \cdot 0,454 \approx 1,82 \text{ а.}$$

Реактивная составляющая тока

$$I_p = I \sin \varphi = 4 (-0,891) = -3,56 \text{ а,}$$

где

$$\sin \varphi = \frac{x_{L1} - x_{C2}}{z} = \frac{24 - 73}{55} \approx -0,891.$$

Напряжение на зажимах цепи

$$U = zI = 55 \cdot 4 = 220 \text{ в.}$$

Активная мощность, потребляемая цепью,

$$P = (r_1 + r_2)I^2 = (7 + 18)4^2 = 400 \text{ вт}$$

или

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 4 \cdot 0,454 = 400 \text{ вт.}$$

Реактивная мощность цепи

$$Q = UI \sin \varphi = 220 \cdot 4 (-0,891) = -784 \text{ вар}$$

или

$$Q = (x_{L1} - x_{C2})I^2 = (24 - 73) \cdot 4^2 = -784 \text{ вар.}$$

Полная мощность цепи

$$S = UI = 220 \cdot 4 = 880 \text{ ва}$$

или

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{400^2 + 784^2} = 880 \text{ ва.}$$

Построение векторной диаграммы напряжений производится следующим образом.

Выбираем масштаб для напряжения  $m_U = 2$  в/мм. По горизонтали вправо (рис. 104) откладываем вектор тока\*  $\vec{I}$  и по направлению вектора тока откладываем вектор активной составляющей напряжения  $\vec{r_1 I}$  ( $r_1 I = 7 \cdot 4 = 28$  в). Из конца вектора  $\vec{r_1 I}$  откладываем вектор индуктивной составляющей напряжения  $\vec{x_{L1} I}$  ( $x_{L1} I =$

\* Выбор масштаба для тока в данном случае не обязателен; достаточно задаться направлением вектора тока.

$=24 \cdot 4 = 96$  в) в сторону опережения вектора тока  $\bar{I}$  на  $90^\circ$ . Складывая геометрически эти два вектора, получим вектор напряжения  $\bar{U}_1$  на зажимах катушки. Из конца вектора  $\bar{U}_1$  проводим параллельно вектору тока  $\bar{I}$  вектор активной составляющей напряжения  $\bar{r}_2 \bar{I}$  ( $r_2 I = 18 \cdot 4 = 72$  в) и под углом  $90^\circ$  в сторону отставания от вектора тока откладываем вектор емкостной составляющей напряжения  $\bar{x}_{c2} \bar{I}$  ( $x_{c2} I = 73 \cdot 4 = 292$  в). Складывая векторы

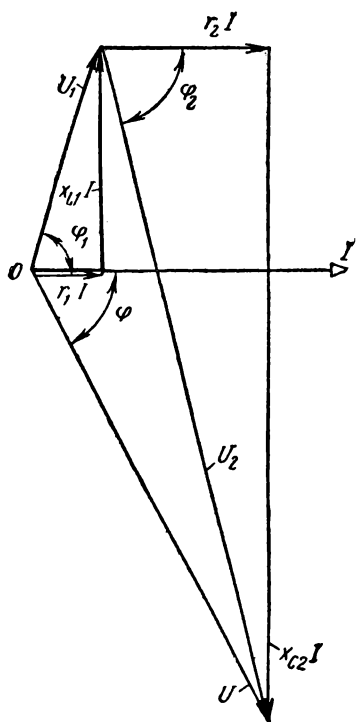


Рис. 104

$\bar{r}_2 \bar{I}$  и  $\bar{x}_{c2} \bar{I}$ , получим вектор напряжения  $\bar{U}_2$  на зажимах приемника. Геометрическая сумма векторов  $\bar{r}_1 \bar{I}$ ,  $\bar{x}_{L1} \bar{I}$ ,  $\bar{r}_2 \bar{I}$  и  $\bar{x}_{c2} \bar{I}$  равна вектору напряжения  $\bar{U}$  на зажимах всей цепи.

233. Последовательно с катушкой, активное сопротивление которой  $r_1 = 12$  ом и индуктивное  $x_{L1} = 60$  ом, включен приемник, обладающий активным сопротивлением  $r_2 = 3,1$  ом и емкостным  $x_{c2} = 76$  ом. Определить полное сопротивление  $z$  цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, активную и реактивную составляющие тока  $I_a$  и  $I_p$ , напряжение  $U$  на зажимах цепи, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$

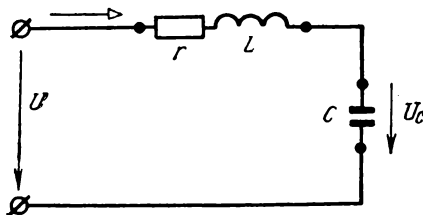


Рис. 105

цепи и построить векторную диаграмму напряжений, если ток в цепи  $I = 10$  а.

234. К цепи, состоящей из последовательно включенных катушки и конденсатора (рис. 105), приложено напряжение  $U = 127$  в. Активная мощность, подводимая к цепи,  $P = 1835$  вт при токе  $I = 25,4$  а. Вычислить активное сопротивление  $r$  катушки, индуктивность  $L$ , емкость  $C$  конденсатора и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, если напряжение на обкладках конденсатора  $U_C = 452$  в и частота  $f = 50$  гц.

235. В сеть с напряжением  $U=127$  в включены последовательно активное сопротивление  $r=25,4$  ом, емкость  $C=20$  мкф и переменная индуктивность  $L$  (рис. 106). Найти величину индуктивности  $L_0$  при резонансе напряжений, ток  $I$  в цепи и построить кривые зависимости тока  $I$ , напряжения  $U_C$  на емкости, напряжения  $U_L$  на индуктивности и угла сдвига фаз  $\varphi$  между вектором тока  $\vec{I}$  и вектором напряжения  $\vec{U}$  от величины индуктивности  $L$  при изменении ее от нуля до двойного резонансного значения, если частота  $f=50$  гц.

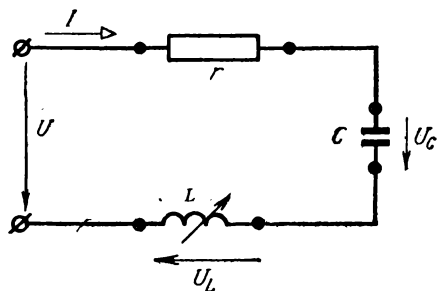


Рис. 106

236. К цепи, состоящей из последовательно включенных активного сопротивления  $r=9$  ом, индуктивности  $L=200$  мгн и емкости  $C=20$  мкф, приложено напряжение  $U=36$  в. Определить частоту  $f_0$ , при которой наступит резонанс напряжений, ток  $I$  в цепи, напряжение  $U_C$  на емкости, напряжение  $U_L$  на индуктивности при найденной частоте. Построить кривые зависимости тока  $I$ , напряжения  $U_C$  на емкости, напряжения  $U_L$  на индуктивности и угла сдвига фаз  $\varphi$  между вектором тока  $\vec{I}$  и вектором напряжения  $\vec{U}$  от частоты при изменении ее от нуля до двойного резонансного значения.

237. К цепи, состоящей из последовательно включенных активного сопротивления  $r=12,7$  ом, индуктивности  $L=63,7$  мгн и емкости  $C=70$  мкф, приложено напряжение  $U=127$  в, частота  $f=50$  гц. Определить ток  $I$  в цепи при резонансе напряжений, напряжение  $U_C$  на емкости и напряжение  $U_L$  на индуктивности, если будут изменяться:

- 1) емкость  $C=\text{var}$ ,  $L=\text{const}$  и  $f=\text{const}$ ,
- 2) индуктивность  $L=\text{var}$ ,  $C=\text{const}$  и  $f=\text{const}$ ,
- 3) частота  $f=\text{var}$ ,  $L=\text{const}$  и  $C=\text{const}$ .

Построить векторную диаграмму напряжений.

238. К генератору переменного тока с напряжением  $U=133$  в и частотой  $f=50$  гц присоединена цепь, состоящая из последовательно включенных активного сопротивления  $r=26,6$  ом и емкости  $C=87$  мкф. Какую индуктивность  $L_0$  надо включить в цепь последовательно, чтобы наступил резонанс напряжений, при этом найти ток  $I$  в цепи, активную мощность  $P$ , потребляемую цепью, напряжение  $U_L$  на индуктивности и напряжение  $U_C$  на емкости?

239. Последовательно включены три приемника (рис. 107), активные и реактивные сопротивления которых соответственно равны:  $r_1=16,1$  ом;  $x_{L1}=15$  ом;  $r_2=19,2$  ом;  $x_{L2}=5,6$  ом;

$r_3 = 17,7 \text{ ом}$ ;  $x_{C3} = 35,3 \text{ ом}$ . Определить полные сопротивления каждого приемника и всей цепи, ток  $I$  в цепи, напряжения на зажимах каждого приемника и всей цепи, коэффициенты мощности каждого приемника и всей цепи, активные, реактивные и полные мощности каждого приемника и всей цепи, если активная

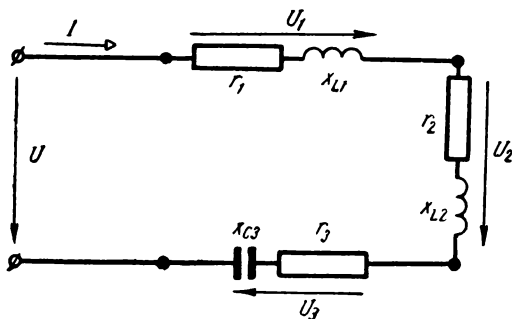


Рис. 107

мощность, потребляемая вторым приемником,  $P_2 = 307 \text{ вт}$ . Построить векторную диаграмму.

**Решение.** Полные сопротивления приемников

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2} = \sqrt{16,1^2 + 15^2} = 22 \text{ ом};$$

$$z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_{L2}^2} = \sqrt{19,2^2 + 5,6^2} = 20 \text{ ом};$$

$$z_3 = \sqrt{r_3^2 + x_{C3}^2} = \sqrt{17,7^2 + 35,3^2} = 39,5 \text{ ом}.$$

Полное сопротивление всей цепи

$$z = \frac{\sqrt{(r_1 + r_2 + r_3)^2 + (x_{L1} + x_{L2} - x_{C3})^2}}{1} = \sqrt{(16,1 + 19,2 + 17,7)^2 + (15 + 5,6 - 35,3)^2} = 55 \text{ ом}.$$

Ток в цепи

$$I = \sqrt{\frac{P_2}{r_2}} = \sqrt{\frac{307}{19,2}} = 4 \text{ а}.$$

Напряжения на зажимах приемников

$$U_1 = z_1 I = 22 \cdot 4 = 88 \text{ в};$$

$$U_2 = z_2 I = 20 \cdot 4 = 80 \text{ в};$$

$$U_3 = z_3 I = 39,5 \cdot 4 = 158 \text{ в}.$$

Напряжение на зажимах всей цепи

$$U = z I = 55 \cdot 4 = 220 \text{ в}.$$

Коэффициенты мощности приемников:

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = \frac{16,1}{22} = 0,732;$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{19,2}{20} = 0,96;$$

$$\cos \varphi_3 = \frac{r_3}{z_3} = \frac{17,7}{39,5} = 0,448.$$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi = \frac{r_1 + r_2 + r_3}{z} = \frac{16,1 + 19,2 + 17,7}{55} = 0,964.$$

Активные мощности, потребляемые приемниками,

$$P_1 = r_1 I^2 = 16,1 \cdot 4^2 = 258 \text{ вт}$$

или

$$P_1 = U_1 I \cos \varphi_1 = 88 \cdot 4 \cdot 0,732 = 258 \text{ вт};$$

$$P_3 = r_3 I^2 = 17,7 \cdot 4^2 = 283 \text{ вт}$$

или

$$P_3 = U_3 I \cos \varphi_3 = 158 \cdot 4 \cdot 0,448 = 283 \text{ вт}.$$

Активная мощность всей цепи

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 258 + 307 + 283 = 848 \text{ вт}$$

или

$$P = UI \cos \varphi = 220 \cdot 4 \cdot 0,964 = 848 \text{ вт}.$$

Реактивные мощности приемников:

$$Q_1 = x_{L1} I^2 = 15 \cdot 4^2 = 240 \text{ вар}$$

или

$$Q_1 = U_1 I \sin \varphi_1 = 88 \cdot 4 \cdot \frac{15}{22} = 240 \text{ вар};$$

$$Q_2 = x_{L2} I^2 = 5,6 \cdot 4^2 = 90 \text{ вар}$$

или

$$Q_2 = U_2 I \sin \varphi_2 = 80 \cdot 4 \cdot \frac{5,6}{20} \approx 90 \text{ вар};$$

$$Q_3 = -x_{C3} I^2 = (-35,3) \cdot 4^2 = -565 \text{ вар}$$

или

$$Q_3 = U_3 I \sin \varphi_3 = 158 \cdot 4 \cdot \frac{-35,3}{39,5} = -565 \text{ вар}.$$

Реактивная мощность всей цепи

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 240 + 90 - 565 = -235 \text{ вар}$$

или

$$Q = UI \sin \varphi = 220 \cdot 4 \cdot \frac{15 + 5,6 - 35,3}{55} = -235 \text{ вар.}$$

Полные мощности, потребляемые приемниками,

$$S_1 = U_1 I = 88 \cdot 4 = 352 \text{ ва}; \quad S_2 = U_2 I = 80 \cdot 4 = 320 \text{ ва};$$

$$S_3 = U_3 I = 158 \cdot 4 = 632 \text{ ва.}$$

Полная мощность всей цепи

$$S = UI = 220 \cdot 4 = 880 \text{ ва.}$$

Для построения векторной диаграммы определяем активные и реактивные падения напряжения\* в отдельных приемниках:

$$r_1 I = 16,1 \cdot 4 = 64,4 \text{ в}; \quad x_{L1} I = 15 \cdot 4 = 60 \text{ в};$$

$$r_2 I = 19,2 \cdot 4 = 76,8 \text{ в}; \quad x_{L2} I = 5,6 \cdot 4 = 22,4 \text{ в};$$

$$r_3 I = 17,7 \cdot 4 = 70,8 \text{ в и } x_{C3} I = 35,3 \cdot 4 = 141,2 \text{ в.}$$

Выбираем масштаб напряжения  $m_U = 2 \text{ в/мм}$ . В произвольном направлении откладываем вектор тока  $\vec{I}$  (рис. 108), по направлению вектора  $\vec{I}$  откладываем вектор  $r_1 \vec{I}$ , а под углом  $90^\circ$  в сторону

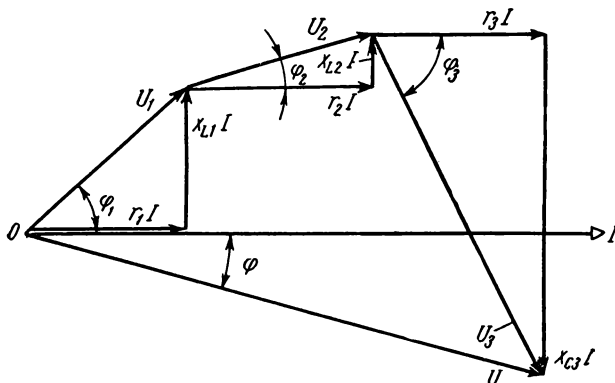


Рис. 108

опережения вектора  $\vec{I}$  откладываем вектор  $\overline{x_{L1} I}$ . Складывая эти векторы, получим вектор напряжения  $\vec{U}_1$  на зажимах первого приемника.

Из конца вектора  $\vec{U}_1$  параллельно вектору тока  $\vec{I}$  откладываем вектор  $\vec{r_2 I}$ , а под углом  $90^\circ$  в сторону опережения вектора  $\vec{I}$

\* Активные и реактивные составляющие напряжений отдельных приемников.



откладываем вектор  $\overline{x_{L2}I}$ . Складывая векторы  $\overline{r_2I}$  и  $\overline{x_{L2}I}$ , получим вектор напряжения  $\overline{U_2}$  на зажимах второго приемника.

Из конца вектора  $\overline{U_2}$  параллельно вектору  $\overline{I}$  откладываем вектор  $\overline{r_3I}$ , а под углом  $90^\circ$  в сторону отставания от вектора  $\overline{I}$  откладываем вектор  $\overline{x_{C3}I}$ . Складывая векторы  $\overline{r_3I}$  и  $\overline{x_{C3}I}$ , получим вектор напряжения  $\overline{U_3}$  на зажимах третьего приемника. Соединяя точку  $O$  с концом вектора  $\overline{U_3}$ , получим вектор напряжения  $\overline{U}$  на зажимах всей цепи.

240. Приемник энергии потребляет активную мощность  $P=4,18 \text{ кВт}$  при токе  $I_1=25 \text{ а}$  и напряжении  $U=220 \text{ в}$ . Найти емкость  $C_0$  конденсаторов, которые необходимо включить параллельно приемнику, чтобы повысить коэффициент мощности до единицы, если частота  $f=50 \text{ гц}$ . Построить векторную диаграмму.

241. Асинхронный двигатель работает при напряжении  $U_1=380 \text{ в}$  и коэффициенте мощности  $\cos \varphi_1=0,76$ , при этом его полезная мощность на валу  $P_2=5 \text{ кВт}$ , а коэффициент полезного действия  $\eta=84\%$ . Чему равна емкость  $C$  конденсаторов, которые необходимо включить параллельно двигателю, чтобы повысить коэффициент мощности до 0,9, если частота  $f=50 \text{ гц}$ . Построить векторную диаграмму токов.

242. Индуктивность  $L$  и емкость  $C$  (рис. 109) включены параллельно. Определить частоту  $f_0$  при резонансе токов, а также построить кривые изменения тока  $I_L$  в индуктивности, тока  $I_C$  в емкости, тока  $I$  в неразветвленной части цепи в зависимости от частоты, если индуктивность  $L=72 \text{ мГн}$ , емкость  $C=60 \text{ мкФ}$ , напряжение  $U=36 \text{ в}$ , частота изменяется от нуля до двойного резонансного значения.

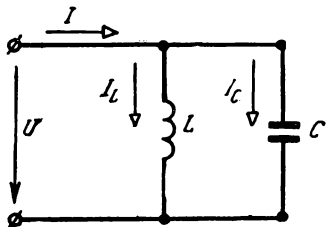


Рис. 109

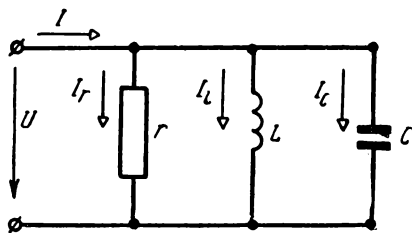


Рис. 110

цепи, угла сдвига фаз  $\varphi$  между током в неразветвленной части цепи и напряжением на зажимах цепи, изображенной на рис. 110, в зависимости от величины индуктивности  $L$  при изменении ее от нуля до двойного резонансного значения, если емкость  $C=50 \text{ мкФ}$ , активное сопротивление  $r=25,4 \text{ ом}$ , частота  $f=50 \text{ гц}$  и напряжение  $U=127 \text{ в}$ ,

244. В сеть с напряжением  $U=127$  в включены параллельно катушка, индуктивное сопротивление которой  $x_L=42,3$  ом (активным сопротивлением катушки можно пренебречь) и реостат с активным сопротивлением  $r=31,8$  ом (рис. 111). Определить аналитически и графически ток  $I$  в неразветвленной части цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  цепи. Построить векторную диаграмму.

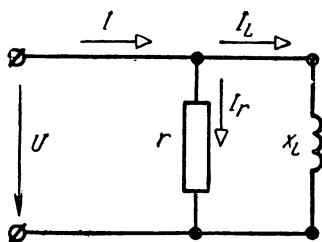


Рис. 111

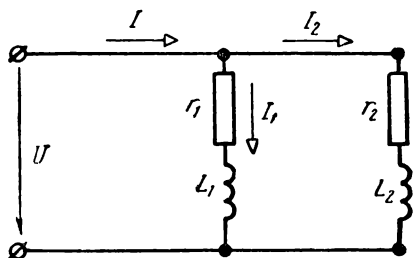


Рис. 112

245. В сеть с напряжением  $U=220$  в включены параллельно две катушки (рис. 112), активные сопротивления и индуктивности которых равны:  $r_1=3$  ом,  $L_1=69,5$  мГн,  $r_2=5,2$  ом и  $L_2=61,5$  мГн. Определить коэффициенты мощности каждой катушки и всей цепи  $\cos \varphi_1$ ,  $\cos \varphi_2$  и  $\cos \varphi$ , токи  $I_1$  и  $I_2$  в катушках, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  всей цепи, если частота  $f=50$  Гц. Построить векторную диаграмму.

Решение. Индуктивные сопротивления катушек:

$$x_{L1} = \omega L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,0695 = 21,8 \text{ ом};$$

$$x_{L2} = \omega L_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,0615 \approx 19,3 \text{ ом}.$$

Полные сопротивления катушек:

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2} = \sqrt{3^2 + 21,8^2} \approx 22 \text{ ом};$$

$$z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_{L2}^2} = \sqrt{5,2^2 + 19,3^2} \approx 20 \text{ ом}.$$

Коэффициенты мощности катушек:

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = \frac{3}{22} = 0,136;$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{5,2}{20} = 0,26.$$

Токи в катушках:

$$I_1 = \frac{U}{z_1} = \frac{220}{22} = 10 \text{ а};$$

$$I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{220}{20} = 11 \text{ а}.$$

Активные составляющие токов катушек:

$$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = 10 \cdot 0,136 = 1,36 \text{ а};$$

$$I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = 11 \cdot 0,26 = 2,86 \text{ а}.$$

Реактивные составляющие токов:

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = 10 \cdot \frac{21,8}{22} = 9,91 \text{ а};$$

$$I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = 11 \cdot \frac{19,3}{20} = 10,61 \text{ а}.$$

Активная составляющая тока в неразветвленной части цепи

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} = 1,36 + 2,86 = 4,22 \text{ а}.$$

Реактивная составляющая тока в неразветвленной части цепи

$$I_p = I_{p1} + I_{p2} = 9,91 + 10,61 = 20,52 \text{ а} \approx 20,5 \text{ а}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{4,22^2 + 20,5^2} = 20,9 \text{ а}.$$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I} = \frac{4,22}{20,9} = 0,202.$$

Активная мощность всей цепи

$$P = UI \cos \varphi = UI_a = 220 \cdot 4,22 \approx 928 \text{ вт}$$

или

$$P = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 = 3 \cdot 10^2 + 5,2 \cdot 11^2 = 929 \text{ вт}.$$

Реактивная мощность всей цепи

$$Q = x_{L1} I_1^2 + x_{L2} I_2^2 = 21,8 \cdot 10^2 + 19,3 \cdot 11^2 \approx 4510 \text{ вар}$$

или  $Q = UI \sin \varphi = UI_p = 220 \cdot 20,5 = 4510 \text{ вар.}$

Полная мощность всей цепи

$$S = UI = 220 \cdot 20,9 = 4600 \text{ ва}$$

или

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{929^2 + 4510^2} = 4600 \text{ ва.}$$

В произвольном направлении откладываем вектор напряжения  $\bar{U}$  (рис. 113), под углом  $\varphi_1 = 70^\circ 50'$  в масштабе ( $m_I = 0,2 \text{ а/мм}$ ) откладываем вектор тока  $\bar{I}_1$ , в сторону отставания от вектора  $\bar{U}$ . Из конца вектора  $\bar{I}_1$ , под углом  $\varphi_2 = 15^\circ 3'$  в сторону отставания от вектора  $\bar{U}$  откладываем вектор тока  $\bar{I}_2$ . Складывая векторы  $\bar{I}_1$  и  $\bar{I}_2$ , получим вектор тока  $\bar{I}$  в неразветвленной части цепи.

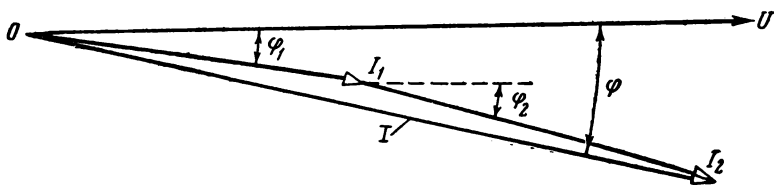


Рис. 113

246. В сеть с напряжением  $U = 220 \text{ в}$  включены параллельно две катушки (см. рис. 112), активные сопротивления и индуктивности которых соответственно равны:  $r_1 = 10 \text{ ом}$ ;  $L_1 = 62,4 \text{ мГн}$ ;  $r_2 = 12,5 \text{ ом}$ ;  $L_2 = 121 \text{ мГн}$ . Определить коэффициенты мощности каждой катушки и всей цепи  $\cos \varphi_1$ ,  $\cos \varphi_2$  и  $\cos \varphi$ , токи  $I_1$  и  $I_2$  в катушках, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  всей цепи, если частота  $f = 50 \text{ Гц}$ . Построить векторную диаграмму.

247. Две катушки (см. рис. 112), полные сопротивления и коэффициенты мощности которых соответственно равны:  $z_1 = 20 \text{ ом}$ ;  $\cos \varphi_1 = 0,6$ ;  $z_2 = 22 \text{ ом}$ ;  $\cos \varphi_2 = 0,504$ , включены параллельно. Определить напряжение  $U$  на зажимах катушек, э. д. с. самоиндукции  $E_{L1}$ ,  $E_{L2}$  катушек, активные сопротивления  $r_1$ ,  $r_2$  катушек, индуктивности  $L_1$ ,  $L_2$  катушек, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, угол сдвига фаз  $\varphi$  между вектором тока  $\bar{I}$  и вектором напряжения  $\bar{U}$ , если ток в первой катушке  $I_1 = 11 \text{ а}$  и частота  $f = 50 \text{ Гц}$ . Построить векторную диаграмму и треугольники мощностей. По треугольникам мощностей определить графически полную мощность каждой катушки и обеих катушек.

248. Два приемника (рис. 114) включены параллельно. Токи и коэффициенты мощности приемников соответственно равны:  $I_1=5,5$  а;  $I_2=4$ а;  $\cos \varphi_1=0,76$ ;  $\cos \varphi_2=0,89$  ( $\varphi_2 < 0$ ). Активная мощность, подводимая к приемникам,  $P=1703$  вт. Вычислить ток  $I$  в неразветвленной части цепи, напряжение  $U$  на зажимах цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи и мощность каждого приемника. Найти параметры приемников, т. е.  $z_1$ ,  $r_1$ ,  $x_1$ ,  $z_2$ ,  $r_2$ ,  $x_2$  и построить векторную диаграмму.

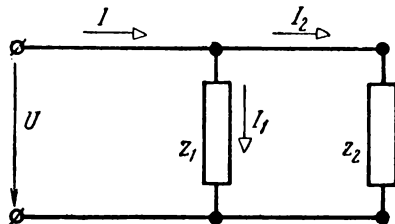


Рис. 114

249. Цепь состоит из двух параллельных ветвей (рис. 115), активные и реактивные сопротивления которых соответственно равны:  $r_1=16$  ом;  $x_c=12$  ом;  $r_2=17,2$  ом;  $x_L=10,2$  ом. Определить графически и аналитически полное сопротивление  $z$  цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, напряжение  $U$  на зажимах цепи, токи  $I_1$ ,  $I_2$  в параллельных ветвях и активную мощность  $P$  цепи, если ток в неразветвленной части цепи  $I=18,3$  а. Построить векторную диаграмму.

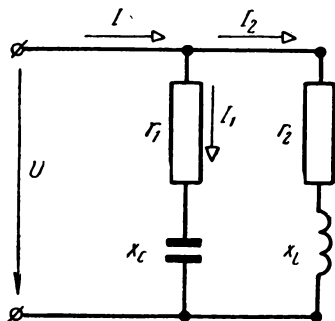


Рис. 115

250. В сеть с напряжением  $U=220$  в включены параллельно две катушки. Коэффициент мощности первой катушки  $\cos \varphi_1=0,5$  и ток в ней  $I_1=5$  а. Активная мощность, потребляемая второй катушкой,  $P_2=528$  вт и коэффициент мощности  $\cos \varphi_2=0,6$ . Чему равны полное, активное и индуктивное сопротивления каждой катушки, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, активная, реактивная и полная мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  всей цепи? Построить векторную диаграмму и треугольники мощностей для каждой катушки и обеих катушек.

251. Два приемника включены параллельно. Ток в первом приемнике  $I_1=10$  а и коэффициент мощности  $\cos \varphi_1=0,8$  ( $\varphi_1 > 0$ ). Ток в неразветвленной части цепи  $I=13,8$  а и коэффициент мощности всей цепи  $\cos \varphi=0,86$ . Определить напряжение  $U$  на зажимах приемников, ток  $I_2$  во втором приемнике, коэффициент мощности  $\cos \varphi_2$ , активное, реактивное и полное сопротивления приемников  $r_1$ ,  $x_1$ ,  $z_1$ ,  $r_2$ ,  $x_2$  и  $z_2$ , активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  цепи, если активная мощность, потребляемая вторым приемником,  $P_2=849$  вт. Построить векторную диаграмму.

252. Три приемника (рис. 116) включены параллельно. Активные и реактивные сопротивления приемников соответственно равны:  $r_1=15,2 \text{ ом}$ ;  $x_{L1}=13 \text{ ом}$ ;  $r_2=32 \text{ ом}$ ;  $x_{C2}=24 \text{ ом}$ ;  $r_3=20 \text{ ом}$ . Определить показания приборов, а также активную и реактивную

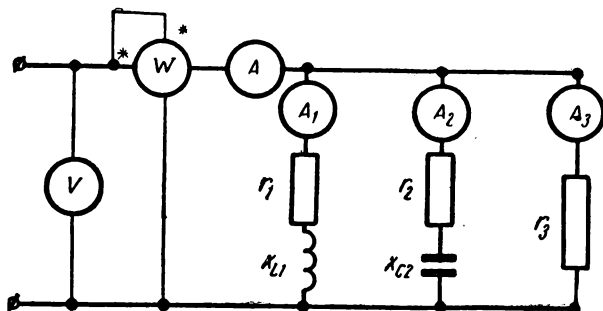


Рис. 116

мощности каждого приемника, если амперметр  $A_1$  показывает ток  $I_1=11 \text{ а}$ . Построить векторную диаграмму.

**Решение.** Ток в неразветвленной части цепи, т. е. показание амперметра  $A$ , определим двумя способами:

1-й способ. Полные сопротивления приемников:

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_{L1}^2} = \sqrt{15,2^2 + 13^2} = 20 \text{ ом.}$$

$$z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_{C2}^2} = \sqrt{32^2 + 24^2} = 40 \text{ ом}; \quad z_3 = r_3 = 20 \text{ ом.}$$

Коэффициенты мощности приемников:

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = \frac{15,2}{20} = 0,76;$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{32}{40} = 0,8; \quad \cos \varphi_3 = 1.$$

Напряжение на зажимах цепи

$$U = z_1 I_1 = 20 \cdot 11 = 220 \text{ в.}$$

Показания амперметров  $A_2$  и  $A_3$  равны:

$$I_2 = \frac{U}{z_2} = \frac{220}{40} = 5,5 \text{ а};$$

$$I_3 = \frac{U}{z_3} = \frac{220}{20} = 11 \text{ а.}$$

Активные составляющие токов приемников:

$$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = 11 \cdot 0,76 = 8,36 \text{ а};$$

$$I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = 5,5 \cdot 0,8 = 4,4 \text{ а};$$

$$I_{a3} = I_3 = 11 \text{ а}.$$

Активная составляющая тока в неразветвленной части цепи

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a3} = 8,36 + 4,4 + 11 = 23,76 \text{ а} \approx 23,8 \text{ а}.$$

Реактивные составляющие токов приемников:

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = 11 \cdot \frac{13}{20} = 7,15 \text{ а};$$

$$I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = 5,5 \cdot \frac{-24}{40} = -3,3 \text{ а}.$$

Реактивная составляющая тока в неразветвленной части цепи

$$I_p = I_{p1} + I_{p2} = 7,15 - 3,3 = 3,85 \text{ а}.$$

Ток в неразветвленной части цепи, т. е. показание амперметра  $A$ , равно:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{23,8^2 + 3,85^2} = 24,1 \text{ а}.$$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I} = \frac{23,8}{24,1} = 0,987.$$

2-й способ. Активные проводимости приемников:

$$g_1 = \frac{r_1}{z_1^2} = \frac{15,2}{20^2} = 0,038 \text{ 1/ом};$$

$$g_2 = \frac{r_2}{z_2^2} = \frac{32}{40^2} = 0,02 \text{ 1/ом};$$

$$g_3 = \frac{1}{r_3} = \frac{1}{20} = 0,05 \text{ 1/ом}.$$

Эквивалентная активная проводимость всей цепи

$$g = g_1 + g_2 + g_3 = 0,038 + 0,02 + 0,05 = 0,108 \text{ 1/ом}.$$

Реактивные проводимости приемников:

$$b_1 = \frac{x_{L1}}{z_1^2} = \frac{13}{20^2} = 0,0325 \text{ 1/ом};$$

$$b_2 = \frac{-x_{C2}}{z_2^2} = \frac{-24}{40^2} = -0,015 \text{ 1/ом};$$

$$b_3 = \frac{x_3}{z_3^2} = \frac{0}{20^2} = 0.$$

Эквивалентная реактивная проводимость всей цепи

$$b = b_1 + b_2 + b_3 = 0,0325 - 0,015 + 0 = 0,0175 \text{ 1/ом}.$$

Эквивалентная полная проводимость всей цепи

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{0,108^2 + 0,0175^2} = 0,1094 \text{ 1/ом}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I = \frac{U}{z} = Uy = 220 \cdot 0,1094 = 24,1 \text{ а}.$$

Активные мощности приемников:

$$P_1 = r_1 I_1^2 = 15,2 \cdot 11^2 = 1839 \text{ вт}$$

или

$$P_1 = UI_1 \cos \varphi_1 = UI_{a1} = 220 \cdot 8,36 = 1839 \text{ вт};$$

$$P_2 = r_2 I_2^2 = 32 \cdot 5,5^2 = 968 \text{ вт}$$

или

$$P_2 = UI_2 \cos \varphi_2 = UI_{a2} = 220 \cdot 4,4 = 968 \text{ вт};$$

$$P_3 = r_3 I_3^2 = 20 \cdot 11^2 = 2420 \text{ вт}$$

или

$$P_3 = UI_3 \cos \varphi_3 = UI_{a3} = 220 \cdot 11 = 2420 \text{ вт}.$$

Активная мощность всей цепи, т. е. показание ваттметра, равна:

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 1839 + 968 + 2420 = 5227 \text{ вт}$$

или

$$P = UI \cos \varphi = UI_a = 220 \cdot 23,76 = 5227 \text{ вт}.$$

Реактивные мощности приемников:

$$Q_1 = x_{L1} I_1^2 = 13 \cdot 11^2 = 1573 \text{ вар}$$

или

$$Q_1 = UI_1 \sin \varphi_1 = UI_{p1} = 220 \cdot 7,15 = 1573 \text{ вар};$$

$$Q_2 = -x_{C2} I_2^2 = (-24) \cdot 5,5^2 = -726 \text{ вар}$$



или

$$Q_2 = UI_2 \sin \varphi_2 = UI_{p2} = 220 \cdot (-3,3) = -726 \text{ вар};$$

$$Q_3 = x_3 I_3^2 = 0 \cdot 11 = 0.$$

Реактивная мощность всей цепи

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 1573 - 726 + 0 = 847 \text{ вар}$$

или

$$Q = UI \sin \varphi = UI_p = 220 \cdot 3,85 = 847 \text{ вар}.$$

Построение векторной диаграммы производится следующим образом. Выбираем масштаб для тока  $m_I = 0,2 \text{ а/мм}$ . В произвольном направлении откладываем вектор напряжения  $\bar{U}$  (рис. 117). Под углом  $\varphi_1 = 40^\circ 30'$  в сторону отставания от вектора  $\bar{U}$  откладываем вектор тока  $\bar{I}_1$ . Из конца вектора  $\bar{I}_1$ , под углом  $\varphi_2 = 36^\circ 50'$  в сторону опережения вектора  $\bar{U}$  откладываем вектор тока  $\bar{I}_2$ . Из конца вектора  $\bar{I}_2$  параллельно вектору  $\bar{U}$  откладываем вектор

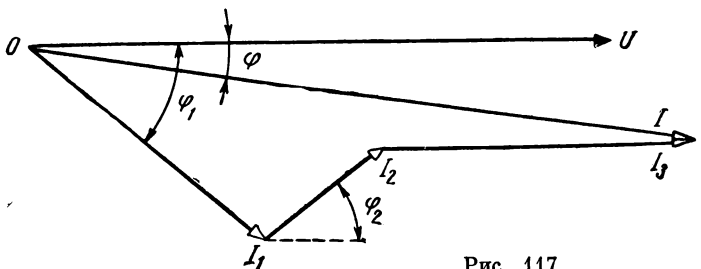


Рис. 117

тока  $\bar{I}_3$ . Соединяя точку  $O$  с концом вектора  $\bar{I}_3$ , получим вектор тока  $\bar{I}$  в неразветвленной части цепи.

253. Три приемника (рис. 116) включены параллельно. Активные и реактивные сопротивления приемников соответственно равны:  $r_1 = 32 \text{ ом}$ ;  $x_{L1} = 30, 2 \text{ ом}$ ;  $r_2 = 18,5 \text{ ом}$ ,  $x_{C2}^* = 7,6 \text{ ом}$ ;  $r_3 = 40 \text{ ом}$ . Определить показания приборов, а также активную и реактивную мощности каждого приемника, если амперметр  $A_1$  показывает ток  $I_1 = 5 \text{ а}$ . Построить векторную диаграмму.

254. В сеть с напряжением  $U = 220 \text{ в}$  включены параллельно двигатель, потребляющий активную мощность  $P_1 = 11 \text{ кВт}$  при коэффициенте мощности  $\cos \varphi_1 = 0,84$  и 12 ламп накаливания мощностью по  $200 \text{ вт}$  каждая (реактивное сопротивление ламп очень мало и им пренебрегаем). Определить аналитически и графически ток  $I$  в неразветвленной части цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи и угол сдвига фаз  $\varphi$  между вектором тока  $\bar{I}$  и вектором напряжения  $\bar{U}$ . Найти активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  всей цепи.

255. Амперметр, включенный в цепь (рис. 118), показывает ток  $I_1 = 11 \text{ а}$ . Вычислить напряжение  $U$ , приложенное к цепи, токи в параллельных ветвях, ток  $I$  в неразветвленной части цепи,

коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  всей цепи при разомкнутом и замкнутом рубильнике  $P$ . Сопротивления цепи равны:  $r_1=20$  ом;  $x_{C2}=25$  ом;  $x_{L3}=22$  ом;  $r_4=16$  ом;  $x_{L4}=12$  ом. Построить векторную диаграмму.

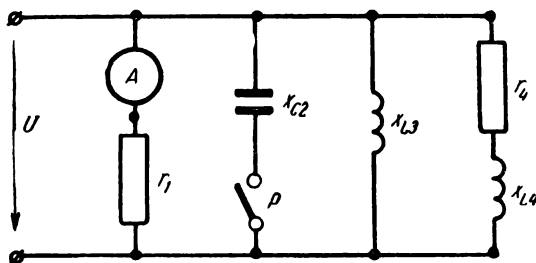


Рис. 118

256. Амперметр, включенный в цепь (рис. 119), показывает ток  $I_2=7,2$  а. Сопротивления отдельных участков цепи равны:  $r_1=5,56$  ом;  $x_1=5,2$  ом;  $r_2=12$  ом;  $x_2=16$  ом;  $r_3=40$  ом;  $x_3=30$  ом. Определить ток  $I_1$  в неразветвленной части цепи, напряжение  $U$ ,

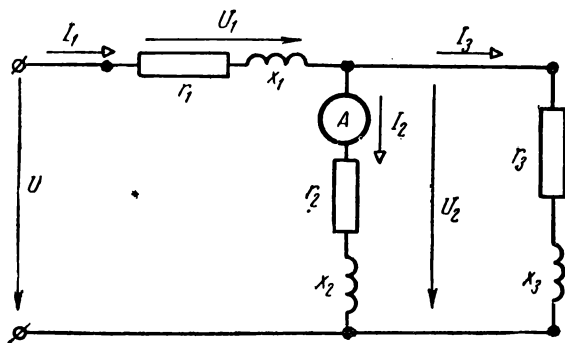


Рис. 119

приложенное к цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, активную и реактивную мощности отдельных участков цепи и всей цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

**Решение.** Полные сопротивления параллельных ветвей:

$$z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_2^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ ом};$$

$$z_3 = \sqrt{r_3^2 + x_3^2} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ ом}.$$

Напряжение на зажимах параллельных ветвей

$$U_2 = z_2 I_2 = 20 \cdot 7,2 = 144 \text{ в.}$$

Ток, проходящий по сопротивлению  $z_3$ ,

$$I_3 = \frac{U_2}{z_3} = \frac{144}{50} \approx 2,9 \text{ а}$$

или

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{z_3}{z_2},$$

отсюда

$$I_3 = I_2 \cdot \frac{z_2}{z_3} = 7,2 \cdot \frac{20}{50} = 2,9 \text{ а.}$$

Активные проводимости параллельных ветвей:

$$g_2 = \frac{r_2}{z_2^2} = \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{12}{12^2 + 16^2} = 0,03 \text{ 1/ом;}$$

$$g_3 = \frac{r_3}{r_3^2 + x_3^2} = \frac{40}{40^2 + 30^2} = 0,016 \text{ 1/ом.}$$

Реактивные проводимости параллельных ветвей:

$$b_2 = \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{16}{12^2 + 16^2} = 0,04 \text{ 1/ом;}$$

$$b_3 = \frac{x_3}{r_3^2 + x_3^2} = \frac{30}{40^2 + 30^2} = 0,012 \text{ 1/ом.}$$

Эквивалентная активная проводимость параллельных ветвей

$$g_{23} = g_2 + g_3 = 0,03 + 0,016 = 0,046 \text{ 1/ом.}$$

Эквивалентная реактивная проводимость параллельных ветвей

$$b_{23} = b_2 + b_3 = 0,04 + 0,012 = 0,052 \text{ 1/ом.}$$

Эквивалентная полная проводимость параллельных ветвей

$$y_{23} = \sqrt{g_{23}^2 + b_{23}^2} = \sqrt{0,046^2 + 0,052^2} = 0,0694 \text{ 1/ом.}$$

Эквивалентное активное сопротивление параллельных ветвей

$$r_{23} = \frac{g_{23}}{y_{23}^2} = \frac{g_{23}}{g_{23}^2 + b_{23}^2} = \frac{0,046}{0,046^2 + 0,052^2} = 9,54 \text{ ом.}$$

Эквивалентное реактивное сопротивление параллельных ветвей

$$x_{23} = \frac{b_{23}}{g_{23}^2 + b_{23}^2} = \frac{0,052}{0,046^2 + 0,052^2} \approx 10,8 \text{ ом.}$$

Эквивалентное полное сопротивление параллельных ветвей

$$z_{23} = \frac{1}{y_{23}} = \frac{1}{0,0694} = 14,4 \text{ ом}$$

или

$$z_{23} = \sqrt{r_{23}^2 + x_{23}^2} = \sqrt{9,54^2 + 10,8^2} = 14,4 \text{ ом.}$$

Активная составляющая тока в неразветвленной части цепи

$$I_{a1} = U_2 g_{23} = 144 \cdot 0,046 \approx 6,6 \text{ а.}$$

Реактивная составляющая тока в неразветвленной части цепи

$$I_{p1} = U_2 b_{23} = 144 \cdot 0,052 \approx 7,5 \text{ а.}$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$I_1 = \sqrt{I_{a1}^2 + I_{p1}^2} = \sqrt{6,6^2 + 7,5^2} \approx 10 \text{ а}$$

или

$$I_1 = U_2 y_{23} = 144 \cdot 0,0694 \approx 10 \text{ а.}$$

Напряжение на зажимах цепи

$$U = I_1 \sqrt{(r_1 + r_{23})^2 + (x_1 + x_{23})^2} = \\ = 10 \sqrt{(5,56 + 9,54)^2 + (5,2 + 10,8)^2} = 220 \text{ в.}$$

Напряжение на зажимах первого приемника

$$U_1 = I_1 z_1 = I_1 \sqrt{r_1^2 + x_1^2} = 10 \cdot \sqrt{5,56^2 + 5,2^2} = 76,1 \text{ в.}$$

Коэффициенты мощности отдельных участков цепи и всей цепи:

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = \frac{5,56}{\sqrt{5,56^2 + 5,2^2}} = 0,731;$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{12}{20} = 0,6;$$

$$\cos \varphi_3 = \frac{r_3}{z_3} = \frac{40}{50} = 0,8;$$

$$\cos \varphi = \frac{r_1 + r_{23}}{\sqrt{(r_1 + r_{23})^2 + (x_1 + x_{23})^2}} = \frac{5,56 + 9,54}{\sqrt{(5,56 + 9,54)^2 + (5,2 + 10,8)^2}} = 0,686.$$

Активные мощности отдельных участков цепи и всей цепи:

$$P_1 = r_1 I_1^2 = 5,56 \cdot 10^2 = 556 \text{ вт}$$

или

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 76,1 \cdot 10 \cdot 0,731 = 556 \text{ вт};$$

$$P_2 = r_2 I_2^2 = 12 \cdot 7,2^2 = 622 \text{ вт}$$

или

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 = 144 \cdot 7,2 \cdot 0,6 = 622 \text{ вт};$$

$$P_3 = r_3 I_3^2 = 40 \cdot 2,9^2 = 336 \text{ вт}$$

или

$$P_3 = U_2 I_3 \cos \varphi_3 = 144 \cdot 2,9 \cdot 0,8 = 334 \text{ вт};$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 556 + 622 + 334 = 1512 \text{ вт}$$

или

$$P = UI_1 \cos \varphi = 220 \cdot 10 \cdot 0,686 \approx 1510 \text{ вт}.$$

Реактивные мощности отдельных участков цепи и всей цепи:

$$Q_1 = x_1 I_1^2 = 5,2 \cdot 10^2 = 520 \text{ вар}$$

или

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 = U_1 I_1 \frac{x_1}{z_1} = 76,1 \cdot 10 \cdot \frac{5,2}{\sqrt{5,56^2 + 5,2^2}} = 520 \text{ вар};$$

$$Q_2 = x_2 I_2^2 = 16 \cdot 7,2^2 = 829 \text{ вар}$$

или

$$Q_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2 = U_2 I_2 \frac{x_2}{z_2} = 144 \cdot 7,2 \cdot \frac{16}{20} = 829 \text{ вар};$$

$$Q_3 = x_3 I_3^2 = 30 \cdot 2,9^2 = 252 \text{ вар}$$

или

$$Q_3 = U_2 I_3 \sin \varphi_3 = U_2 I_3 \frac{x_3}{z_3} = 144 \cdot 2,9 \cdot \frac{30}{50} \approx 251 \text{ вар}.$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 520 + 829 + 251 = 1600 \text{ вар}$$

или

$$\begin{aligned} Q &= UI_1 \sin \varphi = UI_1 \frac{x_1 + x_{23}}{\sqrt{(r_1 + r_{23})^2 + (x_1 + x_{23})^2}} = \\ &= 220 \cdot 10 \cdot \frac{5,2 + 10,8}{\sqrt{(5,56 + 9,54)^2 + (5,2 + 10,8)^2}} = 1595 \text{ вар} \approx 1600 \text{ вар}. \end{aligned}$$

Векторная диаграмма напряжений и токов изображена на рис. 120.

Построение векторной диаграммы производится следующим образом. Выбираем масштабы для напряжения  $m_U = 2 \text{ в/мм}$  и тока  $m_I = 0,1 \text{ а/мм}$ . В произвольном направлении откладываем вектор напряжения  $\bar{U}_2$  (рис. 120), а под углами  $\varphi_2 = 53^\circ 10'$  и  $\varphi_3 = 36^\circ 50'$  в сторону отставания от вектора  $\bar{U}_2$  откладываем векторы токов  $\bar{I}_2$  и  $\bar{I}_3$ . Складывая векторы  $\bar{I}_2$  и  $\bar{I}_3$ , получим вектор тока  $\bar{I}_1$  в неразветвленной части цепи. Из конца вектора  $\bar{U}_2$  параллельно вектору тока  $\bar{I}_1$  откладываем вектор  $r_1 \bar{I}_1$  ( $r_1 I_1 = 5,56 \cdot 10 = 55,6 \text{ в}$ ), а под углом  $90^\circ$  в сторону опережения вектора  $\bar{I}_1$  откладываем вектор  $x_1 \bar{I}_1$  ( $x_1 I_1 = 5,2 \cdot 10 = 52 \text{ в}$ ). Складывая векторы  $r_1 \bar{I}_1$  и  $x_1 \bar{I}_1$ , получим вектор напряжения  $\bar{U}_1$ . Соединяя точку 0 с концом вектора  $\bar{U}_1$ , получим вектор напряжения  $\bar{U}$  на зажимах всей цепи.

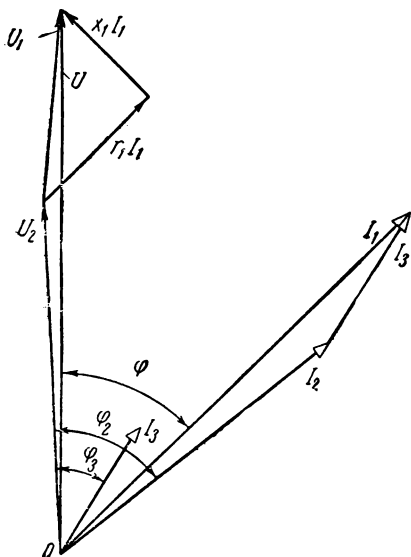


Рис. 120

257. К цепи, показанной на рис. 121, приложено напряжение  $U = 380 \text{ в}$ . Найти токи во всех ветвях цепи, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активные, реактивные и полные мощности отдельных ветвей и всей цепи, если параметры цепи равны:  $r_1 = 2,8 \text{ ом}$ ;  $x_{L1} = 5,6 \text{ ом}$ ;  $r_2 = 5 \text{ ом}$ ;  $x_{C3} = 20 \text{ ом}$ ;  $x_{L4} = 5 \text{ ом}$ ;  $x_{C5} = 12,5 \text{ ом}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Решение. Активные и реактивные проводимости параллельных ветвей разветвления (участка) BC:

$$g_2 = \frac{r_2}{z_2^2} = \frac{r_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{r_2}{r_2^2 + 0} = \frac{1}{r_2} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ 1/ом};$$

$$g_3 = 0; \quad g_4 = 0$$

(так как  $r_3$  и  $r_4$  равны нулю);

$$b_2 = \frac{x_2}{r_2^2 + x_2^2} = \frac{0}{5^2 + 0} = 0;$$

$$b_3 = \frac{1}{-x_{C3}} = \frac{1}{-20} = -0,05 \text{ 1/ом}; \quad b_4 = \frac{1}{x_{L4}} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ 1/ом}.$$

Эквивалентная активная проводимость разветвления  $BC$

$$g_{BC} = g_2 + g_3 + g_4 = 0,2 + 0 + 0 = 0,2 \text{ 1/ом.}$$

Эквивалентная реактивная проводимость разветвления  $BC$

$$b_{BC} = b_2 + b_3 + b_4 = 0 - 0,05 + 0,2 = 0,15 \text{ 1/ом.}$$

Эквивалентная полная проводимость разветвления  $BC$

$$y_{BC} = \sqrt{g_{BC}^2 + b_{BC}^2} = \sqrt{0,2^2 + 0,15^2} = 0,25 \text{ 1/ом.}$$

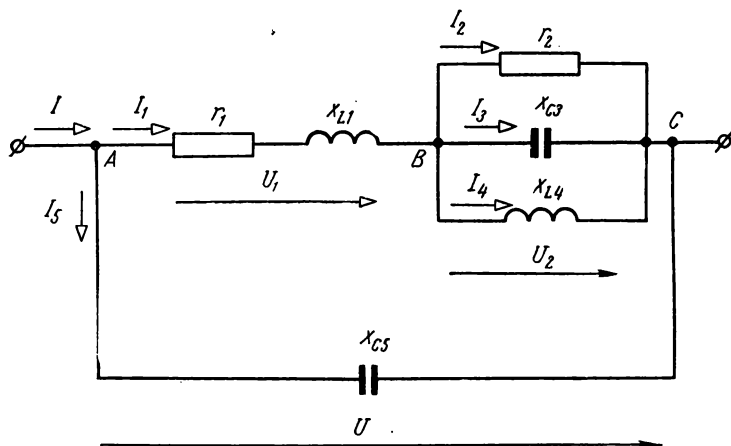


Рис. 121

Эквивалентное активное сопротивление разветвления  $BC$

$$r_{BC} = \frac{g_{BC}}{y_{BC}^2} = \frac{0,2}{0,25^2} = 3,2 \text{ ом.}$$

Эквивалентное реактивное сопротивление разветвления  $BC$

$$x_{BC} = \frac{b_{BC}}{y_{BC}^2} = \frac{0,15}{0,25^2} = 2,4 \text{ ом.}$$

Эквивалентное полное сопротивление разветвления  $BC$

$$z_{BC} = \sqrt{r_{BC}^2 + x_{BC}^2} = \sqrt{3,2^2 + 2,4^2} = 4 \text{ ом}$$

или

$$z_{BC} = \frac{1}{y_{BC}} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ ом.}$$

В этом случае схему, изображенную на рис. 121, можно заменить схемой рис. 122.

Активная проводимость ветви  $ABC$

$$r' = r_1 + r_{BC} = 2,8 + 3,2 = 6 \text{ ом.}$$

Реактивная проводимость ветви  $ABC$

$$x' = x_{L1} + x_{BC} = 5,6 + 2,4 = 8 \text{ ом.}$$

Полное сопротивление ветви  $ABC$

$$z' = \sqrt{r'^2 + x'^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ ом.}$$

Следовательно, схему рис. 122 можно заменить схемой 123.

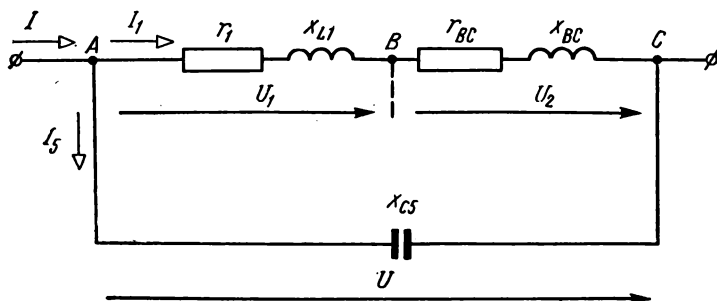


Рис. 122

Активные проводимости параллельных ветвей (рис. 123)

$$g' = \frac{r'}{z'^2} = \frac{6}{10^2} = 0,06 \text{ 1/ом,}$$

а

$$g_5 = 0, \text{ так как } r_5 = 0.$$

Реактивные проводимости параллельных ветвей (рис. 123)

$$b' = \frac{x'}{z'^2} = \frac{8}{10^2} = 0,08 \text{ 1/ом;}$$

$$b_5 = \frac{1}{-x_{CS}} = -\frac{1}{12,5} = -0,08 \text{ 1/ом.}$$

Эквивалентная активная проводимость цепи

$$g = g' + g_5 = 0,06 + 0 = 0,06 \text{ 1/ом.}$$

Эквивалентная реактивная проводимость цепи

$$b = b' + b_5 = 0,08 - 0,08 = 0.$$

Так как в данной цепи эквивалентная реактивная проводимость цепи равна нулю, то в ней имеет место резонанс токов.



Эквивалентная полная проводимость цепи

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{0,06^2 + 0^2} = 0,06 \text{ 1/ом},$$

т. е. при резонансе полная проводимость цепи равна активной проводимости цепи.

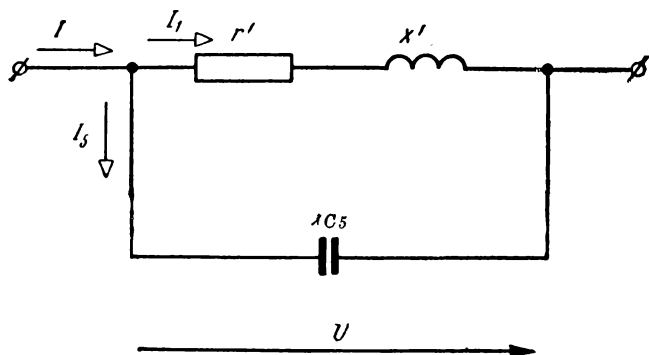


Рис. 123

Эквивалентное активное сопротивление цепи

$$r = \frac{g}{y^2} = \frac{0,06}{0,06^2} = 16,67 \text{ 1/ом}.$$

Эквивалентное реактивное сопротивление цепи

$$x = \frac{b}{y^2} = \frac{0}{0,06^2} = 0.$$

Эквивалентное полное сопротивление цепи

$$z = \frac{1}{y} = \frac{1}{0,06} = 16,67 \text{ 1/ом},$$

т. е. при резонансе полное сопротивление цепи равно активному сопротивлению цепи. Схему рис. 123 можно заменить схемой

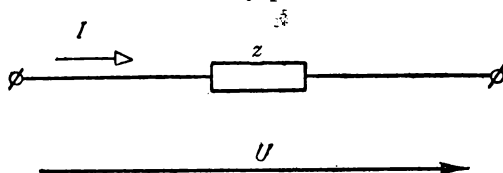


Рис. 124

рис. 124. Зная напряжение  $U$  на зажимах всей цепи и эквивалентное полное сопротивление  $z$  цепи, можно определить ток в нераз-

ветвленной части цепи

$$I = \frac{U}{z} = \frac{380}{16,67} = 22,8 \text{ а}$$

или

$$I = Uy = 380 \cdot 0,06 = 22,8 \text{ а.}$$

Ток в первой ветви (рис. 123)

$$I_1 = \frac{U}{z'} = \frac{380}{10} = 38 \text{ а.}$$

Напряжение на разветвлении (участке)  $BC$

$$U_2 = z_{BC} I_1 = 4 \cdot 38 = 152 \text{ в.}$$

Токи в параллельных ветвях разветвления  $BC$

$$I_2 = \frac{U_2}{r_2} = \frac{152}{5} = 30,4 \text{ а};$$

$$I_3 = \frac{U_2}{x_{C3}} = \frac{152}{20} = 7,6 \text{ а};$$

$$I_4 = \frac{U_2}{x_{L4}} = \frac{152}{5} = 30,4 \text{ а.}$$

Ток в сопротивлении  $x_{C5}$

$$I_5 = \frac{U}{x_{C5}} = \frac{380}{12,5} = 30,4 \text{ а.}$$

Активные мощности ветвей

$$P_1 = r_1 I_1^2 = 2,8 \cdot 38^2 \approx 4040 \text{ вт}$$

или

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 238 \cdot 38 \cdot \frac{2,8}{\sqrt{2,8^2 + 5,6^2}} \approx 4040 \text{ вт},$$

где

$$U_1 = I_1 z_1 = 38 \sqrt{2,8^2 + 5,6^2} \approx 238 \text{ в};$$

$$P_2 = r_2 I_2^2 = 5 \cdot 30,4^2 = 4620 \text{ вт}$$

или

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 = 152 \cdot 30,4 \cdot 1 = 4620 \text{ вт};$$

$$P_3 = 0; P_4 = 0; P_5 = 0$$

(так как  $r_3$ ,  $r_4$  и  $r_5$  равны нулю).

Активная мощность всей цепи

$$P = r I^2 = 16,67 \cdot 22,8^2 \approx 8660 \text{ вт}$$

или

$$P = UI \cos \varphi = 380 \cdot 22,8 \cdot 1 \approx 8660 \text{ вт}$$

или

$$P = P_1 + P_2 = 4040 + 4620 = 8660 \text{ вт.}$$

Реактивные мощности ветвей

$$Q_1 = x_{L1} I_1^2 = 5,6 \cdot 38^2 = 8086 \text{ вар}$$

или

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1 = 238 \cdot 38 \cdot \frac{5,6}{\sqrt{2,8^2 + 5,6^2}} = 8085 \text{ вар};$$

$$Q_2 = 0 \text{ (так как } x_2 = 0);$$

$$Q_3 = -x_{C3} I_3^2 = -20 \cdot 7,6^2 = -1155 \text{ вар}$$

или

$$Q_3 = U_2 I_3 \sin \varphi_3 = 152 \cdot 7,6 \cdot (-1) = -1155 \text{ вар};$$

$$Q_4 = x_{L4} \cdot I_4^2 = 5 \cdot 30,4^2 = 4620 \text{ вар}$$

или

$$Q_4 = U_2 I_4 \sin \varphi_4 = 152 \cdot 30,4 \cdot 1 = 4620 \text{ вар};$$

$$Q_5 = -x_{C5} I_5^2 = -12,5 \cdot 30,4^2 \approx -11550 \text{ вар}$$

или

$$Q_5 = U I_5 \sin \varphi_5 = 380 \cdot 30,4 \cdot (-1) \approx -11550 \text{ вар.}$$

Реактивная мощность всей цепи  $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 = 8085 + 0 - 1155 + 4620 - 11550 = 0$  или  $Q = x \cdot I^2 = 0 \cdot 22,8^2 = 0$ .

Полные мощности ветвей:

$$S_1 = U_1 I_1 = 238 \cdot 38 = 9044 \text{ ва};$$

$$S_2 = U_2 I_2 = 152 \cdot 30,4 = 4620 \text{ ва};$$

$$S_3 = U_2 I_3 = 152 \cdot 7,6 = 1155 \text{ ва};$$

$$S_4 = U_2 I_4 = 152 \cdot 30,4 = 4620 \text{ ва};$$

$$S_5 = U I_5 = 380 \cdot 30,4 \approx 11550 \text{ ва.}$$

Полная мощность всей цепи

$$S = UI = 380 \cdot 22,8 \approx 8660 \text{ ва.}$$

Из сопоставления полных мощностей отдельных ветвей и всей цепи видно, что полная мощность всей цепи не равна арифметической сумме полных мощностей отдельных ветвей. Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рис. 125.

Построение векторной диаграммы производится следующим образом. Выбираем масштабы для напряжения  $m_U = 2 \text{ в/мм}$  и тока  $m_I = 0,5 \text{ а.}$

В произвольном направлении откладываем вектор напряжения  $\overline{U}_2$  (рис. 125). Так как вторая ветвь обладает только активным сопротивлением, то вектор тока  $\overline{I}_2$  совпадает по фазе с вектором напряжения  $\overline{U}_2$ . Третья ветвь обладает чисто емкостным сопротивлением, поэтому из конца вектора тока  $\overline{I}_2$  откладываем вектор

тока  $\bar{I}_3$  под углом  $90^\circ$  в сторону опережения вектора  $\bar{U}_2$ . Четвертая ветвь обладает только индуктивным сопротивлением, поэтому из конца вектора  $\bar{I}_3$  откладываем вектор тока  $\bar{I}_4$  под углом  $90^\circ$  в сторону отставания вектора  $\bar{U}_2$ . Складывая геометрически векторы токов  $\bar{I}_2$ ,  $\bar{I}_3$  и  $\bar{I}_4$ , получим вектор тока  $\bar{I}_1$  в первой ветви. Чтобы получить вектор напряжения  $\bar{U}$  на зажимах всей цепи, необходимо к вектору напряжения  $\bar{U}_2$  прибавить вектор напряжения  $\bar{U}_1$

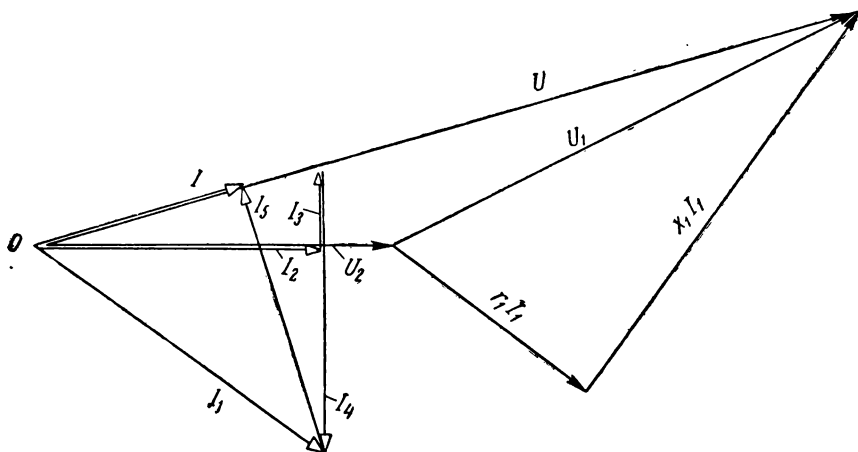


Рис. 125

на зажимах первой ветви. Для этого из конца вектора  $\bar{U}_2$  параллельно вектору тока  $\bar{I}_1$  откладываем вектор  $\overline{r_1 I_1}$  ( $r_1 I_1 = 2,8 \cdot 38 = 106,4$  в), а под углом  $90^\circ$  в сторону опережения вектора  $\bar{I}_1$  откладываем вектор  $\overline{x_{L1} I_1}$  ( $x_{L1} I_1 = 5,6 \cdot 38 = 212,8$  в). Складывая векторы  $\overline{r_1 I_1}$  и  $\overline{x_{L1} I_1}$ , получим вектор напряжения  $\bar{U}_1$  на зажимах первой ветви. Соединяя точку  $O$  с концом вектора  $\bar{U}_1$ , получим вектор напряжения  $\bar{U}$  на зажимах всей цепи.

Чтобы получить вектор тока  $\bar{I}$  в неразветвленной части цепи, следует к вектору тока  $\bar{I}_1$  прибавить вектор тока  $\bar{I}_5$ . Для этого из конца вектора тока  $\bar{I}_1$  откладываем вектор тока  $\bar{I}_5$  под углом  $90^\circ$  в сторону опережения вектора  $\bar{U}$ . Соединив точку  $O$  с концом вектора  $\bar{I}_5$ , получим вектор тока  $\bar{I}$  в неразветвленной части цепи.

258. Определить полное сопротивление  $z$  всей цепи, токи в параллельных ветвях, ток  $I_1$  в неразветвленной части цепи, напряжения на отдельных участках цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, показания ваттметров (рис. 126), если напряжение на зажимах цепи  $U = 120$  в, активные и индуктивные сопротивления

отдельных участков цепи соответственно равны:  $r_1=2\text{ ом}$ ;  $x_{L1}=4\text{ ом}$ ;  $r_2=4\text{ ом}$ ;  $x_{L2}=50\text{ ом}$ ;  $r_3=8\text{ ом}$ ;  $x_{L3}=40\text{ ом}$ ;  $r_4=10\text{ ом}$ ;  $x_{L4}=20\text{ ом}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

259. Вычислить полное, активное и реактивное сопротивления  $z$ ,  $r$  и  $x$  цепи (рис. 127). Сопротивления отдельных участков цепи равны:  $r_1=8\text{ ом}$ ;  $x_{L1}=10\text{ ом}$ ;  $x_{C1}=4\text{ ом}$ ;  $x_{L2}=10\text{ ом}$ ;  $r_3=20\text{ ом}$ ;  $r_4=6\text{ ом}$ ;  $x_{L4}=8\text{ ом}$ ;  $r_5=5\text{ ом}$ .

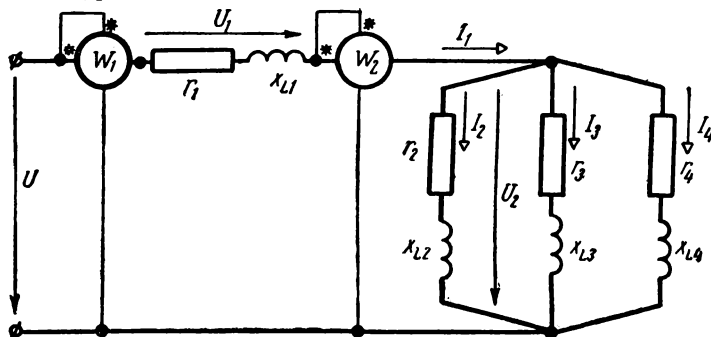


Рис. 126

Определить показания приборов, если амперметр  $A_5$  показывает ток  $I_5=13,8\text{ а}$ .

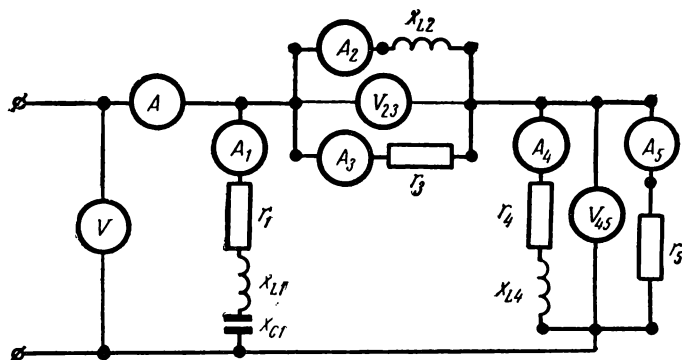


Рис. 127

260. Цепь, изображенная на рис. 128, обладает сопротивлениями, соответственно равными:  $x_{C1}=125\text{ ом}$ ;  $r_2=20\text{ ом}$ ;  $r_3=2\text{ ом}$ ;  $x_{L3}=15\text{ ом}$ ;  $r_4=28\text{ ом}$ ;  $x_{L5}=10\text{ ом}$ ;  $r_6=20\text{ ом}$ ;  $x_{L6}=40\text{ ом}$ ;  $r_7=5\text{ ом}$ ;  $x_{C7}=24\text{ ом}$ ;  $r_8=10\text{ ом}$ ;  $x_{L8}=8\text{ ом}$ . Чему равны токи в отдельных участках цепи, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, коэффициент мощности  $\cos \phi$  всей цепи, напряжение  $U$  на зажимах цепи, активная, реактивная и полная мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  всей цепи, если ток в сопротивлении  $x_{L5}$   $I_5=6,45\text{ а}$ ? Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

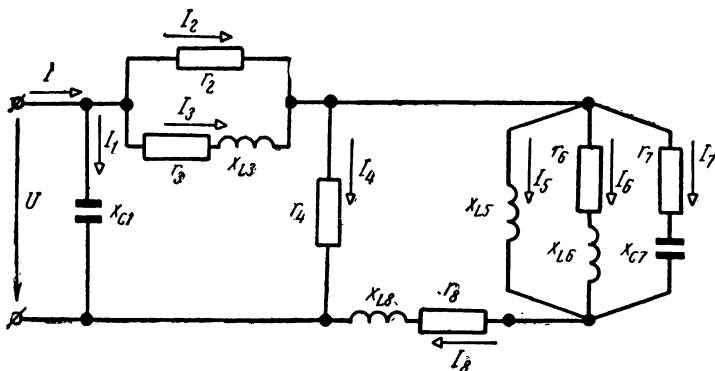


Рис. 128

261. К цепи, изображенной на рис. 129, приложено напряжение  $U=220$  в, сопротивления отдельных участков цепи соответственно равны:  $r_1=5$  ом;  $x_{C1}=20$  ом;  $r_2=12$  ом;  $r_3=8$  ом;  $x_{L3}=14$  ом;  $r_4=3$  ом;  $x_{C4}=10$  ом;  $x_{L5}=25$  ом;  $r_6=40$  ом;  $r_7=6$  ом;

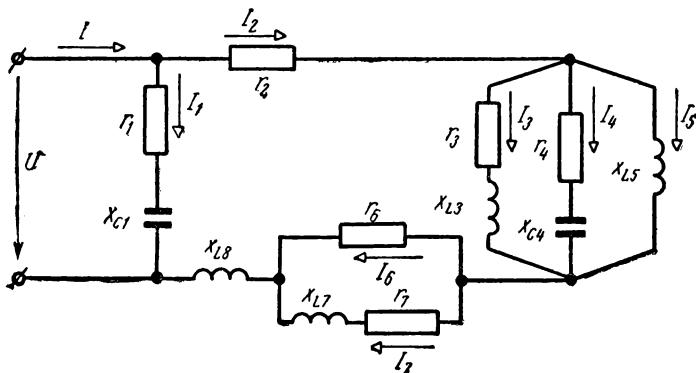


Рис. 129

$x_{L7}=4$  ом;  $x_{L8}=20$  ом. Определить активные и реактивные мощности отдельных участков цепи и всей цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

262. Для цепи, изображенной на рис. 130, найти токи в отдельных участках цепи, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  всей цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, напряжение  $U$  на зажимах цепи, если сопротивления отдельных участков цепи равны:

$r_1=100$  ом;  $x_{L1}=120$  ом;  $x_{C1}=200$  ом;  $r_2=2$  ом;  $x_{L2}=20$  ом;  $r_3=25$  ом;  $r_4=5$  ом;  $x_{L4}=4$  ом;  $r_5=28$  ом;  $x_{C5}=40$  ом;  $r_6=12$  ом;

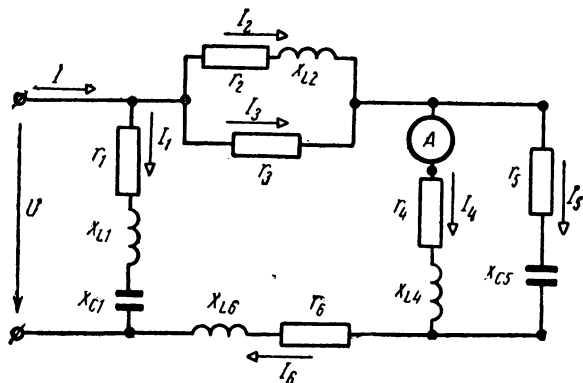


Рис. 130

$x_{L6}=65$  ом. Амперметр показывает ток  $I_4=4,5$  а. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

263. Для цепи, показанной на рис. 131, определить токи в отдельных участках цепи, ток  $I$  в неразветвленной части цепи,

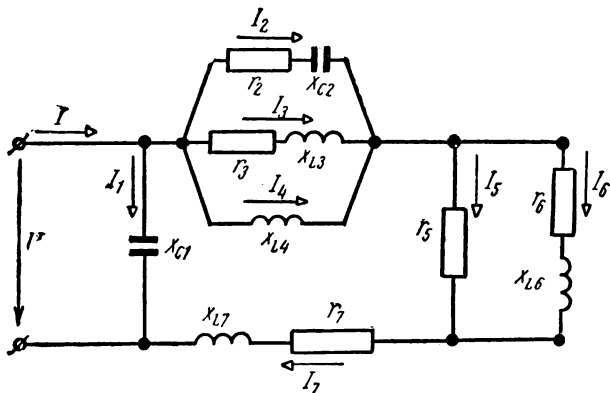


Рис. 131

активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  всей цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, напряжение  $U$  на зажимах цепи, если ток в сопротивлении  $x_{L4}$   $I_4=1,94$  а, сопротивления отдельных участков цепи равны:  $x_{C1}=20$  ом;  $r_2=3$  ом;  $x_{C2}=10$  ом;  $r_3=8$  ом;  $x_{L3}=14$  ом;  $x_{L4}=25$  ом;  $r_5=50$  ом;  $r_6=6$  ом;  $x_{L6}=4$  ом;  $r_7=12$  ом;  $x_{L7}=20$  ом. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

264. Параметры цепи (рис. 132) равны:  $r_1=5\text{ ом}$ ;  $x_{C1}=45\text{ ом}$ ;  $r_2=5\text{ ом}$ ;  $x_{L2}=40\text{ ом}$ ;  $r_3=8\text{ ом}$ ;  $x_{L3}=10\text{ ом}$ ;  $r_4=4\text{ ом}$ ;  $x_{L4}=12\text{ ом}$ ;  $r_5=2\text{ ом}$ ;  $x_{C5}=100\text{ ом}$ . Найти токи в отдельных участках цепи,

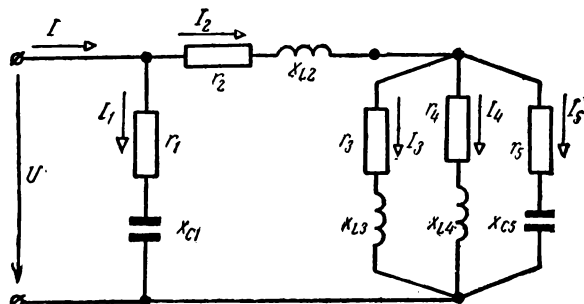


Рис. 132

ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активные, реактивные и полные мощности отдельных участков цепи и всей цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, если напряжение на зажимах цепи  $U=127\text{ в}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.



---

## Глава пятая

### ПРИМЕНЕНИЕ СИМВОЛИЧЕСКОГО МЕТОДА К РАСЧЕТУ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

#### 1. КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

При расчете цепей переменного тока широкое распространение получил символический метод, так как с комплексными числами можно производить все алгебраические действия и при помощи их выражать векторы тока и напряжения.

Комплексным числом, или комплексом, называется алгебраическая сумма действительного (вещественного) и мнимого чисел.

Положительные и отрицательные числа называются действительными, а квадратные корни из отрицательных чисел — мнимыми. Следовательно, мнимое число можно представить в виде произведения положительного числа на квадратный корень из отрицательной единицы — мнимой единицы, обозначенной бук-

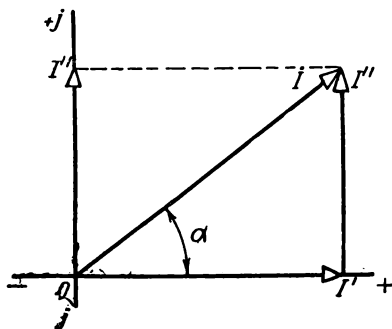


Рис. 133

вой  $j = \sqrt{-1}$ . Тогда  $j^2 = -1$ ,  $j^3 = -j$ ,  $j^4 = 1$  и т. д. Как было уже сказано выше, векторы тока и напряжения можно выражать комплексными числами. Если по оси абсцисс откладывать действительные числа (значения величин), а по оси ординат — мнимые, то получим следующую связь между вектором тока  $\vec{I}$  (или каким-либо другим вектором) и комплексным числом, его изображающим,

Проекция вектора  $\vec{I}$  (рис. 133) на действительную ось равна действительной (вещественной) части комплекса  $I'$ , проекция вектора  $\vec{I}$  на мнимую ось равна мнимой части комплекса  $jI'$ .

В этом случае вектор  $I''$  снабжается оператором  $j = \sqrt{-1}$ , который показывает, что вектор  $I''$  повернут относительно вектора  $I'$  на  $90^\circ$  в сторону вращения векторов. Следовательно, вектор тока  $\dot{I}$  можно выразить комплексом:

$$\dot{I} = I' + jI'' = I(\cos \alpha + j \sin \alpha) = Ie^{j\alpha}, \quad (1)$$

где  $e$  — основание натуральных логарифмов;

$$I = \sqrt{I'^2 + I''^2} — \quad (2)$$

— модуль комплексного числа, т. е. абсолютная величина вектора;  $\alpha$  — аргумент комплексного числа, который определяется из соотношения:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I''}{I'}. \quad (3)$$

Так как каждому значению тангенса соответствуют два значения угла, отличающиеся один от другого на  $180^\circ$ , то угол определяем по знакам слагающих комплекса. Форму  $I' + jI''$  называют алгебраической формой комплексного числа, форму  $I(\cos \alpha + j \sin \alpha)$  — тригонометрической, а форму  $Ie^{j\alpha}$  — показательной.

Комплексные числа  $I' + jI'' = I(\cos \alpha + j \sin \alpha) = Ie^{j\alpha}$  и  $I' - jI'' = I(\cos \alpha - j \sin \alpha) = Ie^{-j\alpha}$ , отличающиеся только знаком при мнимой части или же знаком аргумента, называются сопряженными.

Произведение двух комплексных сопряженных чисел равно квадрату их модуля:

$$\left. \begin{aligned} (I' + jI'') \cdot (I' - jI'') &= I'^2 + I''^2 = I^2 \\ \text{или} \quad Ie^{j\alpha} \cdot Ie^{-j\alpha} &= I^2. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Сложение комплексных чисел сводится к сложению отдельно их действительных и мнимых частей:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 &= (I'_1 + jI''_1) + (I'_2 + jI''_2) = (I'_1 + I'_2) + \\ &+ j(I''_1 + I''_2) = I' + jI'' = \dot{I}. \end{aligned} \quad (5)$$

Так как действительная и мнимая части комплексного числа являются одновременно координатами соответствующего вектора, то при сложении комплексных чисел изображающие их векторы тоже складываются (рис. 134).

Вычитание комплексных чисел сводится к вычитанию отдельно их действительных и мнимых частей:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 &= (I'_1 + jI''_1) - (I'_2 + jI''_2) = (I'_1 - I'_2) + \\ &+ j(I''_1 - I''_2) = I' + jI'' = \dot{I}, \end{aligned} \quad (6)$$

т. е. вычитание комплексных чисел можно заменить вычитанием соответствующих им векторов. Вычитание векторов, изображаемых в комплексной форме, можно заменить сложением вектора умень-

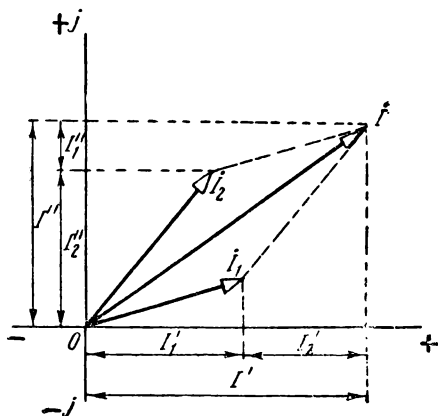


Рис. 134

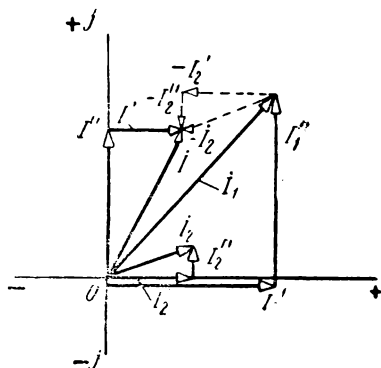


Рис. 135

шаемого с вектором вычитаемым, причем последний вектор необходимо взять с обратным знаком, как это показано на рис. 135.

При умножении комплексного числа (комплекс)  $\dot{A} = Ae^{j\alpha}$  на комплексное число  $e^{j\beta}$  получится новое комплексное число (комплекс) \*, равное:

$$\dot{A}e^{j\beta} = Ae^{j\alpha}e^{j\beta} = Ae^{j(\alpha+\beta)} = Ae^{j\gamma} = \dot{B}, \quad (7)$$

т. е. если множимый комплекс представлен вектором, то получаем вектор той же длины, но повернутый относительно множимого вектора на угол  $\beta$  в положительном направлении, т. е. против часовой стрелки (рис. 136).

Если  $\beta = 90^\circ$ , то  $e^{\pm j90^\circ} = \cos 90^\circ \pm j \sin 90^\circ = \pm j$ .

Следовательно, умножение вектора на  $j$  означает поворот его на  $90^\circ$  в положительном направлении, а умножение на  $-j$  — поворот вектора на  $90^\circ$  в отрицательном направлении.

При умножении комплексов  $\dot{A} = A' + jA''$  и  $\dot{B} = B' + jB''$ , изображающих векторы (рис. 137), получаем новый комплекс, равный:

$$\begin{aligned} \dot{A}\dot{B} &= (A' + jA'') \cdot (B' + jB'') = (A'B' - A''B'') + j(A'B'' + A''B') = \\ &= C' + jC'' = \dot{C}. \end{aligned} \quad (8)$$

\* В дальнейшем вместо термина «комплексное число» будем употреблять термин «комплекс».

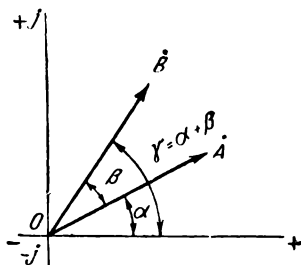


Рис. 136

Умножение комплексов удобнее производить, если они представлены в показательной форме \*:

$$\dot{A}\dot{B} = Ae^{j\alpha}Be^{j\beta} = AB e^{j(\alpha+\beta)} = Ce^{j\gamma} = \dot{C}. \quad (9)$$

Модуль произведения равен произведению модулей множителей, а аргумент произведения равен сумме аргументов множителей.

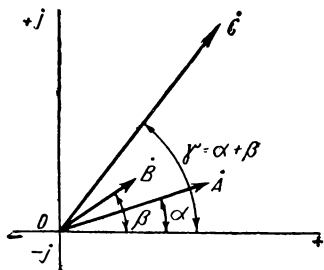


Рис. 137

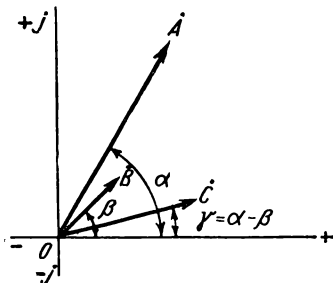


Рис. 138

При делении комплекса  $\dot{A} = A' + jA''$  на комплекс  $\dot{B} = B' + jB''$  необходимо умножить делимое и делитель на сопряженный делителю комплекс:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{A}}{\dot{B}} &= \frac{A' + jA''}{B' + jB''} \cdot \frac{B' - jB''}{B' - jB''} = \frac{A'B' + A''B''}{B'^2 + B''^2} + j \frac{A''B' - A'B''}{B'^2 + B''^2} = \\ &= C' + jC'' = \dot{C}. \end{aligned} \quad (10)$$

Деление комплекса (рис. 138) на комплекс удобнее производить, когда они представлены в показательной форме:

$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{Ae^{j\alpha}}{Be^{j\beta}} = \frac{A}{B} \cdot e^{j(\alpha-\beta)} = Ce^{j(\alpha-\beta)} = C^{j\gamma} = \dot{C}. \quad (11)$$

Следовательно, модуль частного равен частному модулей делимого и делителя, а аргумент частного равен разности аргументов делимого и делителя.

## 2. СИМВОЛИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Если имеем синусоидальную функцию  $v = V_m \sin(\omega t + \psi) = \sqrt{2}V \sin(\omega t + \psi)$ , то ее можно представить комплексным чис-

\* Переход от алгебраической формы к показательной можно произвести следующим образом:  $\dot{A} = Ae^{j\alpha}$ , где  $A = \sqrt{A'^2 + A''^2}$ ,  $\text{tg} \alpha = \frac{A''}{A'}$ ;  $\dot{B} = Be^{j\beta}$ , где  $B = \sqrt{B'^2 + B''^2}$ ,  $\text{tg} \beta = \frac{B''}{B'}$ .

лом:  $\dot{V}_m = V_m e^{j\psi}$  или  $\dot{V} = V e^{j\psi}$ , где  $V_m$  и  $V$  — амплитуда и действующее значение синусоидальной функции;

$\psi$  — начальная фаза.

Если синусоидальную функцию  $v = V_m \sin(\omega t + \psi)$  изображать не неподвижным вектором, а вектором, вращающимся с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , то ему соответствует комплексное число  $V_m e^{j(\omega t + \psi)} = V_m \cos(\omega t + \psi) + j V_m \sin(\omega t + \psi)$ . Второе слагаемое выражения без множителя  $j$  представляет собой мгновенное значение синусоидально изменяющейся величины.

### 3. КОМПЛЕКСНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ И КОМПЛЕКСНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

Комплексным сопротивлением\* электрической цепи называется отношение комплексного напряжения  $\dot{U}$  (рис. 139) к комплексному току  $\dot{I}$ :

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{I e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} \cdot e^{j(\psi_u - \psi_i)} = z e^{j\varphi} = z(\cos \varphi + j \sin \varphi) = r + jx, \quad (12)$$

где  $Z$  — комплексное сопротивление цепи, *ом*;

$U$  — модуль комплексного напряжения, равный действующему его значению, *в*;

$I$  — модуль тока, равный действующему его значению, *а*;

$z$ ,  $r$  и  $x$  — полное, активное и реактивное сопротивления цепи, *ом*.

При записи сопротивления в комплексной форме вещественная часть комплексного сопротивления всегда равна активному сопротивлению, а мнимая часть — реактивному. При индуктивной нагрузке мнимая часть комплексного сопротивления положительна, а при емкостной — отрицательна.

Комплексной проводимостью электрической цепи называется отношение комплексного тока  $\dot{I}$  к комплексному напряжению  $\dot{U}$ :

$$\begin{aligned} Y &= \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I e^{j\psi_i}}{U e^{j\psi_u}} = \frac{I}{U} e^{-j(\psi_u - \psi_i)} = \frac{I}{U} e^{-j\varphi} = y e^{-j\varphi} = \\ &= y(\cos \varphi - j \sin \varphi) = g - jb, \end{aligned} \quad (13)$$

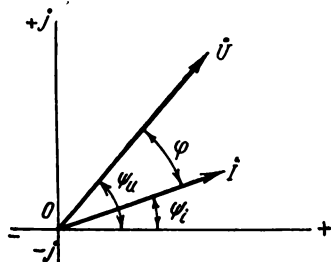


Рис. 139

\* Вместо терминов «комплексное сопротивление цепи», «комплексная проводимость цепи», «комплексное напряжение» и «комплексный ток» употребляются также термины «комплекс полного сопротивления цепи», «комплекс полной проводимости цепи», «комплекс напряжения» и «комплекс тока».

где  $Y$  — комплексная проводимость цепи,  $1/\text{ом}$ ;  
 $g$ ,  $b$  и  $y$  — активная, реактивная и полная проводимости цепи,  $1/\text{ом}$ .

Формулы (12) и (13) справедливы для цепи, в которой индуктивное сопротивление преобладает над емкостным\*, если же, наоборот, емкостное сопротивление преобладает над индуктивным, то комплексные сопротивление и проводимость цепи будут соответственно равны:

$$Z = ze^{-j\varphi} = z(\cos \varphi - j \sin \varphi) = r - jx; \quad (14)$$

$$Y = ye^{j\varphi} = y(\cos \varphi + j \sin \varphi) = g + jb. \quad (15)$$

Произведение комплексных сопротивлений  $Z$  и проводимости  $Y$  равно единице, т. е.

$$ZY = 1. \quad (16)$$

#### 4. ЗАКОНЫ ОМА И КИРХГОФА В СИМВОЛИЧЕСКОЙ ФОРМЕ

Закон Ома в символической форме для цепи переменного тока:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \dot{U}Y. \quad (17)$$

Первый закон Кирхгофа — алгебраическая сумма комплексных токов в узле электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} \dot{I}_{\kappa} = 0, \quad (18)$$

при этом комплексные токи, направленные к узлу (условно), считаются положительными, а комплексные токи, направленные от него, — отрицательными.

Второй закон Кирхгофа — во всяком замкнутом контуре алгебраическая сумма комплексных электродвижущих сил, действующих в отдельных участках контура, равна алгебраической сумме комплексных падений напряжений в этом контуре:

$$\sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} \dot{E}_{\kappa} = \sum_{\kappa=1}^{\kappa=n} \dot{I}_{\kappa} Z_{\kappa}, \quad (19)$$

при этом комплексные э. д. с. и токи, направленные по обходу контура (условно), считаются положительными, а комплексные э. д. с. и токи, направленные против обхода контура, — отрицательными.

---

\* Комплексное сопротивление цепи, содержащей активное сопротивление  $r$ , индуктивность  $L$  и емкость  $C$ , равно:

$$Z = r + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = r + j(x_L - x_C).$$

## 5. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ПРИЕМНИКОВ

Комплексный ток в неразветвленной части цепи (рис. 140) равен алгебраической сумме комплексных токов отдельных приемников:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_n, \quad (20)$$

где  $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_n$  — комплексные токи отдельных приемников, а,

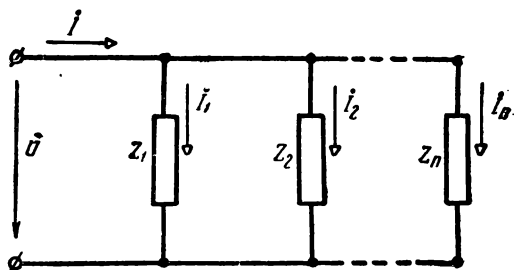


Рис. 140

Токи приемников:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}}{Z_1}; \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}}{Z_2}; \\ &\dots \\ \dot{I}_n &= \frac{\dot{U}}{Z_n}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Подставляя эти выражения токов в уравнение (20), получим:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_1} + \frac{\dot{U}}{Z_2} + \dots + \frac{\dot{U}}{Z_n},$$

где  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  — комплексные сопротивления отдельных приемников, ом.

Разделив обе части уравнения на  $\dot{U}$ , найдем:

$$\frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n} = \frac{1}{Z},$$

где

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n} \quad (22)$$

или

$$Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n, \quad (23)$$

где  $Y_1 = \frac{1}{Z_1}$ ,  $Y_2 = \frac{1}{Z_2}$ , ...,  $Y_n = \frac{1}{Z_n}$  — комплексные проводимости отдельных приемников, 1/ом.

Следовательно, комплексная проводимость цепи при параллельном соединении приемников равна алгебраической сумме комплексных проводимостей отдельных приемников.

Если цепь состоит из двух параллельно включенных приемников, то комплексное сопротивление цепи равно:

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}. \quad (24)$$

## 6. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ПРИЕМНИКОВ

Комплексное напряжение, приложенное к цепи, при последовательном соединении приемников (рис. 141) равно алгебраической

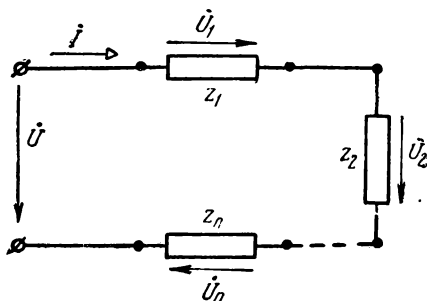


Рис. 141

сумме комплексных напряжений отдельных приемников:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dots + \dot{U}_n = \dot{I}Z_1 + \dot{I}Z_2 + \dots + \dot{I}Z_n = \\ &= \dot{I}(Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n), \end{aligned}$$

где  $\dot{U}_1$ ,  $\dot{U}_2$ , ...,  $\dot{U}_n$  — комплексные напряжения отдельных приемников, в

или

$$\frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n = Z, \quad (25)$$

т.е. комплексное сопротивление всей цепи при последовательном соединении приемников равно алгебраической сумме комплексных сопротивлений отдельных приемников.



## 7. КОМПЛЕКСНАЯ МОЩНОСТЬ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА\*

Комплексная мощность цепи переменного тока определяется как произведение комплексного напряжения  $\dot{U}$  на сопряженный комплексный ток  $\dot{I}$  (рис. 139):

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \dot{U}\dot{I} = Ue^{j\psi_u} Ie^{-j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u - \psi_i)} = \\ &= UIe^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ,\end{aligned}\quad (26)$$

где  $\tilde{S}$  — комплексная мощность, *ва*;

$P$  — активная мощность, *вт*;

$Q$  — реактивная мощность, *вар*.

Из формулы (26) видно, что действительная (вещественная) часть комплексной мощности представляет собой активную мощность, а множитель при мнимой части — реактивную мощность. Если нагрузка емкостная, то мнимая часть имеет отрицательный знак. Иногда комплексную мощность определяют как произведение сопряженного комплексного напряжения  $\dot{U}$  на комплексный ток  $\dot{I}$ :

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \dot{U}\dot{I} = Ue^{-j\psi_u} Ie^{j\psi_i} = UIe^{-j(\psi_u - \psi_i)} = \\ &= UIe^{-j\varphi} = UI \cos \varphi - jUI \sin \varphi = P - jQ.\end{aligned}\quad (27)$$

В данном случае знак минус перед мнимой частью соответствует индуктивной нагрузке. Если нагрузка емкостная, то мнимая часть имеет положительный знак.

Модуль комплексной мощности равен полной мощности.

## 8. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА В ЭКВИВАЛЕНТНУЮ ЗВЕЗДУ И ЗВЕЗДЫ В ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Преобразование треугольника в эквивалентную звезду (рис. 142) производится по формулам:

$$\left. \begin{aligned}Z_A &= \frac{Z_{AB}Z_{CA}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}; \\ Z_B &= \frac{Z_{AB}Z_{BC}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}; \\ Z_C &= \frac{Z_{BC}Z_{CA}}{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}.\end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Если сопротивления всех фаз в треугольнике равны:  $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA} = Z_{\Delta}$ , то эквивалентные сопротивления в звезде также равны:

$$Z_A = Z_B = Z_C = Z_{\Lambda} = \frac{Z_{\Delta}}{3}.\quad (29)$$

\* Комплекс полной мощности.

Для преобразования звезды в эквивалентный треугольник разделим третье из уравнений (28) на первое и второе, получим:

$$Z_{BC} = Z_{AB} \frac{Z_C}{Z_A};$$

$$Z_{CA} = Z_{AB} \frac{Z_C}{Z_B}.$$

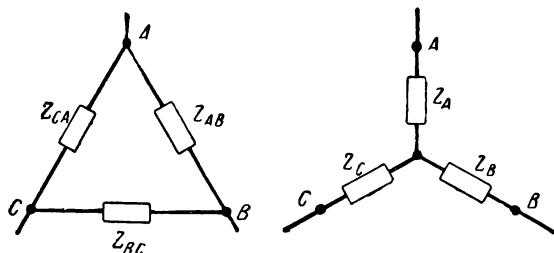


Рис. 142

Подставляя эти значения в первое уравнение (28), будем иметь:

$$Z_A = \frac{Z_{AB}^2 \frac{Z_C}{Z_B}}{Z_{AB} + Z_{AB} \frac{Z_C}{Z_A} + Z_{AB} \frac{Z_C}{Z_B}} = \frac{Z_{AB} Z_A Z_C}{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C},$$

$$Z_{AB} = Z_A + Z_B + \frac{Z_A Z_B}{Z_C} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C}{Z_C}. \quad (30)$$

Аналогично рассуждая, найдем:

$$Z_{BC} = Z_B + Z_C + \frac{Z_B Z_C}{Z_A} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C}{Z_A}; \quad (31)$$

$$Z_{CA} = Z_A + Z_C + \frac{Z_A Z_C}{Z_B} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_A Z_C}{Z_B}. \quad (32)$$

Если вместо сопротивлений подставить проводимости, то уравнения (30), (31) и (32) примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} Y_{AB} &= \frac{Y_A Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C}; \\ Y_{BC} &= \frac{Y_B Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}; \\ Y_{CA} &= \frac{Y_A Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

## Задачи

265. Определить активное  $r$  и реактивное  $x$  сопротивления цепи, если комплексное сопротивление цепи  $Z=10 e^{j36^\circ 50'}$  ом.

266. В сеть включена катушка, активное сопротивление которой  $r=7$  ом и индуктивность  $L=76,4$  мГн. Найти комплексное сопротивление  $Z$  и комплексную проводимость  $Y$  катушки, если частота  $f=50$  Гц.

267. Построить в комплексной плоскости векторы напряжения и тока для следующих случаев:

- 1)  $\dot{U} = 110 + j190,5$  в,  $\dot{I} = 36,7 - j15,7$  а;
- 2)  $\dot{U} = 228 - j304$  в,  $\dot{I} = 38$  а;
- 3)  $\dot{U} = 220$  в,  $\dot{I} = 8,5 + j5,3$  а;
- 4)  $\dot{U} = 220 e^{j30^\circ}$  в,  $\dot{I} = 22 e^{-j6^\circ 50'}$  а;
- 5)  $\dot{U} = 102,7 + j194,5$  в,  $\dot{I} = j20$  а.

268. Определить ток  $I$  в цепи и написать уравнение мгновенных значений тока  $i$  в цепи, если комплексный ток в цепи  $\dot{I}=18-j24$  а.

269. Комплексное напряжение на зажимах цепи  $\dot{U}=220$  в, комплексный ток в цепи  $\dot{I}=3,2-j2,4$  а. Вычислить комплексное сопротивление  $Z$  и комплексную проводимость  $Y$  цепи, а также построить в комплексной плоскости векторы напряжения  $\dot{U}$  и тока  $\dot{I}$ .

270. Активное сопротивление цепи  $r=23,4$  ом и реактивное  $x=8,8$  ом. Чему равно напряжение  $U$ , приложенное к цепи, если ток в цепи  $I=8,8$  а?

271. Активное сопротивление цепи  $r=35,2$  ом и реактивное  $x=19$  ом. Определить напряжение  $U$  на зажимах цепи, активную мощность  $P$  цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, если ток в цепи  $I=9,5$  а.

272. В цепи переменного тока под действием напряжения  $\dot{U}=220 e^{j\frac{\pi}{4}}$  в проходит ток  $\dot{I}=22 e^{j\frac{\pi}{5}}$  а. Найти комплексное сопротивление  $Z$  цепи, активную и реактивную мощности  $P$  и  $Q$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи.

273. В цепи переменного тока под действием напряжения  $\dot{U}=110+j190,5$  в проходит ток  $\dot{I}=40,4+j17,3$  а. Вычислить комплексное сопротивление  $Z$  цепи, активное и реактивное сопротивление  $r$  и  $x$  цепи, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  цепи.

274. К катушке, активное сопротивление которой  $r=11$  ом и индуктивное  $x_L=42,6$  ом, приложено напряжение  $U=220$  в.

\* Иногда вместо терминов «комплексное напряжение» и «комплексный ток» будем употреблять термины «напряжение» и «ток».

Определить комплексную проводимость  $Y$  катушки, ток  $I$  в катушке, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые катушкой, и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  катушки.

**Решение.** Комплексная проводимость катушки

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{r + jx_L} = \frac{1}{11 + j42,6} = \frac{1}{11 + j42,6} \cdot \frac{11 - j42,6}{11 - j42,6} = \\ = \frac{11 - j42,6}{11^2 + 42,6^2} = 0,0057 - j0,022 \text{ 1/ом},$$

модуль (величина) проводимости

$$y = \sqrt{0,0057^2 + 0,022^2} = 0,0227 \text{ 1/ом};$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_L}{r} = \frac{42,6}{11} = 3,87; \varphi \approx 75^\circ 30'.$$

Комплексная проводимость катушки в показательной форме

$$Y = ye^{-j\varphi} = 0,0227 e^{-j75^\circ 30'} \text{ 1/ом} = 0,0227 \angle -75^\circ 30' \text{ 1/ом}.$$

Направим вектор напряжения  $\dot{U}$  по действительной оси в положительном направлении, тогда  $\dot{U} = U = 220 \text{ в}$ .

Ток в катушке

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \dot{U}Y = 220 \cdot 0,0227 e^{-j75^\circ 30'} \approx 5e^{-j75^\circ 30'} \text{ а} = 5 \angle -75^\circ 30' \text{ а}.$$

Комплексная мощность катушки

$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I} = 220 \cdot 5e^{j75^\circ 30'} = 1100e^{j75^\circ 30'} = 1100 (\cos 75^\circ 30' + j\sin 75^\circ 30') = \\ = 1100 (0,25 + j0,968) = 275 + j1065 \text{ ва}.$$

Полная мощность, потребляемая катушкой,

$$S = 1100 \text{ ва}.$$

Активная мощность, потребляемая катушкой,

$$P = 275 \text{ вт}.$$

Реактивная мощность, потребляемая катушкой,

$$Q = 1065 \text{ вар}.$$

Коэффициент мощности катушки

$$\cos \varphi = \cos 75^\circ 30' = 0,25$$

или

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \frac{275}{220 \cdot 5} = 0,25.$$

**275.** К катушке, активное сопротивление которой  $r = 2,8 \text{ ом}$  и индуктивное  $x_L = 9,6 \text{ ом}$ , приложено напряжение  $U = 127 \text{ в}$ .

Определить комплексную проводимость  $Y$  катушки, ток  $I$  в катушке, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые катушкой, и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  катушки.

276. К приемнику, комплексное сопротивление которого  $Z=36+j25,3$  ом, приложено напряжение  $\dot{U}=220$  в. Определить комплексную проводимость  $Y$  приемника, ток  $I$  в приемнике, активную и реактивную мощности  $P$  и  $Q$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  приемника.

277. К приемнику, активное сопротивление которого  $r=9,6$  ом и индуктивность  $L=8,92$  мГн, приложено напряжение  $u=179,1 \sin \cdot (314t+60^\circ)$  в. Найти ток  $I$  в приемнике, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые приемником. Написать уравнение мгновенных значений тока  $i$  в приемнике.

Решение. Индуктивное сопротивление приемника

$$x_L = \omega L = 314 \cdot 0,00892 = 2,8 \text{ ом.}$$

Комплексное сопротивление приемника

$$Z = r + jx_L = 9,6 + j2,8 \text{ ом;}$$

модуль сопротивления

$$z = \sqrt{r^2 + x_L^2} = \sqrt{9,6^2 + 2,8^2} = 10 \text{ ом;}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_L}{r} = \frac{2,8}{9,6} = 0,292; \quad \varphi \approx 16^\circ 20'.$$

Комплексное сопротивление в показательной форме

$$Z = ze^{j\varphi} = 10e^{j16^\circ 20'} \text{ ом} = 10 \angle 16^\circ 20' \text{ ом.}$$

Комплексное напряжение

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}} = \frac{179,1}{\sqrt{2}} e^{j60^\circ} = 127 e^{j60^\circ} \text{ в} = 127 \angle 60^\circ \text{ в.}$$

Ток в приемнике

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{127 e^{j60^\circ}}{10 e^{j16^\circ 20'}} = 12,7 e^{j43^\circ 40'} \text{ а} = 12,7 \angle 43^\circ 40' \text{ а;}$$

$$I = 12,7 \text{ а.}$$

Комплексная мощность приемника

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \dot{U} \dot{I}^* = 127 e^{j60^\circ} \cdot 12,7 e^{-j43^\circ 40'} = 1613 e^{j16^\circ 20'} = \\ &= 1613 (\cos 16^\circ 20' + j \sin 16^\circ 20') = 1548 + j452 \text{ в а;} \end{aligned}$$

активная мощность, потребляемая приемником,  $P=1548$  вт, реактивная мощность  $Q=452$  вар и полная мощность  $S=1613$  ва.

Уравнение мгновенных значений тока

$$i = \sqrt{2} \cdot 12,7 \sin (314t + 43^\circ 40') \text{ а} = 17,9 \sin (314t + 43^\circ 40') \text{ а.}$$

278. К приемнику, активное сопротивление которого  $r=25\text{ ом}$  и емкость  $C=65\text{ мкф}$ , приложено напряжение  $u=310,2 \sin(314t + 20^\circ)\text{ в}$ . Вычислить комплексный ток  $\dot{I}$  в приемнике, активную и реактивную мощности  $P$  и  $Q$ , потребляемые приемником. Написать уравнение мгновенных значений тока  $i$  в приемнике.

279. К цепи, состоящей из последовательно включенных реостата, обладающего активным сопротивлением  $r=25\text{ ом}$ , и конденсатора емкостью  $C=65\text{ мкф}$ , приложено напряжение  $U=220\text{ в}$ . Найти комплексные сопротивление  $Z$  и проводимость  $Y$  цепи, ток  $I$  в цепи, активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, если частота  $f=50\text{ гц}$ .

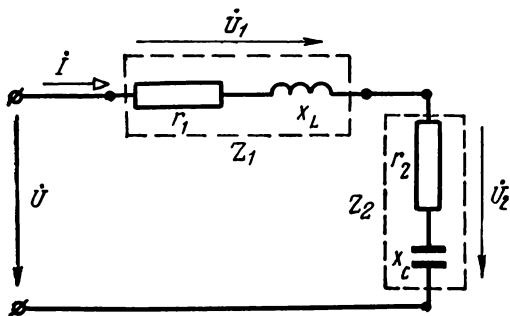


Рис. 143

280. В сеть с напряжением  $U=220\text{ в}$  включены последовательно два приемника (рис. 143), комплексные сопротивления которых равны:  $Z_1=25+j49\text{ ом}$  и  $Z_2=19-j16\text{ ом}$ . Определить ток  $I$  в цепи, напряжения  $U_1$  и  $U_2$  на зажимах приемников, активные и реактивные мощности каждого приемника и всей цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи. Построить векторную диаграмму.

**Решение.** Комплексное сопротивление всей цепи

$$Z = Z_1 + Z_2 = 25 + j49 + 19 - j16 = 44 + j33\text{ ом}.$$

Если направить вектор напряжения  $\dot{U}$  по действительной оси в положительном направлении, тогда  $\dot{U} = U = 220\text{ в}$ .

Ток в цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220}{44 + j33} = \frac{220(44 - j33)}{44^2 + 33^2} = 3,2 - j2,4\text{ а};$$

модуль тока  $I = \sqrt{3,2^2 + 2,4^2} = 4\text{ а}$ .

Напряжение на зажимах первого приемника

$$\dot{U}_1 = \dot{I}Z_1 = (3,2 - j2,4) \cdot (25 + j49) = 197,6 + j96,8\text{ в};$$

модуль напряжения  $U_1 = \sqrt{197,6^2 + 96,8^2} = 220\text{ в}$ .

Напряжение на зажимах второго приемника

$$\dot{U}_2 = \dot{I}Z_2 = (3,2 - j2,4) \cdot (19 - j16) = 22,4 - j96,8 \text{ в};$$

модуль напряжения  $U_2 = \sqrt{22,4^2 + 96,8^2} = 99,3 \text{ в}.$

Комплексная мощность первого приемника

$$\tilde{S}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}^* = (197,6 + j96,8) \cdot (3,2 + j2,4) = 400 + j784 \text{ в} \cdot \text{а};$$

активная мощность, потребляемая первым приемником,  $P_1 = 400 \text{ вт}$ , а реактивная мощность  $Q_1 = 784 \text{ вар}.$

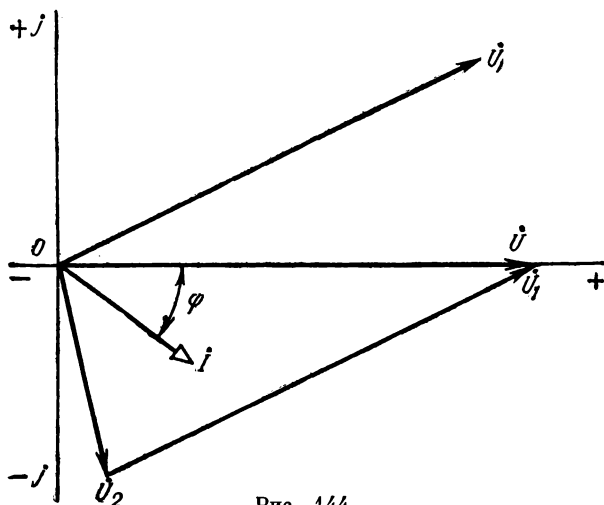


Рис. 144

Комплексная мощность второго приемника

$$\tilde{S}_2 = \dot{U}_2 \dot{I}^* = (22,4 - j96,8) \cdot (3,2 + j2,4) = 304 - j256 \text{ в} \cdot \text{а};$$

активная мощность, потребляемая вторым приемником,  $P_2 = 304 \text{ вт}$ , а реактивная мощность  $Q_2 = -256 \text{ вар}.$

Комплексная мощность всей цепи

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* = 220 (3,2 + j2,4) = 704 + j528 \text{ в} \cdot \text{а};$$

активная мощность всей цепи  $P = 704 \text{ вт}$ , а реактивная мощность  $Q = 528 \text{ вар}.$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{704}{220 \cdot 4} = 0,8$$

или

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{44}{\sqrt{44^2 + 33^2}} = 0,8.$$

На рис. 144 изображена векторная диаграмма для цепи, показанной на рис. 143.

281. Цепь, состоящая из двух параллельных ветвей (рис. 145), имеет сопротивления:  $r_1=19,7$  ом,  $x_L=9,8$  ом,  $r_2=44$  ом и  $x_C=33$  ом. Определить комплексные сопротивления  $Z_1$  и  $Z_2$  параллельных ветвей, комплексное сопротивление  $Z$  всей цепи, токи  $I_1$  и  $I_2$  в параллельных ветвях, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности параллельных ветвей и всей цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, если напряжение, приложенное к цепи,  $U=220$  в. Построить векторную диаграмму.

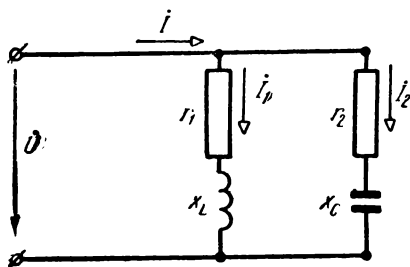


Рис. 145

Решение. Комплексные сопротивления параллельных ветвей:

$$Z_1 = r_1 + jx_L = 19,7 + j9,8 \text{ ом};$$

$$Z_2 = r_2 - jx_C = 44 - j33 \text{ ом};$$

модули этих сопротивлений:  $z_1 = \sqrt{19,7^2 + 9,8^2} = 22 \text{ ом};$

$$z_2 = \sqrt{44^2 + 33^2} = 55 \text{ ом}; \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_L}{r_1} = \frac{9,8}{19,7} = 0,497; \quad \varphi_1 \approx 26^\circ 30';$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{-x_C}{r_2} = \frac{-33}{44} = -0,75; \quad \varphi_2 = -36^\circ 50'.$$

Комплексные сопротивления параллельных ветвей в показательной форме:

$$Z_1 = z_1 e^{j\varphi_1} = 22 e^{j26^\circ 30'} \text{ ом}; \quad Z_2 = z_2 e^{-j\varphi_2} = 55 e^{-j36^\circ 50'} \text{ ом}.$$

Комплексное сопротивление всей цепи

$$\begin{aligned} Z &= \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{22 e^{j26^\circ 30'} \cdot 55 e^{-j36^\circ 50'}}{19,7 + j9,8 + 44 - j33} = \frac{1210 e^{-j10^\circ 20'}}{63,7 - j23,2} = \\ &= \frac{1210 e^{-j10^\circ 20'}}{67,7 e^{-j20^\circ}} = 17,87 e^{j9^\circ 40'} \text{ ом} = 17,87 \angle 9^\circ 40' \text{ ом}. \end{aligned}$$

Вектор напряжения  $\vec{U}$  направим по действительной оси в положительном направлении, тогда  $\vec{U} = U = 220$  в. Токи в параллельных ветвях:

$$\vec{I}_1 = \frac{\vec{U}}{Z_1} = \frac{220}{22 e^{j26^\circ 30'}} = 10 e^{-j26^\circ 30'} \text{ а} = 10 \angle -26^\circ 30' \text{ а};$$

$$\vec{I}_2 = \frac{\vec{U}}{Z_2} = \frac{220}{55 e^{-j36^\circ 50'}} = 4 e^{j36^\circ 50'} \text{ а} = 4 \angle 36^\circ 50' \text{ а}.$$



Ток в неразветвленной части цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220}{17,87e^{j9^\circ 40'}} = 12,3e^{-j9^\circ 40'} \quad a = 12,3 \angle -9^\circ 40' a.$$

Комплексные мощности параллельных ветвей:

$$\begin{aligned}\tilde{S}_1 &= \dot{U}\dot{I}_1 = 220 \cdot 10e^{j26^\circ 30'} = 2200e^{j26^\circ 30'} = \\ &= 2200 (\cos 26^\circ 30' + j \sin 26^\circ 30') = 1969 + j981 \text{ в}a; \\ \tilde{S}_2 &= \dot{U}\dot{I}_2 = 220 \cdot 4e^{-j36^\circ 50'} = 880e^{-j36^\circ 50'} = 880 (\cos 36^\circ 50' - \\ &\quad - j \sin 36^\circ 50') = 704 - j528 \text{ в}a;\end{aligned}$$

активные мощности параллельных ветвей  $P_1=1969$  *вт* и  $P_2=704$  *вт*, а реактивные мощности  $Q_1=981$  *вар* и  $Q_2=-528$  *вар*.

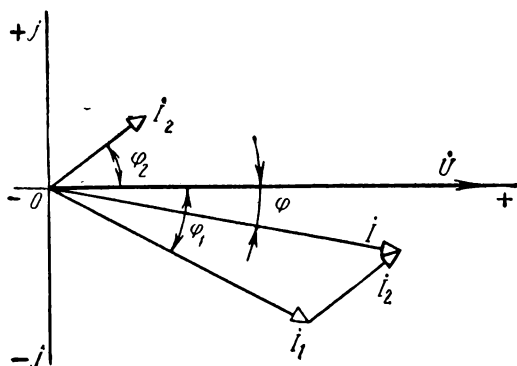


Рис. 146

Комплексная мощность всей цепи

$$\begin{aligned}\tilde{S} &= \dot{U}\dot{I} = 220 \cdot 12,3e^{j9^\circ 40'} \approx 2710e^{j9^\circ 40'} = \\ &= 2710 (\cos 9^\circ 40' + j \sin 9^\circ 40') \approx 2670 + j 454 \text{ в}a;\end{aligned}$$

активная мощность всей цепи  $P=2670$  *вт* или  $P=P_1+P_2=1969+704=2673$  *вт*  $\approx 2670$  *вт*, реактивная мощность всей цепи  $Q=454$  *вар*

или

$$Q = Q_1 + Q_2 = 981 - 528 = 453 \text{ вар}.$$

Коэффициент мощности всей цепи

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{2670}{220 \cdot 12,3} = 0,987.$$

На рис. 146 изображена векторная диаграмма для цепи, показанной на рис. 145.

282. Цепь, состоящая из двух параллельных ветвей (рис. 145), имеет сопротивления:  $r_1=17,9 \text{ ом}$ ;  $x_L=12,8 \text{ ом}$ ;  $r_2=48 \text{ ом}$ ;  $x_C=14 \text{ ом}$ . Найти комплексные сопротивления  $Z_1$ ,  $Z_2$  параллельных ветвей и комплексное сопротивление  $Z$  всей цепи, токи  $I_1$  и  $I_2$  в параллельных ветвях, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности параллельных ветвей и всей цепи, если напряжение, приложенное к цепи,  $U=220 \text{ в}$ . Построить векторную диаграмму.

283. В сеть с напряжением  $U=220 \text{ в}$  включены параллельно две катушки, активные и индуктивные сопротивления которых равны:  $r_1=24 \text{ ом}$ ;  $x_{L1}=49,5 \text{ ом}$ ;  $r_2=17,2 \text{ ом}$ ;  $x_{L2}=40,5 \text{ ом}$ . Чему равны токи  $I_1$  и  $I_2$  в катушках, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности, потребляемые каждой катушкой и всей цепью?

284. Цепь состоит из двух параллельных ветвей (рис. 145). Сопротивления параллельных ветвей соответственно равны:  $r_1=16 \text{ ом}$ ;  $x_L=12 \text{ ом}$ ;  $r_2=48 \text{ ом}$ ;  $x_C=64 \text{ ом}$ . Определить напряжение  $U$  на зажимах цепи, токи  $I_1$  и  $I_2$  в параллельных ветвях, активные и реактивные мощности параллельных ветвей и всей цепи, если ток в неразветвленной части цепи  $I=11,3 \text{ а}$ .

285. Параллельно включены две катушки, активные и индуктивные сопротивления которых соответственно равны:  $r_1=8 \text{ ом}$ ;  $x_{L1}=20,5 \text{ ом}$ ;  $r_2=14,9 \text{ ом}$ ;  $x_{L2}=41,4 \text{ ом}$ . Вычислить напряжение  $U$  на зажимах катушек, ток  $I_2$  во второй катушке, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности, потребляемые каждой катушкой и всей цепью, если ток в первой катушке  $I_1=10 \text{ а}$ .

286. В сеть переменного тока включены параллельно два приемника. Определить комплексные токи  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  приемников, комплексный ток  $\dot{I}$  в неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности, потребляемые каждым приемником и всей цепью, активные и реактивные сопротивления каждого приемника и всей цепи. Написать уравнение мгновенных значений тока  $i$  в неразветвленной части цепи, если токи приемников  $i_1=14,1 \cdot \sin(\omega t - 13^\circ 20') \text{ а}$ ;  $i_2=28,2 \sin(\omega t + 66^\circ 50') \text{ а}$  и напряжение на зажимах цепи  $u=310,2 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ в}$ . Построить векторную диаграмму.

Р е ш е н и е. Токи в параллельных ветвях:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{14,1e^{-j13^\circ 20'}}{\sqrt{2}} = 10e^{-j13^\circ 20'} \text{ а} =$$

$$= 10 (\cos 13^\circ 20' - j \sin 13^\circ 20') = 9,73 - j 2,31 \text{ а};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{I}_{2m}}{\sqrt{2}} = \frac{28,2e^{j66^\circ 50'}}{\sqrt{2}} = 20e^{j66^\circ 50'} \text{ а} =$$

$$= 20 (\cos 66^\circ 50' + j \sin 66^\circ 50') = 7,86 + j 18,38 \text{ а}.$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 9,73 - j 2,31 + 7,86 + j 18,38 = 17,59 + j 16,07 \text{ а} = \\ &= 23,8 e^{j 42^\circ 30'} \text{ а} = 23,8 \angle 42^\circ 30' \text{ а}. \end{aligned}$$

Напряжение на зажимах цепи

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}} = \frac{310,2 e^{j 30^\circ}}{\sqrt{2}} = 220 e^{j 30^\circ} \text{ в} = 220 \angle 30^\circ \text{ в}.$$

Комплексные сопротивления параллельных ветвей:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{\dot{U}}{\dot{I}_1} = \frac{220 e^{j 30^\circ}}{10 e^{-j 13^\circ 20'}} = 22 e^{j 43^\circ 20'} \text{ ом} = \\ &= 22 (\cos 43^\circ 20' + j \sin 43^\circ 20') \approx 16 + j 15,1 \text{ ом}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_2 &= \frac{\dot{U}}{\dot{I}_2} = \frac{220 e^{j 30^\circ}}{20 e^{j 66^\circ 50'}} = 11 e^{-j 36^\circ 50'} \text{ ом} = \\ &= 11 (\cos 36^\circ 50' - j \sin 36^\circ 50') = 8,8 - j 6,6 \text{ ом}; \end{aligned}$$

активные сопротивления параллельных ветвей  $r_1 = 16 \text{ ом}$ ,  $r_2 = 8,8 \text{ ом}$ , а реактивные сопротивления  $x_1 = 15,1 \text{ ом}$  и  $x_2 = -6,6 \text{ ом}$ .

Комплексное сопротивление всей цепи

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{220 e^{j 30^\circ}}{23,8 e^{j 42^\circ 30'}} = 9,24 e^{-j 12^\circ 30'} \text{ ом} = \\ &= 9,24 (\cos 12^\circ 30' - j \sin 12^\circ 30') \text{ ом} = 9,02 - j 2 \text{ ом} \end{aligned}$$

или

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{22 e^{j 43^\circ 20'} \cdot 11 e^{-j 36^\circ 50'}}{16 + j 15,1 + 8,8 - j 6,6} = 9,24 e^{-j 12^\circ 30'} \text{ ом}.$$

Комплексные мощности параллельных ветвей:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_1 &= \dot{U} \dot{I}_1^* = 220 e^{j 30^\circ} \cdot 10 e^{j 13^\circ 20'} = 2200 e^{j 43^\circ 20'} = \\ &= 2200 (\cos 43^\circ 20' + j \sin 43^\circ 20') \approx 1600 + j 1510 \text{ в а}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{S}_2 &= \dot{U} \dot{I}_2^* = 220 e^{j 30^\circ} \cdot 20 e^{-j 66^\circ 50'} = 4400 e^{-j 36^\circ 50'} = \\ &= 4400 (\cos 36^\circ 50' - j \sin 36^\circ 50') = 3520 - j 2640 \text{ в а}; \end{aligned}$$

активные мощности параллельных ветвей  $P_1 = 1600 \text{ вт}$ ,  $P_2 = 3520 \text{ вт}$ , а реактивные мощности  $Q_1 = 1510 \text{ вар}$  и  $Q_2 = -2640 \text{ вар}$ .

Комплексная мощность всей цепи

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \dot{U} \dot{I}^* = 220 e^{j 30^\circ} \cdot 23,8 e^{-j 42^\circ 30'} \approx 5240 e^{-j 12^\circ 30'} = \\ &= 5240 (\cos 12^\circ 30' - j \sin 12^\circ 30') = 5120 - j 1130 \text{ в а}; \end{aligned}$$

активная мощность всей цепи  $P = 5120 \text{ вт}$  или

$$\begin{aligned} P &= P_1 + P_2 = 1600 + 3520 = 5120 \text{ вт}, \text{ а реактивная мощность} \\ Q &= -1130 \text{ вар} \text{ или } Q = Q_1 + Q_2 = 1510 - 2640 = -1130 \text{ вар}. \end{aligned}$$

Уравнение мгновенных значений тока в неразветвленной части цепи:

$$i = \sqrt{2} \cdot 23,8 \sin(\omega t + 42^\circ 30') = 33,6 \sin(\omega t + 42^\circ 30') \text{ а.}$$

Векторную диаграмму можно построить, как на рис. 146.

287. Цепь, состоящая из двух параллельных ветвей (рис. 147), имеет параметры:  $r_1=30 \text{ ом}$ ;  $r_2=11,1 \text{ ом}$ ;  $r_3=30 \text{ ом}$ ;  $L=50 \text{ мГн}$ ;  $C=69 \text{ мкФ}$ . Определить токи  $I_1$ ,  $I_2$  в параллельных ветвях и ток  $I$

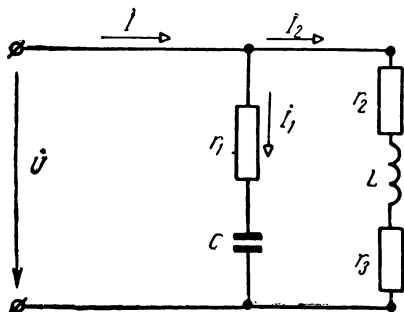


Рис. 147

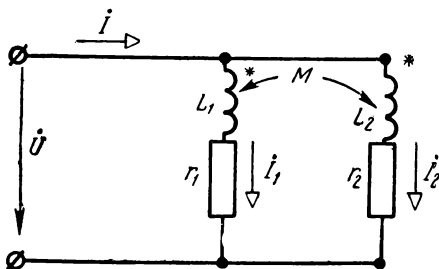


Рис. 148

неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности каждой ветви и всей цепи, если напряжение на зажимах цепи  $U=220 \text{ в}$  и частота  $f=50 \text{ Гц}$ .

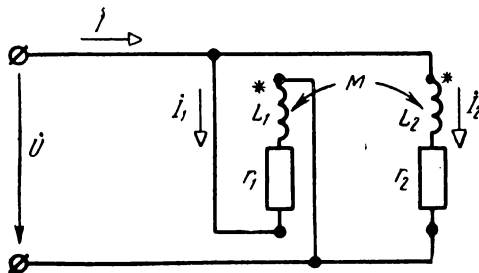


Рис. 149

288. В сеть с напряжением  $U$  включены параллельно две катушки (рис. 148 и 149), обладающие активными сопротивлениями  $r_1$  и  $r_2$ , индуктивностями  $L_1$  и  $L_2$  и взаимной индуктивностью  $M$ . Чему равны токи  $I_1$  и  $I_2$  в катушках, ток  $I$  в неразветвленной части цепи и комплексное сопротивление  $Z$  всей цепи при согласном и встречном соединении катушек? Построить векторные диаграммы.

Решение. Сначала рассмотрим случай, когда катушки включены согласно (рис. 148), т. е. потоки самоиндукции и взаимной индукции имеют одинаковое направление (складываются).

В этом случае э. д. с. самоиндукции и взаимной индукции имеют одинаковое направление.

Напряжение на зажимах первой катушки

$$\begin{aligned}\dot{U} &= r_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = \\ &= (r_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = Z_1 \dot{I}_1 + Z_M \dot{I}_2,\end{aligned}\quad (34)$$

где  $Z_1 = r_1 + j\omega L_1$ ;  $Z_M = j\omega M$ .

Напряжение на зажимах второй катушки

$$\begin{aligned}\dot{U} &= r_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 = (r_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 = Z_2 \dot{I}_2 + \\ &\quad + Z_M \dot{I}_1,\end{aligned}\quad (35)$$

где  $Z_2 = r_2 + j\omega L_2$ .

Ток в неразветвленной части цепи

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2. \quad (36)$$

Из формулы (35) имеем:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U} - Z_M \dot{I}_1}{Z_2}.$$

Подставляя это соотношение в формулу (34), получим:

$$\dot{U} = Z_1 \dot{I}_1 + Z_M \frac{\dot{U} - Z_M \dot{I}_1}{Z_2} = \frac{Z_1 Z_2 \dot{I}_1 + Z_M \dot{U} - Z_M^2 \dot{I}_1}{Z_2}$$

или 
$$(Z_2 - Z_M) \dot{U} = (Z_1 Z_2 - Z_M^2) \dot{I}_1,$$

откуда 
$$\dot{I}_1 = \dot{U} \frac{Z_2 - Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}. \quad (37)$$

Таким же путем найдем:

$$\dot{I}_2 = \dot{U} \frac{Z_1 - Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}. \quad (38)$$

Подставляя найденные значения токов из формул (37) и (38) в формулу (36), получим:

$$\dot{I} = \dot{U} \frac{Z_2 - Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} + \dot{U} \frac{Z_1 - Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} = \dot{U} \frac{Z_1 + Z_2 - 2Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}, \quad (39)$$

отсюда следует, что комплексное сопротивление всей цепи

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 - 2Z_M}. \quad (40)$$

На рис. 150 показана векторная диаграмма напряжений и токов для согласного соединения катушек.

При встречном соединении катушек, когда их одноименные зажимы присоединены к разным узлам (рис. 149), магнитные

потоки самоиндукции и взаимной индукции направлены навстречу один другому. В этом случае э.д.с. самоиндукции и взаимной индукции имеют разные направления, т. е. комплексы  $j\omega M\dot{I}_1$  и  $j\omega M\dot{I}_2$  в формулах (34) и (35) берем со знаком минус,

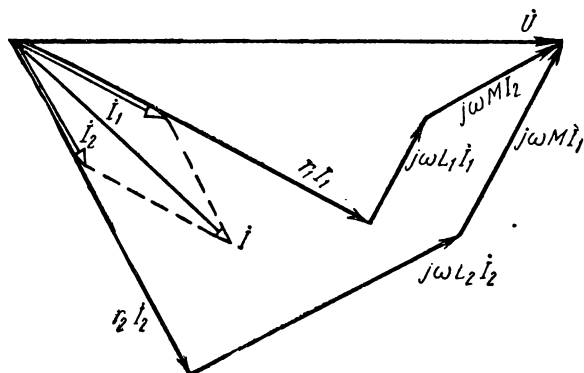


Рис. 150

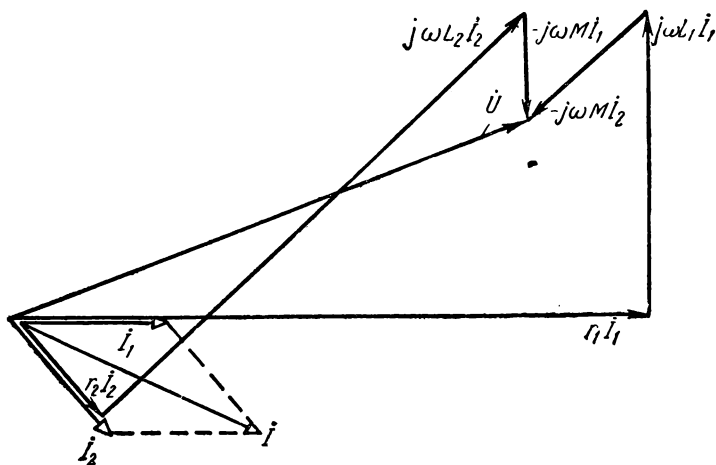


Рис. 151

Токи катушек:

$$\dot{I}_1 = \dot{U} \frac{Z_2 + Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}; \quad \dot{I}_2 = \dot{U} \frac{Z_1 + Z_M}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}. \quad (41)$$

Комплексное сопротивление всей цепи

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 + 2Z_M}. \quad (42)$$

На рис. 151 дана векторная диаграмма напряжений и токов для встречного соединения катушек.

289. В сеть с напряжением  $U=220$  в включены параллельно две катушки, активные сопротивления которых  $r_1=2$  ом,  $r_2=4$  ом, индуктивности  $L_1=15$  мГн,  $L_2=20$  мГн и взаимная индуктивность  $M=5$  мГн. Определить токи  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  в катушках, ток  $\dot{I}$  в неразветвленной части цепи и комплексное сопротивление  $Z$  всей цепи при согласном (рис. 148) и встречном (рис. 149) включениях катушек, если  $f=50$  Гц. Построить векторные диаграммы.

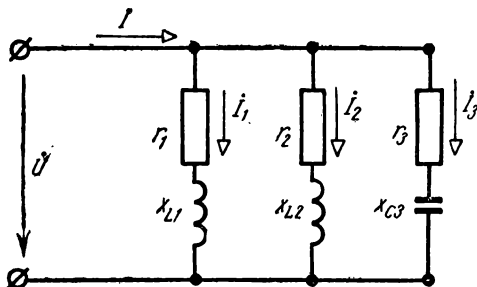


Рис. 152

290. Параллельно включены три приемника (рис. 152), сопротивления которых соответственно равны:  $r_1=18,5$  ом;  $x_{L1}=7,6$  ом;  $r_2=8,8$  ом;  $x_{L2}=6,6$  ом;  $r_3=38,4$  ом;  $x_{C3}=21,5$  ом. Вычислить коэффициенты мощности приемников, токи в приемниках, ток  $\dot{I}$  в неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности каждого приемника и всей цепи, если напряжение на зажимах цепи  $U=220$  в.

Построить векторную диаграмму напряжения и токов,

Решение. Коэффициенты мощности приемников:

$$\cos \varphi_1 = \frac{r_1}{z_1} = \frac{18,5}{\sqrt{18,5^2 + 7,6^2}} = 0,925; \quad \varphi_1 = 22^\circ 20';$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_2}{z_2} = \frac{8,8}{\sqrt{8,8^2 + 6,6^2}} = 0,8; \quad \varphi_2 = 36^\circ 50';$$

$$\cos \varphi_3 = \frac{r_3}{z_3} = \frac{38,4}{\sqrt{38,4^2 + 21,5^2}} = 0,873; \quad \varphi_3 = 29^\circ 10'.$$

Комплексные сопротивления приемников:

$$Z_1 = 18,5 + j7,6 \text{ ом} = 20e^{j22^\circ 20'} \text{ ом} = 20 \angle 22^\circ 20' \text{ ом};$$

$$Z_2 = 8,8 + j6,6 \text{ ом} = 11e^{j36^\circ 50'} \text{ ом} = 11 \angle 36^\circ 50' \text{ ом};$$

$$Z_3 = 38,4 - j21,5 \text{ ом} = 44e^{-j29^\circ 10'} \text{ ом} = 44 \angle -29^\circ 10' \text{ ом}.$$

Направим вектор напряжения  $\dot{U}$  по действительной оси в положительном направлении, тогда  $\dot{U}=U=220$  в.

Токи приемников:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{220}{20e^{j22^\circ 20'}} = 11e^{-j22^\circ 20'} \text{ а} = \\ &= 11 (\cos 22^\circ 20' - j \sin 22^\circ 20') = 10,18 - j 4,18 \text{ а}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{220}{11e^{j36^\circ 50'}} = 20e^{-j36^\circ 50'} \text{ а} = \\ &= 20 (\cos 36^\circ 50' - j \sin 36^\circ 50') = 16 - j 12 \text{ а}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \frac{\dot{U}}{Z_3} = \frac{220}{44e^{-j29^\circ 10'}} = 5e^{j29^\circ 10'} \text{ а} = \\ &= 5 (\cos 29^\circ 10' + j \sin 29^\circ 10') = 4,36 + j 2,44 \text{ а}. \end{aligned}$$

Ток в неразветвленной части цепи

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 10,18 - j 4,18 + 16 - j 12 + 4,36 + j 2,44 = \\ &= 30,54 - j 13,74 \text{ а}. \end{aligned}$$

Комплексные мощности приемников:

$$\tilde{S}_1 = \dot{U}\dot{I}_1 = 220 (10,18 + j 4,18) = 2240 + j 920 \text{ ва};$$

активная мощность, потребляемая первым приемником,  $P_1 = 2240 \text{ вт}$ , а реактивная  $Q_1 = 920 \text{ вар}$ ;

$$\tilde{S}_2 = \dot{U}\dot{I}_2 = 220 (16 + j 12) = 3520 + j 2640 \text{ ва};$$

активная мощность, потребляемая вторым приемником,  $P_2 = 3520 \text{ вт}$ , а реактивная  $Q_2 = 2640 \text{ вар}$ ;

$$\tilde{S}_3 = \dot{U}\dot{I}_3 = 220 (4,36 - j 2,44) = 959 - j 537 \text{ ва};$$

активная мощность, потребляемая третьим приемником,  $P_3 = 959 \text{ вт}$ , а реактивная  $Q_3 = -537 \text{ вар}$ .

Комплексная мощность всей цепи

$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I} = 220 (30,54 + j 13,74) = 6719 + j 3023 \text{ ва};$$

активная мощность всей цепи  $P = 6719 \text{ вт}$

$$\text{или } P = P_1 + P_2 + P_3 = 2240 + 3520 + 959 = 6719 \text{ вт};$$

реактивная мощность всей цепи  $Q = 3023 \text{ вар}$

$$\text{или } Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 920 + 2640 - 537 = 3023 \text{ вар}.$$

291. Параллельно включены три приемника, комплексные сопротивления которых соответственно равны:  $Z_1 = 8 + j6 \text{ ом}$ ;  $Z_2 = 19,7 + j9,8 \text{ ом}$ ;  $Z_3 = 42 - j13,1 \text{ ом}$ . Определить токи приемников, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности каждого приемника и всей цепи, если напряжение на зажимах приемников  $U = 220 \text{ в}$ .



292. Какова должна быть емкость  $C_x$ , чтобы напряжение между точками  $B$  и  $D$  (рис. 153) равнялось нулю, а также найти токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I$ , если  $U=220$  в,  $r_1=30$  ом,  $r_2=25$  ом,  $C_0=65$  мкф и  $f=50$  гц.

293. Два однофазных генератора с э.д.с.  $E_1=128$  в и  $E_2=130$  в работают параллельно на нагрузку, комплексное сопротивление которой  $Z=3+j4$  ом (рис. 154). Э. д. с.  $E_1$  первого генератора отстает от э. д. с.  $E_2$  второго генератора на  $30^\circ$ . Комплексные сопротивления генераторов  $Z_1=Z_2=1+j7$  ом. Определить комплексные то-

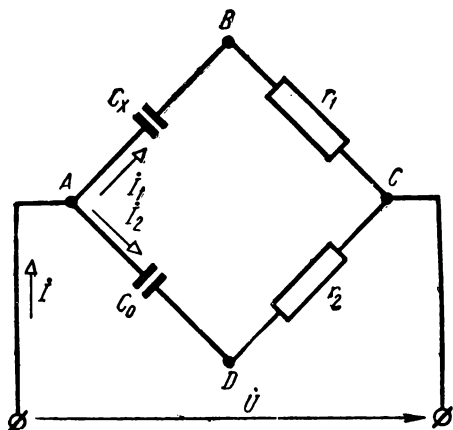


Рис. 153

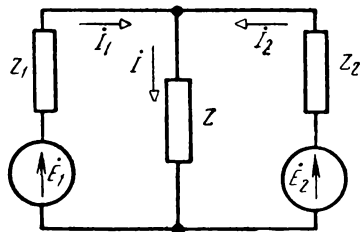


Рис. 154

ки  $\dot{I}_1$  и  $\dot{I}_2$  генераторов, комплексный ток  $\dot{I}$  нагрузки: 1) методом узлового напряжения, 2) методом контурных токов, 3) методом наложения, а также найти активные мощности  $P_1$  и  $P_2$ , развиваемые генераторами.

**Решение.** 1) Определим токи методом узлового напряжения. Проводимости отдельных ветвей цепи:

$$Y_1 = Y_2 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{1+j7} = \frac{1}{1+j7} \cdot \frac{1-j7}{1-j7} = 0,02 - j0,14 \text{ 1/ом.}$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{3+j4} = 0,12 - j0,16 \text{ 1/ом.}$$

Направим вектор э.д.с.  $\dot{E}_1$  по действительной оси в положительном направлении, тогда  $\dot{E}_1 = E_1 = 128$  в, а  $\dot{E}_2 = E_2 e^{j30^\circ} = E_2 (\cos 30^\circ + j \sin 30^\circ) = 130 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + j0,5 \right) = 112,6 + j65$  в.

Напряжение между узлами

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \frac{\dot{E}_1 Y_1 + \dot{E}_2 Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y} = \frac{128(0,02 - j0,14) + (112,6 + j65) \cdot (0,02 - j0,14)}{0,02 - j0,14 + 0,02 - j0,14 + 0,12 - j0,16} = \\ &= 75,1 + j4,29 \text{ в.} \end{aligned}$$

Токи генераторов:

$$\dot{I}_1 = \frac{(\dot{E}_1 - \dot{U})}{Z_1} = (\dot{E}_1 - \dot{U}) Y_1 = (128 - j75,1 - j4,29) \cdot$$

$$\cdot (0,02 - j0,14) \approx 0,46 - j7,49 \text{ а} = 7,5e^{-j86^\circ 30'} \text{ а};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}}{Z_2} = (\dot{E}_2 - \dot{U}) Y_2 = (112,6 + j65 - 75,1 - j4,29) \cdot$$

$$\cdot (0,02 - j0,14) = 9,25 - j4,03 \text{ а} \approx 10,9e^{-j23^\circ 30'} \text{ а};$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \dot{U} Y = (75,1 + j4,29) \cdot (0,12 - j0,16) = 9,71 - j11,51 \text{ а}$$

или

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0,46 - j7,49 + 9,25 - j4,03 = 9,71 - j11,51 \text{ а} = 15,1e^{-j49^\circ 50'} \text{ а}.$$

2) Определим токи  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$  и  $\dot{I}$  методом контурных токов. Применим второй закон Кирхгофа к контурам I и II (рис. 155), тогда

$$\dot{E}_1 = \dot{I}_I (Z_1 + Z) + \dot{I}_{II} Z; \quad (43)$$

$$\dot{E}_2 = \dot{I}_{II} (Z_2 + Z) + \dot{I}_I Z, \quad (44)$$

отсюда

$$\dot{I}_{II} = \frac{\dot{E}_2 - \dot{I}_I Z}{Z_2 + Z}. \quad (45)$$

Подставим значение тока  $\dot{I}_{II}$  в уравнение (43), получим:

$$\dot{E}_1 = \dot{I}_I (Z_1 + Z) + \frac{\dot{E}_2 - \dot{I}_I Z}{Z_2 + Z} \cdot Z$$

или

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 (Z_2 + Z) &= \dot{I}_I (Z_1 + Z) \cdot (Z_2 + Z) + \dot{E}_2 Z - \dot{I}_I Z^2 = \\ &= \dot{I}_I (Z_1 Z_2 + Z_1 Z + Z_2 Z) + \dot{E}_2 Z, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} \dot{I}_I = \dot{I}_1 &= \frac{\dot{E}_1 (Z_2 + Z) - \dot{E}_2 Z}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z + Z_2 Z} = \\ &= \frac{128(1 + j7 + 3 + j4) - (112,6 + j65) \cdot (3 + j4)}{(1 + j7) \cdot (1 + j7) + (1 + j7) \cdot (3 + j4) + (1 + j7) \cdot (3 + j4)} \approx 0,46 - j7,48 \text{ а}. \end{aligned}$$

Ток второго генератора

$$\dot{I}_{II} = \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{I}_I Z}{Z_2 + Z} = \frac{112,6 + j65 - (0,46 - j7,48) \cdot (3 + j4)}{1 + j7 + 3 + j4} \approx 9,25 - j4,03 \text{ а}.$$

Ток нагрузки

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0,46 - j7,48 + 9,25 - j4,03 = 9,71 - j11,51 \text{ а}.$$

3) Определим токи  $\dot{I}_1$ ,  $\dot{I}_2$  и  $\dot{I}$  методом наложения.

Предположим, что в цепи действует только э.д.с.  $E_1$ , а  $E_2=0$  (сопротивление второго генератора остается включенным); в этом случае получим схему, изображенную на рис. 156.

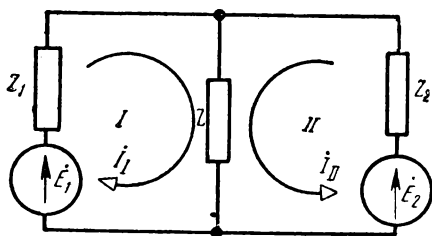


Рис. 155

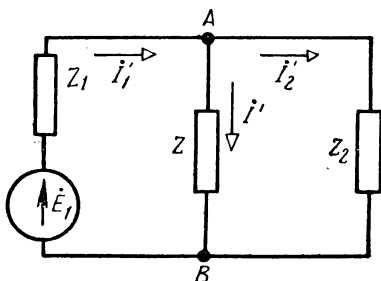


Рис. 156

Ток в ветви первого генератора

$$\dot{I}'_1 = \frac{\dot{E}_1}{Z_1 + \frac{Z_2 Z}{Z_2 + Z}} = \frac{128}{1 + j7 + \frac{(1 + j7) \cdot (3 + j4)}{1 + j7 + 3 + j4}} \approx 2,92 - j12,46 \text{ а.}$$

Этот ток в параллельных ветвях распределяется обратно пропорционально комплексным сопротивлениям этих ветвей:

$$\dot{I}'_2 = \dot{I}'_1 \frac{Z}{Z_2 + Z} = (2,92 - j12,46) \cdot \frac{3 + j4}{1 + j7 + 3 + j4} = -0,35 - j5,46 \text{ а;}$$

$$\dot{I}' = \dot{I}'_1 \frac{Z_2}{Z_2 + Z} = (2,92 - j12,46) \cdot \frac{1 + j7}{1 + j7 + 3 + j4} \approx 3,27 - j7 \text{ а}$$

или

$$\dot{I}' = \dot{I}'_1 - \dot{I}'_2 = 2,92 - j12,46 + 0,35 + j5,46 = 3,27 - j7 \text{ а.}$$

Токи  $\dot{I}_2$  и  $\dot{I}'$  можно определить по формулам:

$$\dot{I}'_2 = \frac{\dot{U}'_{AB}}{Z_2};$$

$$\dot{I}' = \frac{\dot{U}'_{AB}}{Z},$$

где  $\dot{U}'_{AB} = \dot{I}'_1 Z_{AB} = \dot{I}'_1 \frac{Z Z_2}{Z + Z_2}$  — напряжение на зажимах параллельных ветвей (напряжение между точками A и B).

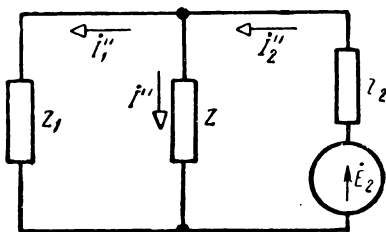


Рис. 157

Предположим, что в цепи действует только э. д. с.  $E_2$ , а  $E_1=0$  (сопротивление первого генератора остается включенным); в этом случае получим схему, изображенную на рис. 157.

Ток в ветви второго генератора

$$\dot{I}_2'' = \frac{\dot{E}_2}{Z_2 + \frac{Z_1 Z}{Z_1 + Z}} = \frac{112,6 + j65}{1 + j7 + \frac{(1 + j7) \cdot (3 + j4)}{1 + j7 + 3 + j4}} \approx 8,9 - j9,49 \text{ а.}$$

Этот ток в параллельных ветвях распределяется обратно пропорционально комплексным сопротивлениям этих ветвей:

$$\dot{I}'' = \dot{I}_2'' \frac{Z_1}{Z_1 + Z} = (8,9 - j9,49) \cdot \frac{1 + j7}{1 + j7 + 3 + j4} \approx 6,44 - j4,51 \text{ а;}$$

$$\dot{I}_1'' = \dot{I}_2'' \frac{Z}{Z_1 + Z} = (8,9 - j9,49) \cdot \frac{3 + j4}{1 + j7 + 3 + j4} = 2,46 - j4,98 \text{ а}$$

или

$$\dot{I}_1'' = \dot{I}_2'' - \dot{I}'' = 8,9 - j9,49 - 6,44 + j4,51 = 2,46 - j4,98 \text{ а.}$$

Наложив друг на друга слагающие токов в ветвях и учитывая их направления, получим:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}'_1 - \dot{I}_1'' = 2,92 - j12,46 - 2,46 + j4,98 = 0,46 - j7,48 \text{ а;}$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_2'' - \dot{I}_2' = 8,9 - j9,49 + 0,35 + j5,46 = 9,25 - j4,03 \text{ а;}$$

$$\dot{I} = \dot{I}' + \dot{I}'' = 3,27 - j7 + 6,44 - j4,51 = 9,71 - j11,51 \text{ а}$$

или

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 0,46 - j7,48 + 9,25 - j4,03 = 9,71 - j11,51 \text{ а.}$$

Активную мощность, развиваемую каждым генератором, можно определить как вещественную часть произведения комплексной э.д.с. на сопряженный комплексный ток, т. е.

$$P_1 = \text{Re} [\dot{E}_1 \dot{I}_1] = \text{Re} [128 \cdot (0,46 + j7,48)] = 58,9 \text{ вт;}$$

$$P_2 = \text{Re} [\dot{E}_2 \dot{I}_2] = \text{Re} [(112,6 + j65) \cdot (9,25 + j4,03)] = 780 \text{ вт.}$$

Символ  $\text{Re}$  обозначает, что берется действительная или вещественная часть комплексной мощности.

294. По условию задачи 257 определить токи во всех ветвях цепи, ток  $\dot{I}$  в неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности отдельных ветвей и всей цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

**Решение.** Комплексные сопротивления ветвей:

$$Z_1 = r_1 + jx_{L1} = 2,8 + j 5,6 \text{ ом;}$$

$$Z_2 = r_2 = 5 \text{ ом;}$$

$$Z_3 = -jx_{C3} = -j 20 \text{ ом;}$$

$$Z_4 = jx_{L4} = j 5 \text{ ом;}$$

$$Z_5 = -jx_{C5} = -j 12,5 \text{ ом.}$$

Комплексные проводимости параллельных ветвей разветвления (участка)  $BC$ :

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ 1/ом};$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{-j20} = \frac{j}{20} = j0,05 \text{ 1/ом};$$

$$Y_4 = \frac{1}{Z_4} = \frac{1}{j5} = -\frac{j}{5} = -j0,2 \text{ 1/ом}.$$

Комплексная проводимость разветвления (участка)  $BC$   
 $Y_{BC} = Y_2 + Y_3 + Y_4 = 0,2 + j0,05 - j0,2 = 0,2 - j0,15 \text{ 1/ом}.$

Комплексное сопротивление разветвления  $BC$

$$Z_{BC} = \frac{1}{Y_{BC}} = \frac{1}{0,2 - j0,15} = \frac{0,2 + j0,15}{0,2^2 + 0,15^2} = 3,2 + j2,4 \text{ ом}.$$

В этом случае схему, изображенную на рис. 121, можно заменить схемой рис. 122.

Комплексное сопротивление ветви  $ABC$

$$Z' = Z_1 + Z_{BC} = 2,8 + j5,6 + 3,2 + j2,4 = 6 + j8 \text{ ом}.$$

Следовательно, схему рис. 122 можно заменить схемой рис. 123.

Комплексное сопротивление всей цепи

$$Z = \frac{Z'Z_5}{Z' + Z_5} = \frac{(6 + j8)(-j12,5)}{6 + j8 - j12,5} = 16,67 \text{ ом}.$$

Схему рис. 123 можно заменить схемой рис. 124. Направим вектор напряжения  $\dot{U}$  по действительной оси в положительном направлении, тогда  $\dot{U} = U = 380 \text{ в}.$

Ток в неразветвленной части цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{380}{16,67} = 22,8 \text{ а},$$

модуль тока

$$I = 22,8 \text{ а}.$$

Ток в первой ветви

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z'} = \frac{380}{6 + j8} = 22,8 - j30,4 \text{ а},$$

модуль тока

$$I_1 = \sqrt{22,8^2 + 30,4^2} = 38 \text{ а}.$$

Напряжение на зажимах первой ветви

$$\dot{U}_1 = Z_1 \dot{I}_1 = (2,8 + j5,6) \cdot (22,8 - j30,4) = 234 + j42,6 \text{ в},$$

модуль напряжения

$$U_1 = \sqrt{234^2 + 42,6^2} \approx 238 \text{ в}.$$

Зная ток  $\dot{I}_1$  и сопротивление  $Z_{BC}$ , можно найти напряжение на разветвлении  $BC$ :

$$\dot{U}_2 = Z_{BC} \dot{I}_1 = (3,2 + j2,4) (22,8 - j30,4) = 145,9 - j42,6 \text{ в},$$

модуль напряжения

$$U_2 = \sqrt{145,9^2 + 42,6^2} = 152 \text{ в}.$$

Токи в параллельных ветвях разветвления  $BC$ :

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2} = \frac{145,9 - j42,6}{5} \approx 29,2 - j8,51 \text{ а};$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_2}{Z_3} = \frac{145,9 - j42,6}{-j20} = 2,13 + j7,3 \text{ а};$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_2}{Z_4} = \frac{145,9 - j42,6}{j5} = -8,51 - j29,2 \text{ а},$$

модули токов

$$I_2 = \sqrt{29,2^2 + 8,51^2} = 30,4 \text{ а};$$

$$I_3 = \sqrt{2,13^2 + 7,3^2} = 7,6 \text{ а};$$

$$I_4 = \sqrt{8,51^2 + 29,2^2} = 30,4 \text{ а}.$$

Ток в пятой ветви

$$\dot{I}_5 = \frac{\dot{U}}{Z_5} = \frac{380}{-j12,5} = j30,4 \text{ а},$$

модуль тока

$$I_5 = 30,4 \text{ а}.$$

Комплексные мощности ветвей

$$\tilde{S}_1 = \dot{U}_1 \dot{I}_1^* = (234 + j42,6) \cdot (22,8 + j30,4) \approx 4040 + j8085 \text{ в\text{а}},$$

активная мощность первой ветви  $P_1 = 4040 \text{ вт}$ , а реактивная мощность  $Q_1 = 8085 \text{ вар}$ ;

$$\tilde{S}_2 = \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = (145,9 - j42,6) \cdot (29,2 + j8,51) = 4620 \text{ в\text{а}},$$

активная мощность второй ветви  $P_2=4620 \text{ вт}$ , а реактивная мощность  $Q_2=0$ ;

$$\tilde{S}_3 = \dot{U}_2 \dot{I}_3^* = (145,9 - j42,6) \cdot (2,13 - j7,3) = -j1155 \text{ вар},$$

активная мощность третьей ветви  $P_3=0$ , а реактивная мощность  $Q_3=-1155 \text{ вар}$ ;

$$\tilde{S}_4 = \dot{U}_2 \dot{I}_4^* = (145,9 - j42,6) \cdot (-8,51 + j29,2) = j4620 \text{ вар},$$

активная мощность четвертой ветви  $P_4=0$ , а реактивная мощность  $Q_4=4620 \text{ вар}$ ;

$$\tilde{S}_5 = \dot{U} \dot{I}_5^* = 380 (-j30,4) \approx -j11\,550 \text{ вар},$$

активная мощность пятой ветви  $P_5=0$ , а реактивная мощность  $Q_5=-11\,550 \text{ вар}$ .

Комплексная мощность всей цепи  $\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* = 380 \cdot 22,8 \approx 8\,660$ , активная мощность всей цепи  $P=8\,660 \text{ вт}$  или  $P=P_1+P_2+P_3+P_4+P_5=4040+4620+0+0+0=8\,660 \text{ вт}$ , а реактивная мощность  $Q=0$  или  $Q=Q_1+Q_2+Q_3+Q_4+Q_5=8085+0-1155+4620-11\,550=0$ .

На рис. 158 показана векторная диаграмма напряжений и токов, построение которой ясно из рисунка и не требует пояснений.

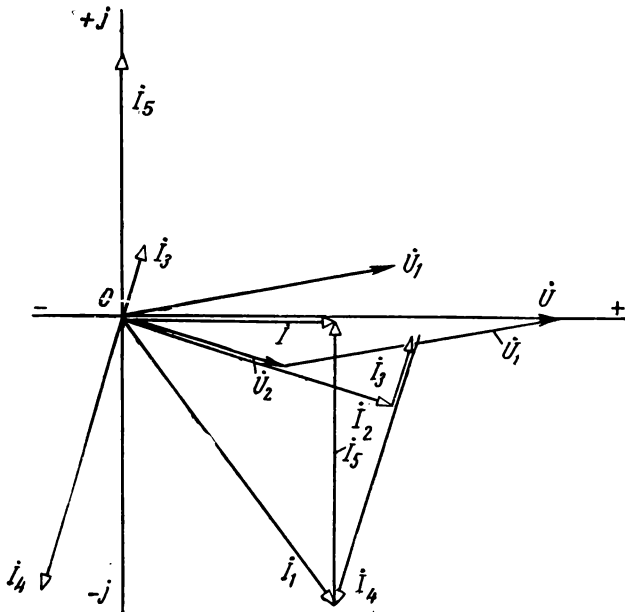


Рис. 158

295. Для цепи, изображенной на рис. 159, вычислить напряжение  $U$  на зажимах цепи, напряжения  $U_1$ ,  $U_2$  на отдельных участках цепи, ток  $I_3$  и ток  $I_1$  в неразветвленной части цепи, если амперметр показывает ток  $I_2=5$  а, а сопротивления участков цепи равны:  $r_1=6$  ом;  $x_{L1}=8$  ом;  $r_2=10$  ом;  $x_{C3}=12,5$  ом. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

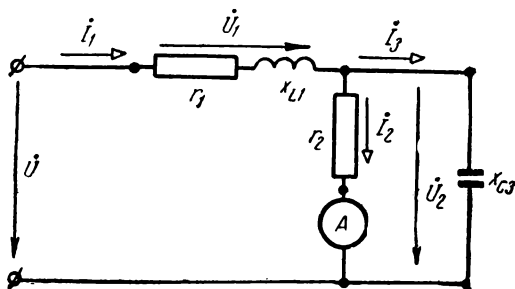


Рис. 159

296. Определить комплексные сопротивление  $Z$  и проводимость  $Y$  цепи, изображенной на рис. 160.

Сопротивления отдельных участков цепи соответственно равны:  $r_1=9$  ом;  $x_{C1}=10$  ом;  $r_2=2$  ом;  $x_{L2}=3$  ом;  $r_3=8$  ом;  $x_{L3}=5$  ом;

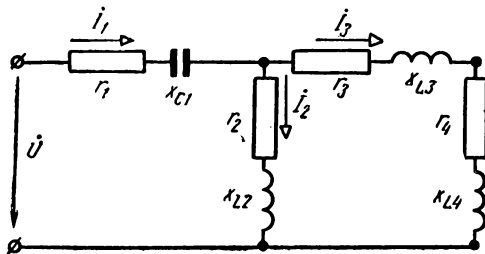


Рис. 160

$r_4=4$  ом;  $x_{L4}=8$  ом. Найти токи  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , активную мощность  $P$  всей цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, если напряжение на зажимах цепи  $U=120$  в. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

297. Для цепи, показанной на рис. 161, определить токи методом контурных токов и методом наложения, если  $E_1=225$  в и  $E_{II}=228$  в,  $Z_1=Z_{II}=j10$  ом (активным сопротивлением генераторов пренебрегаем),  $Z_1=10+j5$  ом,  $Z_2=4+j3$  ом,  $Z_3=2-j20$  ом и  $Z_4=8$  ом. Э. д. с.  $E_1$  первого генератора отстает от э. д. с.  $E_{II}$  второго генератора на  $20^\circ$ . Составить баланс мощностей, т. е.



определить мощности отдельных участков цепи и мощности генераторов.

Примечание. Для упрощения решения задач 297 и 298 рекомендуется заменить комплексные сопротивления  $Z_3$ ,  $Z_4$  и  $Z_5$  эквивалентными сопротивлениями  $Z_{34}$  и  $Z_{45}$ .

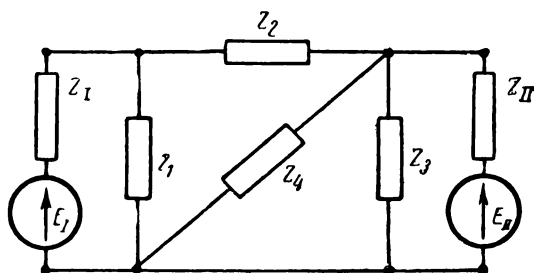


Рис. 161

298. Для цепи, изображенной на рис. 162, найти токи методом контурных токов и методом наложения, если э. д. с. генераторов совпадают по фазе и равны  $E_1 = E_2 = E_3 = 220$  в, а комплексные

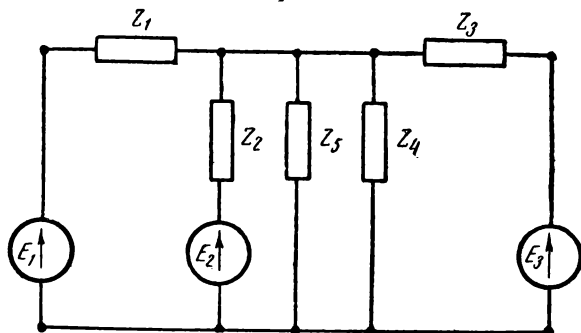


Рис. 162

сопротивления  $Z_1 = 2$  ом,  $Z_2 = 4 + j3$  ом,  $Z_3 = 1 + j5$  ом,  $Z_4 = 10 + +j20$  ом и  $Z_5 = 5 - j40$  ом. Внутренним сопротивлением генераторов пренебречь. Составить баланс мощностей.

299. Сопротивления отдельных участков цепи (рис. 163) равны:

$$r_1 = 2 \text{ ом}; x_{C1} = 10 \text{ ом}; r_2 = 4 \text{ ом}; x_{C2} = 20 \text{ ом};$$

$$r_3 = 6 \text{ ом}; x_{L3} = 15 \text{ ом}; r_4 = 14 \text{ ом}; x_{L4} = 5 \text{ ом}.$$

Определить токи  $I_1$ ,  $I_2$  и  $I_3$ , активную и реактивную мощности  $P$  и  $Q$  всей цепи, если напряжение, приложенное к цепи,  $U = 127$  в. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

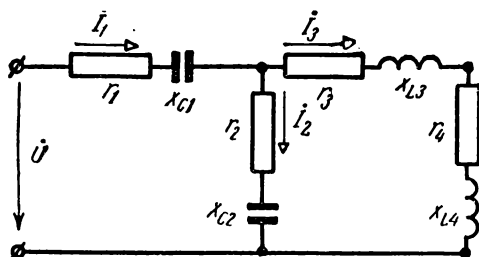


Рис. 163

300. Цепь, изображенная на рис. 164, обладает сопротивлениями, соответственно равными:  $r_1=50$  ом;  $x_{C1}=80$  ом;  $r_2=2$  ом;  $x_{L2}=25$  ом;  $r_3=5$  ом;  $x_{L3}=35$  ом;  $x_{C3}=50$  ом;  $x_{L4}=8$  ом;  $r_5=15$  ом.

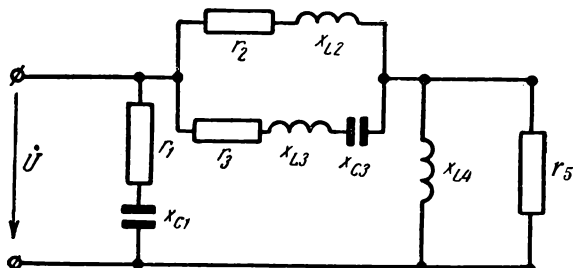


Рис. 164

Вычислить активные и реактивные мощности отдельных участков цепи и всей цепи, если напряжение на зажимах цепи  $U=220$  в. Построить векторную диаграмму напряжений и токов,

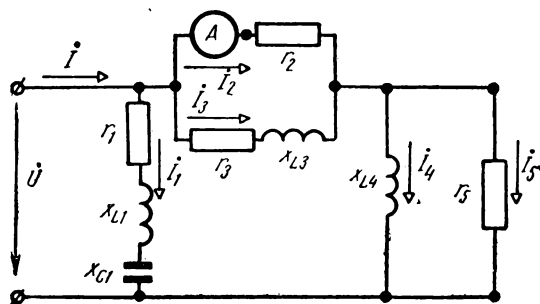


Рис. 165

301. Чему равны токи в отдельных участках цепи, изображенной на рис. 165, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, напряжение  $U$  на зажимах цепи, активная, реактивная и полная мощности

$P$ ,  $Q$  и  $S$  цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, если сопротивления отдельных участков цепи соответственно равны:  $r_1=8$  ом;  $x_{L1}=10$  ом;  $x_{C1}=4$  ом;  $r_2=5$  ом;  $r_3=6$  ом;  $x_{L3}=8$  ом;  $x_{L4}=10$  ом;  $r_5=20$  ом? Показание амперметра  $I_2=13,8$  а. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

302. К цепи, показанной на рис. 166, приложено напряжение  $U=120$  в. Сопротивления отдельных участков цепи соответственно

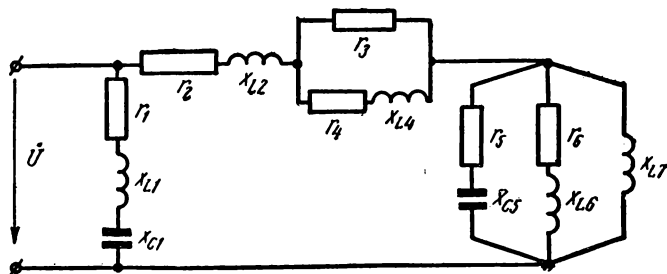


Рис. 166

равны:  $r_1=4$  ом;  $x_{L1}=15$  ом;  $x_{C1}=40$  ом;  $r_2=12$  ом;  $x_{L2}=20$  ом;  $r_3=20$  ом;  $r_4=5$  ом;  $x_{L4}=10$  ом;  $r_5=2$  ом;  $x_{C5}=14$  ом;  $r_6=8$  ом;  $x_{L6}=20$  ом;  $x_{L7}=25$  ом. Вычислить активные и реактивные мощности отдельных участков цепи и всей цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

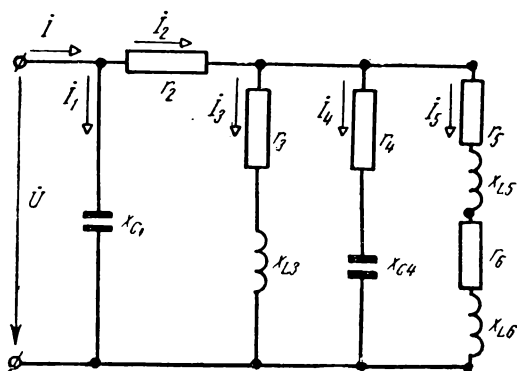


Рис. 167

303. Цепь, изображенная на рис. 167, обладает сопротивлениями, соответственно равными:  $x_{C1}=20$  ом;  $r_2=10$  ом;  $r_3=2$  ом;  $x_{L3}=10$  ом;  $r_4=5$  ом;  $x_{C4}=10$  ом;  $r_5=2$  ом;  $x_{L5}=20$  ом;  $r_6=3$  ом;  $x_{L6}=5$  ом. Определить токи в отдельных участках цепи, напряжение  $U$  на зажимах цепи, активные и реактивные мощности

отдельных участков цепи и всей цепи, если ток в неразветвленной части цепи  $I=21,3$  а. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

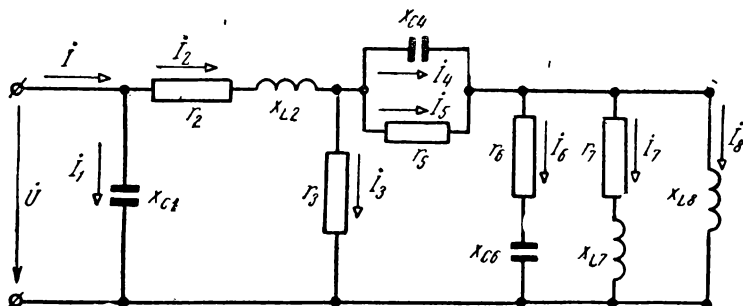


Рис. 168

304. Цепь, показанная на рис. 168, обладает сопротивлениями, соответственно равными:  $x_{C1}=80$  ом;  $r_2=6$  ом;  $x_{L2}=8$  ом;  $r_3=15$  ом;  $x_{C4}=12,5$  ом;  $r_5=10$  ом;  $r_6=50$  ом;  $x_{C6}=100$  ом;  $r_7=2$  ом;  $x_{L7}=25$  ом;  $x_{L8}=20$  ом. Найти токи в отдельных участ-

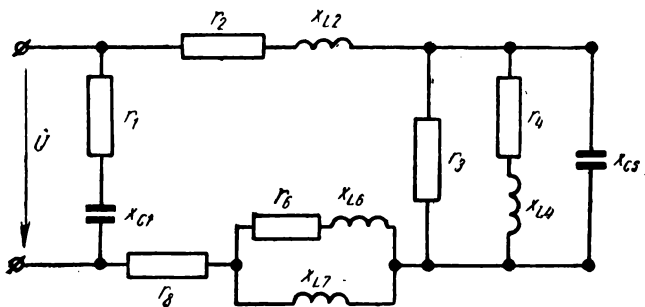


Рис. 169

ках цепи, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности отдельных участков цепи и всей цепи, если напряжение на зажимах цепи  $U=127$  в. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

305. К цепи, изображенной на рис. 169, приложено напряжение  $U=220$  в.

Определить активные и реактивные мощности отдельных участков цепи и всей цепи, если сопротивления отдельных участков цепи соответственно равны:  $r_1=8$  ом;  $x_{C1}=6$  ом;  $r_2=4$  ом;  $x_{L2}=20$  ом;  $r_3=25$  ом;  $r_4=2$  ом;  $x_{L4}=10$  ом;  $x_{C6}=24$  ом;  $r_6=3$  ом;  $x_{L6}=4$  ом;  $x_{L7}=20$  ом;  $r_8=3$  ом. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

306. К цепи, показанной на рис. 170, приложено напряжение  $U=220$  в; комплексные сопротивления отдельных участков цепи соответственно равны:  $Z_1=2+j9$  ом;  $Z_2=2-j10$  ом;  $Z_3=12+j16$  ом;

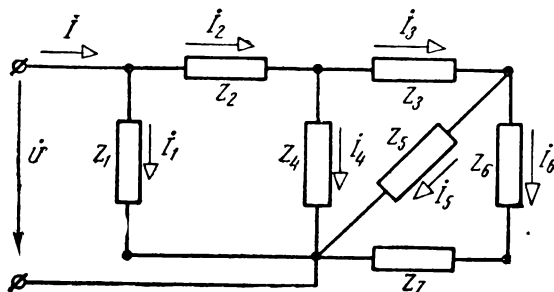


Рис. 170

$Z_4=8+j6$  ом;  $Z_5=24+j10$  ом;  $Z_6=20$  ом;  $Z_7=30+j40$  ом. Вычислить токи в отдельных участках цепи, ток  $I$  в неразветвленной части цепи, активные и реактивные мощности отдельных участков цепи и всей цепи, коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

## Глава шестая

### КРУГОВЫЕ ДИАГРАММЫ

#### 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О КРУГОВЫХ ДИАГРАММАХ

Круговые диаграммы применяются при исследовании как цепей переменного тока, так и трансформаторов, асинхронных двигателей и т. п. Круговые диаграммы дают возможность определить ток, напряжение, подводимую мощность, полезную мощность, потери, коэффициент мощности, к. п. д., вращающий момент, скольжение (для асинхронного двигателя) и т. д.

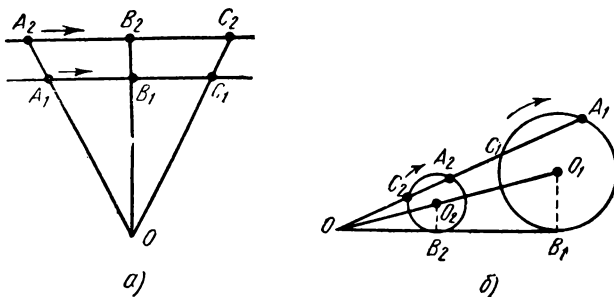


Рис. 171

При умножении (или делении) векторов, концы которых лежат на геометрическом месте\*  $A_1B_1C_1$  (рис. 171, а), на вещественное число  $a$  получается подобное геометрическое место  $A_2B_2C_2$ , при этом соответствующие точки лежат на одной прямой с началом векторов.

\* Если вектор изменяется так, что начало его остается расположенным в одной точке, а конец его перемещается по какой-нибудь кривой (или прямой), то эта кривая (или прямая) называется геометрическим местом концов векторов.

Пусть задано геометрическое место — прямая  $A_1B_1C_1$  (рис. 171, а); при умножении векторов на вещественное число  $a$  получим:

$$\overline{OA_2} = \overline{OA_1} \cdot a; \quad \overline{OB_2} = \overline{OB_1} \cdot a; \quad \overline{OC_2} = \overline{OC_1} \cdot a$$

или

$$\frac{\overline{OA_2}}{\overline{OA_1}} = \frac{\overline{OB_2}}{\overline{OB_1}} = \frac{\overline{OC_2}}{\overline{OC_1}} = a. \quad (1)$$

Следовательно, новое геометрическое место также представляет собой прямую  $A_2B_2C_2$ .

Если геометрическим местом является окружность  $A_1B_1C_1$  (рис. 171, б), то при делении векторов на вещественное число  $a$  будет:

$$\overline{OA_2} = \frac{\overline{OA_1}}{a}; \quad \overline{OB_2} = \frac{\overline{OB_1}}{a}; \quad \overline{OC_2} = \frac{\overline{OC_1}}{a}$$

или

$$\frac{\overline{OA_2}}{\overline{OA_1}} = \frac{\overline{OB_2}}{\overline{OB_1}} = \frac{\overline{OC_2}}{\overline{OC_1}} = \frac{1}{a}, \quad (2)$$

т. е. новое геометрическое место также является окружностью  $A_2B_2C_2$ , положение центра и радиус которой можно определить из формулы:

$$\frac{\overline{OO_2}}{\overline{OO_1}} = \frac{\overline{O_2B_2}}{\overline{O_1B_1}} = \frac{1}{a}. \quad (3)$$

При умножении (или делении) векторов геометрического места на комплексное число  $ae^{j\varphi}$  необходимо умножить (или разделить) все векторы на модуль этого числа  $a$  и повернуть на угол  $\varphi$  против часовой стрелки (рис. 172) (или по часовой стрелке при делении векторов).

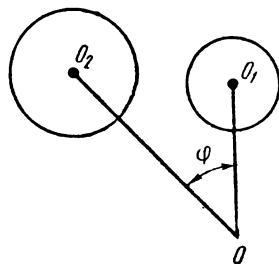


Рис. 172

Два проведенных из одной точки ( $O$ ) вектора  $\overline{OA_1}$  и  $\overline{OA_2}$  (см. рис. 171), концы которых  $A_1$  и  $A_2$  лежат на прямой, проходящей через  $O$ , и произведение которых  $\overline{OA_1} \cdot \overline{OA_2}$  равно постоянной величине  $S$ , называются взаимно обратными или просто обратными. Величина  $S$  называется степенью обращения, общее начало векторов (точка  $O$ ) — центром обращения.

а) Кривая, обратная прямой линии, причем эта прямая не проходит через центр обращения (рис. 173), есть окружность, проходящая через центр обращения и имеющая свой центр на перпендикуляре к заданной прямой. Докажем, что окружность, описанная на отрезке  $OA_2$  как на диаметре, представляет кривую,

обратную прямой  $K$ . Пусть линия  $OA_1$  перпендикулярна линии  $K$ . Проведем произвольно вектор  $\overline{OB_1}$  и соединим точки  $A_2$  и  $B_2$ , получим два подобных треугольника  $OA_1B_1$  и  $OB_2A_2$ , так как угол  $A_1OB_1$  — общий, а углы  $OA_1B_1$  и  $OB_2A_2$  — прямые. Из подобия треугольников имеем:

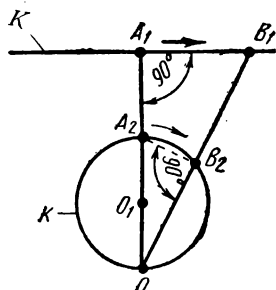


Рис. 173

$$\frac{\overline{OA_1}}{\overline{OB_2}} = \frac{\overline{OB_1}}{\overline{OA_2}},$$

откуда

$$\overline{OB_1} \cdot \overline{OB_2} = \overline{OA_1} \cdot \overline{OA_2} = S. \quad (4)$$

Следовательно, векторы  $\overline{OA_2}$  и  $\overline{OB_2}$  являются обратными векторам  $\overline{OA_1}$  и  $\overline{OB_1}$  и окружность  $K'$  — геометрическим местом концов обратных векторов. При перемещении конца вектора слева направо по прямой  $K$  конец обратного вектора перемещается также слева направо по окружности  $K'$ . Аналогично можно доказать и обратную теорему, что *кривая, обратная окружности, проходящей через центр обращения, будет прямая, перпендикулярная к диаметру, проходящему через центр обращения*.

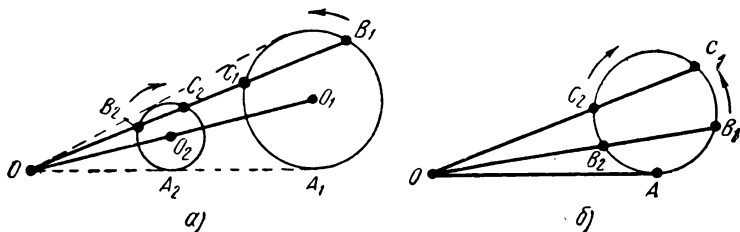


Рис. 174

б) *Кривая, обратная окружности, не проходящей через центр обращения, есть также окружность, не проходящая через центр обращения, причем центры обеих окружностей лежат на одной прямой с центром обращения, и обе окружности имеют общие касательные, пересекающиеся в центре обращения* (рис. 174, а). При движении точки  $A_1$  в одном направлении, например против часовой стрелки, точка  $A_2$  движется в противоположном направлении — по часовой стрелке.

Если выбрать масштаб так, что обе окружности совпадут (рис. 174, б), то

$$\overline{OB_1} \cdot \overline{OB_2} = \overline{OC_1} \cdot \overline{OC_2} = \overline{OA}^2 = S. \quad (5)$$

Это значит, что данная окружность является обратной самой себе.



в) Если центр обращения находится внутри заданной окружности, то центр обратной окружности лежит на одной прямой с центром заданной окружности, при этом центр обращения лежит внутри обеих окружностей. Согласно теореме о постоянстве произведения хорд, пересекающихся в одной точке (рис. 175), будем иметь:

$$\overline{OA_1} \cdot \overline{OA_2'} = \overline{OB_1} \cdot \overline{OB_2'} = \overline{OC_1} \cdot \overline{OC_2'} = \text{const.}$$

Отсюда следует, что обратные векторы по величине равны отрезкам продолжения прямых векторов от центра обращения до противоположной части окружности. Так как отрезки  $\overline{OA_2'}$ ,  $\overline{OB_2'}$  и  $\overline{OC_2'}$  по направлению противоположны прямым векторам  $\overline{OA_1}$ ,  $\overline{OB_1}$ ,  $\overline{OC_1}$ , то, откладывая на направлениях прямых векторов значения обратных векторов  $\overline{OA_2} = \overline{OA_2'}$ ,  $\overline{OB_2} = \overline{OB_2'}$ ,  $\overline{OC_2} = \overline{OC_2'}$ , получим обратную кривую  $K'$ , которая является также окружностью. Можно не строить две окружности  $K$  и  $K'$ , а построить заданную окружность  $K$  (рис. 175, б) и рассматривать ее одновременно как кривую прямых и обратных векторов, при этом отсчитывать обратные векторы от центра обращения в противоположном направлении прямым векторам.

Величина степени обращения  $S$  зависит от выбранных масштабов, например, если полная проводимость  $y = m_Y \cdot OA_1$ , а полное сопротивление  $z = m_Z \cdot OA_2$  и так как  $yz = 1$ , то  $m_Y \cdot OA_1 \cdot m_Z \cdot OA_2 = 1$ .

Отсюда степень обращения

$$S = OA_1 \cdot OA_2 = \frac{1}{m_Y m_Z}, \quad (6)$$

где  $m_Z$  — масштаб сопротивления, указывающий, скольким омам соответствует единица длины вектора сопротивления;  
 $m_Y$  — масштаб проводимости.

## 2. КРУГОВАЯ ДИАГРАММА НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ ЦЕПИ С ПОСТОЯННЫМ АКТИВНЫМ И ПЕРЕМЕННЫМ ИНДУКТИВНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЯМИ

Построим круговую диаграмму для цепи (рис. 176), состоящей из последовательно включенных  $r$  и  $x_L$ , предполагая, что напряжение  $U$  на зажимах цепи и активное сопротивление  $r$

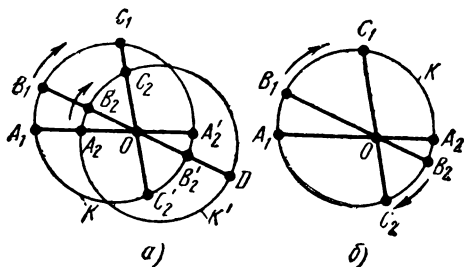


Рис. 175

неизменны, а индуктивное сопротивление  $x_L$  изменяется от нуля до бесконечности. Вектор индуктивного сопротивления откладывают в направлении положительных значений мнимой оси, так как полное сопротивление цепи  $Z = r + jx_L = ze^{j\varphi}$ ; вектор реактивной проводимости индуктивности откладывают в направлении

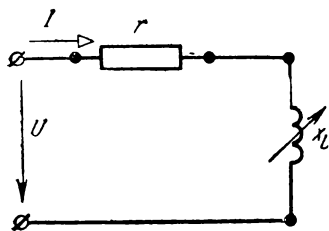


Рис. 176

отрицательных значений мнимой оси, так как полная проводимость цепи  $Y = g - jb = ye^{-j\varphi}$ . Следовательно, взаимно обратные величины  $Z$  и  $Y$  изображают векторами, повернутыми относительно действительной оси ( $O+$ ) на угол  $\varphi$ , но в разные стороны. При нахождении обратных величин методом обращения прямые и обратные векторы располагают на одной прямой, поэтому совмещают обе части чертежа, лежащие по обе стороны оси действительных значений ( $O+$ ), т. е. активное сопротивление  $r$  и активную проводимость  $g$  откладывают по оси действительных значений ( $O+$ ), а индуктивное сопротивление  $x_L$  и реактивную проводимость  $b$  — по мнимой оси отрицательных значений\*.

Выбираем масштаб сопротивлений  $m_Z$  и откладываем от точки  $O$  по действительной оси в положительном направлении постоянную величину активного сопротивления  $r = m_Z \times OA$  ( $OA = \frac{r}{m_Z}$ ) (рис. 177). От точки  $A$  вправо параллельно оси  $O(-j)$  откладываем переменное индуктивное сопротивление  $x_L = m_Z \cdot AB$  ( $AB = \frac{x_L}{m_Z}$ ) (при наличии в цепи вместо индуктивности емкости емкостное сопротивление надо откладывать влево от точки  $A$ ). Вектор  $\overline{OB}$  в масштабе сопротивлений  $m_Z$  представляет собой полное сопротивление цепи, т. е.  $Z = m_Z \cdot \overline{OB}$ . Если будет изменяться индуктивное сопротивление  $x_L$  от нуля до бесконечности, то конец вектора полного сопротивления будет перемещаться по прямой  $AB$ , являющейся геометрическим местом векторов полных сопротивлений  $Z$  цепи. Так как полная проводимость  $Y = \frac{1}{Z}$  есть величина,

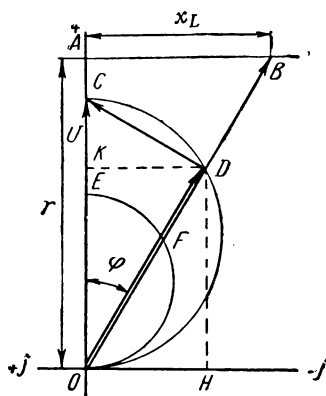


Рис. 177

\* Если нагрузка емкостная, то  $r$  и  $g$  откладывают также по оси действительных значений ( $O+$ ), а емкостное сопротивление и реактивную проводимость емкости — по мнимой оси положительных значений.

обратная полному сопротивлению, то геометрическим местом концов обратных векторов полных проводимостей будет окружность (см. пункт а), проходящая через начало координат и имеющая центр на линии  $OA$ .

Для построения окружности проводимостей выбирают масштаб проводимостей  $m_Y$ . Так как при коротком замыкании индуктивного сопротивления ( $x_L=0$ ) полное сопротивление цепи равно активному сопротивлению  $z_k=r$  и полная проводимость  $y_k=\frac{1}{r}$ , то диаметр окружности проводимостей будет равен:\*

$$OC = \frac{y_k}{m_Y}. \quad (7)$$

Следовательно, построим окружность диаметром  $OC$  и получим геометрическое место концов векторов полных проводимостей. При данном значении индуктивного сопротивления  $x_L=m_Z \cdot AB$  (рис. 177) проводимость цепи изображается вектором  $\overline{OD}$ . При неизменном напряжении  $U$  на зажимах цепи ток в цепи пропорционален полной проводимости:

$$I = \frac{U}{z} = Uy \equiv y. \quad (8)$$

Следовательно, ток и проводимость можно изображать одним и тем же вектором, но в разных масштабах. В этом случае окружность проводимостей будет также представлять собой геометрическое место концов векторов тока (диаграмму тока).

Масштаб тока определяется по формуле

$$m_I = m_Y U. \quad (9)$$

Определить масштаб тока можно, исходя из того, что при коротком замыкании индуктивного сопротивления ( $x_L=0$ ) полная проводимость цепи  $y_k = \frac{1}{z_k} = \frac{1}{r}$ , а ток \*\* в цепи

$$I_k = Uy_k = U \cdot \frac{1}{r}. \quad (10)$$

Так как этот ток на круговой диаграмме изображается вектором  $\overline{OC}$ , равным диаметру окружности, то масштаб тока будет

---

\* Можно было бы задаться диаметром проводимостей  $OC$  и, зная полную проводимость  $y_k$ , определить масштаб проводимостей  $m_Y = \frac{y_k}{OC}$ .

\*\* Так как вектор напряжения отложен в положительном направлении действительной оси.

равен:

$$m_I = \frac{I_\kappa}{OC}. \quad (11)$$

Если индуктивное сопротивление  $x_L$  изменяется от нуля (т. е. переменное индуктивное сопротивление замкнуто накоротко) до бесконечности (цепь разомкнута), то полное сопротивление цепи (вектор  $\overline{OB}$ ) увеличивается от  $z=z_\kappa=r$  до  $z=\infty$ , а полная проводимость и ток в цепи уменьшаются от  $y=y_\kappa=\frac{1}{r}$  и  $I=I_\kappa=Uy_\kappa$  (изображаемых на диаграмме вектором  $\overline{OC}$ ) до нуля. Следовательно, точка  $D$  перемещается по окружности от точки  $C$  (соответствующая короткому замыканию  $x_L$ ) до точки  $O$ , называемой точкой холостого хода. Угол сдвига фаз  $\varphi$  между напряжением и током можно определить непосредственно из круговой диаграммы (рис. 177).

Если требуется получить из круговой диаграммы не угол  $\varphi$ , а  $\cos \varphi$ , то для этого на действительной оси ( $O+$ ) строят (любого диаметра) полуокружность. Тогда

$$OF = OE \cdot \cos \varphi,$$

откуда

$$\cos \varphi = \frac{OF}{OE}. \quad (12)$$

Диаметр полуокружности лучше принять равным 100 мм ( $OE=100$  мм), в этом случае

$$\cos \varphi = \frac{OF \text{ (мм)}}{100}, \quad (13)$$

т. е. отрезок  $OF$  в мм непосредственно выражает  $\cos \varphi$  в сотых долях единицы.

При постоянном активном сопротивлении  $r$  цепи активная составляющая напряжения пропорциональна току  $I(U_a=rI \equiv I)$ , поэтому один и тот же вектор может изображать как активную составляющую напряжения, так и ток (но в разных масштабах). Тогда одна и та же окружность  $ODC$  будет одновременно как геометрическим местом концов векторов тока, так и активной составляющей напряжения. Масштаб напряжения можно разделить по формуле

$$m_U = m_I r \quad (14)$$

или

$$m_U = \frac{U}{OC}, \quad (15)$$

при этом  $x_L=0$  и активная составляющая напряжения равна

напряжению на зажимах цепи и изображается диаметром окружности  $OC$ .

Напряжение на зажимах цепи можно представить как сумму двух составляющих:

$$\dot{U} = r\dot{I} + jx_L\dot{I} = \dot{U}_a + \dot{U}_p, \quad (16)$$

при этом активная составляющая напряжения  $U_a = m_U \cdot OD$  совпадает по фазе с вектором тока  $\bar{I}$ , а реактивная составляющая  $U_p = m_U \cdot DC$  опережает вектор тока на  $90^\circ$ .

Круговая диаграмма дает возможность найти активную и реактивную мощности цепи.

Активная мощность цепи при неизменном напряжении ( $U = \text{const}$ ) пропорциональна активной составляющей тока цепи:

$$P = UI \cos \varphi = Um_I \cdot OD \cdot \cos \varphi = Um_I \cdot DH = m_p \cdot DH, \quad (17)$$

т. е. активная мощность пропорциональна длине перпендикуляра, опущенного из конца вектора тока на ось абсцисс (ось мнимых чисел). Масштаб мощности равен:

$$m_p = m_I U. \quad (18)$$

Реактивная мощность цепи при неизменном напряжении пропорциональна реактивной составляющей тока:

$$Q = UI \sin \varphi = Um_I \cdot OD \cdot \sin \varphi = Um_I \cdot DK = m_p \cdot DK, \quad (19)$$

т. е. реактивная мощность пропорциональна длине перпендикуляра  $DK$ , опущенного из конца вектора тока на ось ординат (ось вещественных чисел); масштабы для активной и реактивной мощностей одинаковые.

Круговая диаграмма позволяет определить все величины, характеризующие данную цепь при различных значениях индуктивного сопротивления  $x_L$ , в результате чего можно построить в прямоугольной системе координат кривые  $I$ ,  $U_a$ ,  $U_p$ ,  $P$ ,  $Q$  и  $\cos \varphi = f(x_L)$ .

### 3. КРУГОВАЯ ДИАГРАММА ОБЩЕЙ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ

Так как эквивалентная схема или схема замещения (рис. 178) применяется при рассмотрении рабочего процесса в трансформаторах, в асинхронных двигателях и т. п., то рассмотрим построение круговой диаграммы для этой схемы. Сопротивления  $r_1$ ,  $x_1$ ,  $r_{12}$ ,  $x_{12}$ ,  $r_2$ ,  $x_2$  неизменны, а  $r$  изменяется от нуля до бесконечности\*. Выбираем масштаб сопротивлений  $m_{Z_2}$  и отклады-

\* Мы рассматриваем частный случай; переменным сопротивлением является активное сопротивление  $r$ , но может быть переменным сопротивлением полное сопротивление  $z$ , а коэффициент мощности при этом остается постоянным.

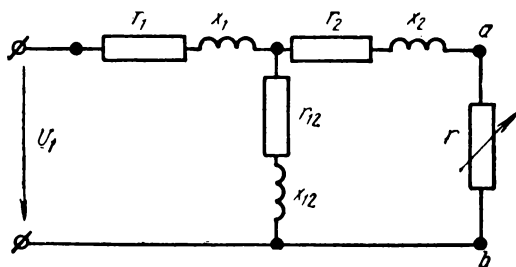


Рис. 178

ваем от точки  $O_2$  (рис. 179) вправо индуктивное сопротивление  $x_2 = m_{z2} \cdot O_2 A \left( O_2 A = \frac{x_2}{m_{z2}} \right)$ . От точки  $A$  вверх активное сопротивление  $r_2 = m_{z2} \cdot AB \left( AB = \frac{r_2}{m_{z2}} \right)$  и переменное активное сопротивление

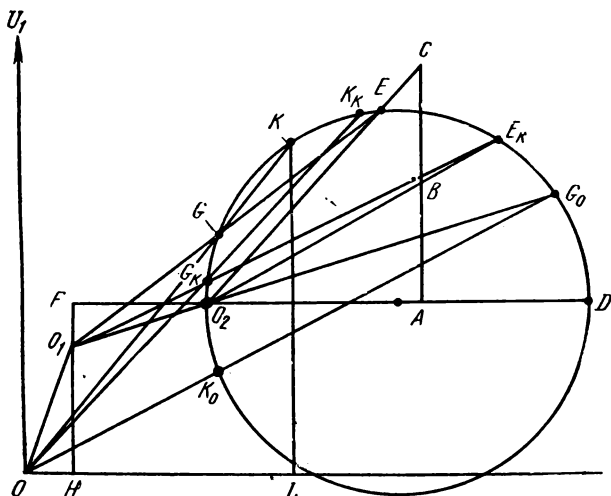


Рис. 179

$r = m_{z2} \cdot BC \left( BC = \frac{r}{m_{z2}} \right)$ . Соединив точки  $O_2$  и  $B$ , получим полное сопротивление  $z_2 = \sqrt{r_2^2 + x_2^2} = m_{z2} \cdot O_2 B \left( O_2 B = \frac{z_2}{m_{z2}} \right)$  правой параллельной ветви (вторичной цепи) при  $r=0$  (зажимы  $a$  и  $b$  замкнуты накоротко).

Так как геометрическим местом концов векторов полных сопротивлений правой параллельной ветви является прямая  $ABC$ ,

то геометрическим местом концов обратных векторов полных проводимостей этой ветви будет окружность, проходящая через точку  $O_2$  и имеющая центр на линии  $O_2A$ , перпендикулярной  $ABC$ . Масштаб проводимости определяется из соотношения:

$$\frac{1}{x_2} = m_{Y2} \cdot O_2D,$$

откуда

$$m_{Y2} = \frac{1}{O_2D \cdot x_2}, \quad (20)$$

где  $O_2D$  — произвольный диаметр окружности [но можно было задаться масштабом проводимостей  $m_{Y2}$  и определить из соотношения (20) диаметр окружности]. При  $r=0$  полная проводимость правой ветви будет определяться вектором (отрезком)  $\overline{O_2E_\kappa}$ , а при  $r=\infty$  проводимость равна нулю. Следовательно, при изменении  $r$  от нуля до бесконечности конец вектора полной проводимости будет перемещаться по дуге окружности  $E_\kappa EO_2$  между точками  $E_\kappa$  и  $O_2$ . Так как при параллельном соединении полные проводимости складываются геометрически, то к проводимости правой параллельной ветви необходимо прибавить проводимость  $Y_{12}$  левой параллельной ветви, т. е. откладываем от точки  $O_2$  влево реактивную проводимость  $b_{12} = \frac{x_{12}}{z_{12}^2} = m_{Y2} \cdot O_2F \left( O_2F = \frac{b_{12}}{m_{Y2}} \right)$ , а от точки  $F$  вниз активную проводимость

$$g_{12} = \frac{r_{12}}{z_{12}^2} = m_{Y2} \cdot FO_1 \left( FO_1 = \frac{g_{12}}{m_{Y2}} \right).$$

Соединив точки  $O_2$  и  $O_1$ , получим вектор полной проводимости второй параллельной ветви  $Y_{12} = m_{Y2} \cdot \overline{O_1O_2} \left( \overline{O_1O_2} = \frac{Y_{12}}{m_{Y2}} \right)$ . Прибавляя к проводимости  $Y_{12}$  проводимость  $Y_2$  правой ветви, получим, что проводимость обеих параллельных ветвей будет определяться вектором (отрезком)  $\overline{O_1E}$ . При разомкнутой правой ветви проводимость определяется вектором  $\overline{O_1O_2}$ , а при коротком замыкании ( $r=0$ ) эквивалентная проводимость параллельных ветвей будет равна вектору  $O_1\overline{E_\kappa}$ .

Следовательно, при изменении  $r$  от нуля до бесконечности конец вектора проводимости будет перемещаться от точки  $E_\kappa$  до точки  $O_2$ . Так как геометрическим местом концов векторов полных проводимостей является окружность, не проходящая через центр обращения, то геометрическим местом концов обратных векторов полных сопротивлений также является окружность, не проходящая через центр обращения.

Для упрощения чертежа окружность проводимостей можно принять за обратную кривую, но тогда масштаб для векторов, изображающих эквивалентное полное сопротивление параллельных ветвей, уже не будет произвольным, а должен быть определен из чертежа. Для определения его можно воспользоваться любым из векторов, изображающих проводимость \*. При разомкнутой правой ветви ее проводимость равна нулю, а проводимость двух параллельных ветвей определяется вектором (отрезком)  $\overline{O_1 O_2} = \frac{Y_{12}}{m_{Y_2}}$  и обратная ей величина полного сопротивления  $Z_{12} = \frac{1}{Y_{12}}$  — вектором  $\overline{O_1 G_0}$ . Измерив длину вектора  $\overline{O_1 G_0}$ , можно определить масштаб для полного сопротивления обеих параллельных ветвей из соотношения:

$$z_{12} = \sqrt{r_{12}^2 + x_{12}^2} = m_{z_1} \cdot O_1 G_0,$$

откуда

$$m_{z_1} = \frac{z_{12}}{O_1 G_0}. \quad (21)$$

При коротком замыкании  $r (r=0)$  эквивалентное сопротивление параллельных ветвей определяется вектором  $\overline{O_1 G_\kappa}$  как вектором, обратным вектору полной проводимости этих ветвей  $\overline{O_1 E_\kappa}$ . Следовательно, при изменении сопротивления  $r$  от нуля до бесконечности конец вектора полного сопротивления параллельных ветвей перемещается по дуге окружности  $G_\kappa G G_0$  от точки  $G_\kappa$  до точки  $G_0$ .

Чтобы найти сопротивление всей цепи, необходимо к эквивалентному сопротивлению параллельных ветвей  $m_{z_1} \cdot \overline{O_1 G}$  прибавить в том же масштабе полное сопротивление  $Z_1$ . Откладываем от точки  $O_1$  вниз активное сопротивление  $r_1 = m_{z_1} \cdot O_1 H \left( O_1 H = \frac{r_1}{m_{z_1}} \right)$ , а от точки  $H$  влево индуктивное сопротивление  $x_1 = m_{z_1} \cdot HO \left( HO = \frac{x_1}{m_{z_1}} \right)$ , тогда  $Z_1 = m_{z_1} \cdot \overline{OO_1}$ .

Геометрическая сумма векторов  $\overline{OO_1}$  и  $\overline{O_1 G}$  равна полному сопротивлению всей цепи  $Z = m_{z_1} \cdot \overline{OG}$ .

При изменении сопротивления  $r$  от нуля до бесконечности конец вектора полного сопротивления всей цепи будет перемещаться по дуге окружности  $G_\kappa G G_0$  от точки  $G_\kappa$  до точки  $G_0$ .

При неизменном напряжении ток  $I$  пропорционален полной проводимости всей цепи, поэтому необходимо сначала определить ее. Так как окружность полного сопротивления всей цепи не

---

\* Прямому вектору проводимости  $\overline{O_1 E}$  на чертеже будет соответствовать обратный вектор сопротивления  $\overline{O_1 G}$ .



проходит через центр обращения, то обратная ей кривая есть также окружность, не проходящая через центр обращения.

Примем окружность полных сопротивлений за обратную ей окружность полных проводимостей. Масштаб проводимости всей цепи определим для частного случая; если правая ветвь будет разомкнута (холостой ход  $r=\infty$ ), то проводимость всей цепи будет равна:

$$y = \frac{1}{V(r_1 + r_{12})^2 + (x_1 + x_{12})^2} = m_{Y1} \cdot OK_0,$$

откуда

$$m_{Y1} = \frac{y}{OK_0}. \quad (22)$$

При коротком замыкании  $r(r=0)$  полная проводимость цепи определяется вектором  $\overline{OK_{\kappa}}$ , а при холостом ходе (разомкнутой правой ветви) — вектором  $\overline{OK_0}$ . Следовательно, при изменении сопротивления  $r$  от нуля до бесконечности конец вектора полной проводимости всей цепи перемещается по дуге окружности  $K_{\kappa}KK_0$  от точки  $K_{\kappa}$  до точки  $K_0$ . Умножая первичное напряжение  $U_1$  на полную проводимость цепи, получим первичный ток  $I_1$ .

Ток при холостом ходе определяется вектором  $\overline{OK_0}$ :

$$\overline{I_{1x}} = U_1 m_{Y1} \cdot \overline{OK_0} = m_I \cdot \overline{OK_0}. \quad (23)$$

При нагрузке ( $r=m_{Z2} \cdot BC$ ) первичный ток определяется вектором  $\overline{OK}$  ( $\overline{I_1} = m_I \cdot \overline{OK}$ ), а при коротком замыкании  $r(r=0)$  — вектором  $\overline{OK_{\kappa}}$  ( $\overline{I_{1\kappa}} = m_I \cdot \overline{OK_{\kappa}}$ ). Следовательно, при изменении  $r$  от нуля до бесконечности конец вектора первичного тока будет перемещаться по дуге окружности  $K_{\kappa}KK_0$  от точки  $K_{\kappa}$  до точки  $K_0$ .

Угол сдвига фаз находят непосредственно по диаграмме, а коэффициент мощности определяется так же, как и на рис. 177.

Если из конца вектора тока  $\overline{I_1}$  опустить перпендикуляр  $KL$  на ось абсцисс, то этот перпендикуляр в масштабе  $m_P = m_I U_1$  представляет собой активную мощность  $P_1$ , потребляемую цепью.

### Задачи

307. В сеть переменного тока с напряжением  $U=127$  в включены последовательно активное сопротивление  $r=5$  ом и переменное индуктивное сопротивление  $x_L$ , которое изменяется от нуля до бесконечности. Построить круговую диаграмму и по ней кривые зависимости тока  $I$ , активной мощности  $P$ , реактивной мощности  $Q$ , коэффициента мощности  $\cos \varphi$ , активной составляющей

напряжения  $U_a$  и реактивной (индуктивной) составляющей напряжения  $U_p$  от индуктивного сопротивления  $x_L$ , т. е.  $I, P, Q, \cos \varphi, U_a, U_p = f(x_L)$ .

308. В сеть переменного тока с напряжением  $U=220$  в включены последовательно индуктивное сопротивление  $x_L=10$  ом и переменное активное сопротивление  $r$ , которое изменяется от нуля до бесконечности. Построить круговую диаграмму и по ней кривые зависимости тока  $I$ , активной мощности  $P$ , реактивной мощности  $Q$ , коэффициента мощности  $\cos \varphi$ , активной составляющей напряжения  $U_a$  и реактивной (индуктивной) составляющей напряжения  $U_p$  от активного сопротивления  $r$ , т. е.  $I, P, Q, \cos \varphi, U_a, U_p = f(r)$ . Определить, при каком значении  $r$  активная мощность цепи будет наибольшей.

309. В сеть переменного тока с напряжением  $U=380$  в включены последовательно индуктивное сопротивление  $x_L=19$  ом и переменное активное сопротивление  $r$ , которое изменяется от

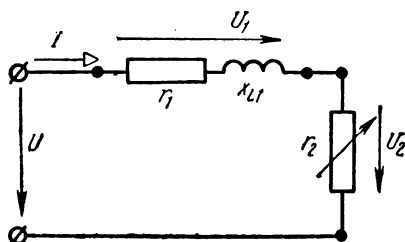


Рис. 180

нуля до бесконечности. Построить круговую диаграмму и по ней кривые зависимости тока  $I$ , активной мощности  $P$ , реактивной мощности  $Q$ , коэффициента мощности  $\cos \varphi$ , активной составляющей напряжения  $U_a$  и реактивной (индуктивной) составляющей напряжения  $U_p$  от активного сопротивления  $r$ , т. е.  $I, P, Q, \cos \varphi, U_a, U_p = f(r)$ . Вычислить, при каком

значении  $r$  активная мощность цепи будет наибольшей.

310. Последовательно включены активное сопротивление  $r_1=2,8$  ом, индуктивное  $x_{L1}=9,6$  ом и меняющееся от нуля до бесконечности активное сопротивление  $r_2$  (рис. 180). Построить круговую диаграмму и по ней кривые  $P, P_2, \eta, \cos \varphi, U_2 = f(I)$ , если напряжение, приложенное к цепи,  $U=220$  в.

311. Последовательно включены активное сопротивление  $r_1=5$  ом, индуктивное  $x_{L1}=9,8$  ом и меняющееся от нуля до бесконечности активное сопротивление  $r_2$  (рис. 180). Построить круговую диаграмму и по ней кривые  $P, P_2, \eta, \cos \varphi, U_2 = f(I)$ , если напряжение на зажимах цепи  $U=220$  в.

312. Приемник энергии с постоянным коэффициентом мощности  $\cos \varphi_2=0,8$  питается через линию, активное сопротивление которой  $r=3,7$  ом и индуктивное  $x=9,3$  ом. Построить круговую диаграмму и по ней кривые зависимости напряжения  $U_2$  и мощности  $P_2$  приемника энергии, мощности  $P_1$  в начале линии, коэффициента мощности  $\cos \varphi_1$  всей цепи от тока  $I$  в цепи, т. е.  $U_2, P_2, P_1, \cos \varphi_1 = f(I)$ . Напряжение в начале линии  $U_1=6300$  в.

313. К цепи, состоящей из последовательно включенных активного сопротивления  $r=15$  ом, индуктивности  $L=63,7$  мГн и емкости  $C=0,6$  мкФ, приложено напряжение  $U=220$  в (рис. 181). Построить круговую диаграмму и определить, когда наступит резонанс напряжений, если будут меняться: 1) индуктивность  $L$ , 2) емкость  $C$ , 3) частота  $f$ . На основании полученных данных из круговой диаграммы построить кривые зависимости  $I$ ,  $U_r$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ ,  $\varphi$  и  $\cos \varphi$  в функции  $L$  ( $C$  и  $f$ ).

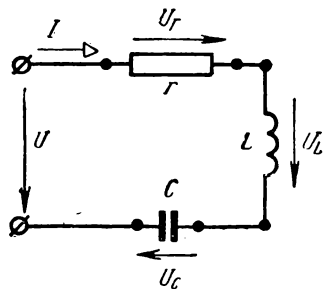


Рис. 181

314. В сеть с напряжением  $U=127$  в включены параллельно катушка, активное сопротивление которой  $r=7,1$  ом, индуктивность  $L=59,6$  мГн и емкость  $C=100$  мкФ (рис. 182). Определить, когда наступит резонанс токов в цепи, если будут изменяться: 1) индуктивность  $L$ , 2) емкость  $C$ , 3) частота  $f$ , а также построить кривые зависимости  $I$ ,  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $\varphi$  и  $\cos \varphi$  в функции  $L$  ( $C$  и  $f$ ).

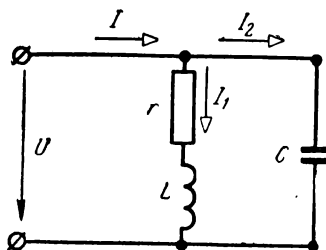


Рис. 182

315. К цепи, изображенной на рис. 183, приложено напряжение  $U=220$  в, сопротивления отдельных участков цепи соответственно равны:  $r_1=8$  ом;  $x_{L1}=6$  ом;  $r_2=12$  ом;  $x_{L2}=16$  ом. Найти с помощью круговой диаграммы величину емкости  $C$ , которую необходимо приключить к точкам  $a$  и  $b$ , как показано на рис.

183, чтобы угол сдвига фаз между током в неразветвленной части цепи и напряжением на зажимах всей цепи был бы равен нулю.

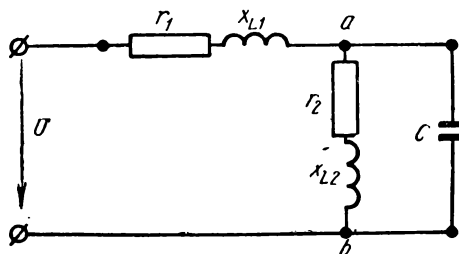


Рис. 183

316. К цепи, показанной на рис. 183, приложено напряжение  $U=127$  в, сопротивления отдельных участков цепи соответственно равны:  $r_1=15$  ом;  $x_{L1}=20$  ом;  $r_2=40$  ом;  $x_{L2}=30$  ом. Определить

с помощью круговой диаграммы величину емкости  $C$ , которую необходимо приключить к точкам  $a$  и  $b$ , чтобы сдвиг фаз между вектором тока  $\vec{I}$  в неразветвленной части цепи и вектором напряжения  $\vec{U}$  был бы равен нулю.

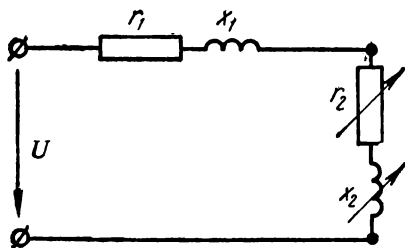


Рис. 184

317. Построить круговую диаграмму для цепи, изображенной на рис. 184, если  $r_1=1$  ом,  $x_1=2$  ом,  $U=380$  в, а  $r_2$  и  $x_2$  изменяются от нуля до бесконечности, при этом угол сдвига фаз  $\varphi_2$  остается постоянным ( $\cos \varphi_2=0,8$ ). При каких значениях  $r_2$  и  $x_2$  мощность  $P_2$  будет наибольшей?

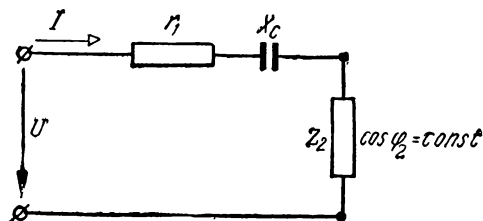


Рис. 185

318. Для цепи, изображенной на рис. 178, построить круговую диаграмму, если  $r_1=7$  ом,  $x_1=24$  ом,  $r_2=1,4$  ом,  $x_2=4,8$  ом,  $r_{12}=100$  ом,  $x_{12}=200$  ом, а  $r$  изменяется от нуля до бесконечности. Напряжение на зажимах цепи  $U=220$  в.

319. Последовательно с катушкой, активное сопротивление которой  $r_1=3$  ом и индуктивное  $x_{L1}=21,8$  ом, включено переменное активное сопротивление  $r_2$ . Напряжение на зажимах цепи  $U=220$  в. Построить круговую диаграмму и найти из нее активное сопротивление  $r_2$ , ток  $I$ , коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , активную мощность  $P$  всей цепи и активную мощность  $P_2$ , поглощаемую сопротивлением  $r_2$ , для следующих случаев: 1) при наибольшем токе; 2) при наибольшей мощности всей цепи; 3) при наибольшей мощности, поглощаемой в сопротивлении  $r_2$ .

320. Построить круговую диаграмму для цепи, изображенной на рис. 185. Определить ток  $I$  при резонансе, наибольшее зна-

чение активной мощности  $P_{2,\max}$  и наибольшее значение активной мощности  $P_{\max}$  всей цепи, если напряжение на зажимах цепи  $U=220$  в,  $r_1=8$  ом,  $x_c=20,5$  ом и  $\cos \varphi_2=0,8$  ( $\varphi_2>0$ ).

321. Линия, имеющая активное сопротивление  $r=2,1$  ом и индуктивное  $x=3,4$  ом, питает приемник, потребляющий в нормальных условиях мощность  $P_2=90$  кВт при постоянном сдвиге фаз ( $\cos \varphi_2=\text{const}=0,9$ ). Напряжение в начале линии  $U_1=6,3$  кВ.

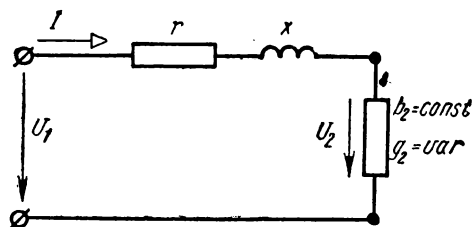


Рис. 186

Определить, пользуясь круговой диаграммой, ток  $I$  и напряжение  $U_2$  на зажимах приемника при нормальном режиме работы приемника.

322. В конце линии, имеющей активное сопротивление  $r=3,7$  ом и индуктивное  $x=9,3$  ом, приключен приемник (рис. 186), реактивная проводимость которого  $b_2=0,05$  1/ом, а активная проводимость  $g_2$  изменяется от нуля до бесконечности. Напряжение в начале линии  $U_1=\text{const}=6,3$  кВ. Построить круговую диаграмму и по ней кривые  $I$ ,  $U_2$ ,  $\Delta U$ ,  $\cos \varphi_2$ ,  $\cos \varphi$ ,  $\eta=f(P_2)$ .

## Глава седьмая

### ТРЕХФАЗНЫЙ ТОК

#### 1. ПОНЯТИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ

Многофазной системой электрических цепей называется совокупность нескольких электрических цепей, в которых действуют синусоидальные э. д. с. одной и той же частоты, сдвинутые друг относительно друга по фазе и создаваемые общим источником электрической энергии.

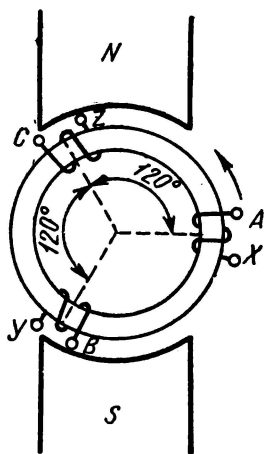


Рис. 187

Отдельные электрические цепи, входящие в состав многофазной системы, называются фазами.

Многофазной системой э. д. с. называется совокупность синусоидальных э. д. с. одной частоты, сдвинутых друг относительно друга по фазе, действующих в многофазной системе электрических цепей. Многофазная система э. д. с. при числе фаз, равном трем, называется трехфазной системой э. д. с.

Многофазные системы делятся на:

- 1) симметричные и несимметричные,
- 2) уравновешенные и неуравновешенные,
- 3) связанные и несвязанные.

Симметричной многофазной системой э. д. с. (или токов) называется многофазная система, в которой э. д. с. (или токи) всех фаз равны по величине и сдвинуты по фазе друг относительно друга на одинаковый угол  $\alpha = \frac{2\pi}{m}$ , где  $m$  — число фаз. Если многофазная система э. д. с. (или токов) не соответствует указанным условиям, то она называется несимметричной.

В настоящее время из многофазных систем наиболее широкое применение получила симметричная трехфазная система (трех-фазный ток).

Трехфазный генератор имеет три обмотки (фазы), сдвинутые в пространстве друг относительно друга на\*  $120^\circ$  (рис. 187). Если за начало отсчета времени принять момент, когда э. д. с.

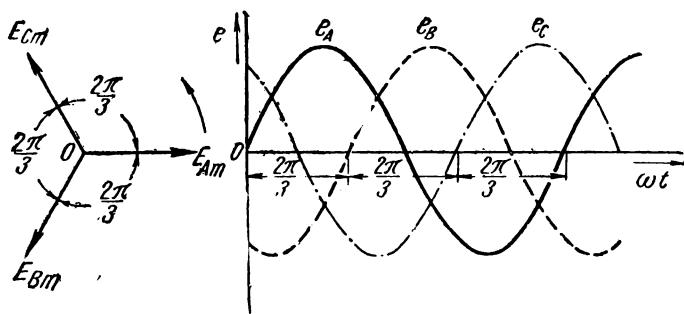


Рис. 188

фазы  $A$  проходит через нулевое значение (рис. 188), то э. д. с., индуцируемые в фазах  $A$ ,  $B$  и  $C$ , будут соответственно равны:

$$e_A = E_m \sin \omega t; \quad (1)$$

$$e_B = E_m \sin \left( \omega t - \frac{2}{3} \pi \right); \quad (2)$$

$$e_C = E_m \sin \left( \omega t - \frac{4}{3} \pi \right). \quad (3)$$

где  $e_A$ ,  $e_B$  и  $e_C$  — мгновенные значения э. д. с. отдельных фаз,  $e$ ;  
 $E_m$  — амплитуда фазных э. д. с.,  $e$ ;  
 $\omega$  — угловая частота, сек. $^{-1}$ ;  
 $t$  — время, сек.

Выразим действующие значения фазных э. д. с. в символической форме, при этом вектор э. д. с.  $E_A$  фазы  $A$  направим по действительной оси, тогда

$$\dot{E}_A = E_A = E_\phi; \quad (4)$$

$$\dot{E}_B = \dot{E}_A e^{-j \frac{2}{3} \pi} = E_\phi e^{-j \frac{2}{3} \pi}; \quad (5)$$

$$\dot{E}_C = \dot{E}_A e^{-j \frac{4}{3} \pi} = E_\phi e^{-j \frac{4}{3} \pi}, \quad (6)$$

где  $E_A$ ,  $E_B$ ,  $E_C$  — э. д. с. отдельных фаз,  $e$ .

\* Электрических градусов.

Уравновешенными многофазными системами называются такие системы, мгновенная мощность которых не зависит от времени.

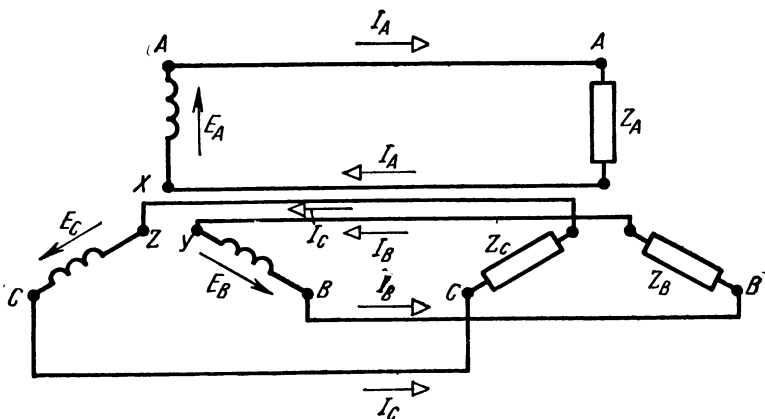


Рис. 189

Неуравновешенными многофазными системами называются такие системы, мгновенная мощность которых с течением времени изменяется.

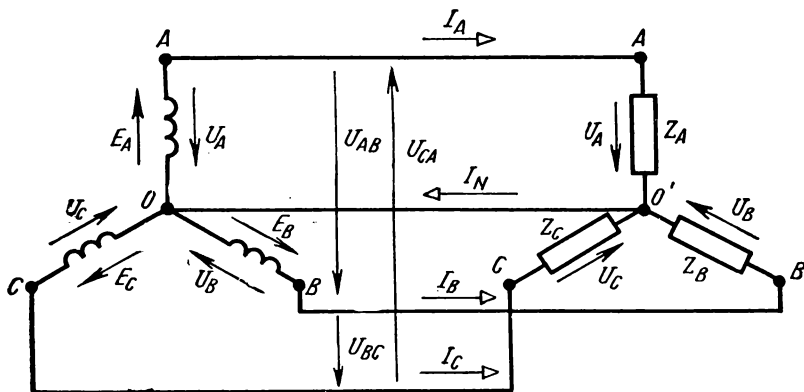


Рис. 190

Если к каждой фазе генератора присоединен приемник энергии и эти фазы не соединены между собой, то такая система называется несвязанной многофазной системой (рис. 189).

Если же отдельные фазы генератора и приемника соединены друг с другом и между собой, то такая система называется связанной многофазной системой (рис. 190). В связанной трехфазной системе фазы могут быть соединены звездой или треугольником.



## 2. СОЕДИНЕНИЕ ЗВЕЗДОЙ

**Звездой** называется такое соединение, когда концы или начала фаз соединены в одну точку, называемую **нейтральной** или **нулевой** **точкой**.

Если три обратных провода в схеме (см. рис. 189) заменить одним, который называется **нейтральным** или **нулевым** **проводом**, то получим четырехпроводную связанную трехфазную систему, соединенную звездой (см. рис. 190).

Напряжения между началами и концами фаз генератора или приемника (или напряжения между каждым из линейных проводов и нейтральной точкой) называются **фазными** и **напряжениями** и обозначаются  $U_A$ ,  $U_B$  и  $U_C$ .

Напряжения между линейными проводами называются **линейными** и **напряжениями** и обозначаются  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$  и  $U_{CA}$ .

**Линейными** **токами** называются токи, проходящие по линейным проводам; они обозначаются  $I_A$ ,  $I_B$  и  $I_C$ .

**Фазными** **токами** называются токи, проходящие в фазах.

При соединении звездой линейный ток равен фазному току:

$$I_A = I_\phi, \quad (7)$$

где  $I_A$  — линейный ток,  $a$ ;

$I_\phi$  — фазный ток,  $a$ ,

а линейные напряжения равны геометрическим разностям соответствующих фазных напряжений (рис. 191):

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad (8)$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad (9)$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \quad (10)$$

При симметричной системе напряжений и симметричной (равномерной) нагрузке фаз\* линейное напряжение  $U_A$  больше фазного напряжения  $U_\phi$  в  $\sqrt{3}$  раз:

$$U_A = \sqrt{3} U_\phi, \quad (11)$$

где  $U_A$  — линейное напряжение,  $e$ ;

$U_\phi$  — фазное напряжение,  $e$ .

Рассмотрим четырехпроводную трехфазную цепь, изображенную на рис. 190. Если принять, что сопротивления нейтрального и линейных проводов равны нулю, то напряжения на фазах при-

---

\* При симметричной системе напряжений и симметричной нагрузке фаз  $U_A = U_B = U_C = U_\phi$ ,  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_A$ ,  $I_A = I_B = I_C = I_A$  и  $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$ .

емников равны напряжениям на соответствующих фазах генератора.

Фазные токи приемников определяются так же, как и в однофазных цепях переменного тока, т. е.

$$\left. \begin{aligned} I_A &= \frac{U_A}{z_A} = \frac{U_A}{\sqrt{r_A^2 + x_A^2}}; & I_B &= \frac{U_B}{z_B} = \frac{U_B}{\sqrt{r_B^2 + x_B^2}}; \\ I_C &= \frac{U_C}{z_C} = \frac{U_C}{\sqrt{r_C^2 + x_C^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где  $z_A, z_B, z_C, r_A, r_B, r_C, x_A, x_B$  и  $x_C$  — полные, активные и реактивные сопротивления фаз приемников, ом.

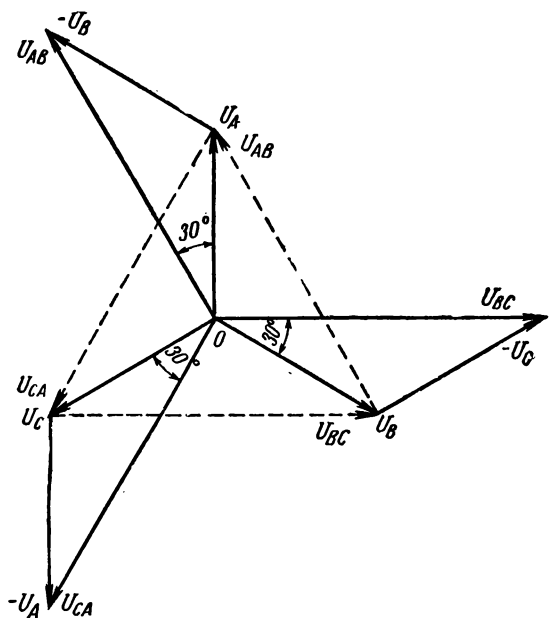


Рис. 191

Коэффициенты мощности фаз приемников:

$$\cos \varphi_A = \frac{r_A}{z_A}; \quad \cos \varphi_B = \frac{r_B}{z_B}; \quad \cos \varphi_C = \frac{r_C}{z_C}. \quad (13)$$

Ток в нейтральном (нулевом) проводе равен геометрической сумме токов отдельных фаз (рис. 190 и 192, а):

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C, \quad (14)$$

где  $\dot{I}_N$  — ток в нейтральном (нулевом) проводе, а.

При симметричной системе напряжений\* и симметричной нагрузке фаз ток в нейтральном (нулевом) проводе равен нулю (рис. 192, б), а поэтому нейтральный провод не нужен. В этом

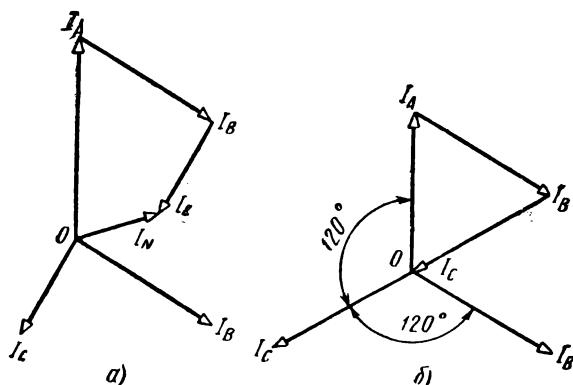


Рис. 192

случае получим трехпроводную трехфазную систему, соединенную звездой (рис. 193).

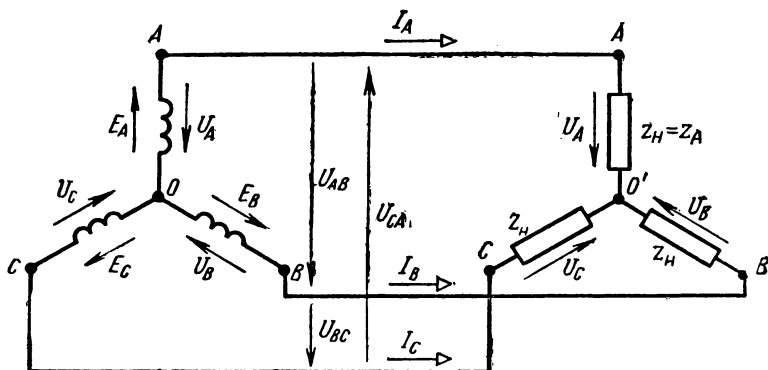


Рис. 193

Так как при симметричной нагрузке фаз напряжение между нейтральными точками генератора и приемника  $O$  и  $O'$  равно нулю, то каждую фазу системы можно рассматривать как замкнутый контур. В этом случае расчет трехфазной системы при

\* В дальнейшем будем сокращенно называть «симметричная нагрузка фаз», предполагая при этом, что система напряжений симметрична.

симметричной нагрузке фаз\* сводится к расчету одной лишь фазы (рис. 193), т. е.

$$I_\phi = I_A = \frac{E_\phi}{\sqrt{(r_z + r_A + r_n)^2 + (x_z + x_A + x_n)^2}} = \frac{E_\phi}{\sqrt{(r_z + r_A + r_n)^2 + (x_z + x_A + x_n)^2}}, \quad (15)$$

где

$E_\phi$  — фазная э.д.с. генератора, в;

$r_z, r_A, r_n, x_z, x_A, x_n$  — активные и индуктивные сопротивления соответственно генератора, линии и нагрузки (приемника), ом,

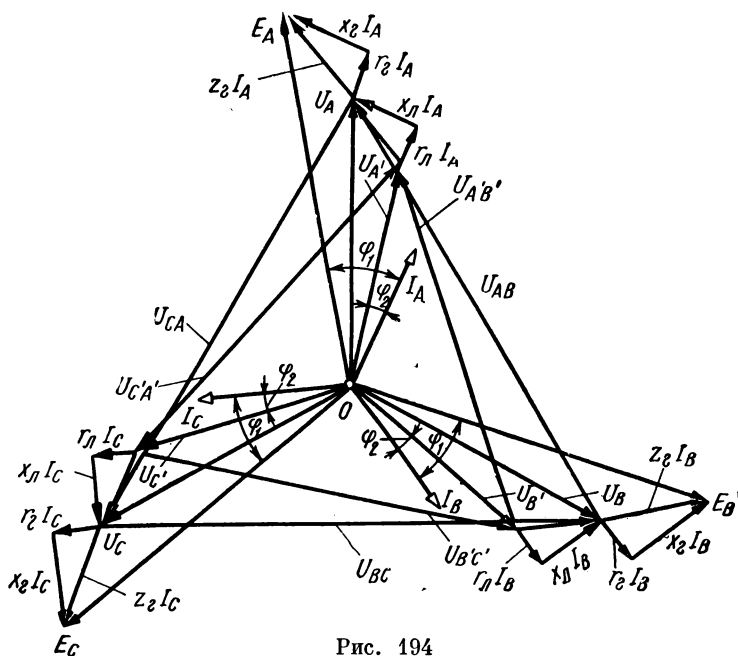


Рис. 194

Угол сдвига фаз между э.д.с. и током в генераторе можно определить из соотношения:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_z + x_A + x_n}{r_z + r_A + r_n}, \quad (16)$$

\* Формула (15) представлена для общего случая, а на рис. 193 активное и индуктивное сопротивления  $r_A$  и  $x_A$  равны нулю.

а угол сдвига фаз между фазным напряжением нагрузки (приемника) и током определяется из формулы

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{x_n}{r_n}. \quad (17)$$

На рис. 194 изображена векторная диаграмма напряжений и токов для трехфазной трехпроводной цепи, соединенной звездой.

Если задано линейное напряжение на зажимах нагрузки (приемника) и ее сопротивления, то сначала определяют фазное напряжение:

$$U_\phi = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}}, \quad (18)$$

а затем фазный ток:

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{z_n} = \frac{U_\phi}{\sqrt{r_n^2 + x_n^2}}, \quad (19)$$

где  $z_n$  — полное сопротивление фазы нагрузки (приемника), *ом*.

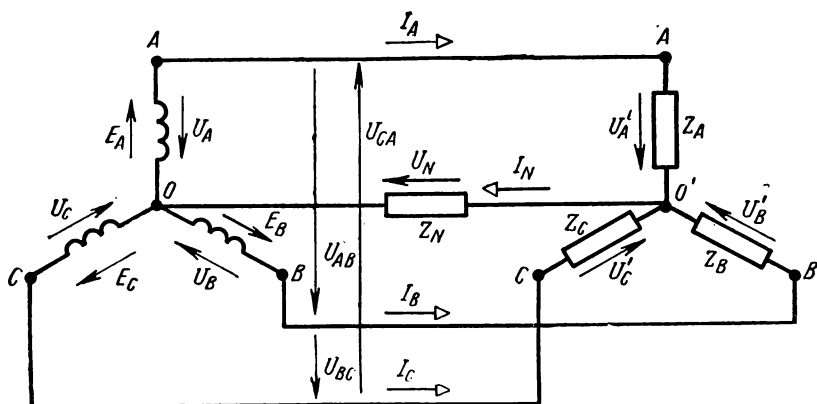


Рис. 195

Коэффициент мощности нагрузки

$$\cos \varphi_2 = \frac{r_n}{z_n}. \quad (20)$$

При несимметричной нагрузке фаз\* потенциалы нейтральных (нулевых) точек приемника энергии  $O'$  и генератора  $O$  неоди-

\* При несимметричной нагрузке фаз трехфазной системы или при несимметричной системе напряжений решение задач следует производить символическим методом.

наковы (рис. 195), поэтому между ними получается узловое напряжение:

$$\dot{U}_N = \dot{I}_N Z_N,$$

где  $Z_N$  — комплексное сопротивление нейтрального провода, *ом*;  
 $\dot{I}_N$  — комплексный ток в нейтральном проводе (*a*), который согласно первому закону Кирхгофа для точки  $O'$  равен:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N. \quad (21)$$

Токи в отдельных фазах и линейных проводах:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_N}{Z_A} = (\dot{E}_A - \dot{U}_N) Y_A; \quad (22)$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B - \dot{U}_N}{Z_B} = (\dot{E}_B - \dot{U}_N) Y_B; \quad (23)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C - \dot{U}_N}{Z_C} = (\dot{E}_C - \dot{U}_N) Y_C. \quad (24)$$

Ток в нейтральном проводе

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{U}_N}{Z_N} = \dot{U}_N Y_N, \quad (25)$$

где  $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$  — фазные э.д.с. генератора;  
 $Z_A, Z_B, Z_C, Y_A, Y_B, Y_C$  — комплексные сопротивления\* (*ом*) и комплексные проводимости отдельных фаз\*\*, *1/ом*;  
 $Y_N$  — комплексная проводимость нейтрального провода, *1/ом*.

Подставляя значения токов из уравнений (22—25) в уравнение (21), получим:

$$(\dot{E}_A - \dot{U}_N) Y_A + (\dot{E}_B - \dot{U}_N) Y_B + (\dot{E}_C - \dot{U}_N) Y_C = \dot{U}_N Y_N,$$

откуда

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N}. \quad (26)$$

Зная напряжение  $\dot{U}_N$  можно определить токи по формулам

---

\* Комплексное сопротивление одной фазы в общем случае складывается из сопротивлений фазы приемника, линейного провода и фазы генератора. В нашем частном случае сопротивлением линейных проводов и обмоток генератора пренебрегаем.

\*\* В дальнейшем вместо терминов «комплексное сопротивление» и «комплексная проводимость» будем употреблять термины «сопротивление» и «проводимость».

(22—25), а зная токи, легко найти фазные напряжения приемника и генератора:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}'_A &= \dot{I}_A Z_A; & \dot{U}'_B &= \dot{I}_B Z_B; & \dot{U}'_C &= \dot{I}_C Z_C; \\ \dot{U}_A &= \dot{E}_A - \dot{I}_A Z_e; & \dot{U}_B &= \dot{E}_B - \dot{I}_B Z_e; & \dot{U}_C &= \dot{E}_C - \dot{I}_C Z_e. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Если сопротивление нейтрального провода  $Z_N = 0$ , т. е.  $Y_N = \infty$ , то узловое напряжение равно нулю:

$$\dot{U}_N = \frac{\Sigma \dot{E} Y}{\Sigma Y} = \frac{\Sigma \dot{E} Y}{\infty} = 0.$$

Это значит, что потенциалы нейтральных точек генератора и приемника одинаковы, а фазные напряжения приемника равны фазным напряжениям генератора. Если нейтральный провод отсутствует, то  $Y_N = \frac{1}{Z_N} = \frac{1}{\infty} = 0$ , и тогда формулу (26) можно представить в следующем виде:

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}. \quad (28)$$

Если даны не э.д.с., а фазные напряжения, то вместо э. д. с.  $\dot{E}_A$ ,  $\dot{E}_B$  и  $\dot{E}_C$  в вышеуказанные формулы необходимо подставить фазные напряжения  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$ .

Если даны не фазные напряжения, а линейные напряжения\*  $\dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{BC}$  и  $\dot{U}_{CA}$ , то токи в отдельных фазах можно определить следующим образом.

Так как нейтрального провода нет, то ток в нейтральной точке звезды равен нулю:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C = 0. \quad (29)$$

Из уравнений (8) и (10) можно найти фазные напряжения  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$ , т. е.

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_B &= \dot{U}_A - \dot{U}_{AB}; \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_A + \dot{U}_{CA}. \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Подставляя уравнения (30) в уравнение (29), получим:

$$\dot{U}_A Y_A + (\dot{U}_A - \dot{U}_{AB}) Y_B + (\dot{U}_{CA} + \dot{U}_A) Y_C = 0,$$

откуда

$$\dot{U}_A = \frac{\dot{U}_{AB} Y_B - \dot{U}_{CA} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}, \quad (31)$$

а затем по формулам (30) определяем  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$ .

Зная  $\dot{U}_A$ ,  $\dot{U}_B$  и  $\dot{U}_C$ , можно вычислить и токи  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$  и  $\dot{I}_C$ .

---

\* Этот метод определения токов  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$  и  $\dot{I}_C$  применяется при несимметричной системе напряжений.

### 3. СОЕДИНЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОМ

Треугольником называется такое соединение, когда начало фазы  $A$  соединяется с концом фазы  $B$ , начало фазы  $B$  — с концом фазы  $C$ , начало фазы  $C$  — с концом фазы  $A$ . Точки соединения начал и концов фаз служат для отвода (или подвода) трехфазного тока.

При соединении треугольником, как это видно из рис. 196, линейное напряжение  $U_\lambda$  равно фазному напряжению  $U_\phi$ :

$$U_\lambda = U_\phi, \quad (32)$$

а соотношения между линейными и фазными токами можно опре-

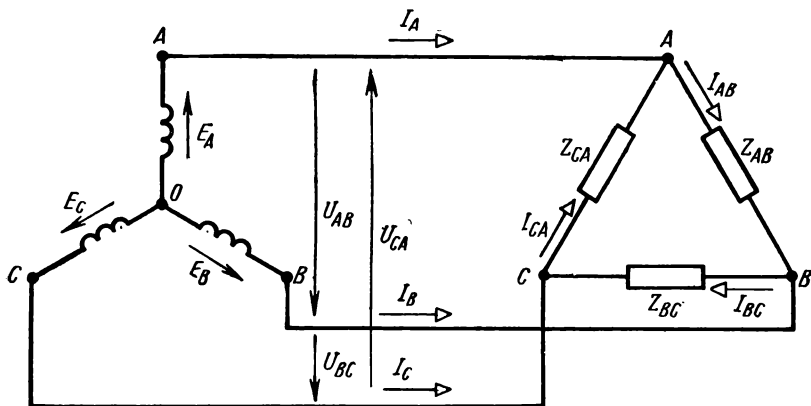


Рис. 196

делить, если применить первый закон Кирхгофа для узлов  $A$ ,  $B$  и  $C$  (рис. 196):

$$\dot{I}_A + \dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB}; \quad \dot{I}_B + \dot{I}_{AB} = \dot{I}_{BC}, \quad \dot{I}_C + \dot{I}_{BC} = \dot{I}_{CA},$$

где  $\dot{I}_{AB}$ ,  $\dot{I}_{BC}$  и  $\dot{I}_{CA}$  — фазные токи, а, откуда

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \quad (33)$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \quad (34)$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}, \quad (35)$$

т. е. линейные токи равны геометрическим разностям соответствующих фазных токов (рис. 197). При симметричной системе напряжений и симметричной нагрузке фаз линейный ток  $I_\lambda$  больше фазного тока  $I_\phi$  в  $\sqrt{3}$  раз:

$$I_\lambda = \sqrt{3} I_\phi. \quad (36)$$



## Фазный ток

$$I_{\phi} = \frac{U}{z} = \frac{U_{\phi}}{\sqrt{r^2 + x^2}}, \quad (37)$$

где  $r$ ,  $x$  и  $z$  — активное, реактивное и полное сопротивления одной фазы приемника энергии, *ом*.

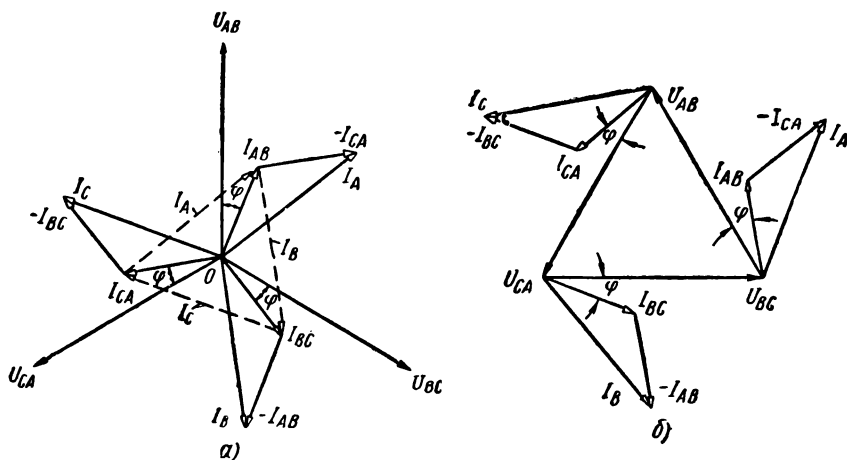


Рис. 197

## Коэффициент мощности приемника энергии

$$\cos \varphi = \frac{r}{z}. \quad (38)$$

В общем случае токи в отдельных фазах равны:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}} = \dot{U}_{AB} Y_{AB}; \quad (39)$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}} = \dot{U}_{BC} Y_{BC}; \quad (40)$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}} = \dot{U}_{CA} Y_{CA}, \quad (41)$$

где  $Z_{AB}$ ,  $Z_{BC}$ ,  $Z_{CA}$  — комплексные сопротивления отдельных фаз, *ом*;

$Y_{AB}$ ,  $Y_{BC}$ ,  $Y_{CA}$  — комплексные проводимости отдельных фаз, *1/ом*.

#### 4. МОЩНОСТЬ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Активная мощность трехфазной цепи при несимметричной нагрузке фаз равна сумме активных мощностей всех фаз:

$$P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C, \quad (42)$$

где  $P$  — активная мощность трехфазной цепи, *вт*.

Реактивная мощность трехфазной цепи при несимметричной нагрузке фаз

$$Q = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C, \quad (43)$$

где  $Q$  — реактивная мощность трехфазной цепи, *вар*.

Полная мощность трехфазной цепи при несимметричной нагрузке фаз

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad (44)$$

где  $S$  — полная мощность трехфазной цепи, *ва*.

При симметричной системе напряжений и симметричной нагрузке фаз активная мощность трехфазной цепи равна:

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi. \quad (45)$$

Если даны линейное напряжение  $U_\lambda$  и линейный ток  $I_\lambda$ , то формулу (45) можно представить так\*:

$$P = \sqrt{3} U_\lambda I_\lambda \cos \varphi. \quad (46)$$

Реактивная мощность трехфазной цепи при симметричной нагрузке фаз

$$Q = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi = \sqrt{3} U_\lambda I_\lambda \sin \varphi. \quad (47)$$

Полная мощность трехфазной цепи при симметричной нагрузке фаз

$$S = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{3} U_\lambda I_\lambda. \quad (48)$$

#### 5. МЕТОД СИММЕТРИЧНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

Данный метод находит широкое применение при анализе работы трехфазных машин, трансформаторов, при расчете токов короткого замыкания в трехфазных цепях и при расчете всякой несимметричной системы. Он основан на том, что любую несимметричную трехфазную систему векторов (напряжений, токов и т. д.) можно разложить на три симметричные трехфазные системы (рис. 198): прямой, обратной и нулевой последовательно-

---

\* Обычно формулы (46), (47), (48) пишутся без индекса  $\lambda$ , т. е.  $P = \sqrt{3} UI \cdot \cos \varphi$  и т. д.

стей. В системе прямой последовательности векторы равны между собой по величине и сдвинуты по фазе на  $120^\circ$ ; порядок следования фаз:  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

В системе обратной последовательности векторы равны между собой и сдвинуты по отношению к вектору фазы  $A$  на  $120^\circ$ , но вектор фазы  $B$  опережает вектор фазы  $A$ , а вектор фазы  $C$  отстает от нее, т. е. порядок следования фаз обратный:  $A$ ,  $C$ ,  $B$ .

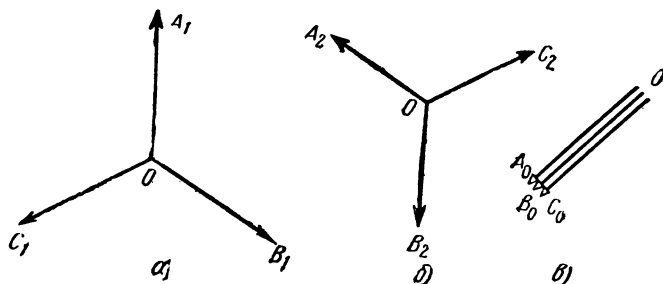


Рис. 198

В системе нулевой последовательности векторы равны между собой и совпадают по фазе. Векторы, относящиеся к системам прямой, обратной и нулевой последовательностей, снабжаются соответственно индексами 1, 2 и 0. На основании рис. 198 можно написать следующие соотношения:

$$\dot{B}_1 = \dot{A}_1 e^{-j\frac{2\pi}{3}}, \quad \dot{C}_1 = \dot{A}_1 e^{j\frac{2\pi}{3}}; \quad (49)$$

$$\dot{B}_2 = \dot{A}_2 e^{j\frac{2\pi}{3}}, \quad \dot{C}_2 = \dot{A}_2 e^{-j\frac{2\pi}{3}}; \quad (50)$$

$$\dot{A}_0 = \dot{B}_0 = \dot{C}_0. \quad (51)$$

Обозначим комплексный множитель  $* e^{j\frac{2\pi}{3}}$  буквой  $a$ :

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \cos \frac{2\pi}{3} + j \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (52)$$

Умножение вектора на  $a$  соответствует повороту вектора вперед (против часовой стрелки) на  $120^\circ$ .

$$a^2 = e^{j\frac{2\pi}{3}} e^{j\frac{2\pi}{3}} = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (53)$$

Умножение вектора на  $a^2$  соответствует повороту вектора вперед на  $240^\circ$  или назад (по часовой стрелке) на  $120^\circ$ .

$$a^3 = e^{j2\pi} = 1. \quad (54)$$

\* Вместо термина «комплексный множитель» употребляются также термины «фазный множитель» и «оператор».

Умножение вектора на  $a^3$  соответствует повороту вектора вперед на  $360^\circ$ , т. е. вектор возвращается в свое первоначальное положение. Поскольку  $a^3=1$ , то  $a^4=a^3 \cdot a=a$ ,  $a^5=a^3 \cdot a^2=a^2$ ,  $a^6=1$ .

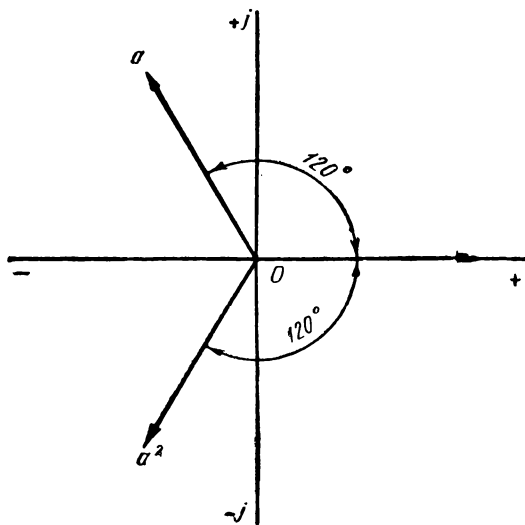


Рис. 199

Так как  $1$ ,  $a$  и  $a^2$  образуют симметричную систему единичных векторов (рис. 199), то их сумма равна нулю:

$$1 + a + a^2 = 1 - \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} = 0. \quad (55)$$

Уравнения (49) и (50) можно представить следующим образом:

$$\dot{B}_1 = a^2 \dot{A}_1, \quad \dot{C}_1 = a \dot{A}_1; \quad (56)$$

$$\dot{B}_2 = a \dot{A}_2, \quad \dot{C}_2 = a^2 \dot{A}_2. \quad (57)$$

Если дана несимметричная трехфазная система векторов  $\dot{A}$ ,  $\dot{B}$  и  $\dot{C}$ , то каждый из заданных векторов можно представить как сумму трех составляющих:

$$\dot{A} = \dot{A}_0 + \dot{A}_1 + \dot{A}_2; \quad (58)$$

$$\dot{B} = \dot{B}_0 + \dot{B}_1 + \dot{B}_2; \quad (59)$$

$$\dot{C} = \dot{C}_0 + \dot{C}_1 + \dot{C}_2. \quad (60)$$

Подставляя в эти соотношения значения  $\dot{B}_0, \dot{C}_0, \dot{B}_1, \dot{C}_1, \dot{B}_2$  и  $\dot{C}_2$  из формул (51), (56) и (57), получим:

$$\dot{A} = \dot{A}_0 + \dot{A}_1 + \dot{A}_2; \quad (61)$$

$$\dot{B} = \dot{A}_0 + a^2 \dot{A}_1 + a \dot{A}_2; \quad (62)$$

$$\dot{C} = \dot{A}_0 + a \dot{A}_1 + a^2 \dot{A}_2. \quad (63)$$

Следовательно, имея три уравнения с тремя неизвестными векторами  $\dot{A}_0, \dot{A}_1$  и  $\dot{A}_2$ , можно их определить. Складывая уравнения (61), (62) и (63), получим:

$$\begin{aligned} \dot{A} + \dot{B} + \dot{C} &= \dot{A}_0 + \dot{A}_1 + \dot{A}_2 + \dot{A}_0 + a^2 \dot{A}_1 + a \dot{A}_2 + \dot{A}_0 + a \dot{A}_1 + \\ &+ a^2 \dot{A}_2 = 3\dot{A}_0 + \dot{A}_1 \cdot (1 + a^2 + a) + \dot{A}_2 (1 + a + a^2) = 3\dot{A}_0, \end{aligned}$$

отсюда находим составляющую нулевой последовательности:

$$\dot{A}_0 = \frac{\dot{A} + \dot{B} + \dot{C}}{3}. \quad (64)$$

Умножая уравнение (62) на  $a$  и уравнение (63) на  $a^2$  будем иметь:

$$a\dot{B} = a\dot{A}_0 + \dot{A}_1 + a^2 \dot{A}_2; \quad (65)$$

$$a^2 \dot{C} = a^2 \dot{A}_0 + \dot{A}_1 + a \dot{A}_2. \quad (66)$$

Складывая уравнения (61), (65) и (66), получим:

$$\dot{A} + a\dot{B} + a^2 \dot{C} = \dot{A}_0 (1 + a + a^2) + 3\dot{A}_1 + \dot{A}_2 (1 + a^2 + a) = 3\dot{A}_1,$$

откуда находим составляющую прямой последовательности:

$$\dot{A}_1 = \frac{\dot{A} + a\dot{B} + a^2 \dot{C}}{3}. \quad (67)$$

Умножим уравнение (62) на  $a^2$  и уравнение (63) на  $a$ , тогда:

$$a^2 \dot{B} = a^2 \dot{A}_0 + a \dot{A}_1 + \dot{A}_2; \quad (68)$$

$$a \dot{C} = a \dot{A}_0 + a^2 \dot{A}_1 + \dot{A}_2. \quad (69)$$

Складывая уравнения (61), (68) и (69), будем иметь:  $\dot{A} + a^2 \dot{B} + a \dot{C} = \dot{A}_0 (1 + a^2 + a) + \dot{A}_1 (1 + a + a^2) + 3\dot{A}_2 = 3\dot{A}_2$ , откуда находим составляющую обратной последовательности:

$$\dot{A}_2 = \frac{\dot{A} + a^2 \dot{B} + a \dot{C}}{3}. \quad (70)$$

При помощи уравнений (64), (67) и (70) можно определить симметричные составляющие как аналитическим методом, так и графическим. Рассмотрим последний. Пусть даны векторы  $\dot{A}, \dot{B}$

и  $\dot{C}$  (рис. 200, а) и требуется графически найти векторы  $3\dot{A}_0$ ,  $3\dot{A}_1$  и  $3\dot{A}_2$ .

Складывая геометрически три вектора  $\dot{A}$ ,  $\dot{B}$  и  $\dot{C}$ , получим вектор  $3\dot{A}_0$  (рис. 200, б). Чтобы найти вектор  $3\dot{A}_1$ , следует к вектору  $\dot{A}$  прибавить вектор  $\dot{B}$ , повернутый на угол  $120^\circ$  в положительном направлении, и вектор  $\dot{C}$ , повернутый на угол  $120^\circ$  в отрица-

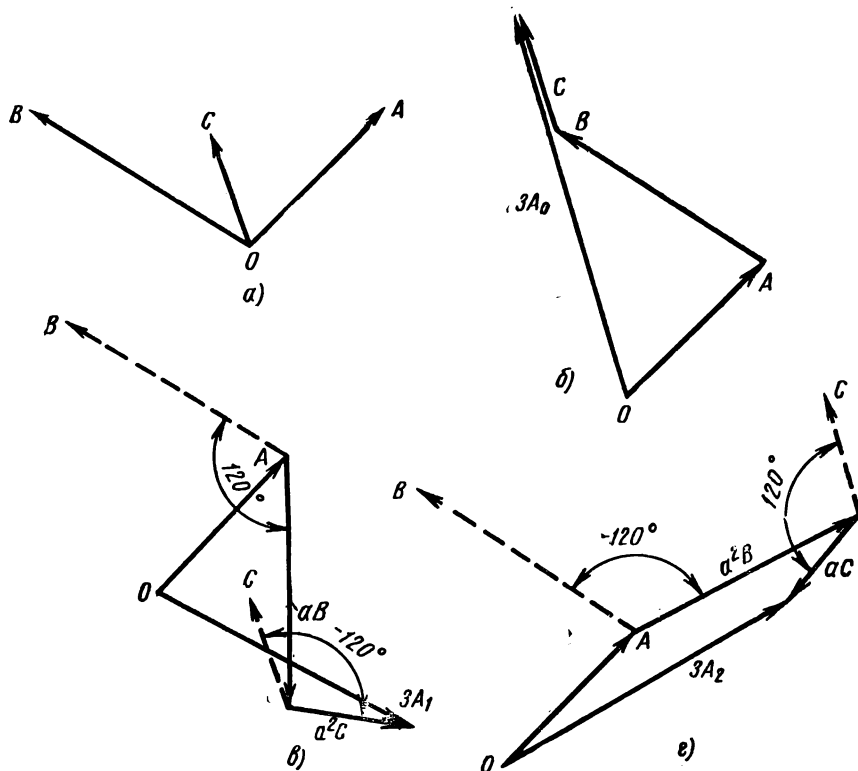


Рис. 200

тельном направлении (рис. 200, е). Вектор  $3\dot{A}_2$  найдем, если к вектору  $\dot{A}$  прибавим вектор  $\dot{B}$ , повернутый на угол  $120^\circ$  в отрицательном направлении, и вектор  $\dot{C}$ , повернутый на угол  $120^\circ$  в положительном направлении (рис. 200, е). Следовательно, если найденные векторы  $3\dot{A}_0$ ,  $3\dot{A}_1$  и  $3\dot{A}_2$  разделить на 3, то получим векторы  $\dot{A}_0$ ,  $\dot{A}_1$  и  $\dot{A}_2$ .

Если геометрическая сумма векторов  $\dot{A}$ ,  $\dot{B}$  и  $\dot{C}$  равна нулю, т. е. векторы  $\dot{A}$ ,  $\dot{B}$  и  $\dot{C}$  образуют замкнутый треугольник, то  $\dot{A}_0 = 0$ .

Таким образом, система линейных напряжений, а в трехпроводной трехфазной цепи и система линейных токов не содержат составляющей нулевой последовательности.

### Задачи

323. В сеть трехфазного тока с линейным напряжением  $U_\Delta = 380$  в включен приемник энергии, соединенный звездой. Определить ток  $I_\Delta$  в линии, активную мощность  $P$ , потребляемую приемником, и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  приемника, если активное и реактивное сопротивления на фазу приемника  $r = 39,8$  ом и  $x = 4$  ом. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

324. Трехфазный асинхронный двигатель, обмотки которого соединены звездой, включен в сеть с напряжением  $U_1 = 380$  в. Вычислить ток  $I_{1\phi}$  в фазе обмотки двигателя, фазное напряжение

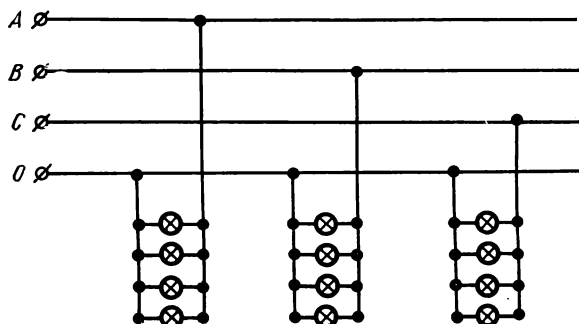


Рис. 201

$U_{1\phi}$ , мощность  $P_1$ , подводимую к двигателю, если ток в подводящих проводах  $I_{1\Delta} = 7,3$  а и коэффициент мощности  $\cos \varphi_1 = 0,91$ .

325. В трехфазную четырехпроводную сеть включены равномерно лампы накаливания (рис. 201). Линейное напряжение  $U_\Delta = 220$  в. Чему равны напряжение  $U$  на лампах и мощность  $P$ , потребляемая лампами, если линейный ток  $I_\Delta = 20$  а?

326. Каков ток  $I_N$  в нейтральном (нулевом) проводе (рис. 201), если в каждую фазу было включено  $n_A = 30$ ,  $n_B = 20$  и  $n_C = 50$  ламп мощностью по 40 вт каждая? Линейное напряжение  $U_\Delta = 220$  в. Предполагаем, что сопротивление ламп накаливания остается неизменным.

327. В нейтральный провод четырехпроводной трехфазной сети по ошибке был включен предохранитель (рис. 202), который перегорел в то время, когда в фазу  $A$  было включено 20 ламп, в фазу  $B$  — 30, в фазу  $C$  — 10 ламп накаливания сопротивлением  $r_\Delta = 242$  ом каждая. Определить напряжения на лампах после

перегорания предохранителя, если линейное напряжение  $U_A = 220$  в. Принимаем, что сопротивление ламп накаливания остается неизменным. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

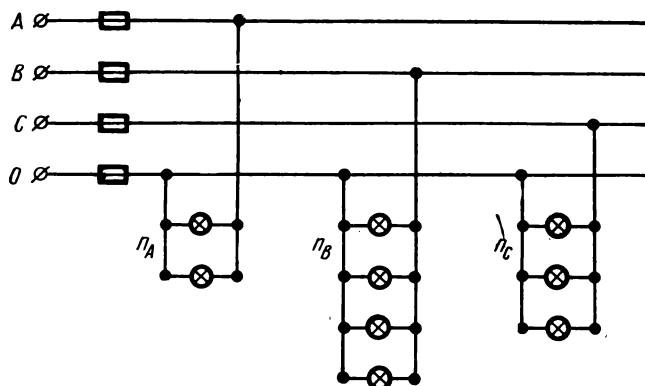


Рис. 202

328. В сеть трехфазного тока включены треугольником лампы накаливания (рис. 203). Число ламп на фазу  $n = 20$ , ток каждой

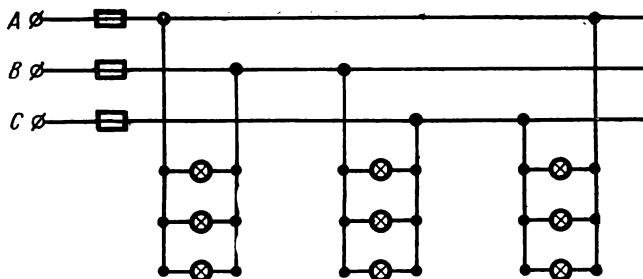


Рис. 203

лампы  $I = 0,91$  а. Вычислить напряжение  $U$  на лампах, линейный ток  $I_A$  и мощность  $P$ , потребляемую лампами, если линейное напряжение  $U_A = 220$  в. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

329. По условию задачи 328 найти напряжение на лампах, токи в линейных проводах и мощность  $P$ , потребляемую лампами, если в одном из линейных проводов, например в проводе  $A$ , перегорит предохранитель. Предполагаем, что сопротивление ламп накаливания остается неизменным.

330. В сеть трехфазного тока с линейным напряжением  $U_A = 220$  в включены треугольником лампы накаливания мощно-



стью по 200 *вт* каждая. Число ламп в каждой фазе соответственно равно:  $n_{AB} = 30$ ;  $n_{BC} = 20$ ;  $n_{CA} = 40$ . Определить токи в линейных проводах. Найти напряжение на лампах и токи в линейных проводах, если в линейном проводе *B* перегорел предохранитель. Предполагаем, что сопротивление ламп накаливания остается постоянным.

331. Трехфазный асинхронный двигатель, обмотки которого соединены треугольником, включен в сеть с напряжением  $U_1 = 220$  *в*. При номинальной (полной) нагрузке полезная мощность двигателя  $P_2 = 70$  *квт*, коэффициент полезного действия  $\eta = 90,8\%$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi_1 = 0,87$ . Вычислить мощность  $P_1$ , подводимую к двигателю, ток  $I_{1\lambda}$  в подводящих проводах, ток  $I_{1\phi}$  в фазе обмотки двигателя.

332. 300 ламп накаливания включены треугольником (нагрузка симметричная). Ток каждой лампы  $I = 1,25$  *а*, напряжение на лампах  $U = 120$  *в*. Найти ток  $I_\lambda$  в подводящих проводах, мощность  $P$ , потребляемую лампами, сопротивление  $r_\lambda$  подводящего медного провода, если длина его  $l = 67,3$  *м*, а сечение  $s = 95$  *мм*<sup>2</sup> ( $\gamma = 53$  *м/ом·мм*<sup>2</sup>), потерю напряжения  $\Delta U$ , напряжение  $U_1$  питающего пункта. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

333. Трехфазный трансформатор, обмотки которого соединены треугольником, питает лампы накаливания, включенные также треугольником. Линейное напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора  $U_\lambda = 127$  *в*, линейный ток  $I_\lambda = 102$  *а*. Определить напряжение  $\bar{U}$  на лампах, число ламп  $n$  в каждой фазе при параллельном соединении их, мощность  $P_\lambda$ , потребляемую одной лампой, мощность  $P$ , потребляемую лампами, если ток в каждой лампе  $I = 1,18$  *а*.

334. Лампы накаливания сопротивлением  $r = 121$  *ом* (каждая) включены треугольником. Чему равны фазные токи  $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ ,  $I_{CA}$ , линейные токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , мощность  $P$ , потребляемая лампами, если число ламп в фазе *AB* равно 30, а в двух других фазах — по 20, сопротивление каждого провода линии  $r_\lambda = 0,5$  *ом* (индуктивным сопротивлением проводов линии пренебрегаем) и линейное напряжение  $U_\lambda = 220$  *в*?

335. Определить ток  $I_\lambda$  в трехфазной линии при передаче мощности  $P = 8000$  *квт* при линейном напряжении  $U_\lambda = 10,5$  *кв* и коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,85$ .

336. Три одинаковые катушки с полным сопротивлением  $z = 20$  *ом* и коэффициентом мощности  $\cos \varphi = 0,29$  соединены звездой и включены в сеть с линейным напряжением  $U_\lambda = 220$  *в*. Найти линейный ток  $I_\lambda$  и мощность  $P$ , потребляемую катушками. Если же эти катушки соединить треугольником и включить в сеть с линейным напряжением  $U_\lambda = 127$  *в*, то изменится ли линейный ток  $I_\lambda$  и мощность  $P$ , потребляемая катушками? Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

337. В сеть трехфазного тока с напряжением  $U_1 = 380$  в включен трехфазный асинхронный двигатель. Мощность, подводимая к двигателю из сети,  $P_1 = 3,64$  кВт при коэффициенте мощности  $\cos \varphi_1 = 0,75$ . Определить емкость  $C$  конденсаторной батареи, которую необходимо приключить к зажимам двигателя, чтобы увеличить коэффициент мощности до 0,95, если частота тока  $f_1 = 50$  гц.

338. Электрическая станция снабжает энергией небольшой завод, находящийся от станции на расстоянии  $l = 100$  м. Сечение каждого провода  $s = 50$  мм<sup>2</sup> (провода медные —  $\gamma = 53$  м/ом·мм<sup>2</sup>). Найти мощность  $P$ , передаваемую со станции на завод при напряжении  $U = 380$  в и коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,85$ , если потеря мощности в проводах не должна превышать  $\Delta P = 3\%$ .

339. Три одинаковые катушки включены в сеть трехфазного тока с напряжением  $U_\lambda = 220$  в. Активное сопротивление каждой катушки  $r = 2$  ом и индуктивное  $x_L = 9,8$  ом. Определить линейный ток  $I_\lambda$  и мощность  $P$ , потребляемую катушками, если они будут включены звездой и треугольником. Построить векторные диаграммы напряжений и токов.

Р е ш е н и е.

При соединении катушек звездой фазное напряжение

$$U_\phi = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ в.}$$

Фазный ток

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{\sqrt{r^2 + x_L^2}} = \frac{127}{\sqrt{2^2 + 9,8^2}} = 12,7 \text{ а.}$$

Линейный ток

$$I_\lambda = I_\phi = 12,7 \text{ а.}$$

Коэффициент мощности катушки

$$\cos \varphi = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x_L^2}} = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 9,8^2}} = 0,2.$$

Мощность, потребляемая катушками,

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = 3 \cdot 127 \cdot 12,7 \cdot 0,2 \approx 967 \text{ вт}$$

или

$$P = \sqrt{3} U_\lambda I_\lambda \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 12,7 \cdot 0,2 \approx 967 \text{ вт.}$$

На рис. 204, а показана векторная диаграмма напряжений и токов при соединении катушек звездой.

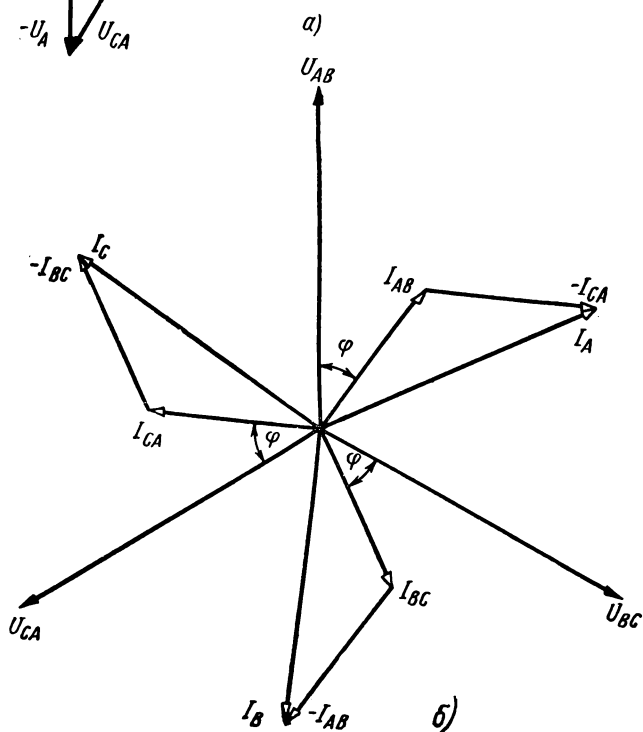
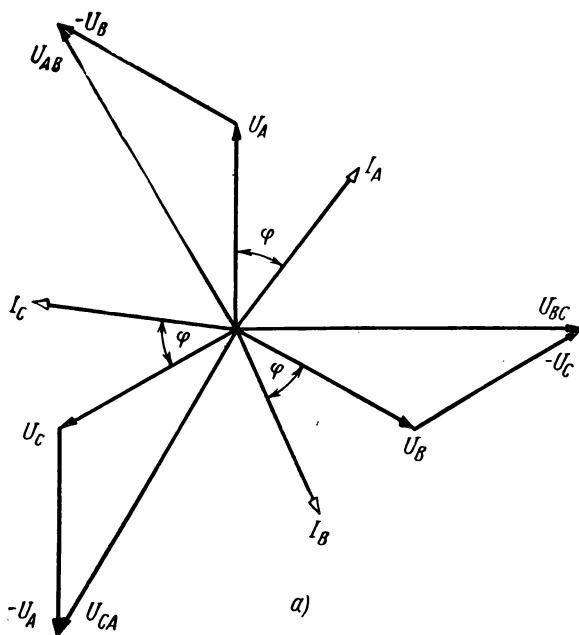


Рис. 204

При соединении катушек треугольником фазное напряжение равно линейному напряжению

$$U_{\phi} = U_{\lambda} = 220 \text{ в.}$$

Фазный ток

$$I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{\sqrt{r^2 + x_L^2}} = \frac{220}{\sqrt{2^2 + 9,8^2}} = 22 \text{ а.}$$

Линейный ток

$$I_{\lambda} = \sqrt{3} I_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 22 \approx 38,1 \text{ а.}$$

$\cos \varphi$  определяется так же, как и при соединении звездой. Мощность, потребляемая катушками,

$$P = 3 U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi = 3 \cdot 220 \cdot 22 \cdot 0,2 = 2904 \text{ вт} \approx 2,9 \text{ кВт}$$

или

$$P = \sqrt{3} U_{\lambda} I_{\lambda} \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 38,1 \cdot 0,2 \approx 2900 \text{ вт} = 2,9 \text{ кВт.}$$

На рис. 204, б показана векторная диаграмма напряжений и токов при соединении катушек треугольником.

340. Три одинаковые катушки включены в сеть трехфазного тока с линейным напряжением  $U_{\lambda} = 220 \text{ в.}$  Активное сопротивление каждой катушки  $r = 5,6 \text{ ом}$  и индуктивное  $x_L = 19,2 \text{ ом}$ . Вычислить линейный ток  $I_{\lambda}$  и мощность  $P$ , потребляемую катушками, если они будут включены звездой и треугольником. Построить векторные диаграммы напряжений и токов.

341. Приемник энергии, соединенный звездой, включен в сеть трехфазного тока с линейным напряжением  $U_{\lambda} = 220 \text{ в.}$  Ток в приемнике  $I = 100 \text{ а}$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi = 0,65$ . Найти активную, реактивную и полную мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$ , потребляемые приемником. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

342. Если в задаче 341 коэффициент мощности приемника энергии увеличился с 0,65 до 0,9, то каковы будут активная, реактивная и полная мощности  $P$ ,  $Q$  и  $S$  приемника?

343. В сеть трехфазного тока с линейным напряжением  $U_{\lambda} = 380 \text{ в}$  включен приемник, соединенный звездой, у которого активное сопротивление на фазу  $r_1 = 6 \text{ ом}$ , а реактивное сопротивление  $x_1 = 8 \text{ ом}$ . Определить активное и реактивное сопротивление  $r_2$ ,  $x_2$  на фазу другого приемника, включенного треугольником, и мощность  $P_2$ , предполагая, что он при том же самом линейном напряжении будет иметь такой же ток и одинаковый коэффициент мощности  $\cos \varphi$ , что и первый приемник.

344. В сеть трехфазного тока включен приемник энергии, соединенный треугольником. Приемник потребляет активную мощность  $P = 30 \text{ кВт}$  при токе  $I_{\lambda} = 69,2 \text{ а}$  и напряжении  $U_{\lambda} = 380 \text{ в}$ . Вычислить активное и индуктивное сопротивления  $r$  и  $x_L$  приемника энергии, индуктивность  $L$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi$

на фазу (предполагая, что  $z_{AB} = z_{BC} = z_{CA} = z$ ), если частота тока  $f = 50$  гц.

Чему будет равен ток  $I$  в проводах линии, если приемник энергии будет включен звездой при том же напряжении  $U_\lambda = 380$  в?

**Решение.** При соединении приемника энергии треугольником фазный ток

$$I_\phi = \frac{I_\lambda}{\sqrt{3}} = \frac{69,2}{\sqrt{3}} = 40 \text{ а.}$$

Активное сопротивление на фазу определяем из формулы:

$$P = 3I_\phi^2 r,$$

откуда

$$r = \frac{P}{3I_\phi^2} = \frac{30\,000}{3 \cdot 40^2} = 6,25 \text{ ом.}$$

Полное сопротивление на фазу

$$z = \frac{U_\lambda}{I_\phi} = \frac{U_\phi}{I_\phi} = \frac{380}{40} = 9,5 \text{ ом.}$$

Индуктивное сопротивление на фазу

$$x_L = \sqrt{z^2 - r^2} = \sqrt{9,5^2 - 6,25^2} \approx 7,43 \text{ ом.}$$

Зная индуктивное сопротивление  $x_L$ , можно определить индуктивность приемника:

$$L = \frac{x_L}{\omega} = \frac{x_L}{2\pi f} = \frac{7,43}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} \approx 0,0237 \text{ гн} = 23,7 \text{ мкн.}$$

Коэффициент мощности приемника

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{6,25}{9,5} \approx 0,658.$$

При соединении приемника энергии звездой фазное напряжение

$$U_\phi = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} \approx 220 \text{ в.}$$

Фазный ток

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{z} = \frac{220}{9,5} \approx 23,1 \text{ а.}$$

Ток в проводах линии

$$I = I_\phi \approx 23,1 \text{ а.}$$

345. В сеть трехфазного тока включен приемник энергии, соединенный треугольником. Приемник потребляет активную мощность  $P = 41,6 \text{ кВт}$  при токе  $I_A = 65,7 \text{ а}$  и напряжении  $U_A = 380 \text{ в}$ . Определить активное и индуктивное сопротивления  $r$  и  $x_L$  приемника энергии, индуктивность  $L$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  на фазу (предполагая, что  $z_{AB} = z_{BC} = z_{CA} = z$ ), если частота тока  $f = 50 \text{ гц}$ . Чему будет равен ток  $I$  в проводах линии, если приемник энергии будет включен звездой при том же напряжении  $U_A = 380 \text{ в}$ ?

346. Трехфазный трансформатор напряжением 6000/220 в питает пять трехфазных асинхронных двигателей. Данные двигателей следующие:

Полезная мощность	К. п. д.	Коэффициент мощности
$P_I = 35 \text{ кВт}$	$\eta_1 = 87,5\%$	$\cos \varphi_1 = 0,78$
$P_{II} = 45 \text{ кВт}$	$\eta_2 = 88,7\%$	$\cos \varphi_2 = 0,79$
$P_{III} = 55 \text{ кВт}$	$\eta_3 = 90,2\%$	$\cos \varphi_3 = 0,84$
$P_{IV} = 70 \text{ кВт}$	$\eta_4 = 90,8\%$	$\cos \varphi_4 = 0,87$
$P_V = 85 \text{ кВт}$	$\eta_5 = 91,0\%$	$\cos \varphi_5 = 0,85$

Найти активные мощности, подводимые к отдельным двигателям, полную мощность  $S$  трансформатора, на которую он должен быть рассчитан, общий коэффициент мощности  $\cos \varphi$  и угол сдвига фаз  $\varphi$  между током и напряжением на зажимах вторичной цепи трансформатора.

Р е ш е н и е. Активные мощности, подводимые к двигателям:

$$P_1 = \frac{P_I}{\eta_1} = \frac{35}{0,875} = 40 \text{ кВт};$$

$$P_2 = \frac{P_{II}}{\eta_2} = \frac{45}{0,887} \approx 50,7 \text{ кВт};$$

$$P_3 = \frac{P_{III}}{\eta_3} = \frac{55}{0,902} \approx 61 \text{ кВт};$$

$$P_4 = \frac{P_{IV}}{\eta_4} = \frac{70}{0,908} \approx 77,1 \text{ кВт};$$

$$P_5 = \frac{P_V}{\eta_5} = \frac{85}{0,91} \approx 93,4 \text{ кВт}.$$

Токи отдельных двигателей:

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} U \cos \varphi_1} = \frac{40\,000}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,78} = 134,7 \text{ а};$$

$$I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} U \cos \varphi_2} = \frac{50\,700}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,79} = 168,7 \text{ а};$$

$$I_3 = \frac{P_3}{\sqrt{3} U \cos \varphi_3} = \frac{61\,000}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,84} = 190,7 \text{ а};$$

$$I_4 = \frac{P_4}{\sqrt{3} U \cos \varphi_4} = \frac{77\,100}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,87} \approx 233 \text{ а};$$

$$I_5 = \frac{P_5}{\sqrt{3} U \cos \varphi_5} = \frac{93\,400}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,85} \approx 289 \text{ а}.$$

Мощность трансформатора, на которую он должен быть рассчитан, определяется по формуле

$$S = \sqrt{3} UI.$$

Общий ток двигателей можно определить аналитически или графически. Сначала определим ток аналитически.

Активные составляющие токов отдельных двигателей:

$$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = 134,7 \cdot 0,78 = 105 \text{ а};$$

$$I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = 168,7 \cdot 0,79 = 133,3 \text{ а};$$

$$I_{a3} = I_3 \cos \varphi_3 = 190,7 \cdot 0,84 = 160,2 \text{ а};$$

$$I_{a4} = I_4 \cos \varphi_4 = 233 \cdot 0,87 \approx 203 \text{ а};$$

$$I_{a5} = I_5 \cos \varphi_5 = 289 \cdot 0,85 \approx 246 \text{ а}.$$

Активная составляющая общего тока двигателей

$$I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a3} + I_{a4} + I_{a5} = 105 + 133,3 + 160,2 + 203 + 246 = 847,5 \text{ а}.$$

Реактивные составляющие токов отдельных двигателей:

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = 134,7 \cdot 0,625 = 84,2 \text{ а};$$

$$I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = 168,7 \cdot 0,613 = 103,4 \text{ а};$$

$$I_{p3} = I_3 \sin \varphi_3 = 190,7 \cdot 0,542 = 103,4 \text{ а};$$

$$I_{p4} = I_4 \sin \varphi_4 = 233 \cdot 0,492 = 114,6 \text{ а};$$

$$I_{p5} = I_5 \sin \varphi_5 = 289 \cdot 0,527 = 152,3 \text{ а}.$$

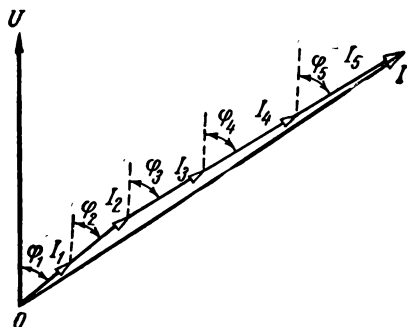
Реактивная составляющая общего тока двигателей

$$I_p = I_{p1} + I_{p2} + I_{p3} + I_{p4} + I_{p5} = 84,2 + 103,4 + 103,4 + 114,6 + 152,3 = 557,9 \text{ а}.$$

Общий ток двигателей

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{847,5^2 + 557,9^2} = 1014 \text{ а}.$$

Если коэффициенты мощности отдельных двигателей мало отличаются один от другого, то общий ток двигателей будет равен арифметической сумме токов отдельных двигателей:



$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 = 134,7 + 168,7 + 190,7 + 233 + 289 = 1016,1 \approx 1016 \text{ а.}$$

На рис. 205 показано графическое определение общего тока двигателей; отсюда находим  $I = 1014 \text{ а.}$

Подставляя полученные данные в формулу  $S = \sqrt{3}UI$ , найдем мощность трансформатора, на которую он должен быть рассчитан, т. е.

$$S = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 1014 \approx 386\,000 \text{ вa} = 386 \text{ ква.}$$

Общий коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I} = \frac{847,5}{1014} \approx 0,835$$

или

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{322\,200}{386\,000} \approx 0,835,$$

где  $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 40\,000 + 50\,700 + 61\,000 + 77\,100 + 93\,400 = 322\,200 \text{ вт.}$

Угол сдвига фаз между током и напряжением на зажимах вторичной цепи трансформатора  $\varphi = 33^\circ 20'$ .

347. Трехфазный трансформатор напряжением 6000/380 в питает пять трехфазных асинхронных двигателей, данные двигателей следующие:

Полезная мощность	К. п. д.	Коэффициент мощности
$P_I = 40,5 \text{ кВт}$	$\eta_1 = 88,2\%$	$\cos \varphi_1 = 0,85$
$P_{II} = 72 \text{ кВт}$	$\eta_2 = 90,7\%$	$\cos \varphi_2 = 0,9$
$P_{III} = 105 \text{ кВт}$	$\eta_3 = 91,0\%$	$\cos \varphi_3 = 0,9$
$P_{IV} = 100 \text{ кВт}$	$\eta_4 = 90,5\%$	$\cos \varphi_4 = 0,905$
$P_V = 65 \text{ кВт}$	$\eta_5 = 89,2\%$	$\cos \varphi_5 = 0,91$



Найти активные мощности, подводимые к отдельным двигателям, мощность  $S$  трансформатора, на которую он должен быть рассчитан, общий коэффициент мощности  $\cos \varphi$  и угол сдвига фаз  $\varphi$  между током и напряжением на зажимах вторичной цепи трансформатора.

348. В трехфазную сеть включены три одинаковых активных сопротивления, соединенные звездой. Вычислить фазное напряжение  $U_\phi$ , линейное напряжение  $U_\lambda$ , линейный ток  $I_\lambda$ , активную мощность  $P$  цепи, если активное сопротивление на фазу  $r = 100 \text{ ом}$  и фазный ток  $I_\phi = 2,2 \text{ а}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

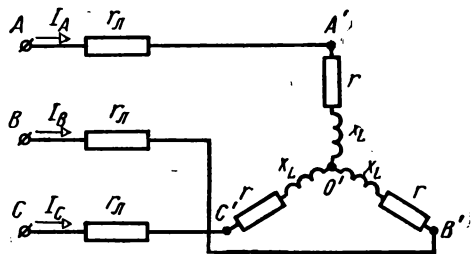


Рис. 206

349. Нагрузка, включенная звездой в сеть трехфазного тока (рис. 206), имеет активное и индуктивное сопротивления на фазу  $r = 4 \text{ ом}$  и  $x_L = 3 \text{ ом}$ . Активное сопротивление каждого подводящего провода линии  $r_\lambda = 0,3 \text{ ом}$  (индуктивным сопротивлением провода пренебрегаем). Определить аналитически и графически напряжение  $U_1$  в начале линии, если напряжение на зажимах нагрузки  $U_2 = 220 \text{ в}$ .

350. Определить аналитически и графически ток  $I_N$  в нейтральном (нулевом) проводе, если токи фаз нагрузки соответственно равны:  $I_A = 50 \text{ а}$ ,  $I_B = 20 \text{ а}$ ,  $I_C = 60 \text{ а}$  и сдвинуты друг относительно друга на  $120^\circ$ .

351. Вычислить линейный ток  $I_\lambda$ , линейные напряжения  $U_\lambda$  и  $U'_\lambda$  в начале и в конце линии, изображенной на рис. 207, если

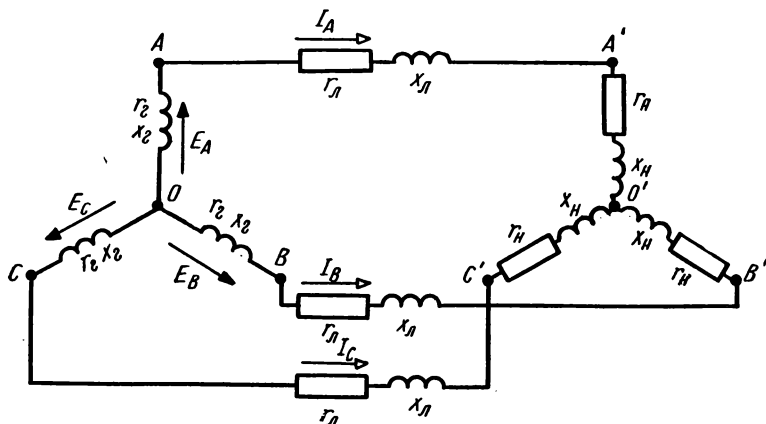


Рис. 207

активное и индуктивное сопротивления фазы генератора, каждого провода линии, нагрузки соответственно равны:  $r_2 = 0,4 \text{ ом}$ ;  $x_2 = 1 \text{ ом}$ ;  $r_A = 0,2 \text{ ом}$ ;  $x_A = 0,4 \text{ ом}$ ;  $r_H = 6 \text{ ом}$ ;  $x_H = 2 \text{ ом}$ . Фазная э.д.с. генератора  $E_\phi = 149 \text{ в}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

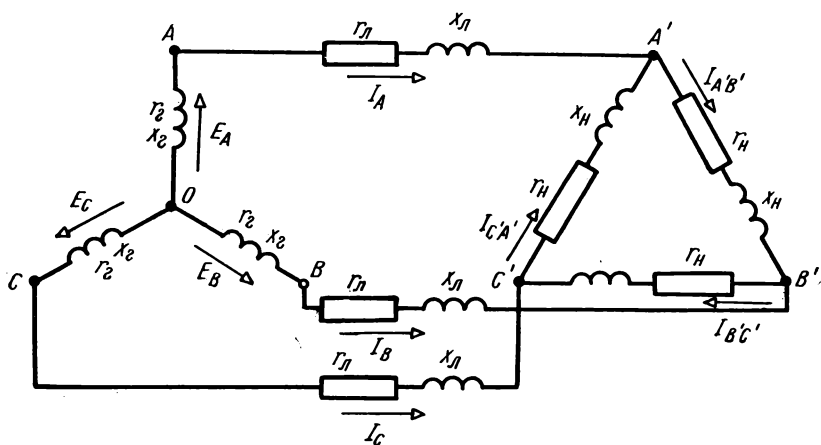


Рис. 208

352. Трехфазный генератор, обмотки которого соединены звездой, питает через индуктивную линию нагрузку, соединенную треугольником (рис. 208). Активное сопротивление каждого провода линии  $r_A = 2 \text{ ом}$ , а индуктивное  $x_A = 3 \text{ ом}$ . Найти линейное напряжение  $U'_L$  на зажимах нагрузки (в конце линии), линейное

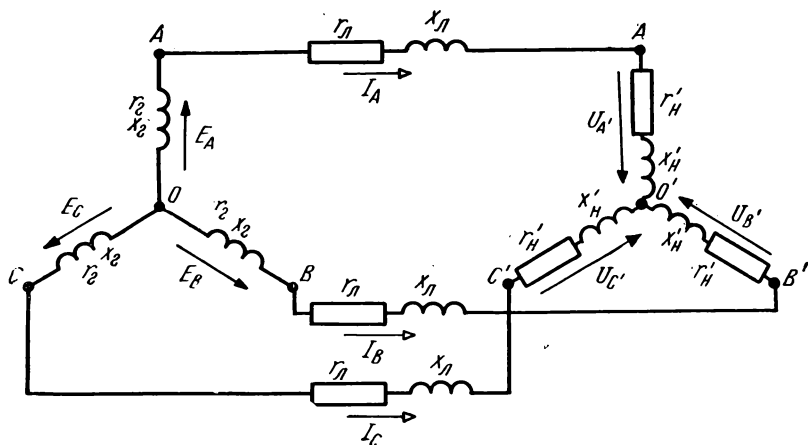


Рис. 209

напряжение  $U_{\lambda}$  на зажимах генератора, ток  $I$  в линии, если активное и индуктивное сопротивления на фазу генератора и нагрузки соответственно равны:  $r_z = 1 \text{ ом}$ ;  $x_z = 1,2 \text{ ом}$ ;  $r_{\kappa} = 30 \text{ ом}$ ;  $x_{\kappa} = 18 \text{ ом}$ . Фазная э.д.с. генератора  $E_{\phi} = 312 \text{ в}$ .

**Решение.** Преобразуем треугольник нагрузки в эквивалентную звезду (рис. 209). Активное сопротивление на фазу эквивалентной звезды

$$r'_n = \frac{r_{\kappa}}{3} = \frac{30}{3} = 10 \text{ ом}.$$

Индуктивное сопротивление на фазу эквивалентной звезды

$$x'_n = \frac{x_{\kappa}}{3} = \frac{18}{3} = 6 \text{ ом}.$$

Коэффициент мощности

$$\cos \varphi = \frac{r'_n}{\sqrt{r_n'^2 + x_n'^2}} = \frac{10}{\sqrt{10^2 + 6^2}} \approx 0,858.$$

Ток в линии

$$\begin{aligned} I &= \frac{E_{\phi}}{\sqrt{(r_z + r_{\lambda} + r'_n)^2 + (x_z + x_{\lambda} + x'_n)^2}} = \\ &= \frac{312}{\sqrt{(1 + 2 + 10)^2 + (1,2 + 3 + 6)^2}} = 18,9 \text{ а}. \end{aligned}$$

Фазное напряжение нагрузки (эквивалентной звезды)

$$U'_{\phi} = Iz'_n = I\sqrt{r_n'^2 + x_n'^2} = 18,9 \sqrt{10^2 + 6^2} \approx 220 \text{ в}.$$

Линейное напряжение на зажимах нагрузки

$$U'_{\lambda} = \sqrt{3}U'_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 220 \approx 380 \text{ в}.$$

Фазное напряжение генератора

$$\dot{U}_{\phi} = \dot{U}'_{\phi} + Z_{\lambda} \dot{I}.$$

Определим фазное напряжение генератора из векторной диаграммы (рис. 210):

$$\begin{aligned} U_{\phi} &= \sqrt{(U'_{\phi} + Ir_{\lambda} \cos \varphi + Ix_{\lambda} \sin \varphi)^2 + (Ix_{\lambda} \cos \varphi - Ir_{\lambda} \sin \varphi)^2} = \\ &= \sqrt{(220 + 18,9 \cdot 2 \cdot 0,858 + 18,9 \cdot 3 \cdot 0,514)^2 + (18,9 \cdot 3 \cdot 0,858 - 18,9 \cdot 2 \cdot 0,514)^2} = \\ &= 283 \text{ в}. \end{aligned}$$

Линейное напряжение на зажимах генератора

$$U_{\lambda} = \sqrt{3} \cdot U_{\phi} = \sqrt{3} \cdot 283 \approx 490 \text{ в}.$$

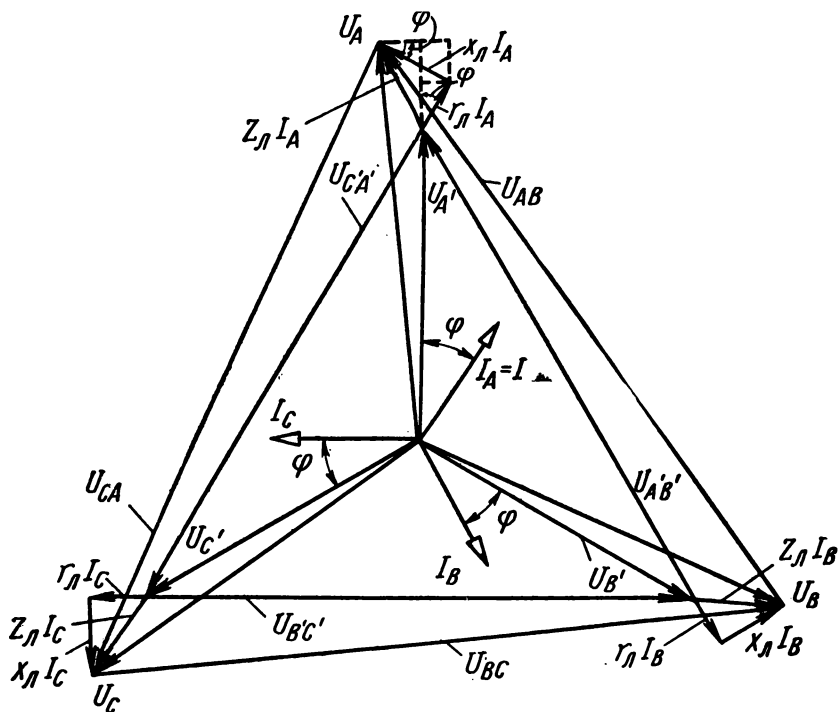


Рис. 210

353. Трехфазный генератор, обмотки которого соединены звездой, питает через индуктивную линию нагрузку, соединенную треугольником (рис. 208). Активное сопротивление каждого провода линии  $r_{\lambda} = 3 \text{ ом}$ , а индуктивное  $x_{\lambda} = 5 \text{ ом}$ .

Вычислить линейное напряжение  $U_{\lambda}'$  на зажимах нагрузки (в конце линии), линейное напряжение  $U_{\lambda}$  на зажимах генератора, ток  $I$  в линии, если активное и индуктивное сопротивления на фазу генератора и нагрузки соответственно равны:  $r_z = 0,6 \text{ ом}$ ;  $x_z = 6 \text{ ом}$ ;  $r_{\lambda} = 47,7 \text{ ом}$ ;  $x_{\lambda} = 15 \text{ ом}$ . Фазная э.д.с. генератора  $E_{\phi} = 6,36 \text{ кв}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

354. Трехфазный трансформатор, обмотки которого соединены звездой, питает приемник энергии, включенный треугольником. Активное сопротивление приемника на фазу  $r = 24 \text{ ом}$  и реактивное  $x = 6 \text{ ом}$ . Активное сопротивление каждого провода линии  $r_{\lambda} = 0,2 \text{ ом}$ , а индуктивное  $x_{\lambda} = 0,73 \text{ ом}$ . Найти токи в проводах линии, напряжение  $U$  на зажимах приемника, активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$  мощности, потребляемые приемником, если линейное напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора  $U_{\lambda} = 230 \text{ в}$ .

355. В конце трехфазной линии включена треугольником нагрузка, имеющая активное сопротивление на фазу  $r_n = 9 \text{ ом}$  и индуктивное  $x_n = 6 \text{ ом}$  (рис. 211). Определить токи в проводах

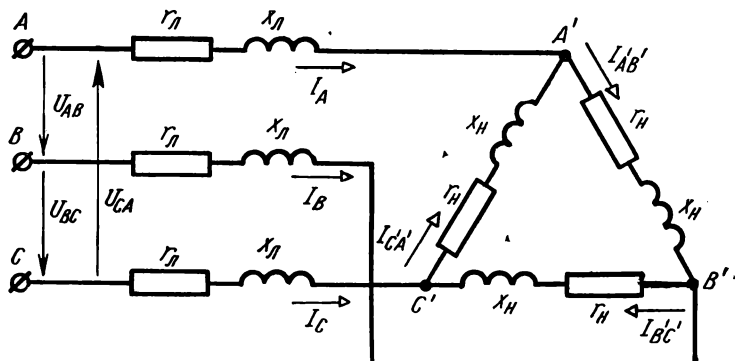


Рис. 211

линии, напряжение  $U'_A$  на зажимах нагрузки, мощность  $P$ , потребляемую нагрузкой, мощность  $\Delta P$ , теряемую в линии, и мощность  $P_1$  в начале линии\*, если линейное напряжение в начале

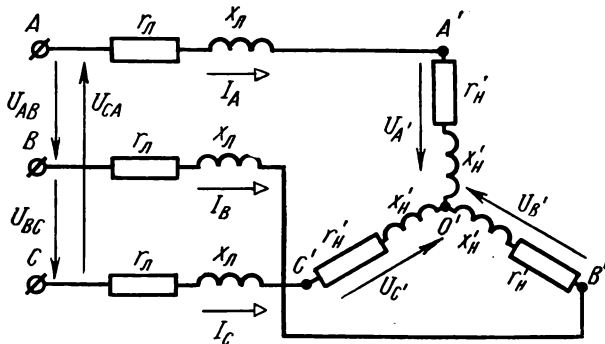


Рис. 212

линий  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_A = 230 \text{ в}$ , активное сопротивление каждого провода линии  $r_A = 0,1 \text{ ом}$ , а индуктивное  $x_A = 0,17 \text{ ом}$ .

**Решение.** Преобразуем треугольник нагрузки и эквивалентную звезду (рис. 212). Активное и индуктивное сопротивления на фазу эквивалентной звезды

$$r'_n = \frac{r_n}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ ом};$$

$$x'_n = \frac{x_n}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ ом}.$$

\* На входе линии.

Складывая эти сопротивления с сопротивлениями провода линии, получим полное сопротивление одной фазы:

$$z = \sqrt{(r'_n + r_a)^2 + (x'_n + x_a)^2} = \sqrt{(3 + 0,1)^2 + (2 + 0,17)^2} \approx 3,78 \text{ ом.}$$

Фазное напряжение в начале линии

$$U_\phi = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}} = \frac{230}{\sqrt{3}} \approx 133 \text{ в.}$$

Токи в проводах линии:

$$I_A = I_B = I_C = I = \frac{U_\phi}{z} = \frac{133}{3,78} \approx 35,2 \text{ а.}$$

Фазное напряжение нагрузки (эквивалентной звезды)

$$U_\phi' = I z_n' = I \sqrt{r_n'^2 + x_n'^2} = 35,2 \sqrt{3^2 + 2^2} \approx 127 \text{ в.}$$

Напряжение на зажимах нагрузки

$$U_\lambda' = \sqrt{3} U_\phi' = \sqrt{3} \cdot 127 \approx 220 \text{ в.}$$

Коэффициент мощности нагрузки

$$\cos \varphi' = \frac{r_n}{\sqrt{r_n^2 + x_n^2}} = \frac{r_n'}{\sqrt{r_n'^2 + x_n'^2}} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = 0,831.$$

Мощность, потребляемая нагрузкой,

$$P = \sqrt{3} U_\lambda' I \cos \varphi' = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 35,2 \cdot 0,831 \approx 11\,130 \text{ вт} = 11,13 \text{ кВт.}$$

Мощность, потребляемую нагрузкой, можно также определить по следующей формуле:

$$P = 3 r_n I_\phi^2 = 3 \cdot 9 \cdot 20,3^2 \approx 11\,130 \text{ вт} = 11,13 \text{ кВт},$$

где  $I_\phi$  — фазный ток при соединении нагрузки треугольником, который равен:

$$I_\phi = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{35,2}{\sqrt{3}} = 20,3 \text{ а.}$$

Мощность, теряемая в проводах линии,

$$\Delta P = 3 r_a I^2 = 3 \cdot 0,1 \cdot 35,2^2 \approx 371 \text{ вт.}$$

Мощность в начале линии

$$P_1 = P + \Delta P = 11\,130 + 371 = 11\,501 \text{ вт} \approx 11,5 \text{ кВт}$$

или

$$P_1 = \sqrt{3} U_\lambda I \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 230 \cdot 35,2 \cdot 0,82 \approx 11\,500 \text{ вт} = 11,5 \text{ кВт},$$

где

$$\cos \varphi = \frac{r'_n + r_a}{z} = \frac{3 + 0,1}{3,78} = 0,82.$$

356. В конце трехфазной линии включена треугольником нагрузка, имеющая активное сопротивление на фазу  $r_n = 44,9 \text{ ом}$  и индуктивное  $x_n = 22 \text{ ом}$  (рис. 211). Вычислить токи в проводах линии, напряжение  $U'_A$  на зажимах нагрузки, мощность  $P$ , потребляемую нагрузкой, мощность  $\Delta P$ , теряемую в линии, и мощность  $P_1$  в начале линии, если напряжение в начале линии  $U_A = 3,15 \text{ кв}$ , активное сопротивление каждого провода линии  $r_A = 1,5 \text{ ом}$ , а индуктивное  $x_A = 2,5 \text{ ом}$ .

357. Три катушки, соединенные треугольником, включены в сеть трехфазного тока с линейным напряжением  $U_A = 380 \text{ в}$ . Определить графически и аналитически токи  $I_A$ ,  $I_B$  и  $I_C$  в проводах

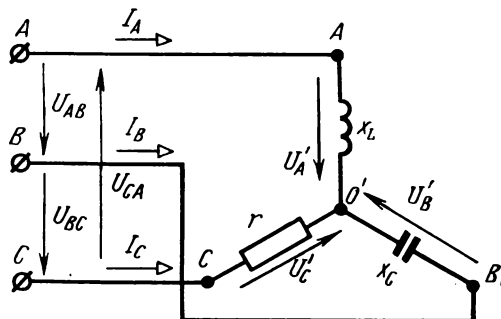


Рис. 213

линии, если активные и индуктивные сопротивления катушек соответственно равны:  $r_{AB} = 4 \text{ ом}$ ;  $x_{AB} = 19,6 \text{ ом}$ ;  $r_{BC} = 8 \text{ ом}$ ;  $x_{BC} = 20,5 \text{ ом}$ ;  $r_{CA} = 9,5 \text{ ом}$ ;  $x_{CA} = 17,6 \text{ ом}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

358. Для цепи, изображенной на рис. 213, найти линейные токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , активную  $P$  и реактивную  $Q$  мощности цепи, если  $r = 40 \text{ ом}$ ,  $x_C = 40 \text{ ом}$ ,  $x_L = 40 \text{ ом}$  и линейные напряжения  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_A = 220 \text{ в}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

359. Трехфазный генератор, обмотки которого соединены звездой, питает трехфазный асинхронный двигатель, соединенный также звездой. Двигатель имеет следующие номинальные данные: полезная мощность на валу двигателя  $P_{2n} = 70 \text{ кВт}$ ; скорость вращения  $n_{2n} = 970 \text{ об/мин}$ ; коэффициент полезного действия  $\eta_n = 90,4 \%$ ; коэффициент мощности  $\cos \varphi_{1n} = 0,87$ ; напряжение на зажимах двигателя  $U_1 = 380 \text{ в}$ . Определить ток  $I_1$  двигателя, фазное и линейное напряжения  $U_\phi$  и  $U_A$  генератора, падение напряжения в проводе линии, потерю напряжения  $\Delta U_\phi$  в проводе линии, потерю напряжения  $\Delta U$ , если активное сопротивление каждого провода линии  $r_A = 0,1 \text{ ом}$ , а индуктивное  $x_A = 0,15 \text{ ом}$ .

360. Для трехфазной цепи (рис. 214) вычислить токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$  мощности цепи, если линейные напряжения  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\lambda = 380$  в;  $x_L = 38$  ом,  $x_C = 38$  ом и  $r = 38$  ом. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

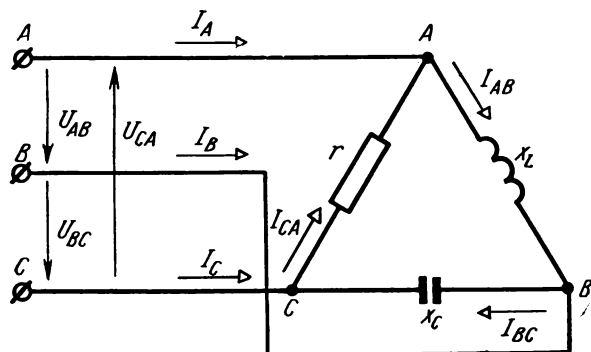


Рис. 214

361. Для трехфазной цепи, изображенной на рис. 215, найти токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$  мощно-

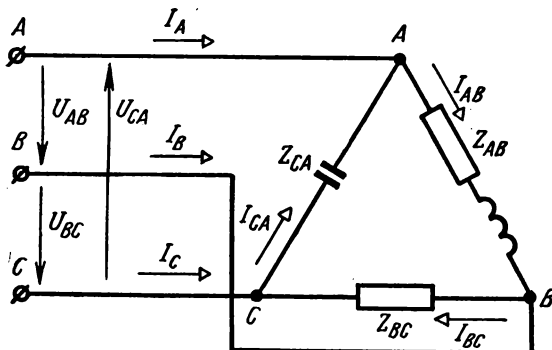


Рис. 215

сти цепи, если линейные напряжения  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\lambda = 220$  в,  $Z_{AB} = 13 + j15,2$  ом,  $Z_{BC} = 20$  ом и  $Z_{CA} = -j10$  ом. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

362. Три лампы накаливания включены звездой (рис. 216). Линейные напряжения на зажимах генератора  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\lambda = 220$  в. Определить напряжения на лампах, токи в лампах и ток  $I_N$  в нейтральном проводе. Каковы будут напряжения на лампах и токи в лампах при отсутствии нейтрального



провода? Сопротивление ламп считаем неизменным, а сопротивлением соединительных проводов пренебрегаем. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

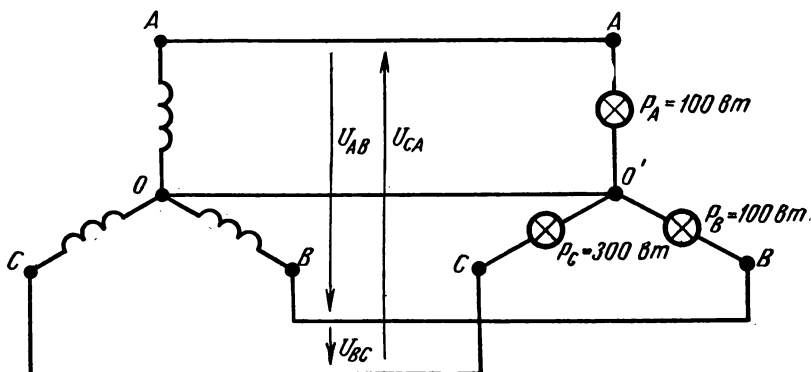


Рис. 216

363. Конденсатор, реостат и катушка (активным сопротивлением катушки можно пренебречь), соединенные звездой, включе-

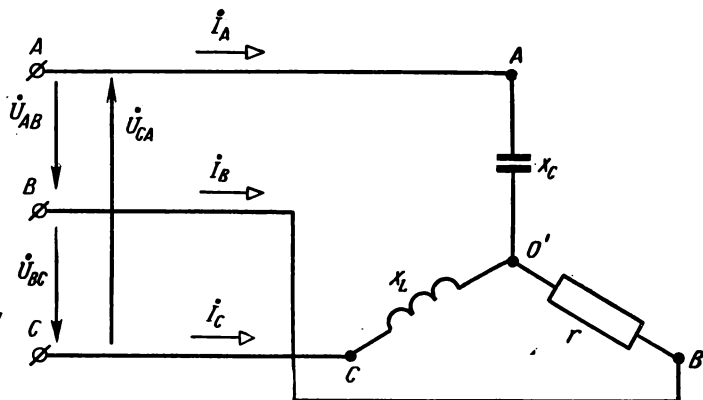


Рис. 217

ны в сеть трехфазного тока с симметричным линейным напряжением  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\phi = 220$  в (рис. 217). Определить фазные напряжения  $U'_A, U'_B, U'_C$  на зажимах приемника, линейные токи  $I_A, I_B, I_C$ , активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$  мощности, потребляемые приемником, если  $x_C = 10$  ом,  $r = 4$  ом и  $x_L = 8$  ом. Решить задачу для режимов: 1) нормальный режим; 2) обрыв фазы  $B$ ; 3) короткое замыкание фазы  $B$ . Построить векторные диаграммы напряжений и токов для всех трех случаев.

**Р е ш е н и е.** 1. *Нормальный режим.* Фазное напряжение источника питания

$$U_{\phi} = \frac{U_{\lambda}}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ в.}$$

Выразим векторы фазных напряжений в комплексной форме, при этом вектор напряжения  $\dot{U}_A$  направим по действительной оси в положительном направлении, тогда

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= U_A = U_{\phi} = 127 \text{ в; } \dot{U}_B = U_{\phi} e^{-j120^{\circ}} = \\ &= 127 e^{-j120^{\circ}} = 127 (\cos 120^{\circ} - j \sin 120^{\circ}) = \\ &= 127 \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -63,5 - j 110 \text{ в;}\end{aligned}$$

$$\dot{U}_C = 127 e^{-j240^{\circ}} = 127 (\cos 240^{\circ} - j \sin 240^{\circ}) = -63,5 + j 110 \text{ в.}$$

Выразим сопротивления и проводимости фаз приемника в комплексной форме:

$$Z_A = -j x_C = -j 10 \text{ ом; } Z_B = r = 4 \text{ ом; } Z_C = j x_L = j 8 \text{ ом;}$$

$$Y_A = \frac{1}{Z_A} = \frac{1}{-j 10} = j 0,1 \text{ 1/ом; } Y_B = \frac{1}{Z_B} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ 1/ом;}$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{j 8} = -j 0,125 \text{ 1/ом.}$$

Узловое напряжение, т. е. напряжение между нейтральными точками приемника и источника питания

$$\begin{aligned}\dot{U}_N &= \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \\ &= \frac{127 \cdot j 0,1 + (-63,5 - j 110) 0,25 + (-63,5 + j 110) \cdot (-j 0,125)}{j 0,1 + 0,25 - j 0,125} = \\ &= -5,7 - j 28 \text{ в,}\end{aligned}$$

модуль напряжения

$$U_N = \sqrt{5,7^2 + 28^2} = 28,6 \text{ в.}$$

Фазные напряжения на зажимах приемника:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_N = 127 + 5,7 + j 28 = 132,7 + j 28 \text{ в,}$$

модуль напряжения

$$U'_A = \sqrt{132,7^2 + 28^2} = 135,5 \text{ в;}$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_N = -63,5 - j 110 + 5,7 + j 28 = -57,8 - j 82 \text{ в,}$$

$$\begin{aligned}U'_B &= \sqrt{57,8^2 + 82^2} = 100,4 \text{ в; } \dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_N = \\ &= -63,5 + j 110 + 5,7 + j 28 = -57,8 + j 138 \text{ в,}\end{aligned}$$

$$U'_C = \sqrt{57,8^2 + 138^2} = 149,3 \text{ в.}$$

Фазные (они же линейные) токи

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_A} = \frac{132,7 + j28}{-j10} = \frac{(132,7 + j28)j10}{10^2} = -2,8 + j13,27 \text{ а}$$

или

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A Y_A = (132,7 + j28)j0,1 = -2,8 + j13,27 \text{ а},$$

модуль тока

$$I_A = \sqrt{2,8^2 + 13,27^2} = 13,56 \text{ а};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{Z_B} = \frac{-57,8 - j82}{4} = -14,45 - j20,5 \text{ а}$$

или

$$\dot{I}_B = \dot{U}_B Y_B = (-57,8 - j82) \cdot 0,25 = -14,45 - j20,5 \text{ а},$$

$$I_B = \sqrt{14,45^2 + 20,5^2} \approx 25,1 \text{ а};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{Z_C} = \frac{-57,8 + j138}{j8} = \frac{(-57,8 + j138) \cdot (-j)}{8} = 17,25 + j7,22 \text{ а}$$

или

$$\dot{I}_C = \dot{U}_C Y_C = (-57,8 + j138)(-j0,125) = 17,25 + j7,23 \text{ а},$$

$$I_C = \sqrt{17,25^2 + 7,23^2} \approx 18,7 \text{ а}.$$

Проверка:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = -2,8 + j13,27 - 14,45 - j20,5 + 17,25 + j7,23 = 0.$$

Верно.

Комплексная мощность приемника

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C = \dot{U}_A \dot{I}_A + \dot{U}_B \dot{I}_B + \dot{U}_C \dot{I}_C = \\ &= (132,7 + j28) \cdot (-2,8 - j13,27) + (-57,8 - j82) \cdot (-14,45 + \\ &\quad + j20,5) + (-57,8 + j138) \cdot (17,25 - j7,23) = 2517 + j959 \text{ ва}. \end{aligned}$$

Если не учитывать сопротивления проводов линии, то такой же результат получим из выражения комплексной мощности источника питания, т. е.

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \dot{U}_A \dot{I}_A + \dot{U}_B \dot{I}_B + \dot{U}_C \dot{I}_C = 127(-2,8 - j13,27) + \\ &+ (-63,5 - j110) \cdot (-14,45 + j20,5) + (-63,5 + j110) \cdot (17,25 - \\ &\quad - j7,23) = 2517 + j959 \text{ ва}. \end{aligned}$$

Активная мощность, потребляемая приемником,  $P = 2517 \text{ вт}$ , а реактивная мощность  $Q = 959 \text{ вар}$ .

Проверка: так как активные сопротивления фаз  $A$  и  $C$  равны нулю, то активная мощность, потребляемая приемником, равна

активной мощности фазы  $B$

$$P = P_B = rI_B^2 = 4 \cdot 25,1^2 = 2520 \text{ вт},$$

а реактивная мощность, потребляемая приемником, равна алгебраической сумме реактивных мощностей фаз  $A$  и  $C$ , так как реактивное сопротивление фазы  $B$  равно нулю, т. е.

$$Q = Q_A + Q_C = -x_C I_A^2 + x_L I_C^2 = -10 \cdot 13,56^2 + 8 \cdot 18,7^2 = 959 \text{ вар}.$$

На рис. 218 изображена векторная диаграмма напряжений и токов.

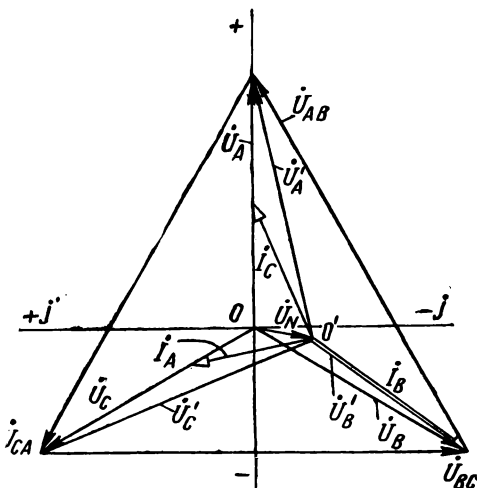


Рис. 218

**Обрыв фазы  $B$ .** В этом случае сопротивление фазы  $B$  (рис. 119) равно бесконечности ( $Z_B = \infty$ ), а проводимость равна нулю ( $Y_B = \frac{1}{Z_B} = \frac{1}{\infty} = 0$ ) и узловое напряжение будет:

$$\begin{aligned} \dot{U}_N &= \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_C} = \frac{127 \cdot j0,1 + (-63,5 + j110) \cdot (-j0,125)}{j0,1 - j0,125} \approx \\ &\approx -826 + j550 \text{ в}, \quad U_N = \sqrt{826^2 + 550^2} = 1012 \text{ в}. \end{aligned}$$

Фазные напряжения на зажимах приемника:

$$\dot{U}'_A = \dot{U}_A - \dot{U}_N = 127 + 826 - j550 = 953 - j550 \text{ в},$$

модуль напряжения

$$U_A = \sqrt{953^2 + 550^2} = 1100 \text{ в};$$

$$\dot{U}'_B = \dot{U}_B - \dot{U}_N = -63,5 - j110 + 826 - j550 = 762,5 - j660 \text{ в},$$

$$U'_B = \sqrt{762,5^2 + 660^2} = 1008 \text{ в};$$

$$\dot{U}'_C = \dot{U}_C - \dot{U}_N = -63,5 + j110 + 826 - j550 = 762,5 - j440 \text{ в},$$

$$U'_C = \sqrt{762,5^2 + 440^2} = 880 \text{ в}.$$

Фазные (они же и линейные) токи:

$$\dot{I}_A = \dot{U}'_A Y_A = (953 - j550) j0,1 = 55 + j95,3 \text{ а},$$

модуль тока

$$I_A = \sqrt{55^2 + 95,3^2} = 110 \text{ а};$$

$$I_B = 0; \quad \dot{I}_C = \dot{U}'_C Y_C = (762,5 - j440) (-j0,125) = -55 - j95,3 \text{ а},$$

$$I_C = 110 \text{ а}.$$

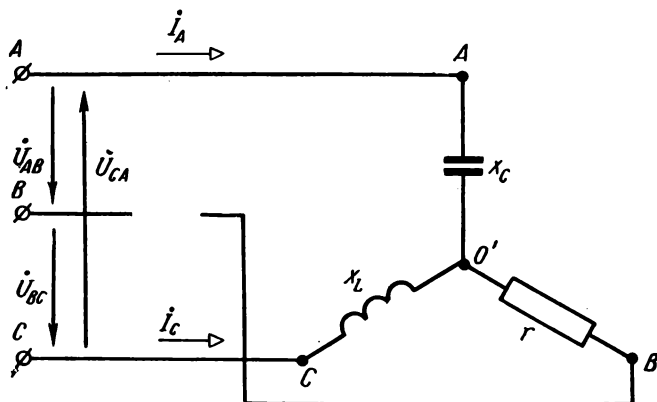


Рис. 219

Комплексная мощность приемника

$$\tilde{S} = \dot{U}_A \dot{I}_A + \dot{U}'_C \dot{I}_C = (953 - j550) \cdot (55 - j95,3) + (762,5 - j440) \times (-55 + j95,3) \approx -j24200 \text{ вар}$$

или

$$\tilde{S} = \dot{U}_A \dot{I}_A + \dot{U}_C \dot{I}_C = 127 (55 - j95,3) + (-63,5 + j110) \times (-55 + j95,3) = -j24200 \text{ вар}.$$

Следовательно, активная мощность, потребляемая приемником, равна нулю ( $P = 0$ ), а реактивная мощность  $Q = -24200 \text{ вар} = -24,2 \text{ квар}$ .

Полная мощность приемника  $S = 24,2 \text{ ква}$ .

Проверка: реактивная мощность приемника

$$Q = Q_A + Q_C = -x_C I_A^2 + x_L I_C^2 = -10 \cdot 110^2 + 8 \cdot 110^2 = -24200 \text{ вар} = -24,2 \text{ квар}.$$

На рис. 220 показана векторная диаграмма напряжений и токов при обрыве фазы  $B$ .

Короткое замыкание фазы  $B$ . При данном режиме работы сопротивление фазы  $B$  (рис. 221) равно нулю ( $Z_B = 0$ ), а проводи-

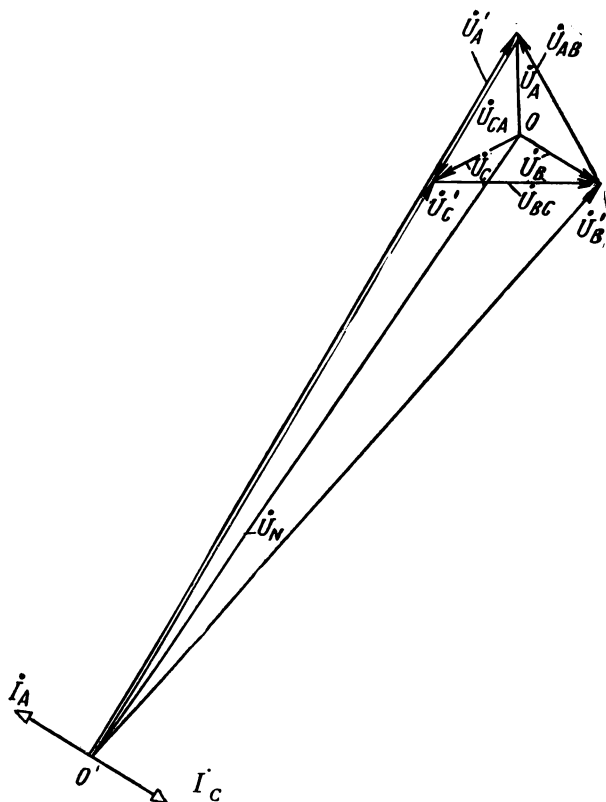


Рис. 220

мость равна бесконечности ( $Y_B = \frac{1}{Z_B} = \infty$ ); поэтому узловое напряжение будет равно фазному напряжению:

$$\begin{aligned} \dot{U}_N &= \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \frac{\dot{U}_A \frac{Y_A}{Y_B} + \dot{U}_B + \dot{U}_C \frac{Y_C}{Y_B}}{\frac{Y_A}{Y_B} + 1 + \frac{Y_C}{Y_B}} = \\ &= \dot{U}_B = -63,5 - j110 \text{ в.} \end{aligned}$$



активная мощность, потребляемая приемником,  $P = 0$ , реактивная мощность  $Q = 1211 \text{ вар}$  и полная мощность  $S = 1211 \text{ ва}$ . На рис. 222 изображена векторная диаграмма напряжений и токов при коротком замыкании фазы  $B$ .

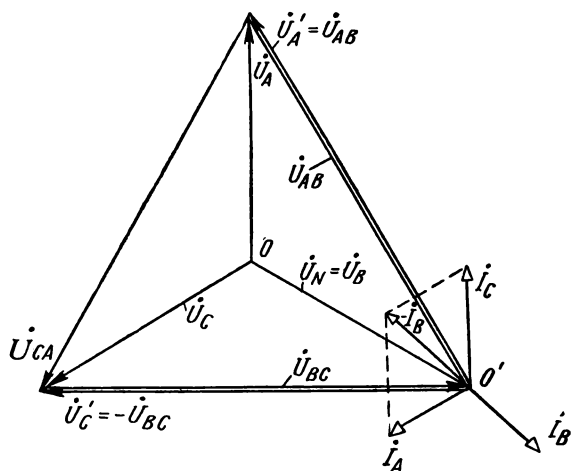


Рис. 222

364. Трехфазный генератор, обмотки которого соединены звездой, питает нагрузку, состоящую из трех одинаковых активных сопротивлений  $r_A = r_B = r_C = 50 \text{ ом}$ , соединенных также звездой (рис. 223). Линейные напряжения на зажимах нагрузки

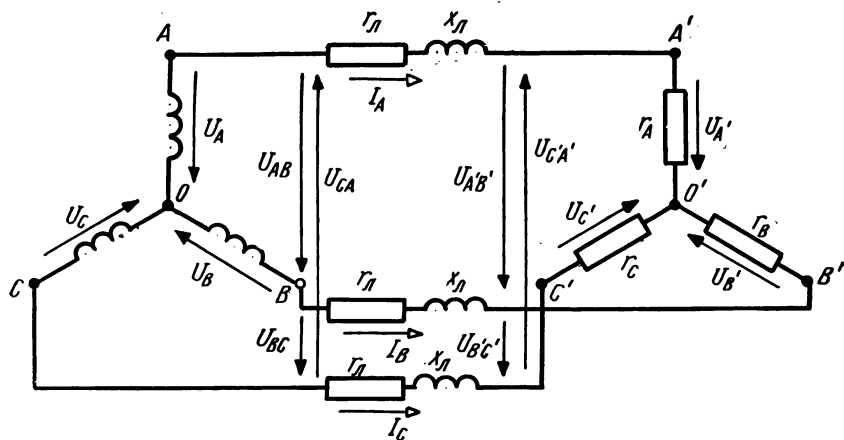


Рис. 223

$U_{A'B'} = U_{B'C'} = U_{C'A'} = 380 \text{ в}$ . Активное сопротивление каждого провода линии  $r_A = 2,4 \text{ ом}$ , а индуктивное  $x_A = 3,5 \text{ ом}$ . Вычислить



линейные токи  $I_A, I_B, I_C$ , фазные и линейные напряжения  $U_A, U_B, U_C, U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$  генератора, фазные напряжения  $U_{A'}, U_{B'}, U_{C'}$  нагрузки, фазное и линейное падения напряжения, фазную и линейную потери напряжения  $\Delta U_\phi$  и  $\Delta U$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

365. По условию задачи 364 определить линейные токи  $I_A, I_B, I_C$  и фазные напряжения  $U_{A'}, U_{B'}, U_{C'}$ : 1) при коротком замыкании фазы  $A$  приемника и 2) при обрыве фазы  $A$  приемника. Построить векторные диаграммы напряжений и токов.

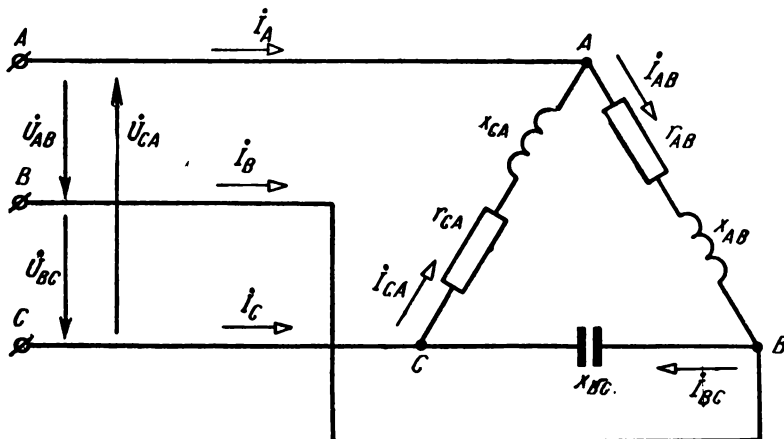


Рис. 224

366. Трехфазный генератор, обмотки которого соединены звездой, питает через линию передачи приемник энергии, соединенный также звездой. Активное сопротивление каждого провода линии  $r_A = 4 \text{ ом}$ , а индуктивное  $x_A = 10 \text{ ом}$ . Линейные напряжения в начале линии  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_1 = 10,5 \text{ кв}$ . Найти ток  $I_A$  в линии, напряжение  $U_2$  на зажимах приемника энергии, мощность  $P_1$ , отдаваемую генератором, мощность  $\Delta P$ , теряемую в проводах линии, мощность  $P_2$ , потребляемую приемником, коэффициент полезного действия  $\eta$  линии передачи, если активное сопротивление на фазу приемника  $r_2 = 48 \text{ ом}$ , а реактивное  $x_2 = 14 \text{ ом}$ .

367. В сеть трехфазного тока включена треугольником нагрузка (рис. 224) с сопротивлением фаз  $Z_{AB} = 80 + j60 \text{ ом}$ ,  $Z_{BC} = -j30 \text{ ом}$  и  $Z_{CA} = 14 + j48 \text{ ом}$ . Линейные напряжения  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_A = 6 \text{ кв}$ . Вычислить фазные токи  $I_{AB}, I_{BC}, I_{CA}$ , линейные токи  $I_A, I_B, I_C$ , активную, реактивную и полную мощности  $P, Q$  и  $S$  цепи для нормального режима, для обрыва фазы  $AB$  и для обрыва линейного провода  $A - A$ . Построить векторные диаграммы напряжений и токов для всех трех случаев.

**Решение. Нормальный режим.** Выразим векторы линейных напряжений в комплексной форме, при этом вектор напряжения  $\dot{U}_{AB}$  направим по действительной оси в положительном направ-

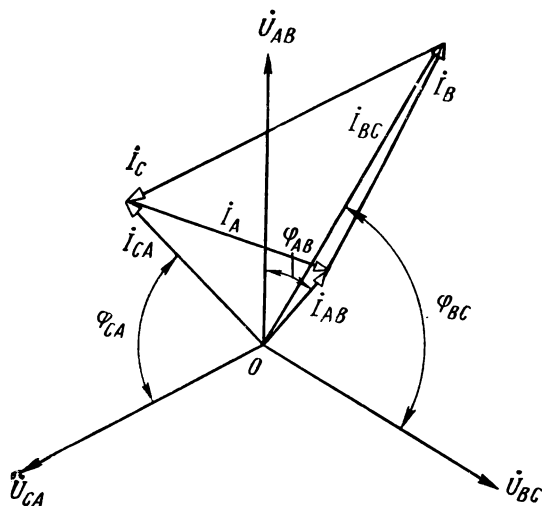


Рис. 225

лении (рис. 225), тогда

$$\dot{U}_{AB} = U_{AB} = 6000 \text{ в};$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_{AB} e^{-j120^\circ} = 6000 (\cos 120^\circ - j \sin 120^\circ) = \\ &= 6000 \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -3000 - j 5196 \text{ в}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_{AB} e^{-j240^\circ} = 6000 (\cos 240^\circ - j \sin 240^\circ) = \\ &= 6000 \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -3000 + j 5196 \text{ в}. \end{aligned}$$

Фазные токи:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{6000}{80 + j60} = \frac{6000 (80 - j60)}{80^2 + 60^2} = 48 - j36 \text{ а},$$

модуль тока

$$I_{AB} = \sqrt{48^2 + 36^2} = 60 \text{ а},$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{-3000 - j 5196}{-j 30} = 173,2 - j 100 \text{ а},$$

модуль тока

$$I_{BC} = \sqrt{173,2^2 + 100^2} = 200 \text{ а};$$
$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{-3000 + j 5196}{14 + j 48} \approx 83 + j 86,7 \text{ а},$$

модуль тока

$$I_{CA} = \sqrt{83^2 + 86,7^2} = 120 \text{ а}.$$

Зная фазные токи, можно найти линейные токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 48 - j 36 - 83 - j 86,7 = -35 - j 122,7 \text{ а};$$
$$I_A = \sqrt{35^2 + 127,6^2} = 127,6 \text{ а}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} =$$
$$= 173,2 - j 100 - 48 + j 36 = 125,2 - j 64 \text{ а}; \quad I_B = \sqrt{125,2^2 + 64^2} =$$
$$= 140,6 \text{ а};$$
$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 83 + j 86,7 - 173,2 + j 100 = -90,2 + j 186,7 \text{ а},$$
$$I_C = \sqrt{90,2^2 + 186,7^2} \approx 207 \text{ а}.$$

Активную, реактивную и полную мощности цепи можно определить из выражения комплексной мощности, которая равна сумме комплексных мощностей отдельных фаз:

$$\tilde{S} = \tilde{S}_{AB} + \tilde{S}_{BC} + \tilde{S}_{CA} = \dot{U}_{AB} \dot{I}_{AB} + \dot{U}_{BC} \dot{I}_{BC} + \dot{U}_{CA} \dot{I}_{CA} =$$
$$= 6000(48 + j 36) + (-3000 - j 5196) \cdot (173,2 + j 100) + (-3000 +$$
$$+ j 5196) \cdot (83 - j 86,7) = 489\,500 - j 292\,600 \text{ в а},$$

активная мощность, потребляемая цепью,  $P = 489\,500 \text{ вт} = 489,5 \text{ кВт}$ , реактивная мощность  $Q = -292\,600 \text{ вар} = -292,6 \text{ квар}$  и полная мощность  $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{489\,500^2 + 292\,600^2} \approx 547\,800 \text{ в а} = 547,8 \text{ кВа}$ .

Активную, реактивную и полную мощности, потребляемые цепью, можно определить также по формулам:

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = r_{AB} I_{AB}^2 + r_{BC} I_{BC}^2 + r_{CA} I_{CA}^2 = 80 \cdot 60^2 +$$
$$+ 0 \cdot 200^2 + 14 \cdot 120^2 = 489\,500 \text{ вт} = 489,5 \text{ кВт}$$

или

$$P = U_{AB} I_{AB} \cos \varphi_{AB} + U_{BC} I_{BC} \cos \varphi_{BC} + U_{CA} I_{CA} \cos \varphi_{CA} =$$
$$= 6000 \cdot 60 \cdot \frac{80}{\sqrt{80^2 + 60^2}} + 6000 \cdot 200 \cdot 0 + 6000 \cdot 120 \cdot \frac{14}{\sqrt{14^2 + 48^2}} =$$
$$= 489\,600 \text{ вт} = 489,6 \text{ кВт};$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = x_{AB} I_{AB}^2 + x_{BC} I_{BC}^2 + x_{CA} I_{CA}^2 = 60 \cdot 60^2 +$$
$$+ (-30) \cdot 200^2 + 48 \cdot 120^2 = -292\,800 \text{ вар} = -292,8 \text{ квар}$$

или

$$\begin{aligned}
 Q &= U_{AB} I_{AB} \sin \varphi_{AB} + U_{BC} I_{BC} \sin \varphi_{BC} + U_{CA} I_{CA} \sin \varphi_{CA} = \\
 &= 6000 \cdot 60 \cdot \frac{60}{\sqrt{80^2 + 60^2}} + 6000 \cdot 200 (-1) + 6000 \cdot 120 \cdot \frac{48}{\sqrt{14^2 + 48^2}} = \\
 &= -292\,800 \text{ вар} = -292,8 \text{ квар}; \\
 S &= \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{489,5^2 + (-292,8)^2} \approx 547,8 \text{ ква.}
 \end{aligned}$$

При построении векторной диаграммы напряжений и токов выбираем масштаб для напряжения  $m_U = 100 \text{ в/мм}$  и тока  $m_I = 3 \text{ а/мм}$ .

На рис. 225 изображена векторная диаграмма напряжений и токов.

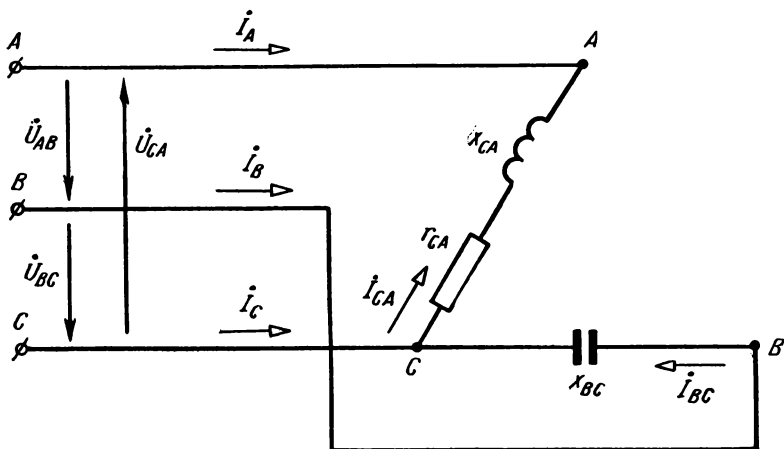


Рис. 226

**Обрыв фазы АВ.** При обрыве фазы АВ получим схему, изображенную на рис. 226. Так как при обрыве фазы АВ сопротивление ее равно бесконечности, то ток в ней равен нулю. Токи в фазах ВС и СА останутся такими же, как будто обрыва фазы АВ не было вследствие того, что линейные напряжения не изменятся (рис. 226),

т. е.  $\dot{I}_{BC} = 173,2 - j 100 \text{ а}$ ,  $I_{BC} = 200 \text{ а}$ ;  $\dot{I}_{CA} = 83 + j 86,7 \text{ а}$ ,  $I_{CA} = 120 \text{ а}$ .

Зная фазные токи, можно найти линейные токи (рис. 227):

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 0 - 83 - j 86,7 = -83 - j 86,7 \text{ а}, \quad I_A = 120 \text{ а};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 173,2 - j 100 - 0 = 173,2 - j 100 \text{ а}, \quad I_B = 200 \text{ а};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 83 + j 86,7 - 173,2 + j 100 = 90,2 + j 186,7 \text{ а},$$

$$I_C \approx 214 \text{ а}.$$

Активную, реактивную и полную мощности найдем из выражения комплексной мощности:

$$\tilde{S} = \dot{U}_{BC} \dot{I}_{BC} + \dot{U}_{CA} \dot{I}_{CA} = (-3000 - j 5196) \cdot (173,2 + j 100) + (-3000 + j 5196) \cdot (83 - j 86,7) = 201\,600 - j 508\,800 \text{ вa};$$

активная мощность, потребляемая цепью,  $P = 201\,600 \text{ вт} = 201,6 \text{ кВт}$ , а реактивная мощность  $Q = -508\,800 \text{ вар} = -508,8 \text{ квар}$  и полная мощность  $S = \sqrt{201,6^2 + 508,8^2} = 815,6 \text{ ква}$ .

Активную, реактивную и полную мощности цепи можно определить также по формулам:

$$P = r_{CA} I_{CA}^2 = 14 \cdot 120^2 = 201\,600 \text{ вт} = 201,6 \text{ кВт}$$

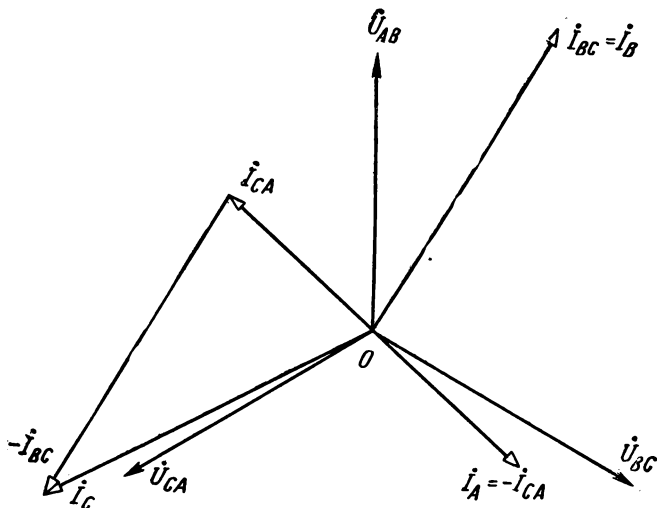


Рис. 227

(так как активное сопротивление фазы  $BC$  равно нулю);

$$\begin{aligned} Q &= Q_{BC} + Q_{CA} = -x_{BC} I_{BC}^2 + x_{CA} I_{CA}^2 = -30 \cdot 200^2 + 48 \cdot 120^2 = \\ &= -508\,800 \text{ вар} = -508,8 \text{ квар}; \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \\ &= \sqrt{201,6^2 + 508,8^2} = 815,6 \text{ ква}. \end{aligned}$$

На рис. 227 показана векторная диаграмма напряжений и токов при обрыве фазы  $AB$ .

Обрыв линейного провода  $A - A$ . При обрыве линейного провода  $A - A$  получим схему, изображенную на рис. 228. Найдем токи в фазах приемника:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{BC} &= \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{-3000 - j 5196}{-j 30} = 173,2 - j 100 \text{ а}, \\ I_{BC} &= 200 \text{ а}; \end{aligned}$$

$$\dot{I}_{AB} = \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CB}}{Z_{AB} + Z_{CA}} = \frac{3000 + j5196}{80 + j60 + 14 + j48} = 41,1 + j8,02 \text{ а},$$

$$I_{AB} = I_{CA} \approx 41,9 \text{ а}.$$

Линейные токи:

$$\begin{aligned} \dot{I}_B = -\dot{I}_C = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} &= 173,2 - j100 - 41,1 - j8,02 = \\ &= 132,1 - j108,02 \approx 132,1 - j108 \text{ а}, \quad I_B = I_C = 170,6 \text{ а}. \end{aligned}$$

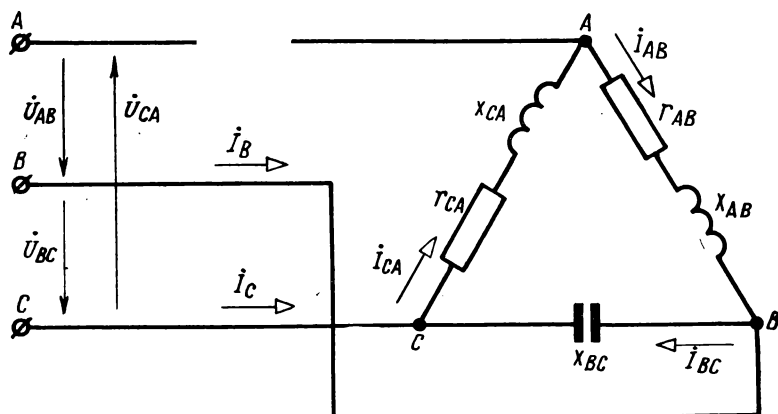


Рис. 228

Вычислим активную и реактивную мощности из выражения комплексной мощности:

$$\begin{aligned} \tilde{S} = \dot{U}_{BC} \dot{I}_{BC}^* + \dot{U}_{CA} \dot{I}_{CA}^* &= (-3000 - j5196) \cdot (173,2 + j100) + \\ &+ (3000 + j5196) \cdot (41,1 - j8,02) \approx 16\,500 - j1\,010\,500 \text{ ва}, \end{aligned}$$

активная мощность, потребляемая цепью,  $P = 165\,000 \text{ вт} = 165 \text{ кВт}$ , а реактивная мощность  $Q = -1\,010\,500 \text{ вар} = -1010,5 \text{ квар}$ .

Активную, реактивную и полную мощности, потребляемые цепью, можно определить также по формулам:

$$\begin{aligned} P &= (r_{AB} + r_{CA}) I_{AB}^2 = (80 + 14) \cdot 41,9^2 \approx 165\,000 \text{ вт} = 165 \text{ кВт}; \\ Q &= (x_{AB} + x_{CA}) \cdot I_{AB}^2 - x_{BC} I_{BC}^2 = (60 + 48) \cdot 41,9^2 - 30 \cdot 200^2 \approx \\ &\approx -1\,010\,500 \text{ вар} = -1010,5 \text{ квар}; \\ S &= \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{165^2 + 1010,5^2} = 1023 \text{ кВА}. \end{aligned}$$

Векторную диаграмму напряжений и токов предлагается построить самим учащимся.

368. В конце линии передачи включен приемник, соединенный звездой (рис. 229), сопротивления отдельных фаз которого равны:  $Z_A = 15,2 + j13 \text{ ом}$ ;  $Z_B = 6 - j8 \text{ ом}$ ;  $Z_C = 40 + j30 \text{ ом}$ . Сопро-

тивление каждого провода линии  $Z_A = 5 + j9$  ом. Чему равны токи  $I_A, I_B, I_C$  в проводах линии, напряжения на зажимах приемника, активная  $P$ , реактивная  $Q$  и полная  $S$  мощности приемника, если линейные напряжения в начале линии  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 6,3$  кВ? Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

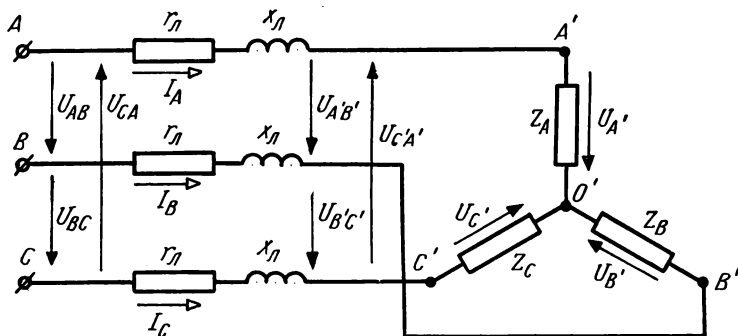


Рис. 229

369. Трехфазный генератор, обмотки которого соединены звездой, питает приемник энергии, соединенный треугольником. Активное сопротивление каждого провода линии  $r_A = 2$  ом, а индуктивное  $x_A = 3$  ом. Определить токи  $I_A, I_B, I_C$  в проводах линии, токи  $I_{A'B'}, I_{B'C'}, I_{C'A'}$  в фазах приемника, напряжения  $U_{A'B'}, U_{B'C'}, U_{C'A'}$  на зажимах приемника, активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$  мощности, потребляемые приемником, если сопротивления фаз приемника энергии  $Z_{A'B'} = 15,2 - j37$  ом,  $Z_{B'C'} = 39 + j8,9$  ом,  $Z_{C'A'} = 24 - j18$  ом и фазные напряжения генератора  $U_A = U_B = U_C = U_\phi = 3640$  в.

370. Трехфазный генератор, обмотки которого соединены звездой, питает приемник энергии, соединенный треугольником. Активное сопротивление каждого провода линии  $r_A = 4$  ом, а индуктивное  $x_A = 7$  ом. Определить токи  $I_A, I_B, I_C$  в проводах линии, токи  $I_{A'B'}, I_{B'C'}, I_{C'A'}$  в фазах приемника, напряжения  $U_{A'B'}, U_{B'C'}, U_{C'A'}$  на зажимах приемника, активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$  мощности, потребляемые приемником, если сопротивления фаз приемника энергии  $Z_{A'B'} = 19,2 + j5,6$  ом,  $Z_{B'C'} = 32 + j24$  ом,

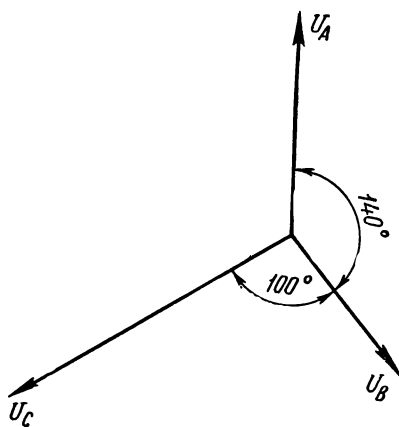


Рис. 230

$Z_{C'A'} = 39 + j8,9 \text{ ом}$  и фазные напряжения генератора  $U_A = U_B = U_C = 3640 \text{ в}$ . Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

371. На рис. 230 показана несимметричная трехфазная система векторов напряжений. Разложить данную систему напряжений на симметричные составляющие, если  $U_A = 6000 \text{ в}$ ,  $U_B = 5400 \text{ в}$  и  $U_C = 6600 \text{ в}$ .

372. На рис. 231 показана двухфазная система векторов э.д.с. Разложить эту систему на сим-

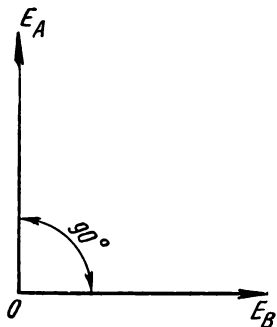


Рис. 231

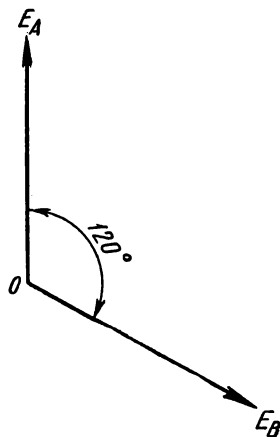


Рис. 232

метричные составляющие трехфазной системы, если  $E_A = E_B = 130 \text{ в}$ .

373. Случайно произошел обрыв одной из фаз симметричного трехфазного генератора, при этом получилась система э. д. с., как показано на рис. 232. Разложить данную систему на симметричные составляющие трехфазной системы.

---



---

## Глава восьмая

### НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ ТОКИ

#### 1. НЕСИНУСОИДАЛЬНЫЕ Э.Д.С., НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКИ

На практике кривые периодических э. д. с., напряжений и токов в большей или в меньшей степени отличаются от синусоиды. Причиной этого могут быть как генераторы переменного тока, так и приемники энергии. Если распределение магнитной индукции в воздушном зазоре генератора переменного тока отличается от синусоиды, то кривые индуцируемых в обмотках э. д. с. отличаются от синусоиды. Если цепь содержит нелинейный элемент (например катушку со стальным сердечником), то при синусоидальном напряжении возникает несинусоидальный ток.

#### 2. РАЗЛОЖЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕСИНУСОИДАЛЬНОЙ КРИВОЙ В ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЙ РЯД (РЯД ФУРЬЕ)

Всякая однозначная периодическая функция может быть разложена в ряд Фурье:

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \\ + A_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots + A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots, \quad (1)$$

где  $A_0$  — постоянная составляющая (или нулевая гармоника);  
 $A_{1m}$  — амплитуда основной или первой гармоники, период которой равен периоду данной несинусоидальной кривой;  
 $A_{2m}, A_{3m}, \dots, A_{km}$  — амплитуды высших гармоник;  
 $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots, \psi_k$  — начальные фазы первой или основной, второй, третьей и т. д. гармоник.

Начальные фазы отсчитываются в своем масштабе и относятся к общему началу счета времени. Преобразуем члены ряда (1), содержащие синусы сумм:

$$A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) = A_{km} \sin k\omega t \cos \psi_k + A_{km} \cos k\omega t \sin \psi_k = \\ = B_{km} \sin k\omega t + C_{km} \cos k\omega t,$$

где  $B_{km} = A_{km} \cos \psi_k$ , а  $C_{km} = A_{km} \sin \psi_k$ .

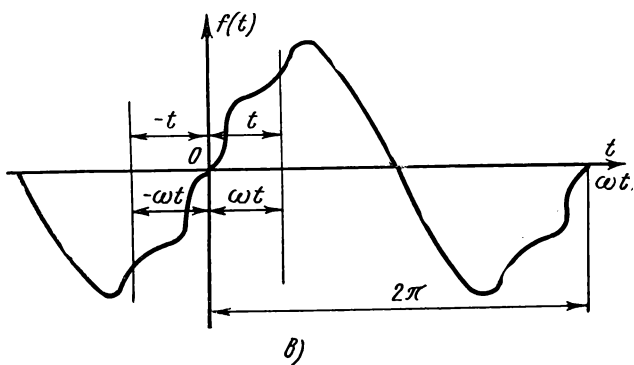
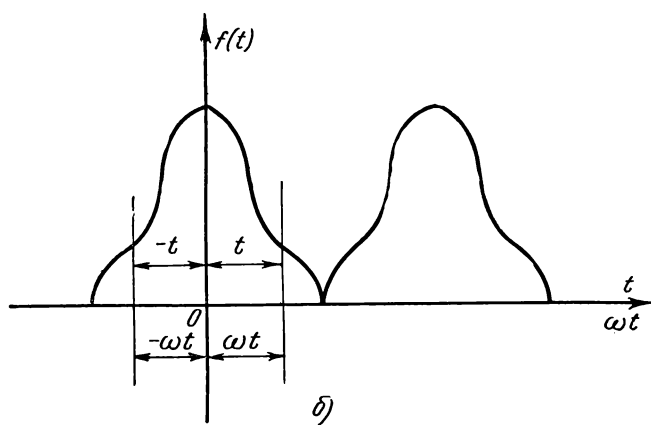
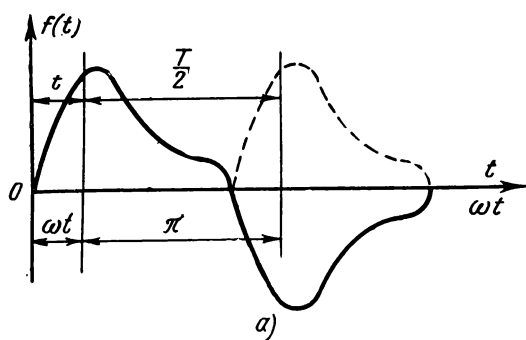


Рис. 233

Следовательно, ряд (1) можно представить так:

$$f(\omega t) = A_0 + B_{1m} \sin \omega t + B_{2m} \sin 2\omega t + \dots + B_{km} \sin k\omega t + \dots + \\ + C_{1m} \cos \omega t + C_{2m} \cos 2\omega t + \dots + C_{km} \cos k\omega t + \dots \quad (2)$$

Коэффициенты ряда Фурье  $A_0$ ,  $B_{km}$  и  $C_{km}$  определяют по формулам:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d(\omega t); \quad B_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin k\omega t d(\omega t); \\ C_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos k\omega t d(\omega t). \quad (3)$$

Зная коэффициенты ряда Фурье (2), можно перейти к формуле (1). Так как  $B_{km} = A_{km} \cos \psi_k$  и  $C_{km} = A_{km} \sin \psi_k$ , то

$$A_{km} = \sqrt{B_{km}^2 + C_{km}^2} \text{ и } \operatorname{tg} \psi_k = \frac{C_{km}}{B_{km}}. \quad (4)$$

Если среднее значение ординат за период равно нулю, то ряд Фурье не содержит постоянной составляющей ( $A_0 = 0$ ).

Если кривая (рис. 233, а) удовлетворяет условию  $f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$ , то она называется с и м м е т р и ч н о й о т н о с и т е л ь н о о с и а б с ц и с с и ряд не содержит постоянной составляющей и четных гармоник:

$$f(\omega t) = A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \\ + A_{5m} \sin(5\omega t + \psi_5) + \dots \quad (5)$$

Если кривая (рис. 233, б) удовлетворяет условию  $f(\omega t) = f(-\omega t)$ , то она называется с и м м е т р и ч н о й о т н о с и т е л ь н о о с и о р д и н а т и ряд не содержит синусов:

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m} \cos \omega t + A_{2m} \cos 2\omega t + A_{3m} \cos 3\omega t + \dots \quad (6)$$

Если кривая (рис. 233, в) удовлетворяет условию  $f(\omega t) = -f(-\omega t)$ , то она называется с и м м е т р и ч н о й о т н о с и т е л ь н о н а ч а л а к о о р д и н а т и ряд не содержит постоянной составляющей и косинусов:

$$f(\omega t) = A_{1m} \sin \omega t + A_{2m} \sin 2\omega t + A_{3m} \sin 3\omega t + \dots \quad (7)$$

### 3. ДЕЙСТВУЮЩИЕ ЗНАЧЕНИЯ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ТОКОВ, ЭЛЕКТРОДВИЖУЩИХ СИЛ И НАПРЯЖЕНИЙ

Действующее значение тока любой формы определяется по формуле:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (8)$$

Если несинусоидальный ток выражается в виде ряда Фурье

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) + \\ + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2 - \varphi_2) + \dots + I_{nm} \sin(n\omega t + \psi_n - \varphi_n),$$

то, подставляя это соотношение в формулу (8), получим:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) + \dots + I_{nm} \sin(n\omega t + \psi_n - \varphi_n)]^2 dt}.$$

Возведя в квадрат многочлен, заключенный в квадратные скобки, будем иметь многочлен, содержащий суммы квадратов всех членов, плюс удвоенные произведения каждого из членов на все последующие.

Следовательно, получим члены:

$$\frac{1}{T} \int_0^T I_0^2 dt = I_0^2; \quad \frac{1}{T} \int_0^T I_{\kappa m}^2 \sin^2(\kappa\omega t + \psi_\kappa - \varphi_\kappa) dt = \frac{I_{\kappa m}^2}{2} = I_\kappa^2;$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T I_0 I_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \psi_\kappa - \varphi_\kappa) dt = 0;$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T 2I_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \psi_\kappa - \varphi_\kappa) I_{lm} \sin(l\omega t + \psi_l - \varphi_l) dt = 0.$$

Таким образом, действующее значение несинусоидального тока равно:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_n^2}, \quad (9)$$

где  $I_0$  — постоянная составляющая тока,  $a$ ;  
 $I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}$ ;  $I_2 = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}}$ , ...,  $I_n = \frac{I_{nm}}{\sqrt{2}}$  — действующие значения токов отдельных гармоник,  $a$ .

Действующее значение несинусоидальной э. д. с.

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \dots + E_\kappa^2 + \dots} \quad (10)$$

Действующее значение несинусоидального напряжения

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots + U_\kappa^2 + \dots} \quad (11)$$

#### 4. КОЭФФИЦИЕНТЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ФОРМУ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Коэффициент формы кривой равен отношению действующего значения к среднему:

$$\kappa_{\phi} = \frac{A}{A_{cp}}, \quad (12)$$

где  $A$  — действующее значение;

$A_{cp}$  — среднее значение.

Для синусоиды  $\kappa_{\phi}=1,11$ .

Коэффициент амплитуды есть отношение максимального значения к действующему:

$$\kappa_a = \frac{a_{\max}}{A}, \quad (13)$$

где  $a_{\max}$  — максимальное значение.

Для синусоиды  $\kappa_a = \sqrt{2}=1,41$ .

Коэффициентом искажения называется отношение действующего значения основной гармоники к действующему значению всей кривой  $A$ :

$$\kappa_u = \frac{A_1}{A}, \quad (14)$$

где  $A_1$  — действующее значение основной гармоники.

Для синусоиды  $\kappa_u=1$ .

#### 5. МОЩНОСТЬ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ТОКОВ

Средняя мощность за период или активная мощность периодического несинусоидального тока определяется по формуле:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T [U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots] [I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2 - \varphi_2) + I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3 - \varphi_3) + \dots] dt. \quad (15)$$

После перемножения многочленов интеграл (15) можно представить как сумму следующих интегралов:

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_0 I_0 dt = U_0 I_0;$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_{km} \sin(\kappa\omega t + \psi_k) I_{km} \sin(\kappa\omega t + \psi_k - \varphi_k) dt = U_k I_k \cos \varphi_k;$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_{km} \sin(\kappa \omega t + \psi_k) I_{lm} \sin(l \omega t + \psi_l - \varphi_l) dt = 0;$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T U_0 I_{km} \sin(\kappa \omega t + \psi_k - \varphi_k) dt = 0.$$

Таким образом, активная мощность несинусоидального тока равна:

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + \dots, \quad (16)$$

т. е. активная мощность несинусоидального тока равна сумме активных мощностей отдельных гармоник \*.

По аналогии с синусоидальным током вводится понятие полной мощности  $S$ , которая определяется как произведение действующих значений напряжения  $U$  и тока  $I$ :

$$S = UI = \sqrt{\sum_{\kappa=0}^{\infty} U_{\kappa}^2 I_{\kappa}^2}, \quad (17)$$

где  $S$  — полная мощность.

Отношение активной мощности к полной мощности называется коэффициентом мощности:

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}. \quad (18)$$

Реактивная мощность определяется как сумма реактивных мощностей отдельных гармоник:

$$Q = \sum_{\kappa=1}^{\infty} Q_{\kappa} = \sum_{\kappa=1}^{\infty} U_{\kappa} I_{\kappa} \sin \varphi_{\kappa}. \quad (19)$$

Следует отметить, что для несинусоидальных токов квадрат полной мощности обычно не равен сумме квадратов активной и реактивной мощностей.

Величина

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2} \quad (20)$$

называется мощностью искажения.

## 6. РАСЧЕТ ЦЕПЕЙ С ПОСТОЯННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ (ИЛИ Э. Д. С.)

Найдем ток  $i$  в цепи с постоянными параметрами  $r, L$  и  $C$  (рис. 234) при установившемся режиме, если к цепи приложено периодическое несинусоидальное напряжение  $u$ , которое может

\* Постоянные составляющие можно рассматривать как нулевые гармоники с  $T_0 = \infty$  и  $\varphi_0 = 0$ .

быть разложено в ряд Фурье:

$$u = U_0 + u_1 + u_3 + \dots + u_\kappa = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{3m} \cdot \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots + U_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \psi_\kappa), \quad (21)$$

где  $U_0$  — постоянная составляющая напряжения, которая дает постоянную составляющую тока в том случае, если в цепи нет емкости, а остальные члены ряда представляют собой синусоидальные функции. Применяя принцип наложения, определяем ток  $i$  в цепи как сумму токов, вызванных каждой из гармоник напряжения в отдельности:

$$i = i_1 + i_3 + \dots + i_\kappa. \quad (22)$$

Найдем амплитуды токов отдельных гармоник и углы сдвига фаз между соответствующими гармониками напряжения и тока:

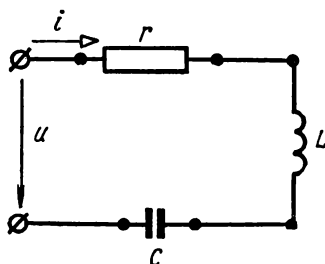


Рис. 234

$$\left. \begin{aligned} I_{1m} = \frac{U_{1m}}{z_1} &= \frac{U_{1m}}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}; \\ I_{3m} = \frac{U_{3m}}{z_3} &= \frac{U_{3m}}{\sqrt{r^2 + \left(3\omega L - \frac{1}{3\omega C}\right)^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{3\omega L - \frac{1}{3\omega C}}{r}; \\ &\dots \dots \dots \\ I_{\kappa m} = \frac{U_{\kappa m}}{z_\kappa} &= \frac{U_{\kappa m}}{\sqrt{r^2 + \left(\kappa\omega L - \frac{1}{\kappa\omega C}\right)^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi_\kappa = \frac{\kappa\omega L - \frac{1}{\kappa\omega C}}{r}, \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

где  $\omega$  — угловая частота первой (основной) гармоники напряжения;

$z_1, z_3, \dots, z_\kappa$  — полные сопротивления для первой, третьей и  $\kappa$ -й гармоник.

Из формул (23) видно, что индуктивное сопротивление  $x_{L\kappa} = \kappa\omega L$  увеличивается пропорционально порядковому номеру гармоники, а емкостное сопротивление  $x_{C\kappa} = \frac{1}{\kappa\omega C}$ , наоборот, уменьшается, т. е. обратно пропорционально порядковому номеру гар-

моники. Следовательно, реактивное сопротивление  $x_k = \kappa \omega L - \frac{1}{\kappa \omega C}$ , полное сопротивление  $z_k = \sqrt{r^2 + \left(\kappa \omega L - \frac{1}{\kappa \omega C}\right)^2} = \sqrt{r^2 + x_k^2}$  и угол сдвига фаз  $\varphi_k = \arctg \frac{x_k}{r}$  зависят от порядка гармоники.

**Мгновенные значения токов отдельных гармоник:**

$$\begin{aligned} i_1 &= I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1); \\ i_3 &= I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3 - \varphi_3); \\ . &. . . . . \\ i_\kappa &= I_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \psi_\kappa - \varphi_\kappa). \end{aligned}$$

Подставляя эти соотношения в формулу (22), получим мгновенные значения тока в цепи:

$$i = I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) + I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3 - \varphi_3) + \dots + I_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \psi_\kappa - \varphi_\kappa). \quad (24)$$

Действующие значения токов отдельных гармоник:

$$I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}, I_3 = \frac{I_{3m}}{\sqrt{2}}, \dots, I_\kappa = \frac{I_{\kappa m}}{\sqrt{2}}. \quad (25)$$

Действующее значение тока в цепи

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + \dots + I_k^2}. \quad (26)$$

Определим ток  $i$  в цепи с последовательно соединенными активным сопротивлением  $r$  и индуктивностью  $L$ , если к цепи приложено периодическое несинусоидальное напряжение:

$$u = U_0 + U_{1m} \sin \omega t + U_{3m} \sin (3\omega t + \psi_3) + \dots + U_{\kappa m} \sin (\kappa \omega t + \psi_{\kappa}). \quad (27)$$

Постоянную составляющую тока вычисляем по формуле:

$$I_0 = \frac{U_0}{r}. \quad (28)$$

Амплитуды токов отдельных гармоник и углы сдвига фаз между соответствующими гармониками напряжения и тока найдем из следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} I_{1m} &= \frac{U_{1m}}{z_1} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}; & \operatorname{tg} \varphi_1 &= \frac{\omega L}{r}; \\ I_{3m} &= \frac{U_{3m}}{z_3} = \frac{U_{3m}}{\sqrt{r^2 + (3\omega L)^2}}; & \operatorname{tg} \varphi_3 &= \frac{3\omega L}{r}; \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ I_{\kappa m} &= \frac{U_{\kappa m}}{z_{\kappa}} = \frac{U_{\kappa m}}{\sqrt{r^2 + (\kappa\omega L)^2}}; & \operatorname{tg} \varphi_{\kappa} &= \frac{\kappa\omega L}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$



**Мгновенные значения токов отдельных гармоник:**

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t - \varphi_1), \quad i_3 = I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3 - \varphi_3), \dots, \\ i_\kappa = I_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \psi_\kappa - \varphi_\kappa).$$

### Мгновенные значения тока в цепи

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t - \varphi_1) + I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3 - \varphi_3) + \dots + I_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \psi_\kappa - \varphi_\kappa). \quad (30)$$

Действующее значение тока в цепи

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_n^2} \quad (31)$$

где

$$I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}; I_3 = \frac{I_{3m}}{\sqrt{2}}; \dots; I_\kappa = \frac{I_{\kappa m}}{\sqrt{2}}$$

### Активная мощность цепи

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k, \quad (32)$$

где

$$\cos \varphi_1 = \frac{r}{z_1}; \cos \varphi_3 = \frac{r}{z_3}; \dots; \cos \varphi_{\kappa} = \frac{r}{z_{\kappa}}.$$

Найдем ток  $i$  в цепи с последовательно соединенными  $r$  и  $C$ , если к цепи приложено несинусоидальное напряжение:

$$u = U_0 + U_{1m} \sin \omega t + U_{3m} \sin (3\omega t + \psi_3) + \dots + U_{\kappa m} \sin (\kappa \omega t + \psi_{\kappa}).$$

Как было сказано выше, постоянная составляющая тока  $I_0$  в цепи с емкостью не может возникнуть, так как для постоянного тока цепь с емкостью является разомкнутой. Поэтому  $I_0 = 0$ .

Амплитуды токов отдельных гармоник и углы сдвига фаз между соответствующими гармониками напряжения и тока вычисляем из следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} I_{1m} &= \frac{U_{1m}}{z_1} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}; & \operatorname{tg} \varphi_1 &= \frac{1}{r}; \\ I_{3m} &= \frac{U_{3m}}{z_3} = \frac{U_{3m}}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{3\omega C}\right)^2}}; & \operatorname{tg} \varphi_3 &= \frac{1}{r}; \\ & \dots\dots\dots & & \\ I_{km} &= \frac{U_{km}}{z_k} = \frac{U_{km}}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{k\omega C}\right)^2}}; & \operatorname{tg} \varphi_k &= \frac{1}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Следовательно, мгновенные значения токов отдельных гармоник будут равны:

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1); i_3 = I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3 + \varphi_3); \dots; \\ i_\kappa = I_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \psi_\kappa + \varphi_\kappa).$$

Мгновенное значение тока в цепи

$$i = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1) + I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3 + \varphi_3) + \dots + \\ + I_{\kappa m} \sin(\kappa\omega t + \psi_\kappa + \varphi_\kappa). \quad (34)$$

Действующее значение тока в цепи

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + \dots + I_\kappa^2}. \quad (35)$$

Активная мощность цепи

$$P = U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots + U_\kappa I_\kappa \cos \varphi_\kappa. \quad (36)$$

## 7. РЕЗОНАНС НАПРЯЖЕНИЙ

Если к цепи, состоящей из последовательно соединенных активного сопротивления  $r$ , индуктивности  $L$  и емкости  $C$ , приложено периодическое несинусоидальное напряжение, то в этой цепи может возникнуть резонанс напряжений для  $\kappa$ -й гармоники. Это возможно, когда индуктивное и емкостное сопротивления  $\kappa$ -й гармоники равны:

$$\kappa\omega L = \frac{1}{\kappa\omega C}. \quad (37)$$

Действующее значение тока этой гармоники достигает наибольшей величины:

$$I_\kappa = \frac{U_\kappa}{\sqrt{r^2 + \left(\kappa\omega L - \frac{1}{\kappa\omega C}\right)^2}} = \frac{U_\kappa}{r}. \quad (38)$$

В этом случае ток  $\kappa$ -й гармоники совпадает по фазе с ее гармоникой напряжения.

## 8. ВЫСШИЕ ГАРМОНИКИ В ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЯХ

Пусть в каждой фазе трехфазного генератора индуктируются симметричные несинусоидальные э. д. с.:

$$e_A = e_{A1} + e_{A3} + e_{A5} = E_{1m} \sin \omega t + E_{3m} \sin 3\omega t + E_{5m} \sin 5\omega t; \quad (39)$$

$$e_B = e_{B1} + e_{B3} + e_{B5} = E_{1m} \sin \omega \left( t - \frac{1}{3} T \right) + E_{3m} \sin 3\omega \times$$

$$\times \left( t - \frac{1}{3} T \right) + E_{5m} \sin 5\omega \left( t - \frac{1}{3} T \right) = E_{1m} \sin \left( \omega t - \frac{2}{3} \pi \right) + \\ + E_{3m} \sin 3\omega t + E_{5m} \sin \left( 5\omega t + \frac{2}{3} \pi \right); \quad (40)$$

$$e_C = e_{C1} + e_{C3} + e_{C5} = E_{1m} \sin \omega \left( t - \frac{2}{3} T \right) + \\ + E_{3m} \sin 3\omega \left( t - \frac{2}{3} T \right) + E_{5m} \sin 5\omega \left( t - \frac{2}{3} T \right) = \\ = E_{1m} \sin \left( \omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + E_{3m} \sin 3\omega t + E_{5m} \sin \left( 5\omega t - \frac{2}{3} \pi \right). \quad (41)$$

Эти формулы показывают, что э. д. с. фазы *B* сдвинута относительно э. д. с. фазы *A* на  $\frac{1}{3}T$  (периода основной синусоиды), а э. д. с. фазы *C* на  $\frac{2}{3}T$ . Кроме того, из этих формул видно, что третьи (и кратные им) гармоники в отдельных фазах совпадают по фазе.

Если фазы генератора (или трансформатора) соединены звездой, то при несинусоидальном фазном напряжении линейные напряжения, равные разностям соответствующих фазных напряжений, не содержат третьи и кратные им гармоники напряжений. Это объясняется тем, что третьи и кратные им гармоники напряжений отдельных фаз генератора совпадают по фазе, а поэтому разность их равна нулю. Следовательно, линейное и фазное напряжения будут равны:

$$U_\lambda = \sqrt{3} \sqrt{U_1^2 + U_5^2 + U_7^2 + \dots}; \quad (42)$$

$$U_\phi = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2 + \dots}. \quad (43)$$

Отношение линейного напряжения к фазному меньше  $\sqrt{3}$ , т. е.

$$\frac{U_\lambda}{U_\phi} = \frac{\sqrt{3} \sqrt{U_1^2 + U_5^2 + U_7^2 + \dots}}{\sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2 + \dots}} < \sqrt{3}. \quad (44)$$

В четырехпроводной трехфазной цепи при симметричных несинусоидальных фазных напряжениях, содержащих гармоники порядка, кратного трем, и при симметричной нагрузке ток в нейтральном (нулевом) проводе будет равен:

$$I_0 = 3 \sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2 + \dots}. \quad (45)$$

Если нейтральный провод отсутствует, то токи в каждой из фаз не имеют высших гармоник порядка кратного трем. В этом

случае между нейтральными точками генератора (трансформатора) и симметричной нагрузкой появляется напряжение \*:

$$U_0 = \sqrt{E_3^2 + E_9^2 + \dots} \quad (46)$$

Если фазы генератора соединены треугольником, то при несинусоидальных фазных э. д. с. суммарная э. д. с. в замкнутом контуре треугольника будет равна утроенной сумме третьих и кратных им гармоник фазных э. д. с.

$$e = 3e_3 + 3e_9 + 3e_{15} + \dots = 3(e_3 + e_9 + e_{15} + \dots),$$

так как сумма остальных гармоник равняется нулю.

Действующее значение суммарной э. д. с.

$$E = 3\sqrt{E_3^2 + E_9^2 + E_{15}^2 + \dots} \quad (47)$$

Следовательно, при соединении фаз (обмоток) генератора треугольником в них будет проходить ток:

$$i = i_3 + i_9 + i_{15} + \dots \quad (48)$$

Этот ток будет проходить независимо от того, приключена ли внешняя цепь к генератору или разомкнута. Действующие значения гармоник тока

$$I_3 = \frac{3E_3}{3z_3}, \quad I_9 = \frac{3E_9}{3z_9}, \quad I_{15} = \frac{3E_{15}}{3z_{15}},$$

где  $z_3$ ,  $z_9$  и  $z_{15}$  — полные сопротивления каждой фазы генератора для соответствующих гармоник.

Действующее значение тока определяется по формуле

$$I = \sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2 + \dots} \quad (49)$$

Так как э. д. с. третьих и кратных им гармоник уравновешиваются падениями напряжений в фазах генератора, то линейные напряжения не содержат этих гармоник, т. е.

$$U_{\Delta} = U_{\phi} = \sqrt{E_1^2 + E_5^2 + E_7^2 + \dots} \quad (50)$$

Если к генератору, фазы которого соединены треугольником, присоединить симметричную нагрузку, то в линейных токах будут отсутствовать третьи и кратные им гармоники.

Фазный ток \*\* генератора при симметричной нагрузке

\* Если даны не э. д. с., а напряжения, то

$$U_0 = \sqrt{U_{\phi 3}^2 + U_{\phi 9}^2 + \dots}$$

\*\* Вместо терминов «действующее значение фазного тока» и «действующее значение линейного тока» будем употреблять термины «фазный ток» и «линейный ток».

$$I_{\phi} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + I_7^2 + I_9^2 + \dots} \quad (51)$$

Линейный ток

$$I_{\lambda} = \sqrt{3} \sqrt{I_1^2 + I_5^2 + I_7^2 + I_{11}^2 + \dots} \quad (52)$$

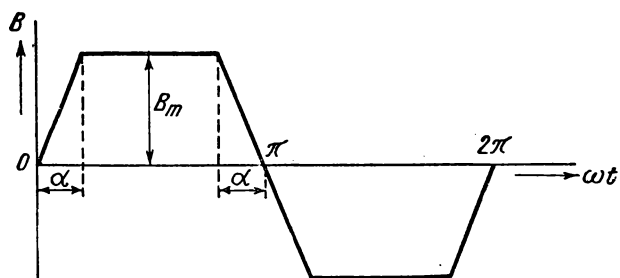


Рис. 235

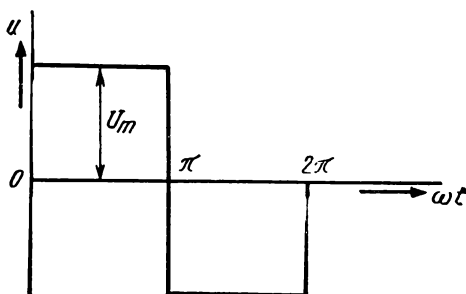


Рис. 236

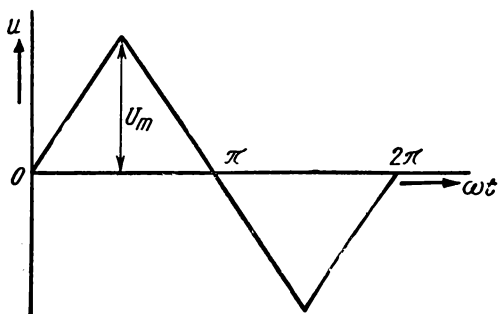


Рис. 237

Отношение линейного тока к фазному при симметричной нагрузке меньше  $\sqrt{3}$ , т. е.

$$\frac{I_{\text{л}}}{I_{\phi}} < \sqrt{3}.$$

### Задачи

374. На рис. 235 изображена кривая распределения магнитной индукции в воздушном зазоре синхронного генератора. Разложить данную кривую в ряд Фурье аналитическим методом.

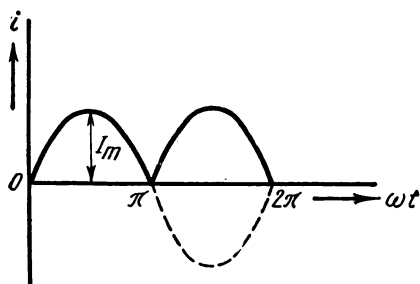


Рис. 238

375. Напряжение, приложенное к цепи, изменяется по кривой прямоугольной формы (рис. 236). Разложить данную кривую в ряд Фурье аналитическим методом.

376. Напряжение, приложенное к цепи, изменяется по кривой треугольной формы (рис. 237). Разложить

данную кривую в ряд Фурье аналитическим методом.

377. На рис. 238 показана кривая тока при двухполупериодном выпрямлении. Разложить указанную кривую в ряд Фурье аналитическим методом.

378. По цепи проходит ток

$$i = \left[ 98,7 \sin \omega t + 28,2 \sin \left( 3\omega t + \frac{\pi}{18} \right) + 14,1 \sin \left( 5\omega t + \frac{\pi}{10} \right) \right] a.$$

Каково действующее значение тока  $I$  в цепи?

379. Определить первую, третью и пятую гармоники кривой тока, симметричной относительно оси абсцисс, если известны следующие значения тока:

$\omega t$ , град	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180
$i$ (a)	0	13	24	30	33	32	25	19	15	12	9	5	0

Построить на одном и том же чертеже \* кривую тока и кривые его гармоник.

\* В одних и тех же осях координат.

380. К цепи, состоящей из последовательно включенных активного сопротивления  $r=15$  ом и индуктивности  $L=53,7$  мГн, приложено несинусоидальное напряжение, действующее значение которого  $U=220$  в. Найти действующее значение тока  $I$  в цепи, активную мощность  $P$  цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, если действующие значения напряжений гармоник  $U_3=0,5U_1$ ;  $U_5=0,25U_1$ ;  $U_7=0,08U_1$ . Частота первой гармоники  $f=50$  Гц. Гармониками порядка выше седьмого пренебрегаем.

381. К цепи, состоящей из последовательно соединенных активного сопротивления  $r=7,6$  ом и индуктивности  $L=20,7$  мГн, приложено напряжение  $u=(100+170 \sin \omega t)$  в с частотой основной гармоники  $f=50$  Гц. (рис. 239). Написать уравнение мгновенного значения тока  $i$  в цепи. Определить действующее значение тока  $I$  в цепи и активную мощность  $P$  цепи.

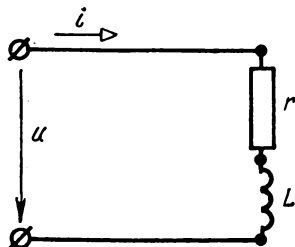


Рис. 239

Решение. Амплитуду основной (первой) гармоники тока и угол сдвига фаз между током и напряжением этой гармоники найдем из следующих соотношений:

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} = \frac{170}{\sqrt{7,6^2 + (2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,0207)^2}} = 17 \text{ а};$$

$$\cos \varphi_1 = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} = \frac{7,6}{\sqrt{7,6^2 + (2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,0207)^2}} = 0,76;$$

$$\varphi_1 = 40^\circ 30'.$$

Следовательно, мгновенное значение тока основной гармоники будет равно:

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t - \varphi_1) = 17 \sin(\omega t - 40^\circ 30') \text{ а}.$$

Так как для постоянной составляющей напряжения цепь представляет только сопротивление  $r$ , то

$$I_0 = \frac{U_0}{r} = \frac{100}{7,6} \approx 13,1 \text{ а}.$$

Таким образом, мгновенное значение тока в цепи будет определяться следующим выражением:

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t - \varphi_1) = [13,1 + 17 \sin(\omega t - 40^\circ 30')] \text{ а}.$$

Действующее значение тока в цепи

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2} = \sqrt{13,1^2 + \left(\frac{17}{\sqrt{2}}\right)^2} \approx 17,8 \text{ а},$$

где  $I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}}$  — действующее значение тока основной гармоники.

Активная мощность цепи

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 100 \cdot 13,1 + \frac{170}{\sqrt{2}} \cdot \frac{17}{\sqrt{2}} \cdot 0,76 \approx 2410 \text{ вт}.$$

382. Реостат с активным сопротивлением  $r=52,4 \text{ ом}$  и катушка с индуктивностью  $L=53,2 \text{ мГн}$  (активным сопротивлением катушки можно пренебречь) соединены последовательно и включены в сеть с напряжением  $u=(26,2+310 \sin \omega t) \text{ в}$  и частотой основной гармоники  $f=50 \text{ Гц}$ . Написать уравнение мгновенного значения тока  $i$

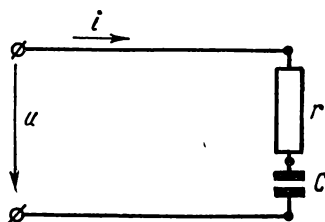


Рис. 240

в цепи. Определить действующее значение тока  $I$  в цепи и активную мощность  $P$  цепи.

383. Приемник, активное сопротивление которого  $r=25 \text{ ом}$  и емкость  $C=65 \text{ мкФ}$ , включен на напряжение  $u=[110+170 \sin \omega t+80 \sin (3\omega t+\frac{\pi}{2})] \text{ в}$

с частотой основной гармоники  $f=50 \text{ Гц}$ . Вычислить действующее

значение тока  $I$  в приемнике, активную мощность  $P$ , потребляемую приемником, и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  приемника. Написать уравнение мгновенного значения тока  $i$  в приемнике.

384. Реостат с активным сопротивлением  $r=5 \text{ ом}$  и конденсатор емкостью  $C=8,5 \text{ мкФ}$ , соединенные последовательно (рис. 240), включены на напряжение  $u=[310 \sin \omega t+60 \sin (3\omega t+\frac{\pi}{2})] \text{ в}$  с частотой основной гармоники  $f=50 \text{ Гц}$ . Определить действующее значение тока  $I$  в цепи, активную мощность  $P$  цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи. Написать мгновенные значения тока  $i$ , напряжения  $u_r$  на зажимах реостата и напряжения  $u_C$  на зажимах конденсатора.

385. К цепи, состоящей из последовательно включенных активного сопротивления  $r=12 \text{ ом}$ , индуктивного  $\omega L=32 \text{ ом}$  и емкостного  $\frac{1}{\omega C}=20 \text{ ом}$ , приложено напряжение  $u=[310 \sin \omega t+140 \sin 3\omega t+30 \sin (5\omega t+30^\circ)] \text{ в}$  с частотой основной гармоники  $f=50 \text{ Гц}$ . Написать уравнение мгновенного значения тока  $i$  в цепи. Найти действующее значение напряжения  $U$  на зажимах цепи,



действующее значение тока  $I$  в цепи, активную мощность  $P$  цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи.

**Р е ш е н и е.** Амплитуды токов отдельных гармоник и углы сдвига фаз гармоник:

$$I_{1m} = \frac{U_{1m}}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{310}{\sqrt{12^2 + (32 - 20)^2}} = 18,3 \text{ а};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r} = \frac{32 - 20}{12} = 1; \quad \varphi_1 = 45^\circ;$$

$$I_{3m} = \frac{U_{3m}}{\sqrt{r^2 + \left(3\omega L - \frac{1}{3\omega C}\right)^2}} = \frac{140}{\sqrt{12^2 + \left(3 \cdot 32 - \frac{20}{3}\right)^2}} = 1,55 \text{ а};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{3\omega L - \frac{1}{3\omega C}}{r} = \frac{3 \cdot 32 - \frac{20}{3}}{12} = 7,44; \quad \varphi_3 \approx 82^\circ 20';$$

$$I_{5m} = \frac{U_{5m}}{\sqrt{r^2 + \left(5\omega L - \frac{1}{5\omega C}\right)^2}} = \frac{30}{\sqrt{12^2 + \left(5 \cdot 32 - \frac{20}{5}\right)^2}} = 0,19 \text{ а};$$

$$\operatorname{tg} \varphi_5 = \frac{5\omega L - \frac{1}{5\omega C}}{r} = \frac{5 \cdot 32 - \frac{20}{5}}{12} = 13; \quad \varphi_5 = 85^\circ 36'.$$

Мгновенное значение тока в цепи

$$i = [18,3 \sin(\omega t - 45^\circ) + 1,55 \sin(3\omega t - 82^\circ 20') + 0,19 \sin(5\omega t - 85^\circ 36')] \text{ а}.$$

Действующие значения напряжения отдельных гармоник:

$$U_1 = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{310}{\sqrt{2}} \approx 220 \text{ в}; \quad U_3 = \frac{U_{3m}}{\sqrt{2}} = \frac{140}{\sqrt{2}} = 99,3 \text{ в};$$

$$U_5 = \frac{U_{5m}}{\sqrt{2}} = \frac{30}{\sqrt{2}} \approx 21,3 \text{ в}.$$

Действующее значение напряжения на зажимах цепи

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2} = \sqrt{220^2 + 99,3^2 + 21,3^2} \approx 242 \text{ в}.$$

Действующее значение напряжения можно определить, не вычисляя действующих значений напряжения отдельных гармоник, т. е.

$$U = \sqrt{\left(\frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{3m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{5m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{310^2}{2} + \frac{140^2}{2} + \frac{30^2}{2}} = 242 \text{ в.}$$

Действующие значения токов отдельных гармоник:

$$I_1 = \frac{I_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{18,3}{\sqrt{2}} = 13 \text{ а; } I_3 = \frac{I_{3m}}{\sqrt{2}} = \frac{1,55}{\sqrt{2}} = 1,1 \text{ а;}$$

$$I_5 = \frac{I_{5m}}{\sqrt{2}} = \frac{0,19}{\sqrt{2}} = 0,135 \text{ а.}$$

Действующее значение тока в цепи

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2} = \sqrt{13^2 + 1,1^2 + 0,135^2} \approx 13 \text{ а.}$$

Активная мощность всей цепи равна сумме активных мощностей отдельных гармоник:

$$P = P_1 + P_3 + P_5 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_3 I_3 \cos \varphi_3 + U_5 I_5 \cos \varphi_5 = \\ = 220 \cdot 13 \cdot 0,707 + 99,3 \cdot 1,1 \cdot 0,133 + 21,3 \cdot 0,135 \cdot 0,077 = 2035 \text{ вт,}$$

$$\text{где } \cos \varphi_1 = \cos 45^\circ = 0,707; \quad \cos \varphi_2 = \cos 82^\circ 20' = 0,133; \\ \cos \varphi_3 = \cos 85^\circ 36' = 0,077.$$

$$\text{Коэффициент мощности всей цепи } \cos \varphi = \frac{P}{UI} = \frac{2035}{242 \cdot 13} = 0,646.$$

386. К цепи, состоящей из последовательно включенных активного сопротивления  $r=8 \text{ ом}$ , индуктивного  $\omega L=9 \text{ ом}$  и емкостного  $\frac{1}{\omega C}=15 \text{ ом}$ , приложено напряжение  $u=[179 \sin \omega t + 60 \sin 3\omega t + 20 \sin (5\omega t + 20^\circ)] \text{ в}$  с частотой первой гармоники  $f=50 \text{ гц}$ . Написать уравнение мгновенного значения тока  $i$  в цепи. Определить действующее значение напряжения  $U$  на зажимах цепи, действующее значение тока  $I$  в цепи, активную мощность  $P$  цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи.

387. Определить показания амперметров, включенных в две параллельные ветви, если токи в параллельных ветвях равны:

$$i_1 = (60 \sin \omega t + 28 \sin 3\omega t + 10 \sin 5\omega t + 6 \sin 7\omega t) \text{ а; } \\ i_2 = [50 \sin \omega t + 25 \sin (3\omega t + 30^\circ) + 16 \sin (5\omega t + 45^\circ) + \\ + 8 \sin (7\omega t + 60^\circ)] \text{ а.}$$

388. Реостат с сопротивлением  $r=40$  ом, катушка с индуктивностью  $L=79,6$  мГн (активным сопротивлением катушки можно пренебречь) и конденсатор емкостью  $C=7,5$  мкФ соединены параллельно (рис. 241) и включены на напряжение

$$u = \left[ 250 \sin \omega t + 60 \sin \left( 3\omega t + \frac{\pi}{6} \right) + 30 \sin \left( 5\omega t + \frac{\pi}{12} \right) \right] \text{ в}$$

с частотой основной гармоники  $f=50$  Гц. Определить мгновенные

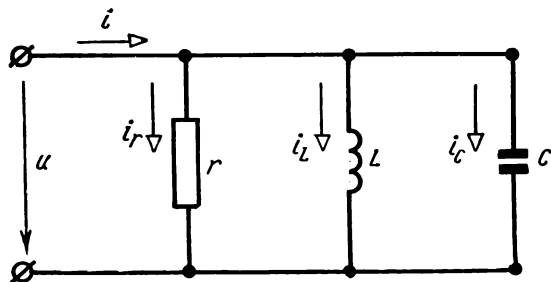


Рис. 241

значения токов  $i_r$ ,  $i_L$  и  $i_C$ , действующие значения токов  $I_r$ ,  $I_L$  и  $I_C$ , действующее значение тока  $I$  в неразветвленной части цепи.

389. Для цепи, изображенной на рис. 241, найти мгновенные значения токов  $i_r$ ,  $i_L$  и  $i_C$ , действующие значения токов  $I_r$ ,  $I_L$  и

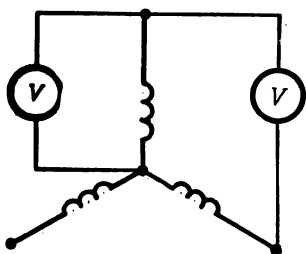


Рис. 242

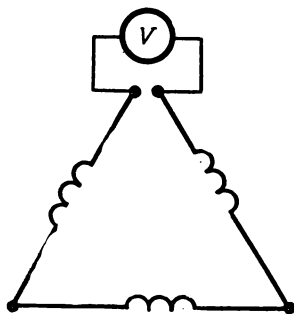


Рис. 243

$I_C$ , действующее значение тока  $I$  в неразветвленной части цепи, активную мощность  $P$  всей цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  всей цепи, если напряжение приложено к цепи

$$u = (60 + 180 \sin \omega t + 60 \sin 3\omega t + 20 \sin 5\omega t) \text{ в}, \quad r = 34,3 \text{ ом},$$

$L=207$  мГн,  $C=29,5$  мкФ и частота основной гармоники  $f=50$  Гц.

390. Определить показания вольтметров, присоединенных к зажимам вторичных обмоток трансформатора, соединенных звездой (рис. 242), если в обмотках трансформатора индуцируются симметричные фазные э.д.с., определяемые уравнением:  $e = (170 \sin \omega t + 60 \sin 3\omega t + 15 \sin 5\omega t) \text{ в}$ . Найти отношения линейного напряжения к фазному.

391. Во вторичных обмотках трансформатора (рис. 243) индуцируются симметричные фазные э. д. с., определяемые уравнением:  $e = (300 \sin \omega t + 60 \sin 3 \omega t + 30 \sin 5\omega t + 18 \sin 7\omega t + 10 \sin 9\omega t) \text{ в}$ . Найти показание вольтметра,

---

---

## Глава девятая

### ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

#### 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Переходным процессом электрической цепи называется электромагнитный процесс, возникающий в электрической цепи при переходе от одного установившегося режима к другому, вследствие изменения э. д. с. в цепи или напряжения, приложенного к цепи, или вследствие изменения сопротивлений, индуктивностей и емкостей цепи.

Переход от одного установившегося режима в цепи к другому установившемуся режиму совершается не мгновенно, а длится некоторый промежуток времени, так как этот процесс обусловлен изменениями энергии магнитных и электрических полей, связанных с электрической цепью, которые совершаются с конечной скоростью.

Изучение переходных процессов сводится к исследованию и решению уравнений, составленных на основании законов Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений. Во время переходного режима \* в цепи с постоянными параметрами на установившийся (принужденный) ток накладывается свободный (переходящий) ток, который и обуславливает переход из одного стационарного состояния в другое, т. е.

$$i = i_{уст} + i_{св} \quad (1)$$

где  $i$  — ток в цепи, а;

$i_{уст}$  — установившийся ток, а;

$i_{св}$  — свободный ток, а.

Вид функции  $i_{уст}=f(t)$  зависит как от характера действующих в цепи э. д. с., так и от характера самой цепи. Вид функции  $i_{св}=f(t)$  зависит только от характера самой цепи. В выра-

---

\* Вместо термина «переходный процесс» употребляется термин «переходный режим».

жение  $i_{ce}=f(t)$  входят постоянные интегрирования, число которых равно порядку  $n$  дифференциального уравнения и которые определяются из начальных условий. Число начальных условий должно быть равно числу постоянных интегрирования. В качестве начальных условий должны быть известны токи в реактивных катушках и напряжения между обкладками конденсатора в момент перехода цепи из одного состояния в другое (включение, выключение, переключение).

## 2. ВКЛЮЧЕНИЕ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЕ $r$ И ИНДУКТИВНОСТЬ $L$ , НА ПОСТОЯННОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

Применяя второй закон Кирхгофа к цепи  $r, L$  (рис. 244, а), получим:

$$U = ri + L \frac{di}{dt}, \quad (2)$$

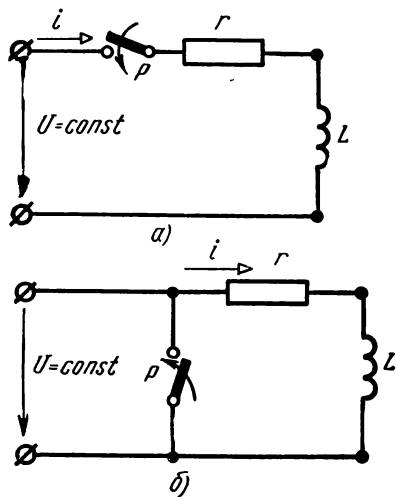


Рис. 244

где

$U$  — напряжение, приложенное к цепи, в;

$r$  — сопротивление, ом;

$L$  — индуктивность, гн,

или

$$L \frac{di}{dt} = U - ri.$$

Умножим обе части последнего уравнения на  $\frac{dt}{L(U - ri)}$ ,

тогда

$$\frac{di}{U - ri} = \frac{dt}{L}$$

или

$$\frac{d(U - ri)}{U - ri} = -\frac{r}{L} dt.$$

Интегрируя это уравнение, находим:

$$\ln(U - ri) = -\frac{r}{L} t + \ln A$$

или

$$U - ri = Ae^{-\frac{r}{L}t}.$$

В момент включения цепи ( $t = 0$ ) ток  $i = 0$ , поэтому  $U = A$ , тогда

$$U - ri = Ue^{-\frac{r}{L}t},$$

откуда

$$i = \frac{U}{r} - \frac{U}{r} e^{-\frac{r}{L}t} = \frac{U}{r} (1 - e^{-\frac{r}{L}t}) = I (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}). \quad (3)$$

Из этого уравнения видно, что при переходном процессе ток  $i$  в цепи можно рассматривать как алгебраическую сумму двух токов: установившегося тока  $i_{ycm} = \frac{U}{r} = I$  и свободного тока

$$i_{cs} = -\frac{U}{r} e^{-\frac{r}{L}t} = -I e^{-\frac{t}{\tau}},$$

где  $\tau = \frac{L}{r}$  — постоянная времени цепи, сек.

Следовательно, как было сказано выше [см. формулу (1) стр. 279], ток в цепи при переходном процессе равен:  $i = i_{ycm} + i_{cs}$ .

### 3. КОРОТКОЕ ЗАМЫКАНИЕ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЕ $r$ И ИНДУКТИВНОСТЬ $L$

Так как при коротком замыкании цепи  $r, L$  (рис. 244, б) напряжение  $U$  на зажимах цепи равно нулю, то установившийся ток также равен нулю, т. е.  $i_{ycm} = \frac{U}{r} = 0$ ,

поэтому

$$i = i_{ycm} + i_{cs} = i_{cs} = Ae^{-\frac{r}{L}t}.$$

В момент короткого замыкания ( $t=0$ ) ток  $i = I$ , поэтому

$$i_{t=0} = I = A e^{-\frac{r}{L} \cdot 0} = A,$$

следовательно

$$i = i_{cs} = I e^{-\frac{r}{L} t} = I e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (4)$$

#### 4. ВКЛЮЧЕНИЕ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕЙ АКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ $r$ И ИНДУКТИВНОСТЬ $L$ , НА СИНУСОИДАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

При включении цепи  $r, L$  на синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$  ток переходного процесса будет равен:

$$i = i_{ycm} + i_{cs} = i_{ycm} + A e^{-\frac{r}{L} t}, \quad (5)$$

при этом установившийся ток

$$i_{ycm} = \frac{U_m}{z} \sin(\omega t + \psi - \varphi) = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi), \quad (6)$$

а

$$I_m = \frac{U_m}{z} = \frac{U_m}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{r},$$

где  $U_m$  — амплитуда напряжения,  $\psi$ ;

$\psi$  — начальная фаза;

$\varphi$  — угол сдвига фаз между напряжением и током;

$I_m$  — амплитуда тока,  $a$ ;

$z$  — полное сопротивление цепи,  $\text{ом}$ .

Так как в момент включения ( $t=0$ ) ток  $i=0$ , то постоянную интегрирования определим из соотношения:

$$0 = I_m \sin(\omega \cdot 0 + \psi - \varphi) + A e^{-\frac{r}{L} \cdot 0},$$

откуда

$$A = -I_m \sin(\psi - \varphi).$$

Ток в цепи будет равен:

$$i = i_{ycm} + i_{cs} = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) - I_m \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{r}{L} t}. \quad (7)$$

Это уравнение показывает, что во время переходного процесса на синусоидальный установившийся ток  $i_{ycm}$  налагается свободный ток:

$$i_{cs} = -I_m \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{r}{L} t}, \quad (8)$$

который уменьшается по показательному закону. Следует отметить, что если цепь включается в момент прохождения устано-



вившегося тока  $i_{уст}$  через нуль ( $\psi = \varphi$  или  $\psi = \pi + \varphi$ ), то  $i_{ce} = 0$  и в цепи сразу наступает установившийся режим. Если же цепь включается в момент прохождения установившегося тока через наибольшее значение ( $\psi - \varphi = \frac{\pi}{2}$ ), то начальное значение свободного тока будет наибольшим.

# 5. ВКЛЮЧЕНИЕ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЕ $r$ И ЕМКОСТЬ $C$ , НА ПОСТОЯННОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

Применяя второй закон Кирхгофа к цепи  $r, C$  (рис. 245, а), получим:

$$U = ri + u_C, \quad (9)$$

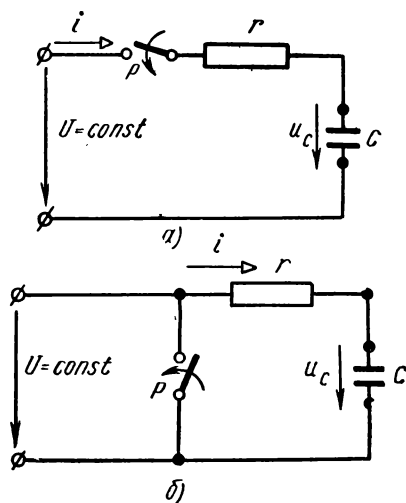


Рис. 245

откуда

$$i = \frac{U - u_C}{r} \quad (10)$$

или

$$i = \frac{C du_C}{dt} = \frac{U - u_C}{r}, \quad (11)$$

где  $u_C$  — напряжение на обкладках конденсатора при зарядке, в.  
Введя под знак дифференциала постоянную величину  $U$ , найдем:

$$-C \frac{d(U - u_C)}{dt} = \frac{U - u_C}{r}$$

или

$$\frac{d(U - u_C)}{U - u_C} = -\frac{1}{rC} dt.$$

Интегрируя это уравнение, получим:

$$\ln(U - u_C) = -\frac{1}{rC} t + \ln A,$$

отсюда

$$U - u_C = A e^{-\frac{t}{rC}}$$

или

$$u_C = U - A e^{-\frac{t}{rC}}.$$

В момент включения ( $t = 0$ )  $u_C = 0$ , предполагая, что конденсатор не был заряжен до включения, поэтому

$$A = U.$$

Таким образом, напряжение на обкладках конденсатора при зарядке (рис. 245, а) определяется по формуле

$$u_C = U - U e^{-\frac{t}{rC}} = U \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad (12)$$

где  $\tau = rC$  — постоянная времени цепи, сек.

Из этого уравнения видно, что напряжение на обкладках конденсатора при переходном процессе (рис. 245, а) состоит из двух слагающих: установившегося напряжения

$$u_{C\text{ уст}} = U$$

и свободного напряжения

$$u_{C\text{ св}} = -U e^{-\frac{t}{rC}}.$$

Следовательно,

$$u_C = u_{C\text{ уст}} + u_{C\text{ св}}, \quad (13)$$

а зарядный ток [формула (11)]

$$i = \frac{U - u_C}{r} = \frac{U}{r} e^{-\frac{t}{rC}} = \frac{U}{r} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (14)$$

## 6. КОРОТКОЕ ЗАМЫКАНИЕ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕЙ СОПРОТИВЛЕНИЕ $r$ И ЕМКОСТЬ $C$

Если цепь  $r, C$  замыкается накоротко (рис. 245, б), то напряжение на зажимах цепи равно нулю.

Так как в этом случае установившееся напряжение на обкладках конденсатора и ток равны нулю, т. е.

$$u_C \text{ ycm} = 0 \text{ и } i \text{ ycm} = 0,$$

то

$$u_C = u_C \text{ ycm} + u_C \text{ cс} = u_C \text{ cс} = A e^{-\frac{t}{rC}}. \quad (15)$$

Предположим, что в момент замыкания цепи накоротко ( $t = 0$ ) напряжение на обкладках конденсатора равно  $U_C$ . Тогда

$$u_C \text{ t} = 0 = U_C = A e^{-\frac{0}{rC}} = A,$$

и уравнение (15) примет вид:

$$u_C = u_C \text{ cс} = U_C e^{-\frac{t}{rC}}; \quad (16)$$

ток в этом случае будет равен:

$$i = i_{\text{сс}} = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{U_C}{r} e^{-\frac{t}{rC}}. \quad (17)$$

## 7. ВКЛЮЧЕНИЕ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕЙ АКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ $r$ И ЕМКОСТЬ $C$ , НА СИНУСОИДАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

Рассмотрим включение цепи  $r, C$  на синусоидальное напряжение  $u = U_m \sin(\omega t + \psi)$ , при этом предположим, что конденсатор не был заряжен.

Напряжение на обкладках конденсатора во время переходного процесса

$$u_C = u_C \text{ ycm} + u_C \text{ cс} = u_C \text{ ycm} + A e^{-\frac{t}{rC}}. \quad (18)$$

Так как установившиеся ток и напряжение на обкладках конденсатора

$$i_{\text{ycm}} = \frac{U_m}{z} \sin(\omega t + \psi + \varphi) = I_m \sin(\omega t + \psi + \varphi) \quad (19)$$

и

$$u_C \text{ ycm} = \frac{I_m}{\omega C} \sin\left(\omega t + \psi + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t + \psi + \varphi), \quad (20)$$

$$\text{где } z = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \text{ и } \operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{1}{\omega C}}{r} = \frac{1}{r\omega C},$$

то уравнение (18) примет следующий вид:

$$u_C = -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t + \psi + \varphi) + A e^{-\frac{t}{rC}}.$$

В момент включения ( $t = 0$ ),  $u_C = 0$ , следовательно

$$u_{C\ t=0} = -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega \cdot 0 + \psi + \varphi) + A e^{-\frac{0}{\tau C}} = 0,$$

откуда

$$A = \frac{I_m}{\omega C} \cos(\psi + \varphi).$$

Поэтому свободное напряжение на обкладках конденсатора будет равно:

$$u_{C\ c\phi} = A e^{-\frac{t}{\tau C}} = \frac{I_m}{\omega C} \cos(\psi + \varphi) e^{-\frac{t}{\tau C}} = \frac{I_m}{\omega C} \cos(\psi + \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (21)$$

а напряжение на обкладках конденсатора

$$u_C = u_{C\ ycm} + u_{C\ c\phi} = -\frac{I_m}{\omega C} \cos(\omega t + \psi + \varphi) + \frac{I_m}{\omega C} \cos(\psi + \varphi) e^{-\frac{t}{\tau C}}. \quad (22)$$

Ток при переходном процессе

$$i = C \frac{du_C}{dt} = i_{ycm} + i_{c\phi} = I_m \sin(\omega t + \psi + \varphi) - \frac{I_m}{\omega C \tau} \cos(\psi + \varphi) e^{-\frac{t}{\tau C}}. \quad (23)$$

Из уравнений (22) и (23) видно, что во время переходного процесса на установившиеся синусоидальные ток  $i_{ycm}$  и напряжение  $u_{C\ ycm}$  налагаются свободные ток  $i_{c\phi}$  и напряжение  $u_{C\ c\phi}$ , абсолютная величина которых уменьшается по показательному закону. Если цепь включается в момент, когда установившееся напряжение на обкладках конденсатора равно нулю ( $\psi + \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ ),

то

$$u_{C\ c\phi} = 0 \text{ и } i_{C\ c\phi} = 0.$$

И наоборот, если цепь включается в момент, когда установившееся напряжение на обкладках конденсатора по абсолютной величине наибольшее ( $\psi + \varphi = 0$ ), то начальные значения свободных тока и напряжения на обкладках конденсатора по абсолютной величине также наибольшие, т. е.

$$\frac{I_m}{\omega C \tau} \text{ и } \frac{I_m}{\omega C} = U_{cm}.$$

### Задачи

392. Какова постоянная времени  $\tau$  неразветвленной цепи, сопротивление которой  $r = 10 \text{ ом}$  и индуктивность  $L = 0,2 \text{ гн}$ ?

393. Определить сопротивление  $r$  катушки, если индуктивность ее  $L = 0,44 \text{ гн}$ , а постоянная времени цепи  $\tau = 0,02 \text{ сек}$ .

394. Катушка с сопротивлением  $r$  и индуктивностью  $L$  подключается на постоянное напряжение  $U$ . В какой момент  $t$  ток  $i$  равен нулю и в какой момент он равен  $\frac{U}{r}$ ? Чему равен ток в момент  $t=\tau$ ?

395. Чему будет равен ток через 0,005; 0,0075; 0,01; 0,0125; 0,015; 0,02; 0,025; 0,03 сек. после присоединения цепи с сопротивлением  $r = 30$  ом и индуктивностью  $L = 147$  мГн к источнику постоянного тока с напряжением  $U = 220$  в? Построить кривые свободного, установившегося и переходного токов.

396. По условию задачи 395 определить, через какой промежуток времени ток в цепи достигнет 50% от значения тока установившегося режима.

397. Цепь с сопротивлением  $r$  и индуктивностью  $L$  включается на постоянное напряжение  $U$ . Определить свободный ток  $i_{cs}$  и переходный ток  $i$  в моменты  $t=0$  и  $t=\infty$ .

398. Две цепи с постоянными времени  $\tau_1=0,05$  сек. и  $\tau_2=0,4$  сек. присоединяются к источникам с равными постоянными напряжениями  $U$ . Через какой промежуток времени каждый из токов достигает 63,2% своего установившегося значения тока? В какой цепи переходные процессы протекают быстрее?

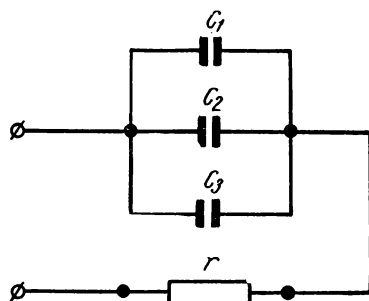


Рис. 246

399. Определить постоянную времени  $\tau$  для цепи, состоящей из последовательно соединенных конденсатора емкостью  $C = 10$  мкФ и сопротивления  $r = 40$  ом.

400. Найти постоянную времени  $\tau$  для цепи, изображенной на рис. 246, если  $C_1=10$  мкФ,  $C_2=25$  мкФ,  $C_3=5$  мкФ и  $r=200$  ом.

401. Какое сопротивление  $r$  необходимо включить последовательно с конденсатором емкостью  $C = 5$  мкФ, чтобы эта цепь имела постоянную времени  $\tau=0,002$  сек.?

402. Цепь, состоящая из последовательно соединенных конденсатора емкостью  $C$  и сопротивления  $r$ , подключается на постоянное напряжение  $U$  (рис. 245, а). Определить зарядный ток и напряжение на обкладках конденсатора в моменты  $t=0$  (включение) и  $t=\infty$  (конец заряда конденсатора).

403. Конденсатор емкостью  $C$ , заряженный (предварительно) до напряжения  $U$ , разряжается на сопротивление  $r$ . Вычислить разрядный ток и напряжение на обкладках конденсатора и моменты  $t=0$  и  $t=\infty$ .

404. Конденсатор емкостью  $C = 5$  мкФ, соединенный последовательно с сопротивлением  $r=600$  ом, подключается к постоян-

ному напряжению  $U = 110$  в. Построить кривые (зарядного) тока  $i$  и напряжения  $u_C$  на обкладках конденсатора. Через какой промежуток времени ток понизится до 10% начальной величины?

405. Цепь, изображенная на рис. 247, приключается на постоянное напряжение  $U$ . Определить токи в параллельных ветвях и ток в неразветвленной части цепи в начале переходного процесса ( $t=0$ ) и в конце его ( $t=\infty$ ), если параметры цепи равны:  $r_1$ ,  $r_2$  и  $C$ .

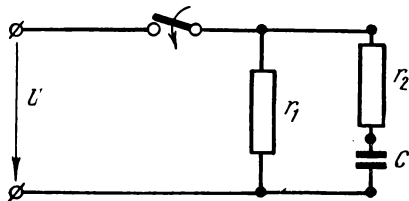


Рис. 247

406. Построить кривую нарастания тока при включении цепи, изображенной на рис. 248, на постоянное напряжение  $U = 220$  в. Параметры цепи:  $r = 200$  ом и  $L = 60$  мГн.

407. По условию задачи 406 определить постоянную времени цепи  $\tau$  и построить кривую свободного тока  $i_{св}$ , если цепь, показанная на рис. 248, мгновенно отключается от аккумуляторной батареи и замыкается накоротко.

408. Вычислить ток в катушке, сопротивление которой  $r = 10$  ом и индуктивность  $L = 62,4$  мГн, по истечении 0,2 сек. после ее включения в сеть постоянного тока с напряжением  $U = 220$  в.

409. Катушка с активным сопротивлением  $r = 4$  ом и индуктивностью  $L = 0,114$  Гн включается в сеть с напряжением  $u = 180 \sin(314t + \psi)$  в.

Определить свободный ток в момент включения: 1) для  $\psi = 0$ ; 2)  $\psi = 30^\circ$ ; 3)  $\psi = 60^\circ$ ; 4)  $\psi = 83^\circ 40'$ .

Решение. Полное сопротивление катушки

$$z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2} = \sqrt{4^2 + (314 \cdot 0,114)^2} = 36 \text{ ом.}$$

Коэффициент мощности катушки

$$\cos \varphi = \frac{r}{z} = \frac{4}{36} = 0,111,$$

откуда угол сдвига фаз между током и напряжением цепи  $\varphi \approx 83^\circ 40'$ .

Амплитуда установившегося тока

$$I_m = \frac{U_m}{z} = \frac{180}{36} = 5 \text{ а.}$$

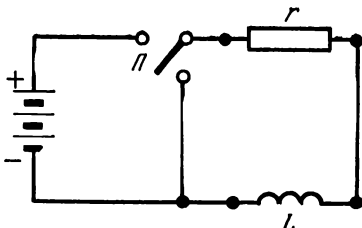


Рис. 248

Свободный ток определяется по формуле

$$i_{св} = -\frac{U_m}{z} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{r}{L}t} = -I_m \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{r}{L}t}.$$

Следовательно, свободный ток в момент включения будет равен \*:

- 1) для  $\psi = 0$   $i_{св. t=0} = -I_m \sin(\psi - \varphi) = -5 \sin(0 - 83^\circ 40') = 4,97 \text{ а};$
- 2) для  $\psi = 30^\circ$   $i_{св. t=0} = -I_m \sin(\psi - \varphi) = -5 \sin(30^\circ - 83^\circ 40') = 4,03 \text{ а};$
- 3) для  $\psi = 60^\circ$   $i_{св. t=0} = -I_m \sin(\psi - \varphi) = -5 \sin(60^\circ - 83^\circ 40') = 2 \text{ а};$
- 4) для  $\psi = 83^\circ 40'$   $i_{св. t=0} = -I_m \sin(\psi - \varphi) = -5 \sin(83^\circ 40' - 83^\circ 40') = 0.$

410. Катушка с активным сопротивлением  $r=1,9 \text{ ом}$  и индуктивностью  $L=57 \text{ мГн}$  включается в сеть с напряжением  $u=180 \sin(314t+\psi) \text{ в}$ . Вычислить свободный ток в момент включения: 1) для  $\psi=0$ ; 2)  $\psi=30^\circ$ ; 3)  $\psi=60^\circ$ ; 4)  $\psi=84^\circ$ .

411. Цепь, имеющая сопротивление  $r$  и индуктивность  $L$ , отключается от источника э. д. с. путем замыкания накоротко. Доказать, пользуясь выражением для тока переходного процесса, что энергия, выделенная в виде тепла после замыкания, равна первоначальному запасу энергии магнитного поля, если в момент замыкания цепи накоротко в ней проходит ток  $I$ .

412. Определить постоянную времени  $\tau$  для цепи, изображенной на рис. 249, если  $r_1=4,5 \text{ ом}$ ,  $L_1=2 \text{ Гн}$ ,  $r_2=0,5 \text{ ом}$ ,  $L_2=2,5 \text{ Гн}$ ,  $r_3=3 \text{ ом}$  и  $L_3=0,5 \text{ Гн}$ .

413. Катушка, активное сопротивление которой  $r=2,8 \text{ ом}$  и индуктивность  $L=30,6 \text{ мГн}$  (рис. 250), включается в сеть с напряжением  $u=179,1 \sin 314 t \text{ в}$ . Построить кривые переходного процесса, если включение произведено: 1) в момент прохождения напряжения через наибольшее положительное значение; 2) в момент прохождения напряжения через нуль.

414. До какого напряжения  $U$  был заряжен конденсатор емкостью  $C=5 \text{ мкФ}$ , если при полном разряде конденсатора выделяется в виде тепла количество энергии, равное  $90 \text{ Дж}$ ?

\* Для разных начальных фаз.

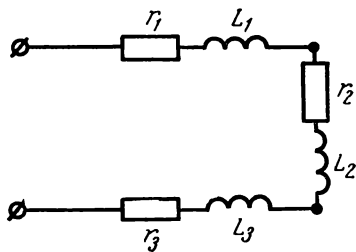


Рис. 249

415. Определить начальное значение свободного тока при включении цепи, изображенной на рис. 251, если  $u = U_m \sin(\omega t + \psi) = 6000\sqrt{2} \sin(314t + 30^\circ)$  в;  $r = 30$  ом;  $C = 10$  мкф.

416. Определить начальное значение тока при замыкании коротко цепи, изображенной на рис. 251, находившейся до замыкания под синусоидальным напряжением, действующее значение

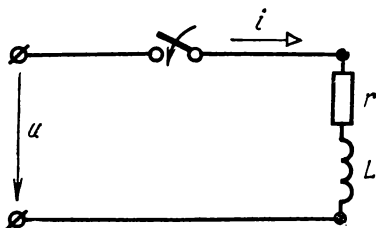


Рис. 250

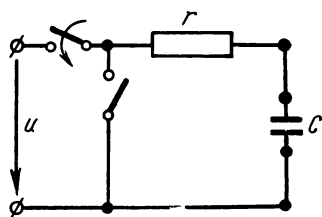


Рис. 251

которого  $U = 220$  в. Параметры цепи равны:  $r = 100$  ом и  $C = 40$  мкф. Найти постоянную времени цепи  $\tau$ .

417. Построить кривые для напряжения и тока при разряде конденсатора емкостью  $C = 5$  мкф, заряженного до напряжения 220 в, на сопротивление  $r = 600$  ом.

418. В сеть переменного тока с напряжением  $U = 380$  в включены последовательно активное сопротивление  $r = 50$  ом и емкость  $C = 60$  мкф. Каково должно быть напряжение  $u$  в момент включения, чтобы свободного тока не было, и каково будет при этом начальное значение установившегося (стационарного) тока?



---

## Глава десятая

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

#### 1. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

Всякое измерение, какие бы точные приборы не использовались, всегда сопровождается погрешностями, которые в большей или меньшей степени искажают результат измерения, вследствие этого получается лишь приближенное значение измеряемой величины. Поэтому, кроме приближенного значения измеряемой величины, надо знать ошибку измерения, т. е. степень точности найденной величины. Для этого в электроизмерительной технике приходится вычислять абсолютные и относительные погрешности.

**Абсолютной погрешностью** называется разность между измеренным и действительным значениями измеряемой величины:

$$\Delta A = A_{из} - A, \quad (1)$$

где  $\Delta A$  — абсолютная погрешность измерения;

$A_{из}$  — измеренное значение;

$A$  — действительное значение.

**Относительной погрешностью** называется отношение абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой величины:

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{\Delta A}{A} = \frac{A_{из} - A}{A} \\ \text{или} \quad \gamma &= \frac{\Delta A}{A} 100\% = \frac{A_{из} - A}{A} 100\%, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $\gamma$  — относительная погрешность измерения.

Погрешности показаний измерительных приборов выражаются в процентах от номинального значения (верхнего предела измерения прибора) измеряемой величины, характеризующего при-

бор; в этом случае они называются **приведенными погрешностями**\*, т. е.

$$\gamma_n = \frac{A_{из} - A}{A_n} 100\%, \quad (3)$$

где  $\gamma_n$  — приведенная погрешность;

$A_n$  — номинальное значение.

Чтобы исключить погрешности при измерении, вводят поправки, т. е. величины, которые должны быть алгебраически прибавлены к показанию измерительного прибора, чтобы получить действительное значение измеряемой величины, т. е.

$$A_{из} + a = A, \quad (4)$$

где  $a$  — поправка.

П о п р а в к а равна абсолютной погрешности, взятой с обратным знаком:

$$a = -\Delta A = A - A_{из}. \quad (5)$$

Иногда вместо поправки вводят **поправочный коэффициент**, на который надо умножить показание прибора, чтобы получить действительное значение измеряемой величины, т. е.

$$\left. \begin{aligned} k A_{из} &= A \\ k &= \frac{A}{A_{из}}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

или

где  $k$  — поправочный коэффициент.

Наибольшая приведенная погрешность (ГОСТ 1845—59), получившаяся при нормальных условиях работы прибора, называется **основной (допустимой) погрешностью**\*\*

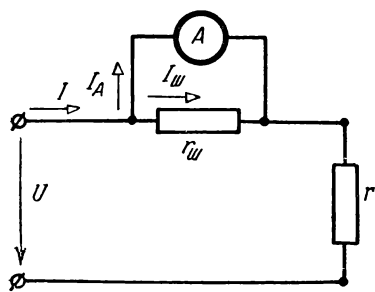


Рис. 252

электроизмерительного прибора. Эта погрешность обычно выражается в процентах от номинального значения, характеризующего прибор, и перед числовым ее выражением ставят знаки  $\pm$  или только один из них, если погрешность эта одного знака.

## 2. ШУНТЫ

Для расширения пределов измерения амперметров в цепях постоянного тока применяются так называемые **шунты**, при помощи которых через амперметр проходит только часть измеряемого

\* Проведенными относительными погрешностями.

\*\* По ней определяется класс точности прибора.

тока. Шунт представляет собой сопротивление, включаемое последовательно в цепь измеряемого тока.

Амперметр (измеритель) (рис. 252) присоединяется параллельно к шунту.

По первому закону Кирхгофа имеем:

$$I = I_A + I_{ш}$$

или

$$I_{ш} = I - I_A.$$

Так как токи в параллельных ветвях распределяются обратно пропорционально их сопротивлениям, то

$$\frac{I_A}{I_{ш}} = \frac{r_{ш}}{r_A},$$

отсюда находим величину сопротивления шунта:

$$r_{ш} = \frac{I_A r_A}{I_{ш}} = \frac{I_A r_A}{I - I_A} = \frac{r_A}{\frac{I}{I_A} - 1} = \frac{r_A}{n - 1}, \quad (7)$$

где  $r_{ш}$  — сопротивление шунта, *ом*;

$r_A$  — сопротивление амперметра, в которое входит также сопротивление соединительных проводников, *ом*;

$I$  — измеряемый ток, проходящий по цепи, *а*;

$I_A$  — ток, проходящий через амперметр, *а*;

$I_{ш}$  — ток, проходящий через шунт, *а*;

$n = \frac{I}{I_A}$  — коэффициент шунтирования (или шунтовой коэффициент), который показывает, во сколько раз увеличивается предел измерения амперметра при включении шунта.

В цепях переменного тока для расширения пределов измерения амперметров применяются измерительные трансформаторы тока.

### 3. ДОБАВОЧНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Для расширения пределов измерения вольтметров применяются добавочные сопротивления, включаемые последовательно с вольтметром (рис. 253).

Если вольтметр с сопротивлением  $r_V$  рассчитан на номинальное напряжение  $U_1$ , то для измерения этим вольтметром напряжения  $U$  в  $n$  раз больше напряжения  $U_1$  необходимо включить последовательно добавочное сопротивление  $r_d$  такой величины,

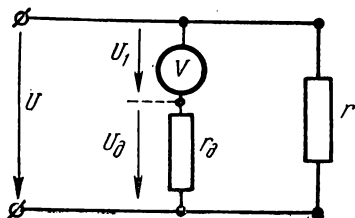


Рис. 253

чтобы ток  $I_V$ , проходящий через вольтметр, был один и тот же при обоих напряжениях  $U_1$  и  $U$ , т. е.

$$I_V = \frac{U_1}{r_V} = \frac{U}{r_V + r_\partial} = \frac{mU_1}{r_V + r_\partial},$$

отсюда

$$r_\partial = r_V(m - 1). \quad (8)$$

Кроме добавочных сопротивлений, в цепях переменного тока для расширения пределов измерения вольтметров применяются измерительные трансформаторы напряжения.

#### 4. ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ ПО МЕТОДУ ВОЛЬТМЕТРА И АМПЕРМЕТРА

Этот метод на практике получил широкое распространение; он основан на применении закона Ома к участку цепи. Зная падение напряжения  $U_x$  на участке с сопротивлением  $r_x$  и ток

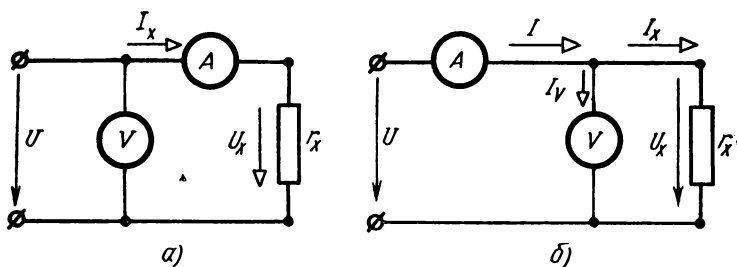


Рис. 254

$I_x$ , проходящий через него, можно определить величину сопротивления по формуле:

$$r_x = \frac{U_x}{I_x}. \quad (9)$$

Приборы могут быть включены по двум схемам (рис. 254). При измерении сопротивления по схеме рис. 254, а вольтметр измеряет не только падение напряжения в сопротивлении  $r_x$ , но и падение напряжения  $U_A$  в амперметре.

Поэтому искомое сопротивление следует определять по формуле:

$$r_x = \frac{U - U_A}{I_x} = \frac{U - I_x r_A}{I_x} = \frac{U}{I_x} - r_A, \quad (10)$$

где  $U$  — напряжение, показываемое вольтметром, в;  
 $I_x$  — ток, показываемый амперметром, а;  
 $r_A$  — сопротивление амперметра, ом.

При измерении сопротивления по схеме рис. 254,б вольтметр покажет падение напряжения в измеряемом сопротивлении  $r_x$ , а амперметр покажет сумму токов, проходящих через измеряемое сопротивление и вольтметр.

В этом случае искомое сопротивление должно определяться по формуле:

$$r_x = \frac{U_x}{I - I_V} = \frac{U_x}{I - \frac{U_x}{r_V}}, \quad (11)$$

где  $I$  — ток, показываемый амперметром, а;

$I_V$  — ток, проходящий через вольтметр, который равен:

$$I_V = \frac{U_x}{r_V}. \quad (12)$$

Если не требуется особой точности при измерении сопротивлений, то можно пользоваться приближенной формулой для определения сопротивлений независимо от того, как включены приборы (по первой или второй схеме)\*:

$$r_x = \frac{U}{I}, \quad (13)$$

где  $U$  — напряжение, показываемое вольтметром, в;

$I$  — ток, показываемый амперметром, а.

## 5. ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ ОДИНАРНЫМ МОСТОМ\*\*

(рис. 255)

При равновесии моста потенциалы точек  $B$  и  $D$  одинаковы, т. е.

$$U_{AB} = U_{AD} \text{ или } r_1 I_1 = r_3 I_3,$$

$$U_{BC} = U_{DC} \text{ или } r_2 I_2 = r_x I_4.$$

Разделив одно равенство на другое, получим:

$$\frac{r_1 I_1}{r_2 I_2} = \frac{r_3 I_3}{r_x I_4}.$$

Так как при равновесии моста ток через гальванометр не

---

\* Первой схемой можно пользоваться тогда, когда измеряемое сопротивление  $r_x$  велико по сравнению с сопротивлением амперметра, а второй схемой — когда сопротивление  $r_x$  мало по сравнению с сопротивлением вольтметра  $r_V$ .

\*\* Мост постоянного тока.

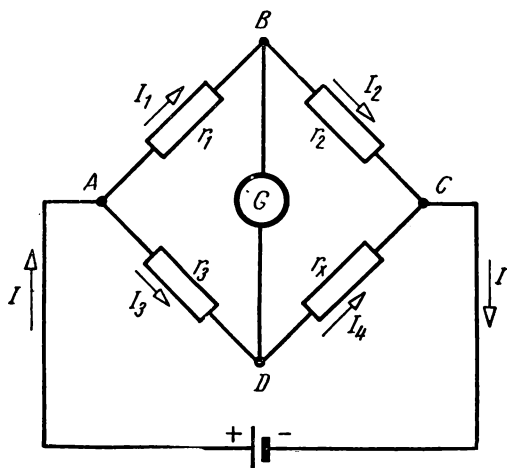


Рис. 255

проходит, то  $I_1 = I_2$  и  $I_3 = I_4$ . Тогда предыдущее выражение примет следующий вид:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_3}{r_x},$$

откуда

$$r_x = r_3 \frac{r_2}{r_1}. \quad (14)$$

## 6. ИЗМЕРЕНИЕ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ В ЦЕПЯХ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА

Активная мощность в цепях трехфазного тока может быть измерена тремя методами: 1) одним ваттметром, 2) двумя ваттметрами, 3) тремя ваттметрами.

Каждый из этих методов имеет свою область применения, определяемую параметрами трехфазной системы. Рассмотрим каждый из этих методов.

1) *Измерение активной мощности в трехпроводных цепях трехфазного тока одним ваттметром* применяется при симметричной системе напряжений и симметричной нагрузке фаз (т. е. все фазные напряжения, фазные токи и углы сдвига фаз между фазными напряжениями и токами равны между собой). Если приемники энергии соединены звездой и нейтральная точка доступна, то ваттметр включаем по схеме рис. 256. Если приемники энергии соединены треугольником, то последовательная цепь ваттметра включается в одну из фаз, как показано на рис. 257.

Ваттметры, включенные по указанным схемам, измеряют активную мощность только одной фазы, которая равна:

$$P_1 = U_\phi I_\phi \cos \varphi, \quad (15)$$

где  $P_1$  — активная мощность одной фазы, *вт*;

$U_\phi$  — фазное напряжение, *в*;

$I_\phi$  — фазный ток, *а*;

$\varphi$  — угол сдвига фаз между фазным напряжением и фазным током.

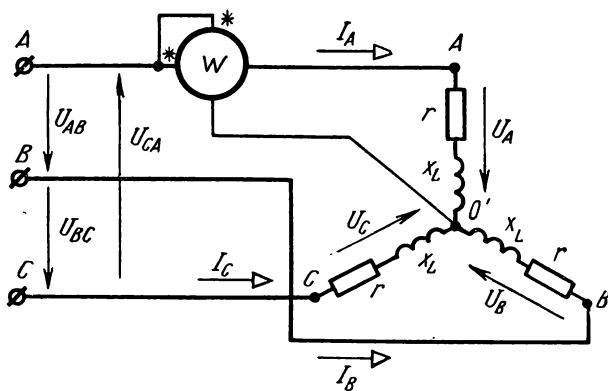


Рис. 256

Чтобы получить активную мощность трехфазной цепи, надо показание ваттметра умножить на три, т. е.

$$P = 3P_1 = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi, \quad (16)$$

где  $P$  — активная мощность трехфазной цепи, *вт*.

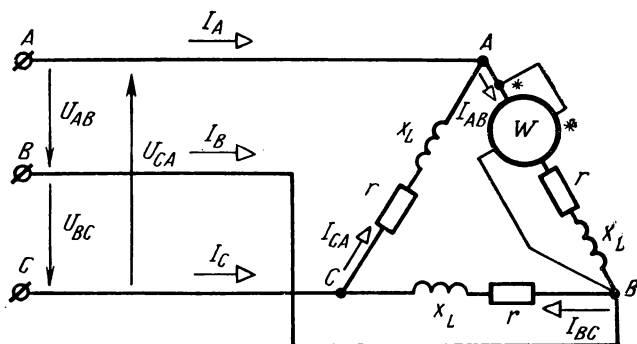


Рис. 257

При соединении приемников звездой с недоступной нейтральной точкой или треугольником с невыведенными концами на щиток применяют схему с искусственной нулевой точкой. Искус-

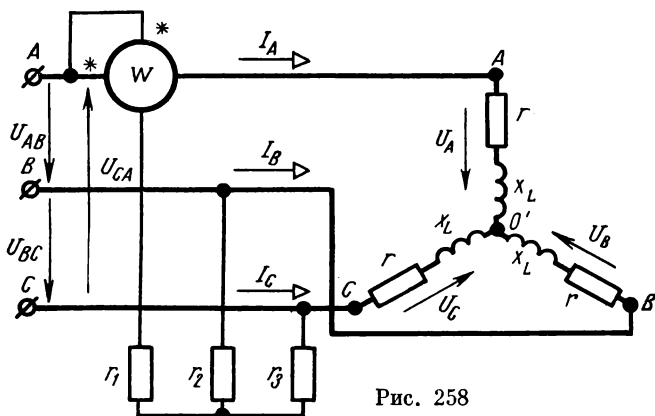


Рис. 258

ственная нулевая точка создается тремя (или двумя) активными сопротивлениями  $r_1$ ,  $r_2$  и  $r_3$ , включенными звездой (рис. 258). Эти сопротивления подбираются так, чтобы

$$r_1 + r_{WV} = r_2 = r_3$$

(или  $r_{WV} = r = r_1$ ),

где  $r_{WV}$  — сопротивление параллельной цепи ваттметра, ом.

В этом случае на параллельную цепь ваттметра, а следовательно и на сопротивления  $r_2$  и  $r_3$  действуют фазные напряжения  $U_A$ ,  $U_B$  и  $U_C$ , а через последовательную цепь ваттметра проходит фазный ток  $I_A$ . Так как сопротивления искусственной звезды равны между собой и система напряжений симметрична, то фазные напряжения  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$  равны и в  $\sqrt{3}$  раза меньше линейных напряжений  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ , и  $U_{CA}$  и сдвинуты по отношению к ним на углы в  $30^\circ$  в сторону отставания.

Активная мощность, показываемая ваттметром, равна:

$$P_1 = U_A I_A \cos(\widehat{\bar{U}_A, \bar{I}_A}) \quad (17)$$

или

$$P_1 = U_\phi I_\phi \cos \varphi. \quad (18)$$

Следовательно, ваттметр покажет активную мощность одной фазы, а чтобы получить активную мощность трехфазной цепи, надо показание ваттметра умножить на три.

2) *Измерение активной мощности трехфазного тока двумя ваттметрами* применяется в трехфазных трехпроводных цепях. Этот метод дает возможность измерять активную мощность в трехфазной цепи независимо от нагрузки фаз (симметричной или несимметричной) и способа соединения фаз (звездой или треугольником).

Мгновенная мощность трехфазной системы равна сумме мгновенных мощностей всех трех фаз:



$$p = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C, \quad (19)$$

где  $p$  — мгновенная мощность;  
 $u_A, u_B$  и  $u_C$  — мгновенные значения фазных напряжений;  
 $i_A, i_B$  и  $i_C$  — мгновенные значения фазных токов.

При соединении приемника энергии звездой без нейтрального провода согласно первому закону Кирхгофа сумма токов в нейтральной точке  $O'$  (рис. 259) равна нулю:

$$i_A + i_B + i_C = 0,$$

откуда

$$i_C = -(i_A + i_B).$$

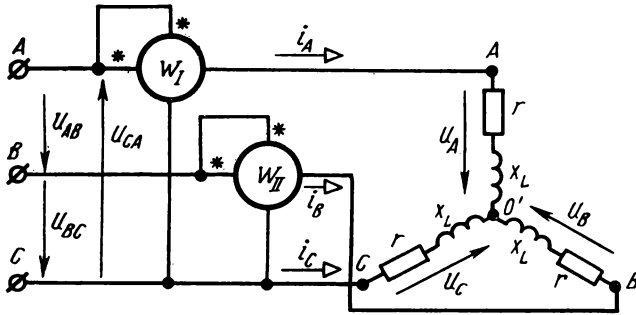


Рис. 259

Подставляя это выражение в уравнение (19), получим:

$$\begin{aligned} p &= u_A i_A + u_B i_B - u_C (i_A + i_B) = i_A (u_A - u_C) + i_B (u_B - u_C) = \\ &= i_A u_{AC} + i_B u_{BC}, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $u_{AC} = u_A - u_C$  и  $u_{BC} = u_B - u_C$  — мгновенные значения линейных напряжений,  $v$ .

Эта формула показывает, что активная мощность цепи трехфазного тока при отсутствии нейтрального провода может быть измерена двумя ваттметрами.

Показание первого ваттметра будет равно (рис. 260):

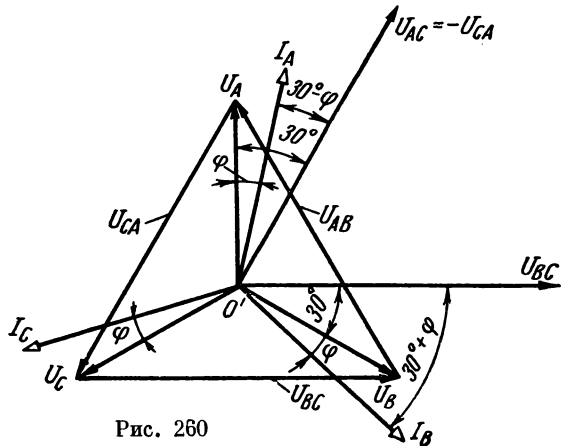


Рис. 260

$$P_I = U_{AC} I_A \cos(\widehat{U_{AC}, I_A}), \quad (21)$$

а показание второго ваттметра

$$P_{II} = U_{BC} I_B \cos(\widehat{\overline{U}_{BC}, \overline{I}_B}). \quad (22)$$

Так как при симметричной системе напряжений и симметричной нагрузке фаз

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{\text{л}}, I_A = I_B = I_C = I_{\text{л}}, \\ \varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi,$$

то показание первого ваттметра будет равно:

$$P_I = U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos(30^\circ - \varphi), \quad (23)$$

а показание второго ваттметра

$$P_{II} = U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos(30^\circ + \varphi), \quad (24)$$

где  $U_{\text{л}}$  — линейное напряжение, в;

$I_{\text{л}}$  — линейный ток, а.

Сумма показаний обоих ваттметров равна активной мощности трехфазной цепи

$$P = P_I + P_{II} = U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos(30^\circ - \varphi) + U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos(30^\circ + \varphi) = \\ = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi. \quad (25)$$

При  $\varphi = 60^\circ$  показание второго ваттметра равно нулю ( $P_{II} = 0$ ), так как угол сдвига фаз между фазными напряжением и током  $90^\circ$ . В этом случае активная мощность трехфазной цепи измеряется только одним (первым) ваттметром.

При  $\varphi > 60^\circ$  стрелка второго ваттметра отклоняется влево от нуля; для отклонения стрелки вправо от нуля нужно переключить концы параллельной цепи ваттметра. В данном случае активная мощность трехфазной системы равна разности показаний этих ваттметров  $P = P_I - P_{II}$ . Следовательно, активная мощность трехфазной цепи в общем случае определяется по формуле:

$$P = P_I \pm P_{II}. \quad (25')$$

При симметричной системе напряжений и симметричной нагрузке фаз по показаниям двух ваттметров можно определить реактивную мощность трехфазной системы. Для этого необходимо их разность показаний умножить на  $\sqrt{3}$ , т. е.

$$Q = \sqrt{3} (P_I - P_{II}) = \sqrt{3} [U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos(30^\circ - \varphi) - \\ - U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos(30^\circ + \varphi)] = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi, \quad (26)$$

где  $Q$  — реактивная мощность, вар.

3) Измерение активной мощности трехфазного тока тремя ваттметрами применяется в трехфазной четырехпроводной це-

пи (рис. 261), так как метод двух ваттметров в этом случае дает неправильное показание. Активная мощность трехфазной цепи рав-

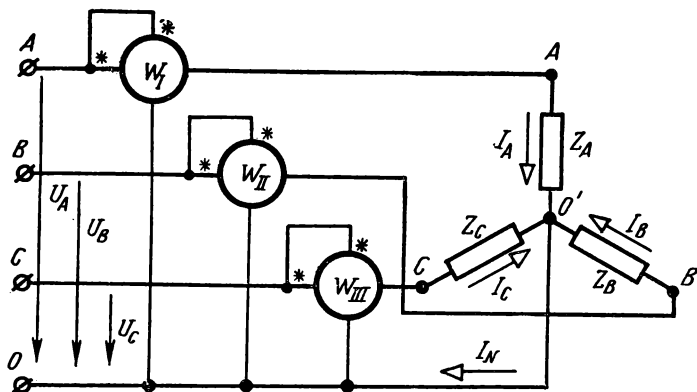


Рис. 261

на сумме показаний всех трех ваттметров:

$$P = P_I + P_{II} + P_{III} = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C, \quad (27)$$

где  $I_A$ ,  $I_B$  и  $I_C$  — фазные токи, а;

$\cos \varphi_A$ ,  $\cos \varphi_B$  и  $\cos \varphi_C$  — коэффициенты мощности.

## 7. ПОСТОЯННАЯ ВАТТМЕТРА

Постоянной (или ценой деления) ваттметра называется число ватт, приходящихся на одно деление шкалы при данных пределах измерения:

$$C_W = \frac{U_n I_n}{\alpha_n}, \quad (28)$$

где  $C_W$  — постоянная ваттметра, *вт/дел.*;

$I_n$  и  $U_n$  — номинальные значения тока ( $a$ ) и напряжения ( $e$ ) при данном способе включения;

$\alpha_n$  — полное число делений шкалы.

## 8. НОМИНАЛЬНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ТРАНСФОРМАЦИИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ

Номинальным коэффициентом трансформации трансформатора напряжения называется отношение номинального первичного напряжения к номинальному вторичному напряжению:

$$k_{U_n} = \frac{U_{1n}}{U_{2n}}, \quad (29)$$

где  $k_{U_n}$  — номинальный коэффициент трансформации трансформатора напряжения;

$U_{1n}$  — номинальное первичное напряжение, в;

$U_{2n}$  — номинальное вторичное напряжение, в.

Номинальным коэффициентом трансформации трансформатора тока называется отношение номинального первичного тока  $I_{1n}$  к номинальному вторичному току  $I_{2n}$ :

$$k_{I_n} = \frac{I_{1n}}{I_{2n}}, \quad (30)$$

где  $k_{I_n}$  — номинальный коэффициент трансформации трансформатора тока.

## 9. НОМИНАЛЬНАЯ И ДЕЙСТВИТЕЛЬНАЯ ПОСТОЯННЫЕ СЧЕТЧИКА. ЕГО ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

Номинальной постоянной  $C_n$  счетчика называется количество энергии, учитываемое счетным механизмом за один оборот диска.

Действительная постоянная  $C$  счетчика — количество энергии, которое прошло через счетчик за то время, когда диск его сделал один оборот.

Передачным числом  $A_0$  счетчика называется число оборотов, которое должен сделать его диск, чтобы счетный механизм учел одну единицу энергии, например 1 киловатт-час или 1 гектоватт-час.

Относительная погрешность счетчика определяется по формуле

$$\gamma_0 = \frac{W - W_1}{W_1} 100\% = \frac{C_n N - CN}{CN} 100 = \frac{C_n - C}{C} 100\%, \quad (31)$$

где  $\gamma_0$  — относительная погрешность счетчика;

$W = C_n N$  — энергия, учтенная счетчиком; при этом диск счетчика за это время сделал  $N$  оборотов;

$W_1 = CN$  — энергия, действительно израсходованная в сети.

Поправочным коэффициентом счетчика называется отношение действительно израсходованной энергии в сети к энергии, учтенной счетчиком:

$$k = \frac{W_1}{C_n N}, \quad (32)$$

где  $k$  — поправочный коэффициент счетчика.

## Задачи

419. Для измерения э. д. с. генератора к его зажимам присоединен вольтметр (рис. 262), сопротивление которого  $r_V = 10\,000\text{ ом}$ . Сопротивление якоря генератора  $r_A = 0,2\text{ ом}$ . Определить, на сколько процентов делаем ошибку, считая показание вольтметра, равным э. д. с. генератора.

420. Амперметр, сопротивление которого  $r_A = 0,3\text{ ом}$ , имеет шкалу в 150 делений и постоянную прибора  $C_A = 0,001\text{ а/дел}$ . Определить сопротивление шунта  $r_{ш}$ , при помощи которого можно было измерять ток до 300 а.

421. По условию задачи 420 определить, какое сопротивление  $r_d$  необходимо последовательно включить с амперметром, чтобы этим прибором можно было измерять напряжение до 150 в.

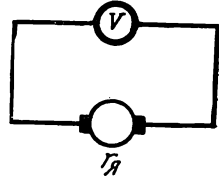


Рис. 262

422. Какой ток можно измерять амперметром (см. задачу 420), если имеется шунт с сопротивлением  $\frac{1}{99}\text{ ом}$ ?

423. Необходимо подобрать к амперметру с сопротивлением  $r_A$  шунты, расширяющие пределы измерения в 10 и 100 раз. Каковы будут соотношения между сопротивлением амперметра и шунта?

424. К амперметру требуется шунт с сопротивлением  $r_{ш} = 0,1\text{ ом}$ , а имеется шунт с сопротивлением  $r'_{ш} = \frac{1}{9}\text{ ом}$ . Какое сопротивление необходимо присоединить параллельно к имеющемуся шунту, чтобы выполнить поставленное условие?

425. Магнитоэлектрический вольтметр с сопротивлением  $r_V = 10\,000\text{ ом}$  включен в сеть с напряжением  $U = 120\text{ в}$ . Определить ток  $I_V$ , проходящий через вольтметр, и мощность  $P_V$ , поглощаемую им.

426. Вольтметр на 150 в, шкала которого содержит 150 делений, имеет сопротивление  $r_V = 10\,000\text{ ом}$ . Какое добавочное сопротивление  $r_d$  необходимо включить последовательно с вольтметром, чтобы им можно было измерять напряжение до 600 в?

427. В сеть с напряжением  $U = 220\text{ в}$  включены последовательно два вольтметра со шкалами на 120 и 150 в и с внутренними сопротивлениями  $r_{V1} = 10\,000\text{ ом}$  и  $r_{V2} = 12\,000\text{ ом}$ . Определить показание каждого вольтметра.

428. Магнитоэлектрический прибор (милливольтамперметр) имеет три зажима (клеммы): один общий слева и два справа; один из этих зажимов с обозначением 10 ом, 45 мв служит для присоединения шунтов и измерения тока до 4,5 ма, а второй с обозначением 1000 ом, 3 в — для присоединения добавочных сопротивлений и для измерения напряжения до 3 в. Определить

сопротивления шунтов для этого прибора, чтобы им можно было измерять токи до 1,5; 15; 30 и 60 а, а также найти постоянные прибора для этих пяти случаев, если его шкала имеет 150 делений. Каковы должны быть величины добавочных сопротивлений для этого прибора, чтобы им можно было измерять напряжение до 15 и 150 в? Чему равны постоянные прибора для этих трех случаев?

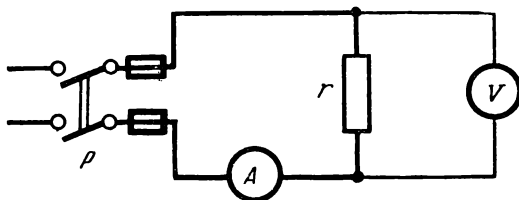


Рис. 263

429. Найти сопротивление приемника (рис. 263) по методу вольтметра и амперметра, если известно, что показания вольтметра  $U=120$  в, амперметра  $I=10$  а, сопротивление вольтметра  $r_V=10\,000$  ом. Задачу решить для двух случаев: 1) не учитывая тока, проходящего через вольтметр, и 2) учитывая его.

Р е ш е н и е. Если не учитывать ток, проходящий через вольтметр, то сопротивление приемника будет равно:

$$r_1 = \frac{U}{I} = \frac{120}{10} = 12 \text{ ом.}$$

Если учитывать ток, проходящий через вольтметр, то показание амперметра равно сумме токов, проходящих через вольтметр и сопротивление,  $I = I_V + I_1 = \frac{U}{r_V} + \frac{U}{r}$ . Из этого соотношения находим сопротивление приемника:

$$r = \frac{U}{I - \frac{U}{r_V}} = \frac{120}{10 - \frac{120}{10000}} = 12,014 \text{ ом.}$$

430. Вычислить сопротивление приемника (рис. 263) по методу вольтметра и амперметра, если показание вольтметра  $U=220$  в, амперметра  $I=4$  а, сопротивление вольтметра  $r_V=4000$  ом. Задачу решить для двух случаев: 1) не учитывая тока, проходящего через вольтметр, и 2) учитывая его.

431. Ток в неразветвленной части цепи (рис. 264) равен  $I$ . Чему равен ток  $I_\Gamma$  в диагонали моста, если мост неуравновешен и сопротивления плеч моста и гальванометра соответственно равны:  $r_1, r_2, r_3, r_4$  и  $r_\Gamma$ ?

432. Измерение большого сопротивления производится по методу вольтметра, как показано на рис. 265. При постановке переключателя  $\Pi$  в первое положение отклонение прибора равно  $\alpha_1$ , а во второе положение —  $\alpha_2$ . Найти выражение для определения величины сопротивления  $r_x$ , если сопротивление вольтметра равно  $r_v$ .

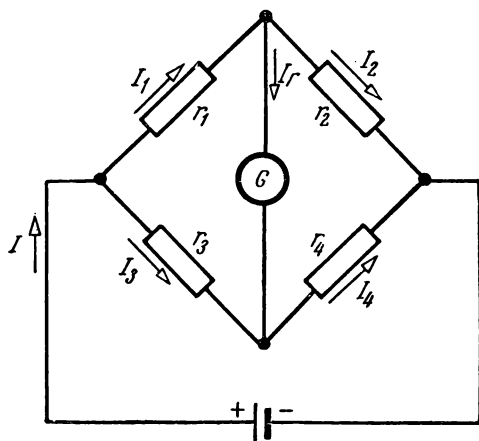


Рис. 264

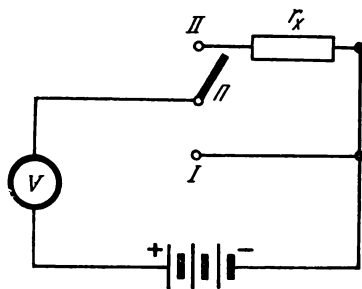


Рис. 265

433. Определить сопротивление  $r_L$  нити лампы при помощи моста (рис. 266), если равновесие его наступает при  $r_1=10$  ом,  $r_2=100$  ом и  $r_3=20$  ом.

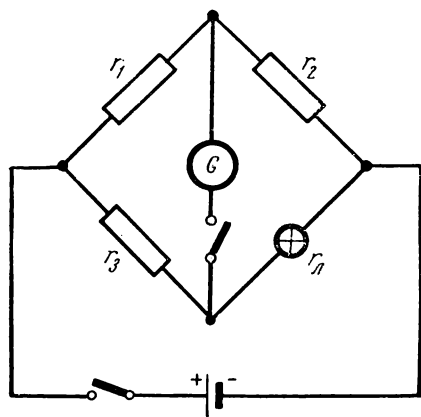


Рис. 266

434. Найти выражение для определения величины сопротивления  $r_x$  по методу замещения

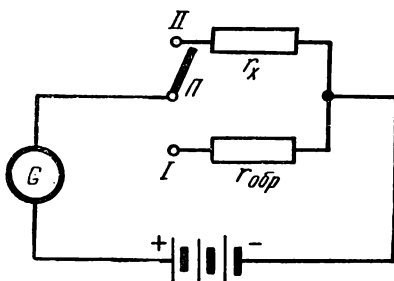


Рис. 267

ния (рис. 267), если известно, что при постановке переключателя  $\Pi$  в положение  $I$  отклонение гальванометра равно  $\alpha_1$ , в положение  $II$  —  $\alpha_2$ , сопротивление гальванометра равно  $r_g$ , а образцовое сопротивление равно  $r_{обр}$ .

435. Магнитоэлектрический прибор имеет сопротивление  $r=1$  ом, шкалу в 150 делений и постоянную прибора  $C=0,001$  а/дел.

Требуется при помощи этого прибора измерять ток до 1,5; 3 и 15 а и напряжение до 1,5; 3 и 15 в. Определить сопротивления шунтов (т. е. сопротивления отдельных секций, так как предполагается секционированный шунт), добавочные сопротивления и постоянные приборов для всех пределов измерений. Начертить схему всех соединений прибора.

436. Активная мощность, подводимая к трехфазному асинхронному двигателю, измерялась по методу двух ваттметров. При номинальной нагрузке двигателя стрелки обоих ваттметров отклонялись в одну и ту же сторону, при этом первый ваттметр

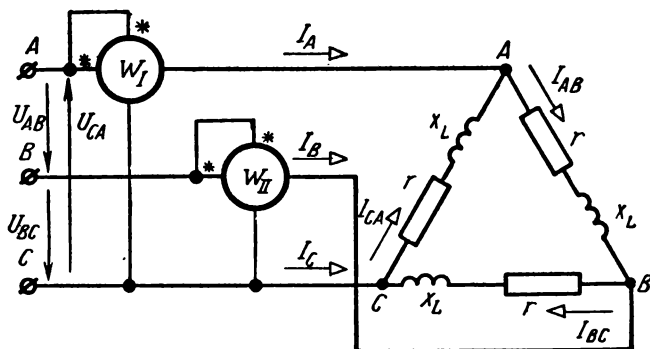


Рис. 268

показывал  $P_I = 1274 \text{ вт}$ , а второй  $P_{II} = 589 \text{ вт}$ . При уменьшении нагрузки двигателя первый ваттметр показал  $P'_I = 571 \text{ вт}$ , а второй ваттметр —  $P'_{II} = 0$ . Когда с двигателя сняли нагрузку и он стал работать вхолостую, то первый ваттметр показал  $P''_I = 550 \text{ вт}$ , а стрелка второго ваттметра отклонилась в обратную сторону; после переключения концов параллельной цепи (обмотки) ваттметр показал  $P''_{II} = 23 \text{ вт}$ . Определить для трех случаев — активную мощность, подводимую к асинхронному двигателю, угол сдвига фаз  $\varphi$  между током и напряжением, коэффициент мощности и реактивную мощность.

437. В сеть трехфазного тока включен приемник, соединенный треугольником (рис. 268), имеющий активное сопротивление на фазу  $r = 24 \text{ ом}$ , индуктивное  $x_L = 32 \text{ ом}$ . Определить показания ваттметров и активную мощность, потребляемую приемником, если линейные напряжения  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\lambda = 220 \text{ в}$ .

Решение. Показания ваттметров:

$$P_I = U_{AC} I_A \cos(\widehat{\overline{U}_{AC}, \overline{I}_A}), \quad (33)$$

$$P_{II} = U_{BC} I_B \cos(\widehat{\overline{U}_{BC}, \overline{I}_B}). \quad (34)$$



При полной симметрии трехфазной системы, т. е. при  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\lambda$ ,  $I_A = I_B = I_C = I_\lambda$  и  $\varphi_A = \varphi_B = \varphi_C = \varphi$  (рис. 269), уравнения (33) и (34) примут следующий вид:

$$P_I = U_\lambda I_\lambda \cos(\varphi - 30^\circ); \quad (35)$$

$$P_{II} = U_\lambda I_\lambda \cos(\varphi + 30^\circ). \quad (36)$$

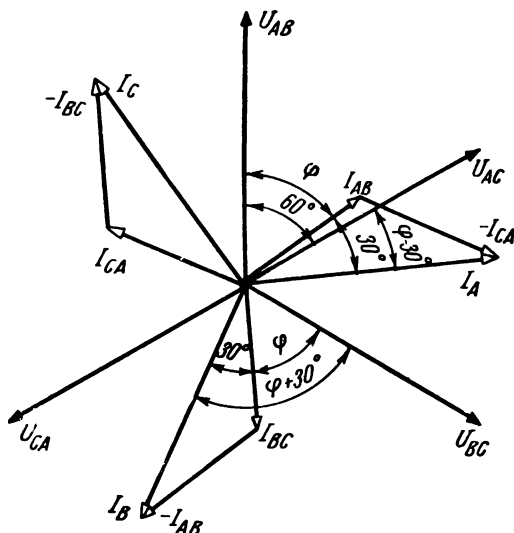


Рис. 269

Фазный ток

$$I_\varphi = \frac{U_\varphi}{z} = \frac{U_\varphi}{\sqrt{r^2 + x_L^2}} = \frac{220}{\sqrt{24^2 + 32^2}} = 5,5 \text{ а.}$$

Линейный ток

$$I_\lambda = \sqrt{3} I_\varphi = 1,73 \cdot 5,5 \approx 9,52 \text{ а.}$$

Коэффициент мощности приемника

$$\cos \varphi = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x_L^2}} = \frac{24}{\sqrt{24^2 + 32^2}} = 0,6,$$

следовательно,  $\varphi = 53^\circ 10'$ .

Подставив числовые значения в формулы (35) и (36), получим:

$$P_I = U_\lambda I_\lambda \cos(\varphi - 30^\circ) = 220 \cdot 9,52 \cdot \cos(53^\circ 10' - 30^\circ) = 1924 \text{ вт};$$

$$P_{II} = U_\lambda I_\lambda \cos(\varphi + 30^\circ) = 220 \cdot 9,52 \cdot \cos(53^\circ 10' + 30^\circ) = 249 \text{ вт.}$$

Активная мощность, потребляемая приемником,

$$P = P_I + P_{II} = 1924 + 249 = 2173 \text{ вт}$$

или

$$P = \sqrt{3} U_A I_A \cos \varphi = 1,73 \cdot 220 \cdot 9,52 \cdot 0,6 = 2173 \text{ вт.}$$

438. Электродинамический ваттметр имеет следующие данные: пределы измерения по току 5 и 10 а, а по напряжению 30 в, сопротивление параллельной цепи 1000 ом, число делений

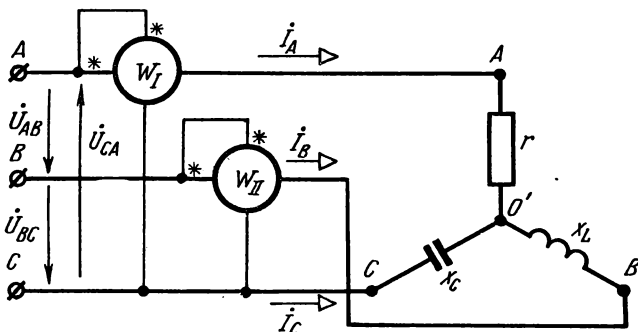


Рис. 270

шкалы прибора равно 150. Каковы будут величины добавочных сопротивлений, подключаемых к ваттметру, чтобы расширить пределы измерения по напряжению до 75, 150 и 300 в? Начертить схему включения этого

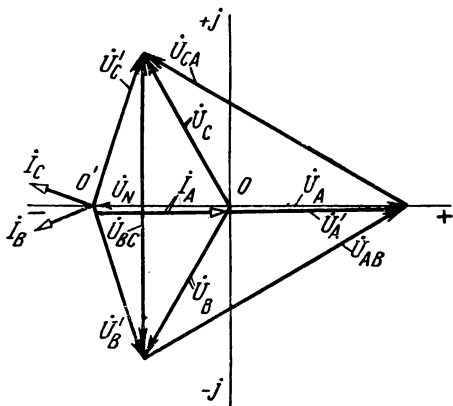


Рис. 271

ваттметра для измерения активной мощности трехфазной цепи с созданием искусственной нулевой точки. Определить постоянные ваттметра для всех пределов измерения и найти активную мощность трехфазной цепи для двух случаев: 1) напряжение сети  $U_A = 380$  в, линейный ток  $I_A = 8$  а, 2) напряжение сети  $U_A = 220$  в, линейный ток  $I_A = 4$  а, если известно, что стрелка ваттметра в первом случае отклонилась на 120 делений, а во втором случае — на 100 делений.

439. Для цепи, изображенной на рис. 270, определить токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , показания ваттметров, активную мощность  $P$  цепи, если линейные напряжения  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_A = 380$  в,  $r = 50$  ом,  $x_L = 50$  ом и  $x_C = 50$  ом.

Р е ш е н и е. Фазное напряжение генератора

$$U_A = U_B = U_C = \frac{U_\lambda}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} \approx 220 \text{ в.}$$

Выразим векторы напряжений в комплексной форме; при этом вектор напряжения  $\dot{U}_A$  направим по действительной оси в положительном направлении (рис. 271), тогда  $\dot{U}_A = U_A = 220 \text{ в.}$

$$\begin{aligned} \dot{U}_B &= \dot{U}_A e^{-j120^\circ} = U_A (\cos 120^\circ - j \sin 120^\circ) = \\ &= 220 \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -110 - j190,5 \text{ в.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_C &= \dot{U}_A e^{-j240^\circ} = U_A (\cos 240^\circ - j \sin 240^\circ) = 220 \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \\ &= -110 + j190,5 \text{ в.} \end{aligned}$$

Выразим в символической форме сопротивления и проводимости фаз:  $Z_A = r = 50 \text{ ом}$ ,  $Z_B = jx_L = j50 \text{ ом}$ ,  $Z_C = -jx_C = -j50 \text{ ом}$ .

$$Y_A = \frac{1}{Z_A} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ 1/ом}, \quad Y_B = \frac{1}{Z_B} = \frac{1}{j50} = -j0,02 \text{ 1/ом},$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{-j50} = j0,02 \text{ 1/ом}.$$

Так как нагрузка фаз несимметричная (неравномерная), то нейтральная точка приемника не будет совпадать с нейтральной точкой генератора.

Напряжение между нейтральными точками приемника и генератора

$$\begin{aligned} \dot{U}_N &= \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = \\ &= \frac{220 \cdot 0,02 + (-110 - j190,5) \cdot (-j0,02) + (-110 + j190,5) \cdot j0,02}{0,02 - j0,02 + j0,02} = \\ &= -161 \text{ в.} \end{aligned}$$

Напряжения на фазах нагрузки:

$$\begin{aligned} \dot{U}'_A &= \dot{U}_A - \dot{U}_N = 220 + 161 = 381 \text{ в.}; \quad U'_A = 381 \text{ в.}; \\ \dot{U}'_B &= \dot{U}_B - \dot{U}_N = -110 - j190,5 + 161 = 51 - j190,5 \text{ в.}; \quad U'_B \approx 197 \text{ в.}; \\ \dot{U}'_C &= \dot{U}_C - \dot{U}_N = -110 + j190,5 + 161 = 51 + j190,5 \text{ в.}; \quad U'_C \approx 197 \text{ в.} \end{aligned}$$

Определим токи:

$$\dot{I}_A = \dot{U}'_A Y_A = 381 \cdot 0,02 = 7,62 \text{ а.}; \quad I_A = 7,62 \text{ а.}; \text{ вектор тока } \dot{I}_A \text{ совпадает}$$

по фазе с вектором напряжения  $\dot{U}'_A$ :

$$\dot{I}_B = \dot{U}'_B Y_B = (51 - j190,5) \cdot (-j0,02) = -3,81 - j1,02 \text{ а};$$

$$I_B = \sqrt{3,81^2 + 1,02^2} = 3,94 \text{ а};$$

вектор тока  $\dot{I}_B$  отстает от вектора напряжения  $\dot{U}'_B$  на  $90^\circ$ ;  $\dot{I}_C = \dot{U}'_C Y_C = (51 + j190,5)j0,02 = -3,81 + j1,02 \text{ а}$ ,  $I_C \approx 3,94 \text{ а}$ ; вектор тока  $\dot{I}_C$  опережает вектор напряжения  $\dot{U}'_C$  на  $90^\circ$ .

Активную мощность, показываемую ваттметром  $W_I$ , можно определить как вещественную часть произведения комплексного напряжения  $\dot{U}_{AC}$  на сопряженный комплексный ток  $\dot{I}_A$ . Следовательно,

$$P_I = \operatorname{Re} [\dot{U}_{AC} \dot{I}_A^*] = \operatorname{Re} [(330 - j190,5) \cdot 7,62] = 2514 \text{ вт},$$

где

$$\dot{U}_{AC} = -\dot{U}_{CA} = -(\dot{U}'_C - \dot{U}'_A) = -(51 + j190,5 - 381) = 330 - j190,5 \text{ в}.$$

Следует обратить внимание, что берется напряжение  $U_{AC}$ , а не  $U_{CA}$  потому, что начало параллельной цепи ваттметра, отмеченное звездой, приключено к проводу  $A-A$ .

Активную мощность, показываемую ваттметром  $W_{II}$ , можно определить как вещественную часть произведения комплексного напряжения  $\dot{U}_{BC}$  на сопряженный комплексный ток  $\dot{I}_B$ , т. е.

$$\begin{aligned} P_{II} &= \operatorname{Re} [\dot{U}_{BC} \dot{I}_B^*] = \operatorname{Re} [(\dot{U}'_B - \dot{U}'_C) \dot{I}_B^*] = \\ &= \operatorname{Re} [(51 - j190,5 - 51 - j190,5) \cdot (-3,81 + j1,02)] = 389 \text{ вт}. \end{aligned}$$

Активная мощность цепи равна сумме показаний двух ваттметров

$$P = P_I + P_{II} = 2514 + 389 = 2903 \text{ вт}$$

или

$$P = U'_A I_A = 381 \cdot 7,62 = 2903 \text{ вт}.$$

440. Для цепи, изображенной на рис. 270, определить токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , показания ваттметров, активную мощность  $P$  цепи, если линейные напряжения  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\lambda = 220 \text{ в}$ ,  $r = 44 \text{ ом}$ ,  $x_C = 44 \text{ ом}$  и  $x_L = 44 \text{ ом}$ .

441. Активная мощность приемника измеряется по методу двух ваттметров (рис. 272). Линейные напряжения  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\lambda = 220 \text{ в}$ , а полные сопротивления фаз приемника  $z_A = z_B = z_C = 50 \text{ ом}$  (индуктивный характер нагрузки). Определить показание второго ваттметра, если показание первого ваттметра равно нулю.

442. Найти показания ваттметров в схеме, изображенной на рис. 272, если приемник вместо полных сопротивлений имеет только

индуктивные сопротивления  $x_A = x_B = x_C = 50 \text{ ом}$ . Линейные напряжения  $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\lambda = 220 \text{ в}$ .

443. Для измерения активной мощности при симметричной системе напряжений и симметричной нагрузке фаз (с недоступной ней-

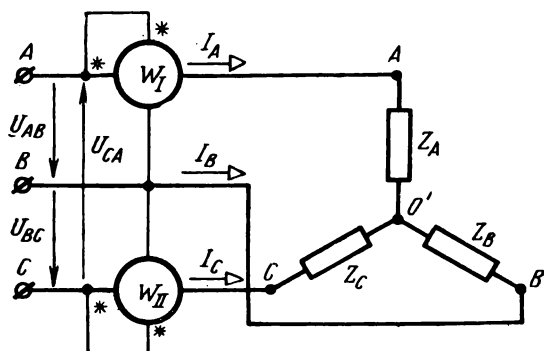


Рис. 272

тральной точкой приемника) применяется один ваттметр, включенный, как показано на рис. 273, с образованием искусственной нулевой точки. Линейное напряжение  $U_\lambda = 220 \text{ в}$ ; активное

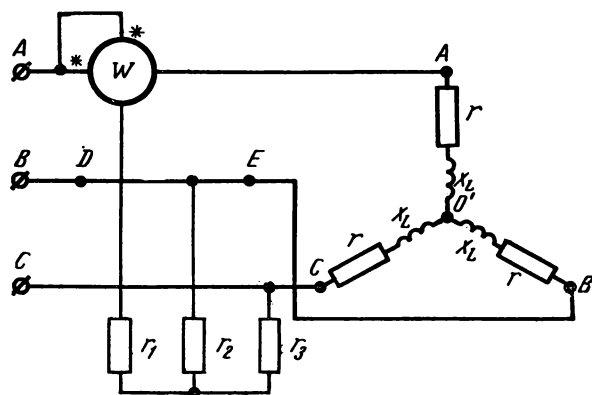


Рис. 273

и индуктивное сопротивления на фазу  $r = 49 \text{ ом}$  и  $x_L = 25 \text{ ом}$ . Определить показание ваттметра: 1) при нормальной работе; 2) при обрыве провода B—B в точке D; 3) при обрыве провода B—B в точке E.

444. В доме установлена 21 лампа (нагрузка симметричная) мощностью по 150 *вт* каждая и напряжением  $U = 220 \text{ в}$ . На какой ток  $I$  требуется поставить трехфазный счетчик в доме и сколько будет стоить электроэнергия, потребляемая всеми лампами в

течение 10 час., если киловатт-час стоит 4 коп.? Напряжение сети 220 в.

445. Для цепи, изображенной на рис. 274, определить фазные токи  $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ ,  $I_{CA}$ , линейные токи  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , показания

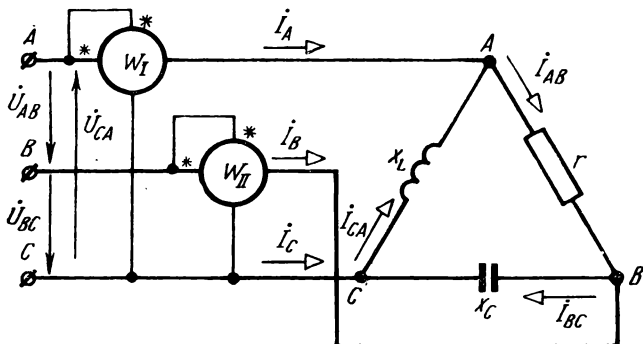


Рис. 274

ваттметров, активную мощность  $P$  цепи, если линейные напряжения  $U_{AB}=U_{BC}=U_{CA}=220$  в,  $r=10$  ом,  $x_C=10$  ом,  $x_L=10$  ом. Решить эту задачу также при обрыве фазы  $AB$ . Построить векторные диаграммы напряжений и токов для обоих случаев.

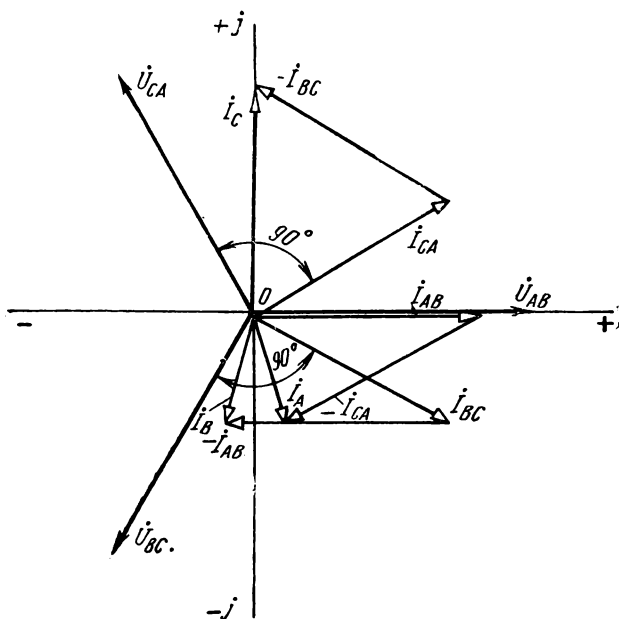


Рис. 275

**Р е ш е н и е.** Выразим векторы линейных напряжений в комплексной форме, при этом вектор напряжения  $\dot{U}_{AB}$  направим по действительной оси в положительном направлении (рис. 275), тогда

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= U_{AB} = 220 e; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_{AB} e^{-j120^\circ} = U_{AB} (\cos 120^\circ - j \sin 120^\circ) = \\ &= 220 \left( -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -110 - j190,5 e; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_{AB} e^{-j240^\circ} = U_{AB} (\cos 240^\circ - j \sin 240^\circ) = 220 \left( -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \\ &= -110 + j190,5 e.\end{aligned}$$

**Фазные токи:**

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{U_{AB}}{r} = \frac{220}{10} = 22 \text{ а}; I_{AB} = 22 \text{ а};$$

вектор тока  $\dot{I}_{AB}$  совпадает по фазе с вектором напряжения  $\dot{U}_{AB}$ ;

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{\dot{U}_{BC}}{-jx_C} = \frac{-110 - j190,5}{-j10} = -j11 + 19,05 \text{ а} = 19,05 - j11 \text{ а};$$

$$I_{BC} = \sqrt{19,05^2 + 11^2} = 22 \text{ а};$$

вектор тока  $\dot{I}_{BC}$  опережает по фазе вектор напряжения  $\dot{U}_{BC}$  на  $90^\circ$ ;

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{\dot{U}_{CA}}{jx_L} = \frac{-110 + j190,5}{j10} = j11 + 19,05 \text{ а} = 19,05 + j11 \text{ а};$$

$$I_{CA} = 22 \text{ а};$$

вектор тока  $\dot{I}_{CA}$  отстает по фазе от вектора напряжения  $\dot{U}_{CA}$  на  $90^\circ$ .

**Линейные токи:**

$$\begin{aligned}\dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 22 - 19,05 - j11 = 2,95 - j11 \text{ а}; I_A \approx 11,4 \text{ а}; \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 19,05 - j11 - 22 = -2,95 - j11 \text{ а}; I_B = 11,4 \text{ а}; \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 19,05 + j11 - 19,05 + j11 = j22 \text{ а}; I_C = 22 \text{ а}.\end{aligned}$$

Активную мощность, показываемую ваттметром  $W_I$ , можно определить как вещественную часть произведения комплексного напряжения  $\dot{U}_{AC}$  на сопряженный комплексный ток  $\dot{I}_A^*$ , т. е.

$$P_I = \operatorname{Re} [\dot{U}_{AC} \dot{I}_A^*] = \operatorname{Re} [(110 - j190,5) \cdot (2,95 + j11)] = 2420 \text{ вт}.$$

Активную мощность, показываемую ваттметром  $W_{II}$ , можно определить как вещественную часть произведения комплексного напряжения  $\dot{U}_{BC}$  на сопряженный комплексный ток  $\dot{I}_B^*$ , т. е.

$$P_{II} = \operatorname{Re} [\dot{U}_{BC} \dot{I}_B^*] = \operatorname{Re} [(-110 - j190,5) \cdot (-2,95 + j11)] = 2420 \text{ вт.}$$

Активная мощность трехфазной цепи равна сумме показаний двух ваттметров

$$P = P_I + P_{II} = 2420 + 2420 = 4840 \text{ вт.}$$

Так как активная мощность второй и третьей фаз равна нулю, то вся активная мощность цепи будет расходоваться только в первой фазе, т. е.  $P = U_{AB} I_{AB} = 220 \cdot 22 = 4840 \text{ вт}$  или

$$P = r I_{AB}^2 = 10 \cdot 22^2 = 4840 \text{ вт.}$$

При обрыве фазы  $AB$  сопротивление ее равно бесконечности, следовательно, ток в ней равен нулю; токи в фазах  $BC$  и  $CA$  останутся такими же, как будто обрыва фазы  $AB$  не было, вследствие того, что линейные напряжения не изменятся (рис. 276, а), т. е.

$$\begin{aligned} \dot{I}_{BC} &= 19,05 - j11 \text{ а; } I_{BC} = 22 \text{ а;} \\ \dot{I}_{CA} &= (19,05 + j11) \text{ а; } I_{CA} = 22 \text{ а.} \end{aligned}$$

Линейные токи будут равны (рис. 276, б):

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 0 - 19,05 - j11 = -19,05 - j11 \text{ а; } I_A = 22 \text{ а;} \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = 19,05 - j11 - 0 = 19,05 - j11 \text{ а; } I_B = 22 \text{ а;} \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 19,05 + j11 - 19,05 + j11 = j22 \text{ а; } I_C = 22 \text{ а.} \end{aligned}$$

Активная мощность, показываемая ваттметром  $W_I$ , равна вещественной части комплексной мощности

$$P_I = \operatorname{Re} [\dot{U}_{AC} \dot{I}_A] = \operatorname{Re} [(110 - j190,5) \cdot (-19,05 + j11)] = 0.$$

Следовательно, активная мощность, показываемая ваттметром  $W_I$ , равна нулю. Активная мощность, показываемая ваттметром  $W_{II}$ , равна:

$$P_{II} = \operatorname{Re} [\dot{U}_{BC} \dot{I}_B] = \operatorname{Re} [(-110 - j190,5) \cdot (19,05 + j11)] = 0, \text{ т. е.}$$

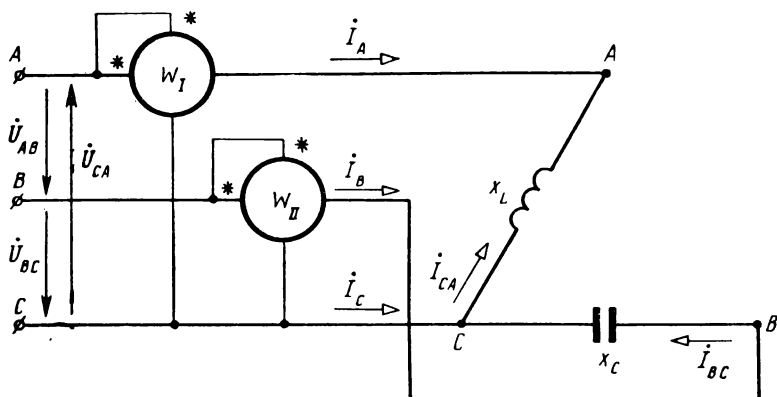
активная мощность, показываемая ваттметром  $W_{II}$ , равна нулю.

Следовательно, активная мощность трехфазной цепи при обрыве фазы  $AB$  равна нулю.

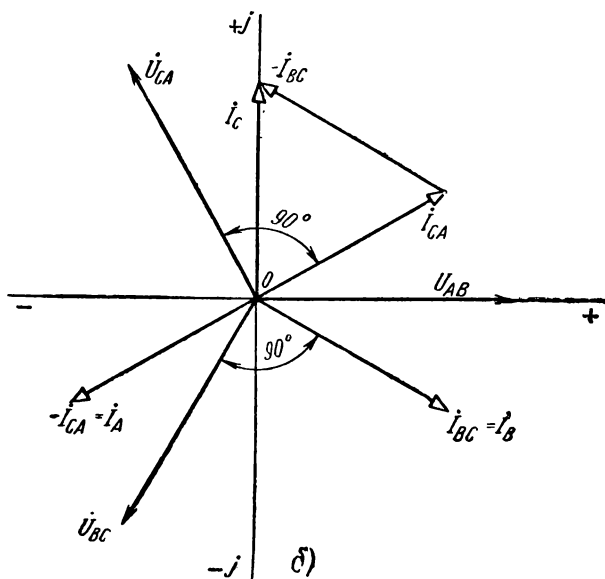
446. В сеть однофазного тока через трансформатор тока  $\frac{100}{5}$

и трансформатор напряжения  $\frac{3000}{100}$  включен электродинамический ваттметр на 5 а и 120 в. Начертить схему включения приборов и определить активную мощность  $P$  цепи, если показание ваттметра равно 85 делениям, а шкала ваттметра имеет 150 делений.





a)



b)

Рис. 276

447. В сеть однофазного тока через трансформатор тока  $\frac{500}{5}$  и трансформатор напряжения 6000/100 (рис. 277) включены приборы: амперметр, вольтметр и ваттметр. Определить ток  $I_1$ , напряжение  $U_1$ , активную мощность  $P$  цепи и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, если показания амперметра  $I_2 = 4$  а, вольтметра  $U_2 = 100$  в и ваттметра  $P' = 350$  вт.

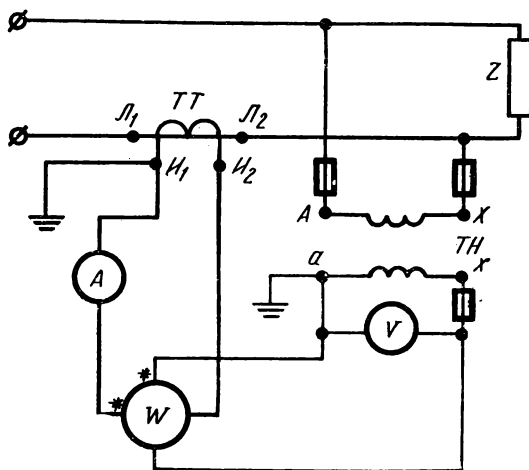


Рис. 277

**Решение.** Номинальный коэффициент трансформации трансформатора тока

$$k_{In} = \frac{500}{5} = 100.$$

Номинальный коэффициент трансформации трансформатора напряжения

$$k_{Un} = \frac{6000}{100} = 60.$$

Зная коэффициент трансформации трансформатора тока и показание амперметра, можно определить ток в цепи:

$$I_1 = k_{In} I_2 = 100 \cdot 4 = 400 \text{ а.}$$

Напряжение цепи

$$U_1 = k_{Un} U_2 = 60 \cdot 100 = 6000 \text{ в} = 6 \text{ кв.}$$

Активная мощность цепи

$$P = k_{In} k_{Un} P' = 100 \cdot 60 \cdot 350 = 2\,100\,000 \text{ вт} = 2100 \text{ квт.}$$

Коэффициент мощности цепи

$$\cos \varphi = \frac{P}{U_1 I_1} = \frac{2\,100\,000}{6000 \cdot 400} = 0,875.$$

448. В сеть однофазного тока через трансформатор тока 200/5 и трансформатор напряжения 6000/100 включены приборы: амперметр, вольтметр и ваттметр (рис. 277). Определить ток  $I_1$ , напряжение  $U_1$ , активную мощность  $P$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  цепи, если показания амперметра  $I_2=4,2$  а, вольтметра  $U_2=55$  в и ваттметра  $P'=165$  вт.

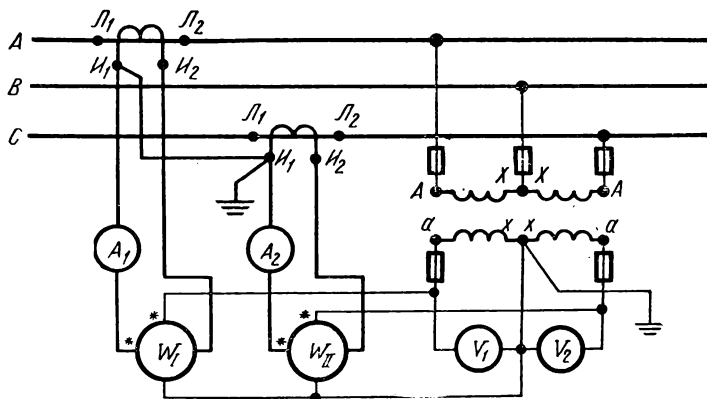


Рис. 278

449. Вычислить активную мощность  $P$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi$  для цепи, изображенной на рис. 278, если приборы показали: амперметры по 4,3 а, вольтметры по 60 в, ваттметр  $W_I$  300 вт, ваттметр  $W_{II}$  100 вт, номинальный коэффициент трансформации трансформатора тока  $k_{Tн}=80$ , номинальный коэффициент трансформации трансформатора напряжения  $k_{Uн}=100$ .

450. Почему при включении ваттметра через измерительные трансформаторы ток в цепях ваттметра должен иметь такое же направление, какое он имел бы при непосредственном включении прибора в цепь?

451. На щитке счетчика написано: 1 гектоватт-час=400 оборотов диска. Найти мощность  $P$  нагрузки, номинальную (фабричную) постоянную счетчика  $C_n$ , если диск счетчика сделал 66 оборотов за 120 сек.

452. На щитке счетчика написано: 120 в, 5 а, 1 гектоватт-час=500 оборотов диска. Определить номинальную постоянную счетчика  $C_n$ , действительную постоянную счетчика  $C$ , абсолютную погрешность  $\Delta W$ , относительную погрешность  $\gamma_0$ , поправочный

коэффициент  $k$ , если при поверке счетчика при постоянном напряжении  $U=120$  в и постоянной величине тока  $I=4$  а диск счетчика сделал  $N_1=42$  оборота за 60 сек.

**Р е ш е н и е.** Номинальная постоянная счетчика

$$C_n = \frac{W}{N} = \frac{1 \cdot 100 \cdot 60 \cdot 60}{500} = 720 \text{ вт} \cdot \text{сек/об.}$$

Действительная постоянная счетчика

$$C = \frac{UIt}{N_1} = \frac{120 \cdot 4 \cdot 60}{42} \approx 686 \text{ вт} \cdot \text{сек/об.}$$

Абсолютная погрешность

$$\Delta W = C_n - C = 720 - 686 = 34 \text{ вт} \cdot \text{сек/об.}$$

Относительная погрешность счетчика

$$\gamma_0 = \frac{C_n - C}{C} 100\% = \frac{720 - 686}{686} 100\% = 4,96\% \approx 5\%.$$

Поправочный коэффициент счетчика

$$k = \frac{W}{W_{сч}} = \frac{C}{C_n} = \frac{686}{720} = 0,953.$$

Поправочный коэффициент показывает, насколько надо умножать показание  $W_{сч}$  счетчика, чтобы получить действительно израсходованную энергию  $W$ . Если поправочный коэффициент меньше единицы, то это указывает на то, что счетчик вращается быстрее, чем следует, а если поправочный коэффициент больше единицы, значит счетчик вращается медленнее, чем следует.

453. На щитке счетчика написано: 220 в, 5 а, 1 гектоватт-час = 200 оборотов диска.

Вычислить номинальную постоянную счетчика  $C_n$ , действительную постоянную счетчика  $C$ , абсолютную погрешность  $\Delta W$ , относительную погрешность  $\gamma_0$ , поправочный коэффициент  $k$ , если при поверке счетчика при постоянном напряжении  $U=220$  в и постоянной величине тока  $I=5$  а диск счетчика сделал  $N_1=37$  оборотов за 60 сек.

---

## Глава одиннадцатая

### КАТУШКИ СО СТАЛЬНЫМИ СЕРДЕЧНИКАМИ И ТРАНСФОРМАТОРЫ

#### 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Для увеличения индуктивности катушек обмотку их располагают на замкнутом стальном сердечнике; обычно эти сердечники изготовляют из листовой электротехнической стали. Индуктивность этих катушек не остается постоянной величиной, а зависит от величины тока в обмотке катушки.

Трансформатором называется статический электромагнитный аппарат, в котором переменный ток одного напряжения преобразуется в переменный ток другого напряжения (частота при этом остается неизменной); процесс подобного преобразования энергии называют трансформацией.

По числу фаз различают трансформаторы однофазные и многофазные (обычно трехфазные). Основными частями трансформатора являются его сердечник и обмотки. Чтобы уменьшить потери на вихревые токи, сердечник собирают из листов специальной электротехнической стали толщиной 0,35 или 0,5 мм; листы изолируют лаком или бумагой. Сердечник состоит из стержней, на которых помещаются обмотки, и ярем, которые замыкают стержни. Следовательно, сердечником трансформатора называется система, образующая его магнитную цепь.

На рис. 279 изображена принципиальная схема однофазного двухобмоточного трансформатора (для наглядности обмотки

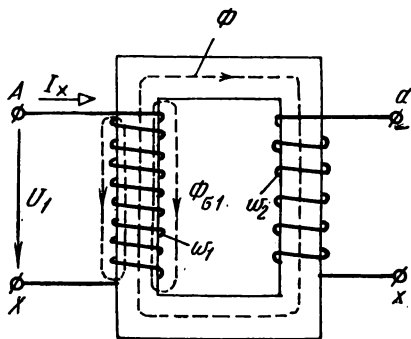


Рис. 279

показаны на разных стержнях, а на самом деле эти обмотки располагают на одном стержне).

Первичной обмоткой называется обмотка, к которой электрическая энергия подводится, а вторичной обмоткой — та обмотка, от которой электрическая энергия отводится.

Обмоткой высшего напряжения ( $A - X$ ) называется обмотка, приключаемая к сети более высокого напряжения, а обмотка ( $a - x$ ), приключаемая к сети с меньшим напряжением, называется обмоткой низшего напряжения.

Холостым ходом трансформатора называется такой режим его работы, когда к зажимам одной из обмоток, например первичной, подводится номинальное напряжение при номинальной частоте, а вторичная обмотка разомкнута. Под действием напряжения  $U_1$  по первичной обмотке проходит переменный ток, который создает основной магнитный поток\*  $\Phi$ . Поток пересекает обе обмотки и индуцирует в них э. д. с., действующие значения которых соответственно равны:

$$E_1 = 4,44 f w_1 \Phi_m; \quad (1)$$

$$E_2 = 4,44 f w_2 \Phi_m, \quad (2)$$

где  $E_1$  и  $E_2$  — э. д. с., индуцируемые в первичной и вторичной обмотках, в;

$w_1$  и  $w_2$  — числа витков первичной и вторичной обмоток;

$\Phi_m$  — амплитуда магнитного потока, вб.

Разделив уравнение (1) на (2), получим коэффициент трансформации трансформатора:

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}, \quad (3)$$

где  $k$  — коэффициент трансформации трансформатора.

Так как при холостом ходе падение напряжения очень мало, то приближенно можно считать, что  $U_1 \approx E_1$ , а  $U_{2x} = E_2$ , тогда уравнение (3) можно представить в следующем виде:

$$k = \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{U_1}{U_{2x}}, \quad (4)$$

где  $U_1$  — напряжение на зажимах первичной обмотки, в;

$U_{2x}$  — напряжение на зажимах вторичной обмотки при холостом ходе трансформатора, в.

Согласно ГОСТ 401—41 коэффициентом трансформации трансформатора называется отношение

---

\* Вместо термина «основной магнитный поток» употребляется термин «главный магнитный поток».

номинальных напряжений, т. е. отношение напряжений первичной и вторичной обмоток при холостом ходе трансформатора. Мощность холостого хода трансформатора расходуется на потери в стали  $P_c$  трансформатора и электрические потери  $r_1 I_x^2$  в первичной обмотке \* вследствие прохождения по ней тока холостого хода, т. е.

$$P_x = P_c + r_1 I_x^2, \quad (5)$$

где  $P_x$  — мощность холостого хода, *вт*;

$P_c$  — потери в стали, *вт*;

$I_x$  — ток холостого хода, *а*;

$r_1$  — активное сопротивление первичной обмотки, *ом*.

Следовательно, зная электрические потери в первичной обмотке и мощность холостого хода, можно определить потери в стали трансформатора:

$$P_c = P_x - r_1 I_x^2. \quad (6)$$

Так как при холостом ходе трансформатора электрические потери в первичной обмотке малы по сравнению с  $P_x$ , то ими обычно пренебрегают. Следовательно, можно считать, что мощность холостого хода \*\* расходуется исключительно на потери в стали, состоящие из потерь на гистерезис и потерь на вихревые токи:

$$P_x \approx P_c = P_e + P_{e.m}, \quad (7)$$

где  $P_e$  — потери на гистерезис, *вт*;

$P_{e.m}$  — потери на вихревые токи, *вт*.

Ток холостого хода  $I_x$  (рис. 280) состоит из двух составляющих: активной составляющей, обусловленной потерями в стали трансформатора, и реактивной составляющей, идущей на создание основного магнитного потока  $\Phi_m$ . Следовательно, ток холостого

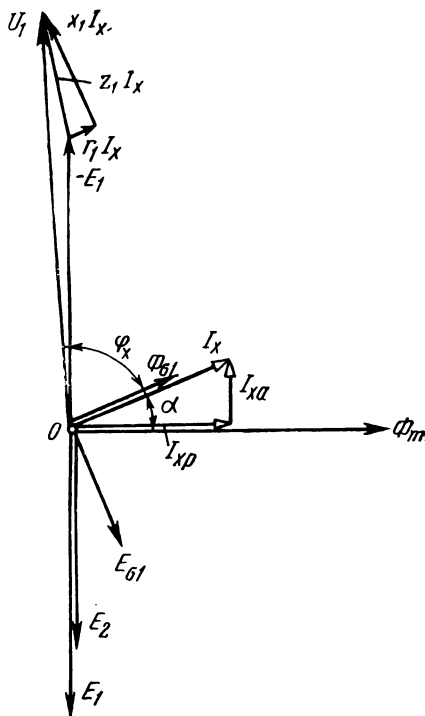


Рис. 280

\* Для трехфазного трансформатора электрические потери в первичной обмотке равны  $3r_1 I_x^2$ .

\*\* В дальнейшем вместо термина «мощность холостого хода» будем употреблять термин «потери холостого хода».

хода равен:

$$I_x = \sqrt{I_{xa}^2 + I_{xp}^2} \quad (8)$$

где  $I_{xa}$  — активная составляющая тока,  $a$ ;  
 $I_{xp}$  — реактивная составляющая тока,  $a$ .  
 Коэффициент мощности холостого хода \*

$$\cos \varphi_x = \frac{P_x}{U_1 I_x} \quad (9)$$

Параметры намагничивающей ветви (намагничивающего контура) в схеме замещения трансформатора:

$$\left. \begin{aligned} z_{12} &= \sqrt{r_{12}^2 + x_{12}^2} = \frac{E_1}{I_x}; \\ r_{12} &= \frac{P_c}{I_x^2}; \\ x_{12} &= \sqrt{z_{12}^2 - r_{12}^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $z_{12}$ ,  $r_{12}$  и  $x_{12}$  — полное, активное и индуктивное сопротивление намагничивающей ветви схемы замещения трансформатора,  $ом$ .

Если не требуется особой точности вычисления, то параметры намагничивающей ветви в схеме замещения трансформатора можно определить по формулам:

$$\left. \begin{aligned} z_{12} &\approx \frac{U_1}{I_x}; \\ r_{12} &\approx \frac{P_x}{I_x^2}; \\ x_{12} &= \sqrt{z_{12}^2 - r_{12}^2} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

## 2. ПРИВЕДЕНИЕ ВТОРИЧНОЙ ОБМОТКИ К ПЕРВИЧНОЙ

Чтобы можно было бы складывать э. д. с. и токи первичной и вторичной обмоток, имеющих разные числа витков, необходимо привести вторичную обмотку к первичной. Это значит, что вторичную обмотку необходимо заменить эквивалентной обмоткой

---

\* Коэффициент мощности холостого хода для трехфазного трансформатора  $\cos \varphi_x = \frac{P_x}{3U_1 I_x}$ ,

где  $U_1$  — фазное напряжение,  $в$ ;  
 $I_x$  — фазный ток,  $а$ .



с таким же числом витков, что и первичная обмотка. При этом изменятся величины э. д. с., тока и сопротивлений вторичной обмотки, но не должны измениться мощности и взаимное расположение векторов. Приведенная вторичная э. д. с. равна:

$$E'_2 = kE_2 = E_1, \quad (12)$$

т. е. приведенная вторичная э. д. с.  $E'_2$  в  $k$  раз больше действительной э. д. с.  $E_2$  и равна первичной э. д. с.  $E_1$ .

Так как полная мощность вторичной обмотки при ее приведении к первичной не должна измениться, то

$$E_2 I_2 = E'_2 I'_2,$$

отсюда

$$I'_2 = \frac{E_2 I_2}{E'_2} = \frac{I_2}{k}, \quad (13)$$

т. е. приведенный вторичный ток  $I'_2$  в  $k$  раз меньше действительного тока  $I_2$ .

Электрические потери во вторичной обмотке также не должны измениться от приведения, следовательно

$$\begin{aligned} r_2 I_2^2 &= r'_2 I'^2_2, \\ r'_2 &= r_2 \left( \frac{I_2}{I'_2} \right)^2 = k^2 r_2 \end{aligned} \quad (14)$$

т. е. приведенное активное сопротивление  $r'_2$  вторичной обмотки в  $k^2$  раз больше действительного активного сопротивления  $r_2$ .

Приведенное индуктивное сопротивление рассеяния вторичной обмотки определим из соотношения:

$$\frac{x_2}{r_2} = \frac{x'_2}{r'_2},$$

откуда

$$x'_2 = r'_2 \frac{x_2}{r_2} = k^2 x_2. \quad (15)$$

Полное сопротивление вторичной обмотки, приведенное к первичной,

$$z'_2 = \sqrt{r'^2_2 + x'^2_2} = \sqrt{(k^2 r_2)^2 + (k^2 x_2)^2} = k^2 z_2. \quad (16)$$

Если требуется привести первичную обмотку к вторичной, то будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} E'_1 &= E_2 = \frac{E_1}{k}; \\ I'_1 &= I_2 = kI_1; \\ r'_1 &= \frac{r}{k^2}; \\ x'_1 &= \frac{x_1}{k^2}; \\ z'_1 &= \frac{z_1}{k^2}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где  $r_1$  и  $z_1$  — активное и полное сопротивления первичной обмотки, *ом*;

$x_1$  — индуктивное сопротивление рассеяния первичной обмотки, *ом*.

### 3. ОПЫТ КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ

Опыт короткого замыкания служит для определения параметров (сопротивлений обмоток) трансформатора, напряжения короткого замыкания и, кроме того, дает возможность определить

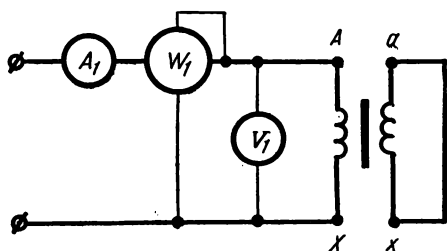


Рис. 281

потери в меди обмоток трансформатора. При опыте короткого замыкания трансформатора вторичная обмотка (рис. 281) замыкается накоротко, а к первичной обмотке подводится при номинальной частоте такое пониженное напряжение  $U_{1k} = U_k$ , при котором токи в обеих обмотках равны номинальным. Напряжение  $U_k$  назы-

вается номинальным напряжением короткого замыкания или просто напряжением короткого замыкания. Напряжение короткого замыкания обычно выражается в процентах от номинального напряжения первичной обмотки:

$$u_k = \frac{U_k}{U_{1n}} 100\% = \frac{z_k I_{1n}}{U_{1n}} 100\% = \frac{z_k I_n}{U_n} 100\%, \quad (18)$$

где  $u_k$  — напряжение короткого замыкания, %.

Обычно  $u_{\kappa}$  равно 5,5—10,5%. Величина  $u_{\kappa}$  не зависит от того, которая из двух обмоток замыкается накоротко.

Активная и реактивная составляющие напряжения короткого замыкания определяются по формулам:

$$u_a = \frac{r_{\kappa} I_{\kappa}}{U_{\kappa}} 100\% = \frac{r_{\kappa} I_{\kappa}^2}{U_{\kappa} I_{\kappa}} 100\% = \frac{P_{\kappa}}{S_{\kappa}} 100\%, \quad (19)$$

$$u_p = \frac{x_{\kappa} I_{\kappa}}{U_{\kappa}} 100\% \quad (20)$$

или

$$u_p = \sqrt{u_{\kappa}^2 - u_a^2}, \quad (21)$$

где  $r_{\kappa}$ ,  $x_{\kappa}$  и  $z_{\kappa}$  — активное, индуктивное и полное сопротивления короткого замыкания трансформатора, *ом*;

$u_a$  и  $u_p$  — активная и реактивная составляющие напряжения короткого замыкания, %;

$U_{\kappa}$  и  $I_{\kappa}$  — номинальное напряжение и ток той обмотки, к которой подводится питание при опыте короткого замыкания.

Так как при сильно пониженном напряжении магнитный поток  $\Phi$  мал ( $U \equiv \Phi$ ), то и потери в стали, пропорциональные квадрату магнитного потока (магнитной индукции), будут незначительными; ими обычно пренебрегают. Поэтому можно считать, что мощность короткого замыкания трансформатора расходуется только на электрические потери в обмотках трансформатора:

$$\begin{aligned} P_{\kappa} &\approx P_s = P_{s1} + P_{s2} = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 = \\ &= r_1 I_1^2 + r_2' I_2'^2 = (r_1 + r_2') I_1^2 = r_{\kappa} I_1^2, \end{aligned} \quad (22)$$

где  $P_{\kappa}$  — мощность короткого замыкания трансформатора, *вт*;

$P_{s1} = r_1 I_1^2$  — электрические потери в первичной обмотке, *вт*;

$P_{s2} = r_2 I_2^2 = r_2' I_2'^2$  — электрические потери во вторичной обмотке, *вт*.

Для трехфазного трансформатора электрические потери в его обмотках будут равны:

$$P_{\kappa} \approx P_s = P_{s1} + P_{s2} = 3r_1 I_1^2 + 3r_2 I_2^2 = 3r_1 I_1^2 + 3r_2' I_2'^2 = 3r_{\kappa} I_1^2 \quad (23)$$

В дальнейшем вместо термина «мощность короткого замыкания» будем употреблять термин «потери короткого замыкания».

При коротком замыкании током холостого хода пренебрегаем, так как он очень мал, поэтому  $I_1 \approx I_2'$  (рис. 282 и 283). В этом случае магнитодвижущая сила (намагничивающая сила) первичной

обмотки будет приближенно равна м. д. с. вторичной обмотки:

$$\left. \begin{array}{l} F_1 \approx F_2 \\ I_1 w_1 \approx I_2 w_2 \end{array} \right\} \quad (24)$$

Знак минус в формуле опущен.

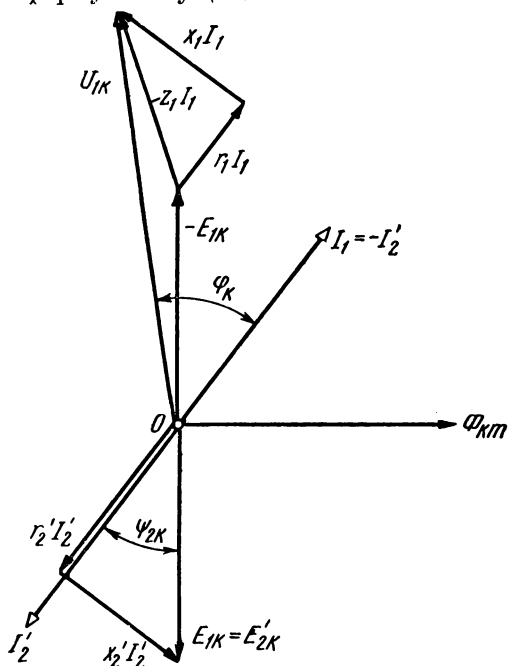


Рис. 282

Полное, активное и индуктивное сопротивления короткого замыкания трансформатора соответственно равны:

$$\left. \begin{array}{l} z_{\kappa} = \frac{U_{\kappa}}{I_1} = \sqrt{(r_1 + r'_2)^2 + (x_1 + x'_2)^2}; \\ r_{\kappa} = r_1 + r'_2 = \frac{P_{\kappa}}{I_1^2}; \\ x_{\kappa} = \sqrt{z_{\kappa}^2 - r_{\kappa}^2} = x_1 + x'_2. \end{array} \right\} \quad (25)$$

Коэффициент мощности \*

$$\cos \varphi_{\kappa} = \frac{P_{\kappa}}{U_{\kappa} I_1}. \quad (26)$$

\* Для трехфазных трансформаторов:

$$\cos \varphi_{\kappa} = \frac{P_{\kappa}}{3 U_{\kappa} I_1},$$

где  $I_1$  — фазный ток, а;

$U_{\kappa}$  — фазное напряжение при опыте короткого замыкания, в.

Электрические потери в обмотках трансформатора можно разделить на:

1) электрические потери, которые имели бы место при постоянном токе, они равны:

$$P_{\text{ao}} = r_{10} I_1^2 + r_{20} I_2^2 = (r_{10} + r'_{20}) I_1^2 = (r_{10} + k^2 r_{20}) I_1^2, \quad (27)$$

где  $r_{10}$  и  $r_{20}$  — сопротивления первичной и вторичной обмоток при постоянном токе, ом;

2) добавочные потери, обусловленные вихревыми токами, возникающими в обмотках, и потерями, вызываемыми потоками рассеяния в стенках бака и т. д.; эти добавочные потери учитываются коэффициентами  $k_{r1}$  и  $k_{r2}$ , показывающими увеличение сопротивлений обеих обмоток  $r_{10}$  и  $r_{20}$ , которые называются коэффициентами добавочных потерь.

Следовательно, активные сопротивления обмоток трансформатора будут равны:

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= k_{r1} r_{10}, \\ r_2 &= k_{r2} r_{20}. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Коэффициенты  $k_{r1}$  и  $k_{r2}$  зависят от частоты переменного тока, сечения и формы проводника, типа обмотки и т. д.

Отношение электрических потерь в обмотках трансформатора при переменном токе к потерям в них при постоянном токе называется приведенным коэффициентом добавочных потерь, т. е.

$$k_r = \frac{P_{\text{a}}}{P_{\text{ao}}} = \frac{P_{\text{к}}}{P_{\text{ao}}} = \frac{r_{\text{к}} I_1^2}{(r_{10} + r'_{20}) I_1^2} = \frac{r_{\text{к}}}{r_{10} + r'_{20}}. \quad (29)$$

#### 4. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩИЕ СИЛЫ РАССЕЯНИЯ

Переменные во времени магнитные потоки рассеяния  $\Phi_{\sigma 1}$  и  $\Phi_{\sigma 2}$  индуцируют в обмотках э. д. с. рассеяния, действующие значения которых соответственно равны:

$$\left. \begin{aligned} E_{\sigma 1} &= \omega L_{\sigma 1} I_1 = x_1 I_1; \\ E_{\sigma 2} &= \omega L_{\sigma 2} I_2 = x_2 I_2 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

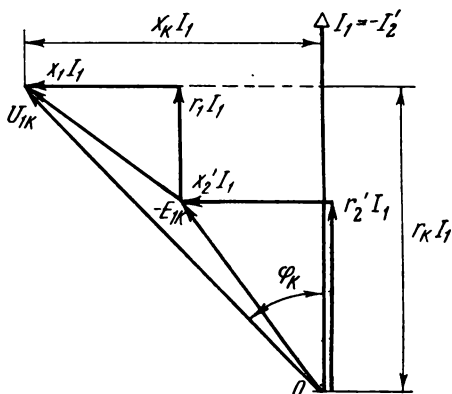


Рис. 283

где  $E_{\sigma_1}$  и  $E_{\sigma_2}$  — э. д. с. рассеяния первичной и вторичной обмоток, *в*;

$L_{\sigma_1}$  и  $L_{\sigma_2}$  — индуктивности рассеяния первичной и вторичной обмоток, *гн*;

$x_1$  и  $x_2$  — индуктивные сопротивления рассеяния первичной и вторичной обмоток, *ом*.

## 5. ПЛОТНОСТЬ ТОКА, НОМИНАЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ И КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ТРАНСФОРМАТОРА

Зная поперечные сечения проводников первичной и вторичной обмоток  $s_1$  и  $s_2$  и токи  $I_1$  и  $I_2$ , можно определить плотности тока в обмотках, т. е.

$$\delta_1 = \frac{I_1}{s_1} \text{ и } \delta_2 = \frac{I_2}{s_2}. \quad (31)$$

Номинальная мощность обозначается на щитке трансформатора и указывается в киловольт-амперах.

Для однофазного трансформатора номинальная мощность равна:

$$S_n = U_n I_n 10^{-3}, \quad (32)$$

а для трехфазного

$$S_n = 3 U_n I_n 10^{-3}, \quad (33)$$

где  $S_n$  — номинальная мощность трансформатора, *кв*а.

Первичная и вторичная мощности условно считаются одинаковыми и равными номинальной мощности  $S_n$ , так как потерями в трансформаторе, током холостого хода и изменением напряжения пренебрегают.

Для трансформаторов различают к. п. д. по мощности и годовой (суточный) к. п. д. или к. п. д. по энергии. К. п. д. по мощности представляет собой отношение мощности, отдаваемой трансформатором, к мощности, подводимой к нему:

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{P_2}{P_1} \\ \text{или} \\ \eta &= \frac{P_2}{P_1} 100\% = \frac{P_2}{P_2 + P_c + P_s} 100\% = \frac{P_2}{P_2 + P_x + P_\kappa} 100\% = \\ &= \left( 1 - \frac{P_x + P_\kappa}{P_2 + P_x + P_\kappa} \right) 100\%, \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

где  $\eta$  — коэффициент полезного действия трансформатора;

$P_1$  — мощность, подводимая к трансформатору, *вт*;

$P_2$  — мощность, отдаваемая трансформатором, *вт*.

Для любой нагрузки  $P_2 = \beta S_n \cos \varphi_2$  к. п. д. можно написать в следующем виде:

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos \varphi_2}{\beta S_n \cos \varphi_2 + P_x + \beta^2 P_\kappa} \cdot 100\% = \left( 1 - \frac{P_x + \beta^2 P_\kappa}{\beta S_n \cos \varphi_2 + P_x + \beta^2 P_\kappa} \right) \cdot 100\%, \quad (35)$$

где  $\cos \varphi_2$  — коэффициент мощности нагрузки;

$\beta$  — коэффициент загрузки трансформатора, т. е. отношение данной нагрузки к номинальной.

К. п. д. по энергии называется отношение энергии, отданной трансформатором за определенный промежуток времени, к энергии, полученной за этот же промежуток времени:

$$\eta_w = \left( 1 - \frac{P_x t + P_\kappa t_\kappa}{S_n t_n \cos \varphi_{cp} + P_x t + P_\kappa t_\kappa} \right) \cdot 100\%, \quad (36)$$

где  $\eta_w$  — коэффициент полезного действия по энергии;

$t$  — время, в течение которого трансформатор был включен в сеть;

$t_\kappa$  — время, в течение которого трансформатор, работая при номинальной мощности  $S_n$  и среднем коэффициенте мощности  $\cos \varphi_{cp}$ , отдает ту же энергию, что и при работе по действительному графику;

$t_\kappa$  — время, в течение которого трансформатор, работая при номинальной мощности, имел бы те же номинальные нагрузочные потери  $P_\kappa$ , что при работе по действительному графику.

## 6. АВТОТРАНСФОРМАТОРЫ

Автотрансформатором называется такой трансформатор, у которого имеется только одна обмотка, часть которой одновременно принадлежит первичной и вторичной системам (рис. 284).

Автотрансформаторы бывают однофазные и трехфазные, повышающие и понижающие.

Если вторичная обмотка автотрансформатора разомкнута, а по первичной обмотке проходит ток холостого хода  $I_x$ , создающий в сердечнике переменный магнитный поток, то этот магнитный поток будет индуцировать в обмотках э. д. с.  $E_1$  и  $E_2$ .

Отношение э. д. с. (как и у трансформатора) называется коэффициентом трансформации автотранс-

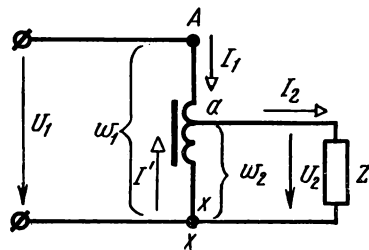


Рис. 284

форматора, т. е.

$$k_A = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}, \quad (37)$$

где  $k_A$  — коэффициент трансформации автотрансформатора;

$w_1$  — число витков первичной обмотки;

$w_2$  — число витков вторичной обмотки.

Так как при холостом ходе падение напряжения очень мало, то можно приближенно считать, что  $U_1 \approx E_1$ , а  $U_{2x} = E_2$ . Тогда коэффициент трансформации можно представить в следующем виде:

$$k_A = \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{U_1}{U_{2x}}. \quad (38)$$

Если нагрузить автотрансформатор и пренебречь потерями, то

$$U_1 I_1 = U_2 I_2 \quad (39)$$

или

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{k_A} = \frac{w_2}{w_1}. \quad (40)$$

Это уравнение показывает, что в автотрансформаторе имеем те же соотношения между напряжениями (э. д. с.) и токами, как и в обычном трансформаторе.

Применяя первый закон Кирхгофа к узлу  $a$ , получим \*:

$$I' + I_1 = I_2; \quad I' = I_2 - I_1 = k_A I_1 - I_1 = I_1 (k_A - 1) \quad (41)$$

или

$$I' = I_2 - I_1 = I_2 \left( 1 - \frac{1}{k_A} \right). \quad (42)$$

Ток  $I'$  создается э. д. с.  $E_2$ , индуцируемой в обмотке  $a - x$ , и проходит через обмотку  $a - x$  и нагрузку (приемник). Следовательно, ток нагрузки состоит из тока  $I_1$ , текущего непосредственно из первичной цепи, и тока  $I' = I_2 - I_1$ , создаваемого э. д. с.  $E_2$ , т. е.

$$I_2 = I_1 + I'. \quad (43)$$

Вторичную полную мощность автотрансформатора можно представить в следующем виде:

$$U_2 I_2 = U_2 I_1 + U_2 I' = S_{эл} + S_{эм}. \quad (44)$$

---

\* В данном случае сумму токов следовало бы рассматривать как геометрическую сумму. Так как геометрическая сумма токов мало отличается от алгебраической, то в дальнейшем будем брать алгебраическую сумму токов.



Это уравнение показывает, что вторичная мощность автотрансформатора состоит из двух частей: мощности  $S_{эл} = U_2 I_1$ , поступающей непосредственно из первичной цепи во вторичную, называемой электрической мощностью, и мощности  $S_{эм} = U_2 I'$ , передаваемой обмотке  $a - x$  путем трансформации при участии магнитного потока; эту мощность называют электромагнитной мощностью. Выразим мощности  $S_{эл}$  и  $S_{эм}$  через мощность  $S_2 = U_2 I_2$  и коэффициент трансформации  $k_A$ , т. е.

$$S_{эл} = U_2 I_1 = U_2 I_2 \cdot \frac{1}{k_A} = S_2 \cdot \frac{1}{k_A} \quad (45)$$

и

$$S_{эм} = U_2 I' = U_2 (I_2 - I_1) = U_2 I_2 \left(1 - \frac{1}{k_A}\right) = S_2 \left(1 - \frac{1}{k_A}\right). \quad (46)$$

### Задачи

454. Катушка со стальным сердечником, размеры (см) которой показаны на рис. 285, имеет число витков  $w=2000$ . Сердечник набран из листовой стали марки Э41. Изоляция между листами равна 10% всего сечения. Построить кривую изменения тока по времени, при этом не учитывая потери в катушке, если она включается в сеть с синусоидальным напряжением  $U=6$  кв.

455. Катушка со стальным сердечником включена в сеть с напряжением  $U=127$  в и потребляет мощность  $P_1=200$  вт при токе  $I_1=8$  а. Эта же катушка при том же напряжении, но вынутом стальном сердечнике, потребляет мощность  $P_2=80$  вт при токе  $I_2=10$  а. Определить электрические потери в катушке  $P_s$  и в стали  $P_c$  и построить векторную диаграмму.

456. По условию задачи 455 вычислить для катушки параметры схемы замещения.

457. Катушка со стальным сердечником с указанными на рис. 286 размерами (см) имеет число витков  $w=120$ . Активное сопротивление катушки  $r=0,5$  ом. Сердечник набран из трансформаторной стали марки Э41 толщиной  $\Delta=0,35$  мм. Найти потери  $P_c$  в стали и ток  $I$  в катушке, если она включена в сеть с синусоидальным напряжением  $U=380$  в и частотой  $f=50$  гц.

Решение. Определим магнитный поток из выражения:

$$E = 4,44fw\Phi_m,$$

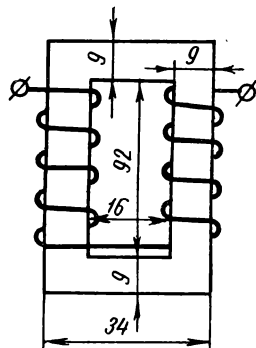


Рис. 285

откуда

$$\Phi_m = \frac{E}{4,44fw}$$

Так как падение напряжения бывает, как правило, невелико, то им (в начале) можно пренебречь и считать, что  $E \approx U$ , тогда

$$\Phi_m \approx \frac{U}{4,44fw} = \frac{380}{4,44 \cdot 50 \cdot 120} = 0,01426 \text{ вб} = 14,26 \cdot 10^5 \text{ мкс.}$$

Принимая изоляцию между листами, равной 10% всего сечения, получим активное сечение сердечника (стержня):

$$S_c = 11 \cdot 11 \cdot 0,9 = 108,9 \text{ см}^2.$$

Активное сечение ярма

$$S_y = 11 \cdot 12 \cdot 0,9 = 118,8 \text{ см}^2.$$

Магнитная индукция в сердечнике

$$B_c = \frac{\Phi_m}{S_c} = \frac{14,26 \cdot 10^5}{108,9} \approx 13 \text{ 100 гс} = 1,31 \text{ тл.}$$

Магнитная индукция в ярме

$$B_y = \frac{\Phi_m}{S_y} = \frac{14,26 \cdot 10^5}{118,8} \approx 12 \text{ 000 гс} = 1,2 \text{ тл.}$$

По кривой намагничивания трансформаторной стали марок Э41, Э42 и Э43 толщиной 0,35 и 0,5 мм (рис. 287) для индукции

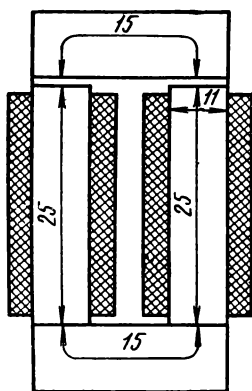
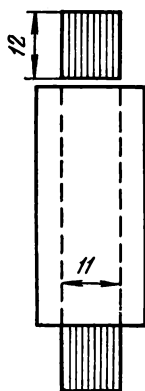


Рис. 286



$B_c = 13 \text{ 100 гс} = 1,31 \text{ тл}$  и  $B_y = 12 \text{ 000 гс} = 1,2 \text{ тл}$  найдем напряженности магнитного поля:  $H_c = 7 \text{ а/см}$  и  $H_y = 5 \text{ а/см}$ . Магнитодвижущие силы (м. д. с.), необходимые для проведения магнитного потока в стали сердечников и ярме, будут равны:

$$F_c = H_c 2l_c = 7 \cdot 2 \cdot 25 = 350 \text{ а;}$$

$$F_y = H_y 2l_y = 5 \cdot 2 \cdot 15 = 150 \text{ а.}$$

Теперь можно определить реактивную составляющую тока, затрачиваемую на создание магнитного потока:

$$I_p = \frac{F_c}{\sqrt{2}w} + \frac{F_y}{\sqrt{2}w}.$$

Эта формула справедлива только для тока, изменяющегося по закону синуса, но если учесть наличие высших гармоник, то предыдущая формула примет следующий вид:

$$I_p = \frac{F_c}{\sqrt{2} w k_{z1}} + \frac{F_{\pi}}{\sqrt{2} w k_{z2}}.$$

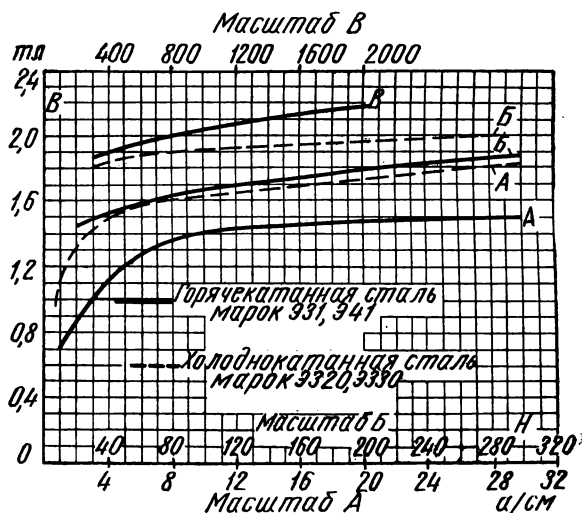


Рис. 287

На основании кривой (рис. 288) находим  $k_{z1}=1,16$ ,  $k_{z2}=1,11$ , тогда

$$I_p = \frac{350}{\sqrt{2} \cdot 120 \cdot 1,16} + \frac{150}{\sqrt{2} \cdot 120 \cdot 1,11} = 2,59 \text{ а.}$$

Вес сердечника

$$G_c = 2l_c S_c \gamma = 2 \cdot 25 \cdot 108,9 \cdot 7,6 \cdot 10^{-3} \approx 41,4 \text{ кг.}$$

Вес ярем

$$G_{\pi} = 2l_{\pi} S_{\pi} \gamma = 2 \cdot 15 \cdot 118,8 \cdot 7,6 \cdot 10^{-3} = 27,1 \text{ кг.}$$

Потери в стали сердечника определяем по формуле

$$\begin{aligned} P_{c.c.} &= \sigma_z \frac{f}{100} \left( \frac{B_m}{10\,000} \right)^2 G_c + \sigma_{\delta.m} \left( \frac{f}{100} \cdot \frac{B_m}{10\,000} \right)^2 G_c = \\ &= 2,4 \cdot \frac{50}{100} \left( \frac{13\,100}{10\,000} \right)^2 \cdot 41,4 + 0,6 \left( \frac{50}{100} \cdot \frac{13\,100}{10\,000} \right)^2 \cdot 41,4 \approx 95,9 \text{ вт,} \end{aligned}$$

где  $\sigma_z = 2,4$ ;  $\sigma_{\delta.m} = 0,6$ .

Потери в стали ярем

$$P_{c.я} = 2,4 \cdot \frac{50}{100} \left( \frac{12\,000}{10\,000} \right)^2 \cdot 27,1 + 0,6 \cdot \left( \frac{50}{100} \cdot \frac{12\,000}{10\,000} \right)^2 \cdot 27,1 \approx 52,7 \text{ вт.}$$

Общие потери в стали

$$P_c = P_{c.c} + P_{c.я} = 95,9 + 52,7 = 148,6 \text{ вт.}$$

Активная составляющая тока

$$I_a = \frac{P_c}{E} \approx \frac{P_c}{U} = \frac{148,6}{380} = 0,391 \text{ а.}$$

Ток в катушке

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{0,391^2 + 2,59^2} = 2,62 \text{ а.}$$

458. Катушка со стальным сердечником с указанными на рис. 289 размерами (см) имеет число витков  $w=250$ . Активное сопротивление катушки  $r=0,45$  ом. Сердечник набран из транс-

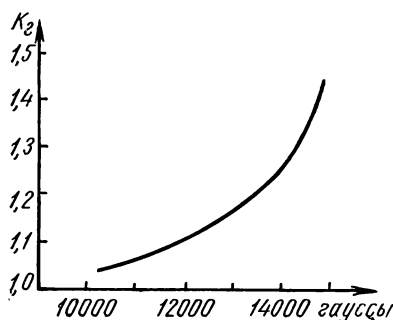


Рис. 288

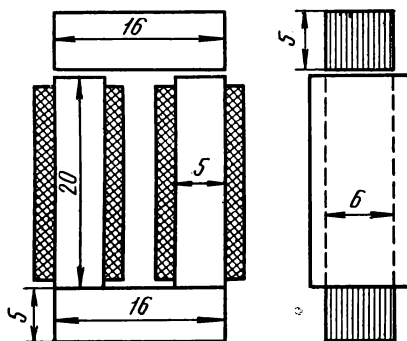


Рис. 289

форматорной стали марки Э41 толщиной  $\Delta=0,35$  мм. Чему равны потери  $P_c$  в стали и ток  $I$  в катушке, если она включена в сеть с синусоидальным напряжением  $U=220$  в?

459. Какой воздушный зазор  $\delta$  должна иметь магнитная цепь катушки, размеры (см) которой изображены на рис. 290, если напряжение на зажимах катушки  $U=60$  в, ток в катушке  $I=15$  а, магнитная индукция в сердечнике  $B=0,65$  тл=6500 гс и сечение  $S=50$  см<sup>2</sup>? Сердечник набран из трансформаторной стали марки Е41.

460. Однофазный трансформатор номинальной мощностью  $S_n=600$  ква включен в сеть с напряжением  $U_1=10\,000$  в. При холостом

ходе трансформатора напряжение на зажимах его вторичной обмотки \*  $U_{2x}=400$  в. Определить коэффициент трансформации  $k$ .

461. По условию задачи 460 найти число витков  $w_1$  первичной обмотки, если известно, что число витков вторичной обмотки  $w_2=32$ .

462. Однофазный трансформатор номинальной мощностью  $S_n=600$  ква имеет число витков первичной обмотки  $w_1=480$  и вторичной  $w_2=32$ . Напряжение на зажимах первичной обмотки при холостом ходе  $U_1=6000$  в. Найти напряжение  $U_{2x}$  на зажимах вторичной обмотки.

463. По условию задачи 462 определить ток  $I_2$  вторичной цепи, а также найти плотности тока  $\delta_1$  и  $\delta_2$  в первичной и вторичной обмотках, если первичная и вторичная обмотки имеют по две параллельных ветви и сечения проводов соответственно равны:  $s_1=13,3$  мм<sup>2</sup> и  $s_2=208$  мм<sup>2</sup>.

464. Однофазный трансформатор номинальной мощностью  $S_n=600$  ква включен в сеть с частотой  $f=50$  гц. Вычислить э. д. с.  $E'_1, E_1, E''_1$  в первичной обмотке, э. д. с.  $E_2$  во вторичной обмотке, если активное сечение стержня и ярма  $S_c=S_\gamma=395$  см<sup>2</sup>, наибольшая магнитная индукция в стержне  $B_c=1,465$  тл= $14\ 650$  гс, число витков первичной обмотки  $w_1=779 \pm 5\%$  и вторичной  $w_2=18$ .

465. Однофазный трансформатор номинальной мощностью  $S_n=2$  ква включен в сеть с напряжением  $U_1=380$  в, напряжение на зажимах его вторичной обмотки при холостом ходе  $U_2=120$  в. Определить число витков обеих обмоток  $w_1$  и  $w_2$ , если активное сечение стержня  $S_c=47,7$  см<sup>2</sup>, наибольшая магнитная индукция в стержне  $B_c=1,01$  тл= $10\ 100$  гс и частота  $f=50$  гц.

466. По условию задачи 465 определить напряжение  $U_2$  при холостом ходе и магнитную индукцию  $B_c$  в стержне трансформатора, если последний по ошибке был приключен со стороны низшего напряжения к сети высшего напряжения  $U_1=380$  в.

467. Трехфазный трансформатор имеет следующие данные: номинальная мощность  $S_n=50$  ква; высшее напряжение  $U_1=20\ 000 \pm 5\%$  в; низшее напряжение  $U_2=230$  в; группа соединения  $\Delta/Y_0-11$ , активное сечение стержня и ярма  $S_c=S_\gamma=98,3$  см<sup>2</sup>; наибольшая магнитная индукция в стержне  $B_c=1,355$  тл= $13\ 550$  гс. Найти число витков на фазу обмоток высшего и низшего напряжения  $w_1$  и  $w_2$ , а также число секционированных витков.

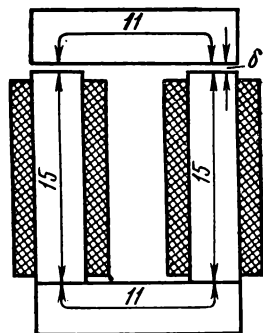


Рис. 290

\* В последующих задачах напряжение на зажимах вторичной обмотки при холостом ходе будем обозначать  $U_2$  вместо  $U_{2x}$ .

**Р е ш е н и е.** При холостом ходе падение напряжения очень мало, поэтому им можно пренебречь, тогда:

$$E_1 \approx U_1 = 20\,000 \text{ в}; \quad E_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3}} = \frac{230}{\sqrt{3}} \approx 133 \text{ в}.$$

Э. д. с., индуцируемая в каждой фазе обмотки высшего напряжения,

$$E_1 = 4,44fw_1\Phi_m.$$

Так как при расчете трансформаторов пользуются понятием э. д. с., индуцируемой в одном витке,

$$E_w = 4,44f\Phi_m = 4,44fB_cS_c,$$

то предыдущая формула примет следующий вид:

$$E_1 = E_w w_1.$$

Подставляя данные значения в выражение э. д. с., индуцируемой в одном витке, получим:

$$E_w = 4,44 \cdot 50 \cdot 1,355 \cdot 98,3 \cdot 10^{-4} \approx 2,95 \text{ в}.$$

Число витков на фазу первичной обмотки высшего напряжения

$$w_1 = \frac{E_1}{E_w} = \frac{20\,000}{2,95} = 6780.$$

Так как трансформатор имеет регулировку напряжения на  $\pm 5\%$ , то полное число витков на фазу будет равно:

$$w'_1 = w_1 + 0,05w_1 = 6780 + 0,05 \cdot 6780 = 7119.$$

Число секционированных витков

$$\pm (w'_1 - w_1) = \pm (7119 - 6780) = \pm 339.$$

Следовательно, число витков по обе стороны от среднего положения будет равно:

$$2 \cdot 339 = 678.$$

Число витков на фазу обмотки низшего напряжения

$$w_2 = \frac{E_2}{E_w} = \frac{133}{2,95} \approx 45.$$

**468.** Трехфазный трансформатор имеет следующие данные: номинальная мощность  $S_n = 420 \text{ ква}$ , высшее напряжение  $U_1 = 10\,000 \pm 5\%$  в, низшее напряжение  $U_2 = 400 \text{ в}$ , группа соединения  $Y/Y_0 - 12$ ; активное сечение стержня  $S_c = 279 \text{ см}^2$ ; наибольшая магнитная индукция в стержне  $B_c = 1,435 \text{ тл} = 14\,350 \text{ гс}$ . Опреде-

лить число витков на фазу обмоток высшего и низшего напряжения  $w_1$  и  $w_2$ , а также число секционированных витков.

469. Однофазный трансформатор имеет следующие данные: номинальная мощность  $S_n=600$  ква; высшее напряжение  $U_1=6000\pm 5\%$  в; низшее напряжение  $U_2=400$  в; активное сечение стержня и ярма  $S_c=S_{\pi}=395$  см<sup>2</sup>; наибольшая магнитная индукция в стержне и ярме  $B_c=B_{\pi}=1,425$  тл=14 250 гс; высота окна  $h=7\frac{1}{4}$  см; расстояние между осями стержней (рис. 291)  $m=46$  см; диаметр стержня  $D=25,5$  см. Магнитная система собрана внахлестку и выполнена из трансформаторной стали марки Е42, толщина листов  $\Delta=0,5$  мм. Вычислить потери холостого хода  $P_x$ , ток холостого хода  $I_x$ , ток холостого хода в процентах от номинального тока, если удельные потери в стали  $p_{10}=1,6$  вт/кг и удельный вес ее  $\gamma=7,6$  кг/дм<sup>3</sup>.

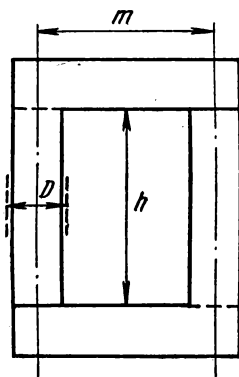


Рис. 291

Решение. Полная м. д. с. определяется по формуле:

$$F = F_c + F_{\pi} + F_{\delta} = H_c l_c + H_{\pi} l_{\pi} + 0,8\delta B = \sqrt{2} I_{xp} w, \quad (47)$$

где  $F_c$  — м. д. с., необходимая для проведения магнитного потока через стержни трансформатора;

$F_{\pi}$  — м. д. с., необходимая для проведения магнитного потока через ярмы;

$F_{\delta}$  — м. д. с., необходимая для проведения магнитного потока через воздушные зазоры;

$H_c$  и  $H_{\pi}$  — напряженности магнитного поля в стержне и в ярме (для данной магнитной индукции);

$l_c$  — средняя длина линии магнитной индукции в стержнях;

$l_{\pi}$  — средняя длина линии магнитной индукции в ярмах;

$\delta$  — общая длина воздушных зазоров;

$I_{xp}$  — реактивная составляющая тока холостого хода, затрачиваемая на создание магнитного потока;

$w$  — число витков намагничивающей обмотки (чаще всего при испытании трансформаторов намагничивающей обмоткой является обмотка низшего напряжения);

$B$  — магнитная индукция в воздушном зазоре.

Так как кривые намагничивания сняты при постоянном токе, то для получения действующего значения переменного тока в формулу введен множитель  $\sqrt{2}$ .

Эта формула справедлива только для тока, изменяющегося по закону синуса, но, как известно из курса трансформаторов, ток холостого хода не синусоиден, поэтому при расчете трансформаторов вводят в предыдущую формулу поправочный коэффи-

циент  $k_z$ , который учитывает наличие гармоник в кривой намагничивающего тока; этот коэффициент зависит от величины магнитной индукции и сорта стали; он может быть определен по кривой на рис. 288. Следовательно, предыдущая формула примет следующий вид:

$$F = H_c l_c + H_{\text{я}} l_{\text{я}} + 0,8\delta B = \sqrt{2} k_z I_{xp} w. \quad (48)$$

Будем вести сначала расчет по первой формуле, т. е. условно считать, что ток изменяется синусоидально.

Средняя длина линии магнитной индукции в стержнях

$$l_c \approx 2(h + D) = 2(74 + 25,5) = 199 \text{ см.}$$

Средняя длина линии магнитной индукции в ярах

$$l_{\text{я}} = 2m = 2 \cdot 46 = 92 \text{ см.}$$

При сборке внахлестку воздушный зазор принимается равным  $\delta_1 = 0,0035 \text{ см}$ , а так как их четыре, то общая длина воздушных зазоров будет равна:

$$\delta = 4\delta_1 = 4 \cdot 0,0035 = 0,014 \text{ см.}$$

Определим м. д. с., необходимую для проведения магнитного потока в стали стержней и ярем; по кривой намагничивания (рис. 287) для магнитной индукции  $B = 1,425 \text{ тл} = 14\,250 \text{ гс}$  находим напряженность магнитного поля  $H_c = H_{\text{я}} = 25 \text{ а/см}$ ,

Следовательно,

$$F_c = H_c l_c = 25 \cdot 199 \approx 4\,980 \text{ а};$$

$$F_{\text{я}} = H_{\text{я}} l_{\text{я}} = 25 \cdot 92 = 2\,300 \text{ а.}$$

М. д. с., необходимая для проведения магнитного потока через воздушные зазоры,

$$F_{\delta} = 0,8\delta B = 0,8 \cdot 0,014 \cdot 14\,250 = 159,6 \text{ а.}$$

Определим число витков вторичной обмотки трансформатора из соотношения:

$$E_2 = 4,44fw_2\Phi_m = 4,44fw_2B_cS_c,$$

откуда

$$w_2 = \frac{E_2}{4,44fB_cS_c} = \frac{400}{4,44 \cdot 50 \cdot 1,425 \cdot 395 \cdot 10^{-4}} \approx 32.$$

Теперь можно найти реактивную составляющую тока холостого хода, затрачиваемую на создание магнитного потока:

$$I_{xp} = \frac{F_c + F_{\text{я}} + F_{\delta}}{\sqrt{2}w} = \frac{4980 + 2300 + 159,6}{\sqrt{2} \cdot 32} = 164,9 \text{ а.}$$



Потери в стали на вихревые токи и гистерезис определяем по формуле

$$P_c = p_{10} \left( \frac{f}{50} \right)^{1,3} \left( \frac{B_m}{10^4} \right)^2 G [\text{вт}], \quad (49)$$

где  $B_m$  — наибольшая магнитная индукция в стали, гс;  
 $G$  — вес стали, кг;

$p_{10}$  — удельные потери в стали.

При частоте  $f=50$  гц формула примет следующий вид:

$$P_c = p_{10} \left( \frac{B_m}{10^4} \right)^2 G. \quad (50)$$

Вес двух стержней

$$G_c = 2hS_{\text{ст}} 10^{-3} = 2 \cdot 74 \cdot 395 \cdot 7,6 \cdot 10^{-3} \approx 444 \text{ кг.}$$

Вес двух ярем

$$G_{\text{я}} = 2(mS_{\text{я}} + b_{\text{я}}S_{\text{с}}) \gamma \cdot 10^{-3} = 2(46 \cdot 395 + 20,4 \cdot 395) \cdot 7,6 \cdot 10^{-3} \approx 399 \text{ кг,}$$

где  $b_{\text{я}} \approx 0,8D = 0,8 \cdot 25,5 = 20,4 \text{ см}$  — ширина листов ярма,

Потери в стали в двух стержнях

$$P_{c.c} = 1,6 \left( \frac{14 \ 250}{10^4} \right)^2 \cdot 444 \approx 1442 \text{ вт.}$$

Потери в стали в двух ярмах

$$P_{c.я} = 1,6 \left( \frac{14 \ 250}{10^4} \right)^2 \cdot 399 = 1296 \text{ вт.}$$

Потери холостого хода

$$P_x = 1,08(P_{c.c} + P_{c.я}) = 1,08(1442 + 1296) \approx 2960 \text{ вт.}$$

Активная составляющая тока холостого хода

$$I_{xa} = \frac{P_x}{U_{2\text{н}}} = \frac{2960}{400} = 7,4 \text{ а.}$$

Ток холостого хода

$$I_x = \sqrt{I_{xa}^2 + I_{xp}^2} = \sqrt{7,4^2 + 164,9^2} = 165 \text{ а.}$$

Номинальный ток

$$I_{2\text{н}} = \frac{S_{\text{н}}}{U_{2\text{н}}} = \frac{600 \cdot 10^3}{400} = 1500 \text{ а.}$$

Ток холостого хода в процентах от номинального

$$I_x \% = \frac{I_x}{I_{2\text{н}}} 100 = \frac{165}{1500} \cdot 100 = 11 \%.$$

Ток холостого хода получился немного большим \*, так как не принят в расчет поправочный коэффициент на высшие гармоники. Если ввести этот поправочный коэффициент в расчет намагничивающего тока, взяв его значение по кривой рис. 288 ( $k_s = 1,29$ ) для индукции  $B = 1,425 \text{ тл} = 14\,250 \text{ гс}$ , то реактивная составляющая тока холостого хода, затрачиваемая на создание магнитного потока, будет равна:

$$I_{xp} = \frac{164,9}{1,29} = 127,8 \text{ а.}$$

В этом случае ток холостого хода будет равен:

$$I_x = \sqrt{I_{xa}^2 + I_{xp}^2} = \sqrt{7,4^2 + 127,8^2} = 127,9 \text{ а.}$$

Ток холостого хода в процентах от номинального

$$I_x \% = \frac{I_x}{I_{2n}} \cdot 100 = \frac{127,9 \cdot 100}{1500} \approx 8,53 \%.$$

Коэффициент мощности холостого хода

$$\cos \varphi_x = \frac{P_x}{U_{2n} I_x} = \frac{2960}{400 \cdot 127,9} \approx 0,06.$$

470. Однофазный трансформатор имеет следующие данные: номинальная мощность  $S_n = 33 \text{ ква}$ ; высшее напряжение  $U_1 = 380 \text{ в}$ ; низшее напряжение  $U_2 = 220 \text{ в}$ ; активное сечение стержня  $S_c = 86 \text{ см}^2$ ; активное сечение ярма  $S_{\text{я}} = 88 \text{ см}^2$ ; наибольшая магнитная индукция в стержне и ярме  $B_c = B_{\text{я}} = 1,11 \text{ тл} = 11\,100 \text{ гс}$ ; высота окна  $h = 30,5 \text{ см}$ ; расстояние между осями стержней (рис. 291)  $t = 26 \text{ см}$ ; диаметр стержня  $D = 12 \text{ см}$ . Магнитная система собрана внахлестку и выполнена из трансформаторной стали марки Е42; толщина листов  $\Delta = 0,5 \text{ мм}$ . Определить потери холостого хода  $P_x$ , ток холостого хода  $I_x$ , ток холостого хода в процентах от номинального тока, если удельные потери в стали  $p_{10} = 1,3 \text{ вт/кг}$  и удельный вес ее  $\gamma = 7,6 \text{ кг/дм}^3$ .

471. Трехфазный трансформатор имеет следующие данные: номинальная мощность  $S_n = 75 \text{ ква}$ , высшее напряжение  $U_1 = 6000 \pm 5\% \text{ в}$ ; низшее напряжение  $U_2 = 230 \text{ в}$ ; группа соединения  $Y/Y_0 - 12$ ; высота окна  $h = 22,5 \text{ см}$ ; расстояние между осями стержней  $t = 28 \text{ см}$ ; диаметр стержня  $D = 140 \text{ см}$ ; активное сечение стержня  $S_c = 117,3 \text{ см}^2$ ; наибольшая магнитная индукция в стержне  $B_c = 1,42 \text{ тл} = 14\,200 \text{ гс}$ ; коэффициент усиления ярма  $k_{\text{я}} = 1,193$ . Вычислить потери  $P_c$  в стали сердечника трансформатора, если удельные потери в стали  $p_{10} = 1,3 \text{ вт/кг}$  и удельный вес ее  $\gamma = 7,6 \text{ кг/дм}^3$ .

---

\* По сравнению с данными ГОСТ 401—41.

472. Трехфазный трансформатор имеет следующие данные: номинальная мощность  $S_n = 20 \text{ ква}$ ; частота  $f = 50 \text{ гц}$ ; высшее напряжение  $U_1 = 2100 \pm 5\% \text{ в}$ ; низшее напряжение  $U_2 = 220 \text{ в}$ ; группа соединения  $Y/Y_0 - 12$ ; напряжение короткого замыкания  $u_k = 5,5\%$ ; потери холостого хода  $P_x = 180 \text{ вт}$ ; потери короткого замыкания  $P_k = 600 \text{ вт}$ . Найти коэффициент полезного действия  $\eta$  при номинальной нагрузке и коэффициентах мощности  $\cos \varphi_2 = 1$  и  $\cos \varphi_2 = 0,8$ .

473. Построить кривые коэффициента полезного действия  $\eta$  трехфазного трансформатора в функции от его полезной мощности  $P_2[\eta = f(P_2)]$  при коэффициентах мощности  $\cos \varphi_2 = 1$  и  $\cos \varphi_2 = 0,8$ , если известны следующие данные трансформатора: номинальная мощность  $S_n = 560 \text{ ква}$ ; высшее напряжение  $U_1 = 35000 \pm 5\% \text{ в}$ ; низшее напряжение  $U_2 = 400 \text{ в}$ ; группа соединения  $Y/Y_0 - 12$ ; напряжение короткого замыкания  $u_k = 5\%$ ; потери холостого хода  $P_x = 3380 \text{ вт}$ ; потери короткого замыкания  $P_k = 9520 \text{ вт}$ ; частота  $f = 50 \text{ гц}$ .

474. Трехфазный трансформатор имеет следующие данные: номинальная мощность  $S_n = 320 \text{ ква}$ ; высшее напряжение  $U_1 = 6000 \pm 5\% \text{ в}$ ; низшее напряжение  $U_2 = 230 \text{ в}$ ; группа соединения  $\Delta/Y_0 - 11$ ; частота  $f = 50 \text{ гц}$ . Определить наибольшее значение к.п.д. и мощность, при которой он получается, если потери холостого хода  $P_x = 1,7 \text{ кВт}$ , а потери короткого замыкания  $P_k = 5,7 \text{ кВт}$ .

**Р е ш е н и е.** Коэффициент полезного действия трансформатора для любой нагрузки можно представить в таком виде:

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos \varphi_2}{\beta S_n \cos \varphi_2 + P_c + \beta^2 P_k} = \frac{\beta S_n \cos \varphi_2}{\beta S_n \cos \varphi_2 + P_x + \beta^2 P_k},$$

где  $\beta$  — коэффициент загрузки трансформатора (равен отношению данной нагрузки к номинальной);

$P_c \approx P_x$  — потери в стали трансформатора;

$P_s \approx P_k$  — потери в меди обмоток трансформатора.

Чтобы получить наибольшее значение к.п.д., необходимо взять производную от этого выражения по переменной  $\beta$  и приравнять производную нулю:

$$\frac{d\eta}{d\beta} = \frac{S_n \cos \varphi_2 (\beta S_n \cos \varphi_2 + P_x + \beta^2 P_k) - \beta S_n \cos \varphi_2 (S_n \cos \varphi_2 + 2\beta P_k)}{(\beta S_n \cos \varphi_2 + P_x + \beta^2 P_k)^2} = 0,$$

откуда

$$P_x = \beta^2 P_k.$$

Из полученного выражения видно, что к.п.д. трансформатора достигает наибольшего значения тогда, когда переменные потери равны постоянным, т. е. электрические потери в обмотках трансформатора равны потерям в стали,

Следовательно, для нашего трансформатора к.п.д. достигает наибольшего значения при

$$\beta = \sqrt{\frac{P_x}{P_\kappa}} = \sqrt{\frac{1700}{5700}} = 0,546,$$

т. е. при 54,6% номинальной нагрузки.

Мощность, отдаваемая трансформатором при  $\cos \varphi_2 = 1$ ,  
 $P_2 = \beta S_\kappa \cos \varphi_2 = 0,546 \cdot 320 \cdot 10^3 \cdot 1 = 174\,700 \text{ вт} = 174,7 \text{ квт.}$

К. п. д. при коэффициенте мощности  $\cos \varphi_2 = 1$

$$\eta_1 = \frac{\beta S_\kappa \cos \varphi_2}{\beta S_\kappa \cos \varphi_2 + P_x + \beta^2 P_\kappa} = 1 - \frac{P_x + \beta^2 P_\kappa}{\beta S_\kappa \cos \varphi_2 + P_x + \beta^2 P_\kappa} =$$

$$= 1 - \frac{2P_x}{\beta S_\kappa \cos \varphi_2 + 2P_x} = 1 - \frac{2 \cdot 1700}{0,546 \cdot 320 \cdot 10^3 \cdot 1 + 2 \cdot 1700} \approx 0,981$$

или

$$\eta_1 = 98,1\%.$$

Мощность, отдаваемая трансформатором при  $\cos \varphi_2 = 0,8$ ,

$$P_2 = \beta S_\kappa \cos \varphi_2 = 0,546 \cdot 320 \cdot 10^3 \cdot 0,8 = 139\,800 \text{ вт} \approx 140 \text{ квт.}$$

К. п. д. при коэффициенте мощности  $\cos \varphi_2 = 0,8$ :

$$\eta_2 = 1 - \frac{2P_x}{\beta S_\kappa \cos \varphi_2 + 2P_x} = 1 - \frac{2 \cdot 1700}{0,546 \cdot 320 \cdot 10^3 \cdot 0,8 + 2 \cdot 1700} \approx 0,976$$

или

$$\eta_2 = 97,6\%.$$

475. Трехфазный трансформатор имеет следующие данные: номинальная мощность  $S_\kappa = 420 \text{ ква}$ ; высшее напряжение  $U_1 = 10\,000 \pm 5\%$  в; низшее напряжение  $U_2 = 400 \text{ в}$ ; группа соединения  $Y/Y_0 - 12$ ; частота  $f = 50 \text{ гц}$ . Вычислить наибольшее значение к. п. д. и мощность (для  $\cos \varphi_2 = 0,8$  и  $\cos \varphi_2 = 1$ ), при которой он получается, если известно, что потери холостого хода  $P_x = 2,1 \text{ квт}$ , а потери короткого замыкания  $P_\kappa = 7,7 \text{ квт}$ .

476. Однофазный трансформатор включен в сеть с напряжением  $U_1 = 380 \text{ в}$  и питает лампы накаливания ( $\cos \varphi_2 = 1$ ) при напряжении  $U_2 = 120 \text{ в}$ . Найти ток  $I_1$  в первичной обмотке и потери короткого замыкания трансформатора  $P_\kappa$ , если коэффициент мощности первичной цепи  $\cos \varphi_1 = 0,97$ , потери холостого хода  $P_x = 40 \text{ вт}$ , к.п.д.  $\eta = 95,3\%$  и ток  $I_2 = 16,7 \text{ а}$ .

477. На рис. 292 изображен график суточной нагрузки силового трехфазного трансформатора, который имеет следующие данные: номинальная мощность  $S_\kappa = 320 \text{ ква}$ ; высшее напряжение  $U_1 =$

$=6000 \pm 5\%$  в; низшее напряжение  $U_2=230$  в; группа соединения  $\Delta/Y_0-11$ ; потери холостого хода  $P_x=1,6$  кет; потери короткого замыкания  $P_k=6,07$  кет; напряжение короткого замыкания  $u_k=5,5\%$ , частота  $f=50$  гц. Определить суточный коэффициент по-

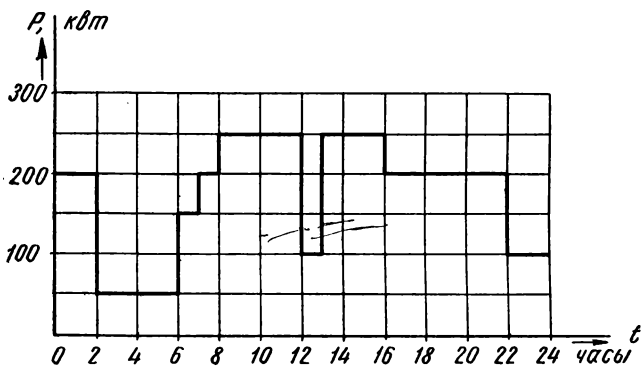


Рис. 292

лезного действия  $\eta_c$  при номинальной нагрузке, а также вычислить разницу между коэффициентом полезного действия по мощности  $\eta$  при номинальной нагрузке и суточным коэффициентом полезного действия по энергии  $\eta_c$ , если средний коэффициент мощности  $\cos \varphi_2 = 0,75$ .

478. Построить внешнюю характеристику  $U_2 = f(I_2)$  трехфазного трансформатора при  $\cos \varphi_2 = 0,8$ . Данные трансформатора следующие: номинальная мощность  $S_n = 5 \text{ кВА}$ ; высшее напряжение  $U_1 = 6300 \pm 5\% \text{ В}$ ; низшее напряжение  $U_{2x} = 220 \text{ В}$ ; группа соединения  $Y/Y_0 - 12$ ; потери холостого хода  $P_x = 60 \text{ Вт}$ ; потери короткого замыкания  $P_k = 185 \text{ Вт}$ ; напряжение короткого замыкания  $u_k = 5,5\%$ ; частота  $f = 50 \text{ Гц}$ .

**Решение.** Чтобы построить внешнюю характеристику, необходимо определить изменение напряжения для нескольких нагрузок, например  $5/4$ ,  $4/4$ ,  $3/4$ ,  $2/4$  и  $1/4$  от номинальной мощности трансформатора.

Из теории трансформаторов известно, что изменение напряжения можно определить графическим или аналитическим методом.

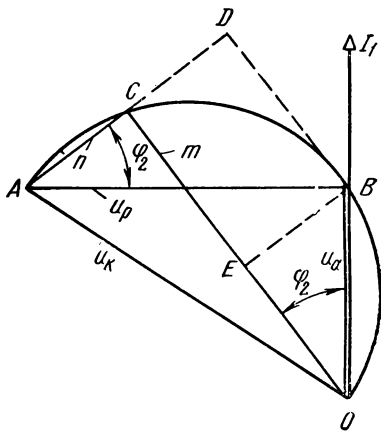


Рис. 293

В первом методе пользуемся диаграммой короткого замыкания (рис. 293), из которой определяем отрезки  $m$  и  $n$ . Построение диаграммы видно из рис. 293 и не требует пояснений. Зная отрезки  $m$  и  $n$ , можно определить изменение напряжения по формуле

$$\Delta U \% = m + \frac{n^2}{200}. \quad (51)$$

Из этой формулы легко можно получить формулу для аналитического определения изменения напряжения.

Из рис. 293 имеем:

$$m = OC = OE + EC = u_a \cos \varphi_2 + u_p \sin \varphi_2;$$

$$n = AC = AD - CD = u_p \cos \varphi_2 - u_a \sin \varphi_2.$$

Подставляя значения  $m$  и  $n$  в формулу (51), получим:

$$\Delta U \% = u_a \cos \varphi_2 + u_p \sin \varphi_2 + \frac{(u_p \cos \varphi_2 - u_a \sin \varphi_2)^2}{200}. \quad (52)$$

Последним членом ввиду его малой величины часто пренебрегают. Следовательно, как для графического, так и для аналитического определения изменения напряжения нужно знать активную и реактивную составляющие напряжения короткого замыкания  $u_a$  и  $u_p$ .

Напряжение короткого замыкания, выраженное в процентах от номинального, равно:

$$u_\kappa = \frac{z_\kappa I_n}{U_n} \cdot 100 \%.$$

Реактивная составляющая напряжения короткого замыкания

$$u_p = \frac{x_\kappa I_n}{U_n} \cdot 100 \%.$$

Активная составляющая напряжения короткого замыкания

$$u_a = \frac{r_\kappa I_n}{U_n} \cdot 100 = \frac{r_\kappa I_n^2}{U_n I_n} \cdot 100 = \frac{P_\kappa}{S_n} \cdot 100 \%.$$

Напряжение короткого замыкания можно выразить через ее составляющие:

$$u_\kappa = \sqrt{u_a^2 + u_p^2};$$

$$u_a = \frac{P_\kappa}{S_n} \cdot 100 = \frac{185}{5 \cdot 10^3} \cdot 100 = 3,7 \%;$$

$$u_p = \sqrt{u_\kappa^2 - u_a^2} = \sqrt{5,5^2 - 3,7^2} = 4,07 \%.$$

Определим изменение напряжения \* графическим методом; для этого строим диаграмму короткого замыкания (рис. 293), из которой находим:

$$m = 5,4\% \text{ и } n = 1,1\%,$$

тогда

$$\Delta U\% = \Delta U_1\% = m + \frac{n^2}{200} = 5,4 + \frac{1,1^2}{200} = 5,406\% \approx 5,41\%.$$

Напряжение на зажимах вторичной обмотки

$$U_2 = U_{2x} \left( 1 - \frac{\Delta U\%}{100} \right) = 220 \left( 1 - \frac{5,41}{100} \right) = 208 \text{ в.}$$

Определим изменение напряжения аналитическим методом:

$$\begin{aligned} \Delta U\% = \Delta U_1\% &= u_a \cos \varphi_2 + u_p \sin \varphi_2 + \frac{(u_p \cos \varphi_2 - u_a \sin \varphi_2)^2}{200} = \\ &= 3,7 \cdot 0,8 + 4,07 \cdot 0,6 + \frac{(4,07 \cdot 0,8 - 3,7 \cdot 0,6)^2}{200} = \\ &= 5,4 + 0,005 = 5,405 \approx 5,41\%. \end{aligned}$$

Из полученного результата видно, что последним слагаемым можно пренебречь ввиду его малой величины, тогда получим:

$$\Delta U\% = u_a \cos \varphi_2 + u_p \sin \varphi_2.$$

Этой формулой будем пользоваться в дальнейших наших расчетах. Данная формула показывает, что изменение напряжения прямо пропорционально току, а следовательно и нагрузке.

Таким образом, при нагрузке  $S_2 = \frac{1}{4} S_n$  изменение напряжения равно:

$$\Delta U_2\% = \frac{\Delta U\%}{4} = \frac{5,41}{4} = 1,35\%.$$

Напряжение на зажимах вторичной обмотки

$$U_2 = U_{2x} \left( 1 - \frac{\Delta U_2\%}{100} \right) = 220 \left( 1 - \frac{1,35}{100} \right) = 217 \text{ в.}$$

При нагрузке

$$S_2 = \frac{2}{4} S_n = \frac{1}{2} S_n$$

---

\* Для номинальной нагрузки.

имеем:

$$\Delta U_3 \% = \frac{\Delta U \%}{2} = \frac{5,41}{2} \approx 2,7 \%;$$

$$U_2 = U_{2x} \left( 1 - \frac{\Delta U_3 \%}{100} \right) = 220 \left( 1 - \frac{2,7}{100} \right) = 214 \text{ в.}$$

При нагрузке  $S_z = \frac{3}{4} S_n$  имеем:

$$\Delta U_4 \% = 3 \frac{\Delta U \%}{4} = \frac{3 \cdot 5,41}{4} = 4,06 \%;$$

$$U_2 = U_{2x} \left( 1 - \frac{\Delta U_4 \%}{100} \right) = 220 \left( 1 - \frac{4,06}{100} \right) = 211 \text{ в.}$$

На основании полученных данных строим кривую  $U_2 = f(I_2)$ , как показано на рис. 294.

479. Построить внешнюю характеристику  $U_2 = f(I_2)$  трехфазного трансформатора при  $\cos \varphi_2 = 0,8$ . Данные трансформатора

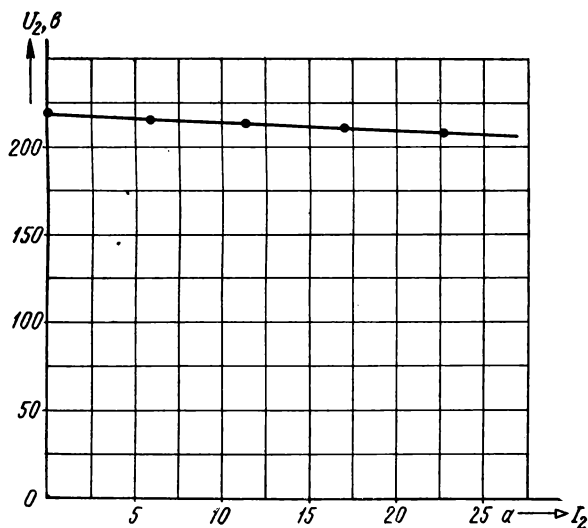


Рис. 294

следующие: номинальная мощность  $S_n = 50 \text{ ква}$ ; высшее напряжение  $U_1 = 3000 \pm 5 \% \text{ в}$ ; низшее напряжение  $U_x = 230 \text{ в}$ ; группа соединения  $Y/Y_0 - 12$ ; потери холостого хода  $P_x = 350 \text{ вт}$ ; потери короткого замыкания  $P_k = 1325 \text{ вт}$ ; напряжение короткого замыкания  $u_k = 5,5 \%$ , частота  $f = 50 \text{ гц}$ .



480. Однофазный трансформатор имеет следующие данные:  $S_n=20\,000$  ква; 121/38,5 кВ;  $P_x=47$  кВт;  $P_k=129$  кВт;  $u_k=10,5\%$ . Построить внешнюю характеристику  $U_2=f(I_2)$ , если трансформатор питает активную нагрузку ( $\cos \varphi_2=1$ ).

481. По данным задачи 480 определить коэффициент полезного действия при номинальной и половинной нагрузке.

482. Однофазный трансформатор с номинальной мощностью  $S_n=1067$  ква имеет число витков первичной и вторичной обмоток соответственно равным:  $w_1=301$  и  $w_2=164$ ; активное сечение сердечника  $S_c=595$  см<sup>2</sup>. Вычислить наибольшую магнитную индукцию  $B_c$  в сердечнике трансформатора, активную и реактивную

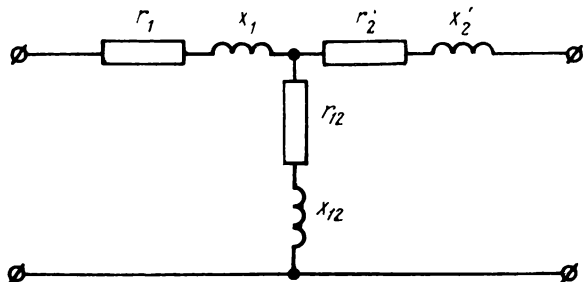


Рис. 295

составляющие напряжения короткого замыкания  $u_a$  и  $u_p$  и э.д.с.  $E_2$ , индуцируемую во вторичной обмотке, если первичная обмотка включена в сеть с напряжением  $U_1=\frac{10\,000}{\sqrt{3}}$  в, напряжение корот-

кого замыкания  $u_k=5,5\%$  и потери короткого замыкания трансформатора  $P_k=1,45$  кВт.

483. Трехфазный трансформатор имеет следующие данные: номинальная мощность  $S_n=1000$  ква; высшее напряжение  $U_1=6000\pm 5\%$  в; низшее напряжение  $U_2=400$  в; частота  $f=50$  гц, группа соединения  $\Delta/Y-11$ ; напряжение короткого замыкания  $u_k=5,5\%$ . Найти число витков на фазу  $w_1$  и  $w_2$  первичной и вторичной обмоток, активную и реактивную составляющие напряжения короткого замыкания  $u_a$  и  $u_p$ , если магнитный поток в сердечнике трансформатора  $\Phi_m=547,4\cdot 10^{-4}$  вб и потери короткого замыкания трансформатора  $P_k=15$  кВт.

484. Однофазный трансформатор имеет следующие данные: 2 ква; 500/110 в; 4/18,2 а; мощность при холостом ходе  $P_x=38,3$  вт, а при короткозамкнутой вторичной обмотке мощность  $P_k=55,5$  вт, при токе  $I_{1k}=I_{1n}=4$  а. Чему равны коэффициент трансформации  $k$ , активное сопротивление короткого замыкания  $r_k$  трансформатора, приведенный коэффициент добавочных потерь  $k_r$ , активные сопротивления  $r_1$  и  $r_2$  обмоток и к.п.д.  $\eta$  при активной нагрузке

( $\cos \varphi_2=1$ ), если сопротивления обмоток при постоянном токе  $r_{10}=2,02 \text{ ом}$  и  $r_{20}=0,0699 \text{ ом}$ ?

485. При испытании однофазного трансформатора 333 ква, 20 200/6000 в, 16,5/55,5 а были получены следующие данные при опыте холостого хода:  $U_2=6000 \text{ в}$ ;  $I_x=3,47 \text{ а}$ ;  $P_x=2100 \text{ вт}$ , а при опыте короткого замыкания:  $U_{2\kappa}=384,4 \text{ в}$ ;  $I_{2\kappa}=I_{2\kappa}=55,5 \text{ а}$ ;  $P_{\kappa}=5490 \text{ вт}$ . Определить параметры схемы замещения трансформатора (рис. 295), если сопротивления обмоток при постоянном токе  $r_{10}=10,5 \text{ ом}$  и  $r_{20}=0,785 \text{ ом}$ .

**Р е ш е н и е.** Активное сопротивление короткого замыкания трансформатора

$$r_{\kappa} = \frac{P_{\kappa}}{I_{2\kappa}^2} = \frac{5490}{55,5^2} = 1,782 \text{ ом}.$$

Коэффициент трансформации трансформатора

$$k = \frac{U_1}{U_2} = \frac{20\,200}{6000} = 3,366.$$

Сопротивление трансформатора при постоянном токе

$$r_0 = \frac{r_{10}}{k^2} + r_{20} = \frac{10,5}{3,366^2} + 0,785 = 1,711 \text{ ом}.$$

Приведенный коэффициент добавочных потерь

$$k_r = \frac{r_{\kappa}}{r_0} = \frac{1,782}{1,711} = 1,041.$$

Активное сопротивление первичной обмотки

$$r_1 = k_r r_{10} = 1,041 \cdot 10,5 = 10,93 \text{ ом}.$$

Активное сопротивление вторичной обмотки

$$r_2 = k_r r_{20} = 1,041 \cdot 0,785 = 0,817 \text{ ом}.$$

Полное сопротивление короткого замыкания трансформатора

$$z_{\kappa} = \frac{U_{2\kappa}}{I_{2\kappa}} = \frac{384,4}{55,5} \approx 6,93 \text{ ом}.$$

Индуктивное сопротивление короткого замыкания трансформатора

$$x_{\kappa} = \sqrt{z_{\kappa}^2 - r_{\kappa}^2} = \sqrt{6,93^2 - 1,782^2} \approx 6,7 \text{ ом}.$$

Индуктивное сопротивление рассеяния вторичной обмотки

$$x_2 = x_1' = \frac{x_{\kappa}}{2} = \frac{6,7}{2} = 3,35 \text{ ом}.$$

Индуктивное сопротивление рассеяния первичной обмотки  
 $x_1 = k^2 x'_1 = 3,366^2 \cdot 3,35 \approx 38 \text{ ом.}$

Полное сопротивление ветви (контура) намагничивания схемы замещения трансформатора

$$z_{12} \approx z_x = \frac{U_2}{I_x} = \frac{6000}{3,47} = 1729 \text{ ом.}$$

Коэффициент мощности холостого хода

$$\cos \varphi_x = \frac{P_x}{U_2 I_x} = \frac{2100}{6000 \cdot 3,47} \approx 0,101.$$

Активное сопротивление ветви (контура) намагничивания схемы замещения трансформатора

$$r_{12} \approx r_x = z_x \cdot \cos \varphi_x = 1729 \cdot 0,101 = 174,6 \text{ ом.}$$

Индуктивное сопротивление ветви (контура) намагничивания схемы замещения трансформатора

$$x_{12} \approx x_x = z_x \sin \varphi_x = 1729 \cdot 0,995 = 1720 \text{ ом.}$$

486. По условию задачи 485 построить для трансформатора векторную диаграмму для номинального тока и коэффициента мощности  $\cos \varphi_2 = 1$ .

487. В задаче 485 определить напряжение на зажимах вторичной обмотки при номинальном токе  $I_{2н} = 55,5 \text{ а}$  и коэффициенте мощности  $\cos \varphi_2 = 0,8$  для индуктивной, активной и емкостной нагрузок.

488. Однофазный трансформатор номинальной мощностью  $S_n = 1867 \text{ ква}$  имеет напряжение короткого замыкания  $u_k = 7,5\%$ . Каково изменение напряжения трансформатора при активной нагрузке ( $\cos \varphi_2 = 1$ ), при индуктивной нагрузке и  $\cos \varphi_2 = 0,8$ , емкостной нагрузке и  $\cos \varphi_2 = 0,8$ , если потери короткого замыкания трансформатора  $P_k = 22 \text{ кВт}$ ?

489. Определить изменение напряжения  $\Delta U\%$  трехфазного группового трансформатора при номинальной нагрузке и коэффициенте мощности  $\cos \varphi_2 = 0,8$  для индуктивной и емкостной нагрузок, если известно, что номинальная мощность  $S_n = 3 \cdot 600 \text{ ква}$ , высшее напряжение  $U_1 = 6000 \pm 5\%$  в, низшее напряжение  $U_2 = 400 \text{ в}$ ,

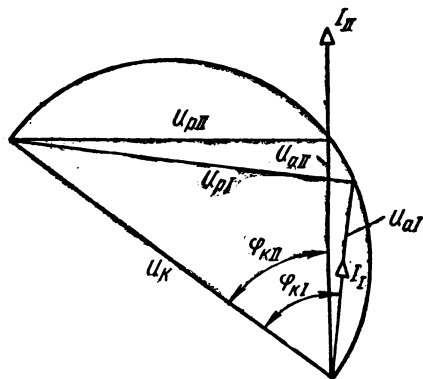


Рис. 296

напряжение короткого замыкания  $u_k = 5,5\%$ , группа соединения  $\Delta/\Delta - 12$ , потери холостого хода  $P_x = 3 \cdot 3000 \text{ вт}$ , потери короткого замыкания  $P_k = 3 \cdot 9500 \text{ вт}$  и частота  $f = 50 \text{ гц}$ .

490. Два трехфазных трансформатора включены на параллельную работу. Данные трансформаторов следующие:

Номинальные данные	I трансформатор	II трансформатор
$S_n$	30 кВа	10 кВа
$U_1$	$3000 \pm 5\%$ в	$3000 \pm 5\%$ в
$U_2$	230 в	230 в
$u_k$	5,5%	5,5%
$u_a$	2,84%	3,35%
Группа соединения	$Y/Y_0 - 12$	$Y/Y_0 - 12$

Определить ток каждого трансформатора  $I_I$  и  $I_{II}$ , если ток в сети  $I = 90 \text{ а}$ .

**Р е ш е н и е.** Из курса трансформаторов известно, что если напряжения короткого замыкания трансформаторов равны, то они будут нагружены в одинаковой степени; но так как активные составляющие напряжений короткого замыкания разные, то очевидно, что токи их будут сдвинуты по фазе на угол  $\varphi_{kI} - \varphi_{kII}$  (рис. 296).

Соотношение между токами трансформаторов

$$\frac{I_I}{I_{II}} = \frac{S_{nI}}{S_{nII}} = \frac{30}{10} = 3,$$

откуда

$$I_I = 3 \cdot I_{II}.$$

Из диаграммы рис. 296 имеем:

$$I = \sqrt{I_I^2 + I_{II}^2 + 2I_I I_{II} \cos(\varphi_{kI} - \varphi_{kII})} = \\ = \sqrt{(3 \cdot I_{II})^2 + I_{II}^2 + 6I_{II}^2 \cos(\varphi_{kI} - \varphi_{kII})};$$

$$\cos \varphi_{kI} = \frac{u_{aI}}{u_{kI}} = \frac{2,84}{5,5} = 0,516;$$

$$\varphi_{kI} \approx 59^\circ.$$

$$\cos \varphi_{kII} = \frac{u_{aII}}{u_{kII}} = \frac{3,35}{5,5} = 0,609;$$

$$\varphi_{kII} = 52^\circ 30'.$$

Подставляя найденные значения, получим:

$$\cos(\varphi_{kI} - \varphi_{kII}) = \cos(59^\circ - 52^\circ 30') = 0,994;$$

$$I = I_{II} \sqrt{9 + 1 + 6 \cdot 0,994} \approx 4I_{II},$$

отсюда найдем ток второго трансформатора:

$$I_{II} = \frac{I}{4} = \frac{90}{4} = 22,5 \text{ а.}$$

Ток первого трансформатора

$$I_I = 3I_{II} = 3 \cdot 22,5 = 67,5 \text{ а.}$$

491. Два трехфазных трансформатора включены на параллельную работу. Данные трансформаторов следующие:

Номинальные данные	I трансформатор	II трансформатор
$S_n$	30 <i>кВа</i>	50 <i>кВа</i>
$U_1$	$3000 \pm 5\%$ <i>в</i>	$3000 \pm 5\%$ <i>в</i>
$U_2$	230 <i>в</i>	230 <i>в</i>
$u_{\kappa}$	5,5%	5,5%
$u_a$	2,84%	2,65%
Группа соединения	$Y/Y_0-12$	$Y/Y_0-12$

Чему равен ток каждого трансформатора  $I_I$  и  $I_{II}$ , если ток в сети  $I=150 \text{ а}$ ?

492. Параллельно включены три трансформатора, имеющие следующие мощности и напряжения короткого замыкания: первый трансформатор  $S_I=1800 \text{ кВа}$ ;  $u_{\kappa I}=6,5\%$ ; второй трансформатор  $S_{II}=3200 \text{ кВа}$ ;  $u_{\kappa II}=7\%$ ; третий трансформатор  $S_{III}=5600 \text{ кВа}$ ;  $u_{\kappa III}=7,5\%$ . Как распределится между ними суммарная мощность  $S=10\,600 \text{ кВа}$  и на сколько процентов будет нагружен каждый трансформатор?

Р е ш е н и е. Приведем напряжения короткого замыкания всех трансформаторов к мощности первого трансформатора:

$$u'_{\kappa I} = u_{\kappa I} \frac{S_I}{S_I} = 6,5 \cdot \frac{1800}{1800} = 6,5\% ;$$

$$u'_{\kappa II} = u_{\kappa II} \frac{S_I}{S_{II}} = 7 \cdot \frac{1800}{3200} \approx 3,94\% ,$$

$$u'_{\kappa III} = u_{\kappa III} \frac{S_I}{S_{III}} = 7,5 \cdot \frac{1800}{5600} = 2,41\% .$$

Приведенная мощность

$$S' = \frac{S}{k_I},$$

где

$$k_I = \frac{1}{u'_{\kappa I}} + \frac{1}{u'_{\kappa II}} + \frac{1}{u'_{\kappa III}} = \frac{1}{6,5} + \frac{1}{3,94} + \frac{1}{2,41} = 0,823;$$

$$S' = \frac{S}{k_I} = \frac{10\,600}{0,823} \approx 12\,880 \text{ ква.}$$

Нагрузка между трансформаторами распределяется следующим образом:

для первого трансформатора

$$S'_I = \frac{S'}{u'_{\kappa I}} = \frac{12\,880}{6,5} \approx 1981 \text{ ква, т. е. перегрузка на } 10,1\%;$$

для второго трансформатора

$$S'_{II} = \frac{S'}{u'_{\kappa II}} = \frac{12\,880}{3,94} = 3269 \text{ ква, т. е. перегрузка на } 2,15\%;$$

для третьего трансформатора

$$S'_{III} = \frac{S'}{u'_{\kappa III}} = \frac{12\,880}{2,41} \approx 5350 \text{ ква, т. е. недогрузка на } 4,46\%.$$

Отсюда

$$S = S'_I + S'_{II} + S'_{III} = 1981 + 3269 + 5350 = 10\,600 \text{ ква.}$$

493. Параллельно включены три трансформатора, имеющие следующие мощности и напряжения короткого замыкания:

первый трансформатор  $S_I = 420 \text{ ква}$ ;  $u_{\kappa I} = 5,5\%$ ;

второй трансформатор  $S_{II} = 320 \text{ ква}$ ;  $u_{\kappa II} = 5,5\%$ ;

третий трансформатор  $S_{III} = 320 \text{ ква}$ ;  $u_{\kappa III} = 5\%$ .

Как распределится между ними суммарная мощность  $S = 11\,000 \text{ ква}$  и на сколько процентов будет нагружен каждый трансформатор?

494. При холостом ходе однофазного автотрансформатора были получены следующие данные: мощность  $P_x = 79,5 \text{ вт}$ ; ток  $I_x = 0,76 \text{ а}$ ; напряжение на зажимах первичной обмотки  $U_1 = 220 \text{ в}$ ; напряжение на зажимах вторичной обмотки  $U_2 = 127 \text{ в}$ . Определить коэффициент мощности  $\cos \varphi_x$  холостого хода и число витков  $w_2$  вторичной обмотки, если число витков первичной обмотки  $w_1 = 157$ .

495. Трехфазный автотрансформатор мощностью  $S_\kappa = 560 \text{ ква}$ , напряжением  $\frac{6300 \pm 5\%}{5250} \text{ в}$ , группа соединения  $Y/Y$  имеет активное сечение сердечника  $S_c = 154,5 \text{ см}^2$  и наибольшую магнитную индукцию в сердечнике  $B_c = 1,32 \text{ тл} = 13\,200 \text{ гс}$ . Вычислить наибольший магнитный поток  $\Phi_m$ , число витков на фазу  $w_1$  и  $w_2$  первичной и

вторичной обмоток, коэффициент полезного действия  $\eta$  при номинальной нагрузке и коэффициенте мощности  $\cos \varphi_2=1$ , если потери холостого хода  $P_x=723 \text{ вт}$ , а потери короткого замыкания автотрансформатора  $P_k=1965 \text{ вт}$  и частота  $f=50 \text{ гц}$ .

496. При испытании однофазного трансформатора 6,6 кВа, 110/65 в, 60/101,5 а были произведены опыты холостого хода и короткого замыкания. При опыте холостого хода были получены следующие данные:  $U_1=110 \text{ в}$ ;  $I_x=2,83 \text{ а}$ ;  $P_x=62 \text{ вт}$  и  $U_{2x}=65 \text{ в}$ ; при опыте короткого замыкания:  $U_{1k}=8,2 \text{ в}$ ;  $I_{1k}=60 \text{ а}$  и  $P_k=213 \text{ вт}$ .

Найти коэффициент трансформации  $k$ , потери в стали  $P_c$ , коэффициент мощности  $\cos \varphi_x$  холостого хода, активное, индуктивное и полное сопротивления короткого замыкания  $r_k$ ,  $x_k$  и  $z_k$  трансформатора, коэффициент мощности  $\cos \varphi_k$  короткого замыкания, коэффициент полезного действия  $\eta$  при номинальной нагрузке и коэффициенте мощности  $\cos \varphi_2=1$ ; построить треугольник короткого замыкания трансформатора.

---

## Глава двенадцатая

### АСИНХРОННЫЕ ДВИГАТЕЛИ

#### 1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АСИНХРОННОМ ДВИГАТЕЛЕ

Асинхронным двигателем называется двигатель переменного тока, у которого скорость вращения ротора при постоянной частоте тока в сети изменяется в зависимости от нагрузки.

Асинхронный двигатель состоит из двух основных частей: неподвижной — статора и вращающейся — ротора. По устройству ротора асинхронные двигатели делятся на два основных типа: 1) с фазным ротором (с контактными кольцами) и 2) с короткозамкнутым ротором.

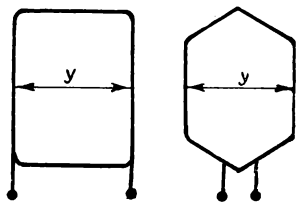


Рис. 297

Обмотки машин переменного тока можно разделить на три группы: 1) катушечные, 2) стержневые и 3) специальные. К специальным обмоткам относятся: а) короткозамкнутая обмотка в виде беличьей клетки; б) обмотка асинхронного двигателя с переключением на разные числа полюсов; в) обмотка асинхронного двигателя с противосоединениями и т. д. Кроме вышеуказанного деления, обмотки отличаются по ряду других признаков, а именно:

1) по характеру исполнения — ручные, шаблонные и полшаблонные; 2) по расположению в пазу — однослойные и двухслойные; 3) по числу пазов на полюс и фазу — обмотки с целым числом  $q$  пазов на полюс и фазу и обмотки с дробным числом  $q$ .

Витком называется контур, образованный двумя последовательно соединенными проводниками.

Секция, или катушка, представляет собой ряд последовательно соединенных витков, лежащих в двух пазах и имеющих общую изоляцию от корпуса. Катушка имеет две активные сторо-



ны. Левую активную сторону называют *началом катушки*, а правую — *концом катушки* (рис. 297). Расстояние между активными сторонами катушки называется *шагом катушки* ( $y$ ). Шаг  $y$  можно измерять или числом зубцовых делений или в долях полюсного деления \*. Шаг катушки называется *диаметром*, если он равен полюсному делению  $\tau$ , и *сокращенным*, если он меньше полюсного деления  $\tau$ , так как шаг  $y$  больше полюсного деления не делают.

Число пазов статора

$$Z_1 = 2pq_1m_1, \quad (1)$$

где  $Z_1$  — число пазов статора;

$q_1$  — число пазов на полюс и фазу статора;

$m_1$  — число фаз статора;

$p$  — число пар полюсов двигателя,

Число пазов ротора

$$Z_2 = 2pq_2m_2, \quad (2)$$

где  $Z_2$  — число пазов ротора;

$q_2$  — число пазов на полюс и фазу ротора;

$m_2$  — число фаз ротора.

Число пазов на полюс статора

$$Q_1 = \frac{Z_1}{2p}, \quad (3)$$

где  $Q_1$  — число пазов на полюс.

Угол между соседними пазами в электрических градусах

$$\alpha = \frac{\pi}{Q_1}, \quad (4)$$

где  $\alpha$  — угол между соседними пазами.

При прохождении трехфазного переменного тока по обмоткам статора создается вращающееся магнитное поле, которое пересекает как обмотки статора, так и обмотки ротора и индуцирует в них э. д. с., действующие значения которых равны:

$$E_1 = 4,44f_1w_1k_{об1}\Phi; \quad (5)$$

$$E_2 = 4,44f_1w_2k_{об2}\Phi, \quad (6)$$

где  $E_1$  — э. д. с., индуцируемая в фазе обмотки статора, в;

$f_1$  — частота тока в статоре, гц;

$w_1$  — число последовательно соединенных витков фазы обмотки статора;

$k_{об1} = k_p k_{y1}$  — обмоточный коэффициент обмотки статора;

\* Полюсное деление обычно измеряется в пазах или электрических градусах.

$$k_{p1} = \frac{\sin \frac{\pi}{2m_1}}{q_1 \sin \frac{\pi}{2q_1 m_1}} - \text{коэффициент распределения обмотки* при целом}$$

числе пазов на полюс и фазу  $q_1$  и числе фаз  $m_1$  [если  $q_1$  равно дробному числу, то точное значение обмоточного коэффициента можно определить с помощью векторной диаграммы (звезды пазовых э.д.с.)];

$$k_{y1} = \sin \frac{y\pi}{2\tau} - \text{коэффициент укорочения шага обмотки статора;}$$

$E_2$  — э. д. с., индуцируемая в фазе обмотки ротора, когда ротор неподвижен,  $\epsilon$ ;

$w_2$  — число последовательно соединенных витков фазы обмотки ротора;

$$k_{об2} = k_{p2} k_{y2} - \text{обмоточный коэффициент обмотки ротора;}$$

$k_{p2}$  — коэффициент распределения обмотки ротора;

$k_{y2}$  — коэффициент укорочения шага обмотки ротора;

$\Phi$  — основной магнитный поток,  $\epsilon\phi$ .

Если разделить уравнение (5) на уравнение (6), то получим коэффициент трансформаций э. д. с., т. е.

$$k_e = \frac{E_1}{E_2} = \frac{k_{об1} w_1}{k_{об2} w_2}, \quad (7)$$

откуда

$$E_1 = k_e E_2 = E_2', \quad (8)$$

где  $k_e$  — коэффициент трансформации э. д. с.;

$E_2$  — приведенная э. д. с. фазы обмотки ротора к обмотке статора.

Скольжение определяется по формуле:

$$\left. \begin{aligned} s &= \frac{n_1 - n_2}{n_1} \\ \text{или} \quad s &= \frac{n_1 - n_2}{n_1} 100\%, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $n_1 = \frac{60f_1}{p}$  — скорость вращения, об/мин, вращающегося магнитного поля (синхронная скорость вращения);  
 $p$  — число пар полюсов двигателя;  
 $n_2$  — скорость вращения ротора, об/мин.

---

\* Коэффициент распределения обмотки и коэффициент укорочения шага обмотки статора приведены для основной синусоиды или первой гармоники

Из формулы (9) можно найти скорость вращения ротора:

$$n_2 = n_1(1 - s). \quad (10)$$

Частота э. д. с. и тока в роторе определяется по формуле

$$f_2 = \frac{p(n_1 - n_2)}{60} = \frac{(n_1 - n_2)}{n_1} \cdot \frac{pn_1}{60} = sf_1, \quad (11)$$

где  $f_2$  — частота э. д. с. и тока в роторе,  $гц$ .

Когда ротор вращается, то э. д. с., индуцируемая в фазе обмотки ротора, будет:

$$E_{2s} = 4,44f_2w_2k_{o\phi 2}\Phi = 4,44sf_1w_2k_{o\phi 2}\Phi = E_2s, \quad (12)$$

где  $E_{2s}$  — э. д. с., индуцируемая в фазе обмотки ротора при его вращении,  $в$ ,

т. е. э. д. с.  $E_{2s}$ , индуцированная в фазе обмотки ротора при его вращении, равна э. д. с.  $E_2$ , индуцированной в фазе обмотки ротора, когда ротор неподвижен, умноженной на скольжение  $s$ .

Ток в роторе, когда ротор неподвижен (при пуске),

$$I_2 = \frac{E_2}{z_2} = \frac{E_2}{\sqrt{r_2^2 + x_2^2}}, \quad (13)$$

где  $z_2$  и  $r_2$  — полное и активное \* сопротивления фазы обмотки ротора;

$x_2 = \omega L_{\sigma 2} = 2\pi f_1 L_{\sigma 2}$  — индуктивное сопротивление рассеяния фазы обмотки ротора;

$L_{\sigma 2}$  — индуктивность фазы обмотки ротора ( $гн$ ), обусловленная потоком рассеяния ротора.

Ток в роторе, когда ротор вращается,

$$I_2 = \frac{E_{2s}}{z_{2s}} = \frac{E_{2s}}{\sqrt{r_2^2 + x_{2s}^2}} = \frac{E_{2s}}{\sqrt{r_2^2 + s^2 x_2^2}}, \quad (14)$$

где  $x_{2s} = 2\pi f_2 L_{\sigma 2} = 2\pi f_1 s L_{\sigma 2} = s x_2$ ,

т. е. индуктивное сопротивление рассеяния  $x_{2s}$  фазы обмотки ротора при его вращении равно индуктивному сопротивлению рассеяния фазы обмотки  $x_2$  неподвижного ротора, умноженному на скольжение  $s$ .

Формулу (14) можно представить в другом виде:

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2 + x_2^2}}. \quad (14')$$

Эта формула дает возможность определить ток  $I_2$  в роторе, если известны  $E_2$ ,  $r_2$ ,  $x_2$  и  $s$ . Угол сдвига фаз между током ротора

\* Если в цепь ротора включается реостат, то под  $r_2$  надо понимать сумму сопротивлений фазы обмотки ротора и сопротивление пускового реостата.

и его э. д. с. определяется из соотношения:

$$\operatorname{tg} \psi_{2s} = \frac{s x_2}{r_2} = \frac{x_2}{\frac{r_2}{s}} = \operatorname{tg} \psi_2. \quad (15)$$

## 2. ПРИВЕДЕНИЕ ОБМОТКИ РОТОРА К ОБМОТКЕ СТАТОРА

При исследовании работы асинхронного двигателя приходится обмотку ротора приводить к обмотке статора. Приведенная э. д. с. фазы обмотки ротора [см. формулу (8)] равна:

$$E'_2 = \frac{k_{o61} w_{o61}}{k_{o62} w_{o62}} E_2 = k_e E_2. \quad (16)$$

Коэффициент трансформации токов определяется из соотношения:

$$m_1 k_{o61} w_1 I'_2 = m_2 k_{o62} w_2 I_2,$$

откуда

$$k_i = \frac{I_2}{I'_2} = \frac{m_1 k_{o61} w_1}{m_2 k_{o62} w_2}, \quad (17)$$

где  $k_i$  — коэффициент трансформации токов.

Приведенный ток ротора

$$I'_2 = \frac{I_2}{k_i} = \frac{m_2 k_{o62} w_2 I_2}{m_1 k_{o61} w_1}. \quad (18)$$

Сопротивления  $r'_2$  и  $x'_2$  определяем из условия, что при приведении электрические потери в обмотке ротора и угол сдвига фаз между э. д. с. ротора и током ротора должны остаться без изменения, т. е.

$$m_2 I_2^2 r_2 = m_1 I'^2_2 r'_2,$$

откуда

$$r'_2 = r_2 \frac{m_2 I_2^2}{m_1 I'^2_2} = r_2 \frac{m_2 m_1^2 k_{o61}^2 w_1^2}{m_1 m_2^2 k_{o62}^2 w_2^2} = r_2 \frac{k_{o61} w_1}{k_{o62} w_2} \cdot \frac{m_1 k_{o61} w_1}{m_2 k_{o62} w_2} = k_e k_i r_2 = k r_2. \quad (19)$$

Коэффициент  $k = k_e k_i$  называется коэффициентом приведения сопротивлений.

Из условия

$$\frac{x_2}{r_2} = \frac{x'_2}{r'_2} \quad \text{определим } x'_2, \text{ т. е.}$$

$$x'_2 = r'_2 \frac{x_2}{r_2} = k r_2 \frac{x_2}{r_2} = k x_2. \quad (20)$$

Зная  $r'_2$  и  $x'_2$ , можно найти  $z'_2$  по формуле

$$z'_2 = \sqrt{r_2'^2 + x_2'^2} = \sqrt{(kr_2)^2 + (kx_2)^2} = k\sqrt{r_2^2 + x_2^2} = kz_2. \quad (21)$$

### 3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ДИАГРАММА

Процесс преобразования энергии в асинхронном двигателе хорошо можно иллюстрировать при помощи так называемой энергетической диаграммы (рис. 298). Мощность, подводимая к двигателю, равна:

$$P_1 = 3U_1 I_1 \cos \varphi_1, \quad (22)$$

где  $P_1$  — мощность, подводимая к двигателю, *вт*;  
 $U_1$  — напряжение, приложенное к фазе обмотки статора, *в*;  
 $I_1$  — ток в фазе обмотки статора;  
 $\cos \varphi_1$  — коэффициент мощности двигателя.

Часть подводимой мощности расходуется на электрические потери в обмотках статора:

$$P_{a1} = 3r_1 I_1^2, \quad (23)$$

где  $P_{a1}$  — электрические потери в обмотках статора, *вт*;

$r_1$  — активное сопротивление фазы обмотки статора, *ом*.

Часть подводимой мощности идет на потери от гистерезиса и вихревых токов в стали статора. Остальная мощность при помощи вращающегося магнитного поля передается со статора на ротор и называется электромагнитной мощностью или мощностью вращающегося магнитного поля, т. е.

$$P_{aM} = P_1 - P_{a1} - P_{c1}, \quad (24)$$

где  $P_{aM}$  — электромагнитная мощность, *вт*;

$P_{c1}$  — потери в стали статора, *вт*.

Часть электромагнитной мощности теряется на электрические потери в обмотке ротора и потери в стали ротора, а остальная часть мощности преобразуется в механическую мощность и называется полной механической мощностью, развиваемой двигателем, т. е.

$$P'_2 = P_{aM} - P_{a2} - P_{c2}; \quad (25)$$

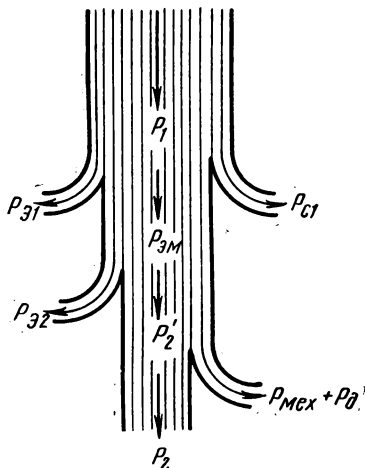


Рис. 298

где  $P'_2$  — полная механическая мощность, *вт*;

$P_{\varepsilon 2}$  — электрические потери в обмотке ротора, *вт*;

$P_{c2}$  — потери в стали ротора, *вт*.

При нормальных условиях работы асинхронного двигателя со скольжением  $s=1 \div 6\%$  [ввиду малой частоты перемагничивания  $f_2=sf_1=(0,5 \div 3) \text{ гц}$ ] потери в стали ротора  $P_{c2}$  очень малы и ими можно пренебречь, тогда полная механическая мощность, развиваемая двигателем, будет:

$$P'_2 \approx P_{\text{ам}} - P_{\varepsilon 2}. \quad (26)$$

Если из полной механической мощности  $P'_2$ , развиваемой двигателем, вычесть механические потери и добавочные потери, то получим полезную мощность на валу двигателя:

$$P_2 = P'_2 - P_{\text{мех}} - P_{\delta}, \quad (27)$$

где  $P_2$  — полезная мощность на валу двигателя, *вт*;

$P_{\text{мех}}$  — механические потери, *вт*;

$P_{\delta}$  — добавочные потери, *вт*.

Механические потери состоят из потерь на трение в подшипниках и в контактных кольцах и потерь вентиляционных. Добавочные потери состоят из пульсационных и поверхностных потерь, возникающих в зубцах статора и ротора при вращении двигателя\*.

#### 4. ВРАЩАЮЩИЙ МОМЕНТ И К.П.Д. АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Электромагнитная мощность равна:

$$P_{\text{ам}} = m_2 E_2 I_2 \cos \psi_2 = 9,81 M \omega_1, \quad (28)$$

откуда вращающий момент двигателя

$$\begin{aligned} M &= \frac{m_2 E_2 I_2 \cos \psi_2}{9,81 \omega_1} = \frac{m_2 4,44 k_{o62} w_2 f_1 \Phi I_2 \cos \psi_2}{9,81 \frac{2\pi f_1}{p}} = \\ &= 0,072 p m_2 k_{o62} w_2 \Phi I_2 \cos \psi_2 = k_M \Phi I_2 \cos \psi_2, \end{aligned} \quad (29)$$

где  $M$  — вращающий момент двигателя, *кГм*;  
 $\psi_2$  — угол сдвига фаз между векторами э.д.с.  $\overline{E}_2$  и тока  $\overline{I}_2$ ;

$\omega_1 = 2\pi \frac{n_1}{60} = \frac{2\pi f_1}{p}$  — угловая скорость вращающегося магнитного поля;

$m_2$  — число фаз ротора;  
 $k_M = 0,072 p m_2 k_{o62} w_2$  — постоянный коэффициент, определяемый конструктивными данными двигателя.

---

\* Кроме этих потерь, еще имеются потери, создаваемые высшими гармоническими м.д.с. статора и ротора.

Уравнение (29) можно представить в другом виде, если подставить

$$I_2 = \frac{m_1 k_{o\phi 1} w_1}{m_2 k_{o\phi 2} w_2} \cdot I_2'$$

т. е.  $M = 0,072 p m_1 k_{o\phi 1} w_1 I_2' \Phi \cos \psi_2. \quad (30)$

Вращающий момент двигателя можно выразить через электрические потери в обмотке ротора:

или 
$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{m_2 I_2'^2 r_2}{9,81 \omega_1 s} \\ M &= \frac{m_1 I_2'^2 r_2'}{9,81 \omega_1 s} = \frac{m_1 I_2'^2 \frac{r_2'}{s}}{9,81 \omega_1} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

т. е. вращающий момент, развиваемый двигателем, пропорционален электрическим потерям в обмотке ротора.

Н а ч а л ь н ы м п у с к о в ы м в р а щ а ю щ и м м о м е н т о м \* называется момент, развиваемый асинхронным двигателем при его пуске (т. е. при неподвижном роторе). Следовательно, если в уравнениях (31) принять  $s = 1$ , то получим величину пускового момента:

или 
$$\left. \begin{aligned} M_n &= \frac{m_2 I_2'^2 r_2}{9,81 \omega_1} \\ M_n &= \frac{m_1 I_2'^2 r_2'}{9,81 \omega_1} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

где  $M_n$  — начальный пусковой вращающий момент,  $\kappa Гм$ .

Зная полезную мощность  $P_2$  на валу двигателя и скорость вращения двигателя  $n_2$  (об/мин), можно определить полезный вращающий момент двигателя по следующей формуле:

$$M_2 = 975 \frac{P_2}{n_2}. \quad (33)$$

## 5. РЕГУЛИРОВАНИЕ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ И К.П.Д. АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Скорость вращения асинхронных двигателей, как это следует из формулы (10), т. е.

$$n_2 = n_1 (1 - s) = \frac{60 f_1}{p} (1 - s), \quad (34)$$

---

\* Пусковым моментом.

можно регулировать тремя способами, а именно: 1) изменением скольжения  $s$ , 2) изменением частоты  $f_1$  питающего тока и 3) изменением числа пар полюсов  $p$  двигателя.

К. п. д. а син х р он н о г о д в и г а т е л я называется отношение полезной мощности  $P_2$  на валу двигателя к мощности  $P_1$ , подводимой к двигателю:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \Sigma P}{P_1} = 1 - \frac{\Sigma P}{P_1} \quad (35)$$

или

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100\% = \left(1 - \frac{\Sigma P}{P_1}\right) 100\%, \quad (36)$$

где  $\eta$  — к.п.д. асинхронного двигателя;

$\Sigma P$  — сумма потерь в двигателе, *вт.*

### Задачи

497. Трехфазный восьмиполюсный асинхронный двигатель имеет на статоре число пазов  $Z_1 = 72$ , а на роторе  $Z_2 = 96$ . Определить число пазов на полюс и фазу  $q_1$  и  $q_2$  статора и ротора, а также найти число пазов, приходящихся на одно полюсное деление  $Q_1$  и  $Q_2$ .

498. Вычертить схему однослойной обмотки вразвалку для статора трехфазного асинхронного двигателя, имеющего четыре пары полюсов ( $p=4$ ) и число пазов  $Z_1=48$ ; соединение катушек последовательное, соединение фаз звездой.

499. Вычертить схему однослойной обмотки вразвалку для статора трехфазного асинхронного двигателя, имеющего четыре пары полюсов ( $p=4$ ), число пазов на полюс и фазу  $q_1=2$  и шаг обмотки  $y_1=5$ ; соединение катушек последовательное, соединение фаз треугольником.

500. Трехфазный асинхронный двигатель номинальной мощностью \*  $P_{2н}=2,5$  *квт* имеет число пазов статора  $Z_1=48$ , синхронную скорость  $n_1=1500$  об/мин; соединение катушек последовательное, соединение фаз звездой. Вычертить схему однослойной трехплоскостной катушечной обмотки.

501. Трехфазный асинхронный двигатель номинальной мощностью  $P_{2н}=7,5$  *квт* имеет число пазов  $Z_1=24$ ; синхронную скорость  $n_1=3000$  об/мин, соединение катушек последовательное, соединение фаз звездой. Вычертить схему однослойной трехплоскостной катушечной обмотки.

---

\* В некоторых задачах указываются номинальная мощность и скорость вращения; это делается для того, чтобы знать, для какого двигателя предназначается данная обмотка.



502. Вычертить схему шаблонной обмотки вразвалку (с косыми лобовыми соединениями) для статора, имеющего две пары полюсов ( $p=2$ ); число пазов на полюс и фазу \*  $q=4$ , число фаз  $m=3$ ; соединение катушек последовательное, соединение фаз звездой.

503. Вычертить схему однослойной обмотки для разъемного статора с косыми лобовыми соединениями, если число пазов на полюс и фазу  $q_1=2$ , число фаз  $m_1=3$  и число пар полюсов  $p=2$ ; соединение катушек последовательное, соединение фаз звездой.

504. Вычертить схему однослойной трехплоскостной обмотки для разъемного статора, если число пазов на полюс и фазу  $q_1=2$ , число фаз  $m_1=3$ , число пар полюсов  $p=2$ ; соединение катушек последовательное, соединение фаз звездой.

505. Трехфазный асинхронный двигатель номинальной мощностью  $P_{2\kappa}=0,65 \text{ кВт}$  имеет число пазов статора  $Z_1=24$ , число пар полюсов  $p=2$ ; соединение катушек последовательное, соединение фаз звездой. Определить число пазов на полюс и фазу  $q_1$  и шаг  $y_1$  двухслойной петлевой обмотки, предполагая сокращение шага, близкое к 0,8. Вычертить схему обмотки.

506. Трехфазный асинхронный двигатель номинальной мощностью  $P_{2\kappa}=3 \text{ кВт}$  имеет число пазов статора  $Z_1=36$ , число пар полюсов  $p=2$ ; соединение катушек последовательное, соединение фаз треугольником. Определить число пазов на полюс и фазу  $q_1$  и шаг  $y_1$  двухслойной петлевой обмотки, предполагая сокращение шага, близкое к 0,8. Вычертить схему обмотки.

507. Трехфазный асинхронный двигатель номинальной мощностью  $P_{2\kappa}=1,8 \text{ кВт}$  имеет число пазов статора  $Z_1=36$ ; число пар полюсов  $p=3$ , шаг обмотки  $y_1=5$ ; соединение катушек последовательное, соединение фаз звездой. Определить число пазов на полюс и фазу  $q_1$  и вычертить схему двухслойной петлевой обмотки.

508. Обмотка ротора асинхронного двигателя имеет следующие данные: число пазов на полюс и фазу  $q_2=2$ ; число пар полюсов  $p=2$ ; число фаз  $m_2=3$ ;  $y_1=6$ ;  $y_2=6$ . Вычертить схему двухслойной волновой обмотки.

509. Обмотка ротора асинхронного двигателя имеет следующие данные: число пазов на полюс и фазу  $q_2=2$ ; число пар полюсов  $p=3$ ; число фаз  $m_2=3$ ;  $y_1=6$ ;  $y_2=6$ . Вычертить схему двухслойной волновой обмотки.

510. Вычертить схему двухслойной петлевой обмотки для статора трехфазного асинхронного двигателя, имеющего следующие данные: число пар полюсов  $p=2$ ; число пазов статора  $Z_1=48$ ; шаг обмотки  $y_1=10$ ; соединение катушек последователь-

---

\* В некоторых задачах у обозначений  $q$ ,  $m$  и  $Z$  опущены индексы.

ное, соединение фаз звездой. Определить число пазов на полюс и фазу  $q_1$ .

511. По условию задачи 497 вычислить обмоточные коэффициенты  $k_{об1}$  и  $k_{об2}$  однослойных обмоток с целым числом пазов на полюс и фазу  $q_1 = 3$  и  $q_2 = 4$  для статорной и роторной обмоток.

512. По условию задачи 498 найти обмоточный коэффициент  $k_{об1}$  однослойной обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу  $q_1 = 2$ .

513. По условию задач 500 и 502 определить обмоточный коэффициент  $k_{об1}$  однослойной обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу  $q_1 = 4$ .

514. Вычислить э. д. с., индуцируемые в фазах обмоток статора и ротора трехфазного асинхронного двигателя при неподвижном роторе и при вращении его со скольжением  $s = 2,65\%$ , если основной магнитный поток  $\Phi = 2,18 \cdot 10^{-2}$  вб, число витков фазы обмотки статора  $w_1 = 96$ , число витков фазы обмотки ротора  $w_2 = 80$ , обмоточный коэффициент обмотки статора  $k_{об1} = 0,945$ , обмоточный коэффициент обмотки ротора  $k_{об2} = 0,96$ , частота тока в статоре  $f_1 = 50$  гц.

Р е ш е н и е. Э. д. с., индуцируемая в фазе обмотки статора,

$$E_1 = 4,44 k_{об1} w_1 f_1 \Phi = 4,44 \cdot 0,945 \cdot 96 \cdot 50 \cdot 2,18 \cdot 10^{-2} \approx 439 \text{ в.}$$

Э. д. с., индуцируемая в фазе обмотки ротора, когда ротор неподвижен,

$$E_2 = 4,44 k_{об2} w_2 f_1 \Phi = 4,44 \cdot 0,96 \cdot 80 \cdot 50 \cdot 2,18 \cdot 10^{-2} \approx 372 \text{ в}$$

или

$$E_2 = E_1 \frac{k_{об2} w_2}{k_{об1} w_1} = 439 \frac{0,96 \cdot 80}{0,945 \cdot 96} \approx 372 \text{ в.}$$

Э. д. с., индуцируемая в фазе обмотки ротора, когда ротор вращается со скольжением  $s = 2,65\%$ ,

$$E_{2s} = E_2 s = 372 \cdot 0,0265 \approx 9,86 \text{ в.}$$

515. Определить э. д. с., индуцируемые в фазах обмоток статора и ротора трехфазного асинхронного двигателя при неподвижном роторе и при его вращении со скольжением  $s = 6\%$ , если число витков фазы обмотки статора  $w_1 = 128$ , число витков фазы обмотки ротора  $w_2 = 24$ , обмоточный коэффициент обмотки статора  $k_{об1} = 0,933$ , обмоточный коэффициент обмотки ротора  $k_{об2} = 0,96$ , магнитный поток  $\Phi = 0,782 \cdot 10^{-2}$  вб, частота тока в статоре  $f_1 = 50$  гц.

516. Найти э. д. с., индуцируемые в фазах обмоток статора и ротора трехфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором при неподвижном роторе и при его вращении

со скоростью  $n_2 = 1440$  об/мин, если число последовательно соединенных витков фазы обмотки статора  $w_1 = 192$ , число последовательно соединенных витков фазы обмотки ротора  $w_2 = 0,5$ , обмоточный коэффициент обмотки статора  $k_{об1} = 0,908$ , обмоточный коэффициент обмотки ротора  $k_{об2} = 1$ , магнитный поток  $\Phi = 0,554 \cdot 10^{-2}$  вб, частота тока в статоре  $f_1 = 50$  гц.

517. Трехфазный асинхронный двигатель включен в сеть с напряжением  $U_1 = 220$  в. Обмотки статора соединены треугольником; число последовательно соединенных витков фазы обмотки статора  $w_1 = 736$ . Обмотки ротора соединены звездой, а число последовательно соединенных витков фазы обмотки ротора  $w_2 = 288$ . Определить э.д.с.  $E_1$  и  $E_2$ , индуцируемые в фазах обмоток статора и ротора при разомкнутом и неподвижном роторе. Падением напряжения в обмотке статора пренебречь и считать, что обмоточные коэффициенты равны.

518. В задаче 517 определить э.д.с.  $E_{2s}$ , индуцируемую в фазе обмотки ротора, если последний будет вращаться со скольжением  $s = 3\%$ .

519. Если обмотки статора асинхронного двигателя задачи 517 пересоединить на звезду, то каковы будут э.д.с.  $E_1$  и  $E_2$ , индуцируемые в фазах обмоток статора и ротора при разомкнутом и неподвижном роторе?

520. Трехфазный асинхронный двигатель с фазным ротором вращается со скоростью  $n_2 = 480$  об/мин. Определить число пар полюсов  $p$  и скольжение  $s$ , если синхронная скорость вращения \* двигателя  $n_1 = 500$  об/мин.

521. Трехфазный двухполюсный асинхронный двигатель при номинальной нагрузке имеет скольжение  $s_n = 5\%$ . Чему равна скорость вращения  $n_{2n}$  двигателя, если частота тока в статоре  $f_1 = 50$  гц.

522. Трехфазный шестиполюсный асинхронный двигатель с фазным ротором включен в сеть с напряжением  $U_1 = 3$  кВ и преодолевает полезный момент сопротивления  $M_c = 74,4$  кГм при скорости вращения  $n_2 = 980$  об/мин. Какова полезная мощность  $P_2$  на валу двигателя, к.п.д.  $\eta$ , скольжение  $s$ , если ток двигателя  $I_1 = 18,5$  а и коэффициент мощности  $\cos \varphi_1 = 0,87$ ?

523. Крановый трехфазный шестиполюсный асинхронный двигатель с фазным ротором включен в сеть с напряжением  $U_1 = 380$  в и преодолевает полезный момент сопротивления  $M_c = 4,2$  кГм, при этом его скольжение  $s = 7\%$ . Определить коэффициент мощности  $\cos \varphi_1$ , скорость вращения  $n_2$ , полезную мощность  $P_2$  на валу двигателя и к.п.д.  $\eta$ , если известно, что мощность, подводимая к двигателю,  $P_1 = 5,1$  кВт при токе  $I_1 = 10,6$  а.

---

\* Скорость вращения магнитного поля.

524. Мощность, подводимая к трехфазному асинхронному двигателю,  $P_1 = 60 \text{ кВт}$ . Электрические потери в обмотке статора и потери в стали статора равны  $1 \text{ кВт}$ . Найти электромагнитную мощность  $P_{эм}$ , передаваемую со статора на ротор, полную механическую мощность  $P_2'$ , развиваемую двигателем, и электрические потери в обмотке ротора  $P_{э2}$ , если двигатель вращается со скольжением  $s = 3\%$ .

525. Мощность, подводимая к трехфазному асинхронному двигателю,  $P_1 = 40 \text{ кВт}$  при скорости вращения  $n_2 = 975 \text{ об/мин}$ . Электрические потери в обмотке статора и потери в стали статора равны  $1 \text{ кВт}$ , а механические и добавочные потери равны  $2 \text{ кВт}$ . Вычислить скольжение  $s$ , электрические потери в обмотке ротора  $P_{э2}$  и к.п.д.  $\eta$ , если число пар полюсов  $p = 3$ , частота тока в статоре  $f_1 = 50 \text{ Гц}$ .

• 526. На щитке короткозамкнутого трехфазного асинхронного двигателя имеются следующие данные:  $2,2 \text{ кВт}$ ,  $1440 \text{ об/мин}$ ,  $220/380 \text{ в}$ ,  $8,3/4,8 \text{ а}$ . Определить число пар полюсов  $p$  двигателя, скольжение  $s$  и пусковой ток  $I_{1п}$  для случаев соединения обмоток статора треугольником и звездой при включении в сеть с напряжением  $U_1 = 220 \text{ в}$ , если кратность пускового тока для соединения треугольником равна  $5,5$ , а синхронная скорость вращения двигателя  $n_1 = 1500 \text{ об/мин}$ .

527. Асинхронный двигатель номинальной мощностью  $P_{2н} = 2,2 \text{ кВт}$  имеет следующие данные: число фаз статора  $m_1 = 3$ ; обмоточный коэффициент обмотки статора  $k_{об1} = 0,956$ ; число последовательно соединенных витков фазы обмотки статора  $w_1 = 336$ ; число пар полюсов  $p = 3$ ; число пазов (стержней) ротора  $Z_2 = 52$ ; сечение латуни стержня и меди кольца ротора  $s_c = 34,5 \text{ мм}^2$  и  $s_k = 120 \text{ мм}^2$ . Вычислить ток и плотность его в стержнях и кольце короткозамкнутого ротора, если ток в статоре  $I_1 = 6,3 \text{ а}$ .

528. По условию задачи 527 определить приведенное к обмотке статора активное сопротивление ротора короткозамкнутого двигателя, если известно, что длина стержня ротора  $l_c = 80 \text{ мм}$  и средний диаметр кольца  $D_k = 139 \text{ мм}$ .

529. Трехфазный асинхронный двигатель имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2н} = 11 \text{ кВт}$ ; номинальное напряжение  $U_{1н} = 220 \text{ в}$ ; номинальный ток  $I_{1н} = 21,5 \text{ а}$ . При холостом ходе ток двигателя  $I_x = 7,85 \text{ а}$ . Определить ток двигателя, если его привести посторонним двигателем до синхронной скорости и включить его в сеть.

530. Трехфазный асинхронный двигатель с фазным ротором потребляет из сети мощность  $P_1 = 2,56 \text{ кВт}$  при токе  $I_1 = 13,5 \text{ а}$  и напряжении  $U_1 = 127 \text{ в}$ .

Чему равен коэффициент мощности  $\cos \varphi_1$  и к.п.д.  $\eta$ , если полезная мощность на валу двигателя  $P_2 = 2,2 \text{ кВт}$ ?

531. Трехфазный четырехполюсный асинхронный двигатель с фазным ротором имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2н} = 3,68 \text{ кВт}$ ; номинальное напряжение 220/380 в; номинальная скорость вращения  $n_{2н} = 1450 \text{ об/мин}$ ; номинальный коэффициент мощности  $\cos \varphi_{1н} = 0,85$ ; номинальный к.п.д.  $\eta_n = 0,86$ . Определить мощность  $P_1$ , подводимую к двигателю, токи двигателя при соединении обмоток статора треугольником и звездой, вращающий момент  $M_n$  и скольжение  $s_n$ , если частота тока в статоре  $f_1 = 50 \text{ гц}$ .

Р е ш е н и е. Мощность, подводимую к двигателю из сети, определим из соотношения:

$$\eta_n = \frac{P_{2н}}{P_1},$$

отсюда

$$P_1 = \frac{P_{2н}}{\eta_n} = \frac{3680}{0,86} = 4280 \text{ вт} = 4,28 \text{ кВт}.$$

Ток двигателя при соединении обмоток статора звездой

$$I_A = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_1 \cos \varphi_{1н}} = \frac{4280}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,85} \approx 7,66 \text{ а}.$$

Ток двигателя при соединении обмоток статора треугольником

$$I_{\Delta} = \frac{P_1}{\sqrt{3} U_1 \cos \varphi_{1н}} = \frac{4280}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,85} \approx 13,2 \text{ а}.$$

Вращающий момент двигателя при номинальной нагрузке

$$M_n = 975 \frac{P_{2н}}{n_{2н}} = 975 \cdot \frac{3,68}{1450} = 2,47 \text{ кГм}.$$

Скольжение при номинальной нагрузке

$$s_n = \frac{n_1 - n_{2н}}{n_1} \cdot 100 = \frac{1500 - 1450}{1500} \cdot 100 = 3,3\%,$$

где

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} = \frac{50 \cdot 60}{2} = 1500 \text{ об/мин}.$$

532. Трехфазный четырехполюсный асинхронный двигатель с фазным ротором имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2н} = 22 \text{ кВт}$ ; номинальное напряжение 220/380 в; номинальная скорость вращения  $n_{2н} = 1460 \text{ об/мин}$ ; номинальный коэффициент мощности  $\cos \varphi_{1н} = 0,88$  и номинальный к.п.д.  $\eta_n = 88,9\%$ . Вычислить мощность  $P_1$ , подводимую к двигателю,

тока двигателя при соединении обмоток статора треугольником и звездой, вращающий момент  $M_n$  и скольжение  $s_n$ , если частота тока в статоре  $f_1 = 50$  гц.

533. Трехфазный восьмиполюсный асинхронный двигатель, имеющий активное сопротивление фазы обмотки ротора  $r_2 = 0,0174$  ом, вращается при номинальной нагрузке со скоростью  $n_{2n} = 705$  об/мин. Найти величину добавочного сопротивления  $r_\partial$ , которое необходимо включить в цепь ротора двигателя, чтобы при том же моменте сопротивления и неизменной частоте тока статора двигатель вращался со скоростью  $n_2 = 600$  об/мин, если частота тока в статоре  $f_1 = 50$  гц.

Р е ш е н и е. Синхронная скорость вращения двигателя (или скорость вращения магнитного поля)

$$n_1 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750 \text{ об/мин.}$$

Скольжение при номинальной скорости вращения  $n_{2n} = 705$  об/мин

$$s_n = \frac{n_1 - n_{2n}}{n_1} = \frac{750 - 705}{750} = 0,06.$$

Скольжение при скорости вращения  $n_2 = 600$  об/мин

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{750 - 600}{750} = 0,2.$$

Величину добавочного сопротивления  $r_\partial$  определим из соотношения:

$$\frac{r_\partial + r_2}{s} = \frac{r_2}{s_n},$$

откуда

$$r_\partial = r_2 \left( \frac{s}{s_n} - 1 \right) = 0,0174 \left( \frac{0,2}{0,06} - 1 \right) = 0,0405 \text{ ом.}$$

534. Трехфазный шестиполюсный асинхронный двигатель, имеющий активное сопротивление фазы обмотки ротора  $r_2 = 0,0485$  ом, вращается при номинальной нагрузке и частоте  $f_1 = 50$  гц со скоростью  $n_{2n} = 945$  об/мин. Чему равна величина добавочного сопротивления  $r_\partial$ , которое необходимо включить в цепь ротора двигателя, чтобы при том же моменте сопротивления и неизменной частоте тока статора двигатель вращался со скоростью  $n_2 = 700$  об/мин?

535. Трехфазный восьмиполюсный асинхронный двигатель при номинальной нагрузке  $P_{2n} = 14$  кВт и частоте  $f_1 = 50$  гц вращается со скоростью  $n_{2n} = 725$  об/мин. Определить мощность  $P_\partial$ , теряемую в реостате, который необходимо включить в цепь ротора двигателя, чтобы при помощи его снизить скорость враще-

ния до 600 об/мин, предполагая, что момент сопротивления и частота тока статора остаются неизменными.

536. Вычислить к.п.д. трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором, имеющего следующие номинальные данные:  $P_{2н} = 1200 \text{ кВт}$ ;  $U_{1н} = 6000 \text{ в}$ ;  $I_{1н} = 147 \text{ а}$ ;  $n_{2н} = 369 \text{ об/мин}$ . Данные опыта холостого хода при переменном напряжении и номинальной частоте приведены ниже.

$U_1, \text{ в}$	7260	6900	6300	6000	5100	4500	3870	3300	2670	2100	1470
$I_x, \text{ а}$ $P_x, \text{ кВт}$	87 75,5	75 63	61 47,5	55,5 45	42,5 31,3	36 27	30 23,4	25 27	20 18	16 14	13 10,8

Сопротивление фазы обмотки статора при  $15^\circ r_{1(15)} = 0,295 \text{ ом}$ . Опыт непосредственной нагрузки двигателя, произведенный при номинальном напряжении и номинальной частоте, показал следующие данные:  $U_1 = 6000 \text{ в}$ ;  $I_1 = 148 \text{ а}$ ;  $s = 1,5\%$ ;  $\cos \varphi_1 = 0,84$ ;  $P_1 = 1292,8 \text{ кВт}$ .

537. Определить к.п.д. трехфазного асинхронного двигателя с фазным ротором, имеющего следующие номинальные данные:  $P_{2н} = 600 \text{ кВт}$ ;  $U_{1н} = 6000 \text{ в}$ ;  $I_{1н} = 73 \text{ а}$ ;  $n_{2н} = 494 \text{ об/мин}$ . Данные опыта холостого хода при переменном напряжении и номинальной частоте приведены ниже.

$U_1, \text{ в}$	7620	6900	6000	5430	4680	3840	3240	3000	2160
$I_x, \text{ а}$ $P_x, \text{ кВт}$	52,5 57	40,5 39,6	30 27,9	25 23,4	20 19,3	15,5 17,4	11,75 13,5	9,0 10,8	7,0 8,65

Сопротивление фазы обмотки статора при  $15^\circ r_{1(15)} = 0,735 \text{ ом}$ . Опыт непосредственной нагрузки двигателя при номинальном напряжении и номинальной частоте показал следующие данные:  $U_1 = 6000 \text{ в}$ ;  $I_1 = 73,5 \text{ а}$ ;  $P_1 = 651 \text{ кВт}$ ;  $s = 1,33\%$ ;  $\cos \varphi_1 = 0,835$ .

538. Номинальная мощность асинхронного двигателя  $P_{2н} = 3 \text{ кВт}$ , номинальный ток  $I_{1н} = 9,3 \text{ а}$ , номинальное напряжение  $U_{1н} = 380 \text{ в}$ , синхронная скорость вращения  $n_1 = 1000 \text{ об/мин}$ , соединение обмоток звездой, сопротивление фазы обмотки статора при  $20^\circ r_{1(20)} = 1,612 \text{ ом}$ , сопротивление фазы обмотки ротора при  $20^\circ r_{2(20)} = 0,605 \text{ ом}$ . Построить упрощенную круговую диаграмму и по ней рабочие характеристики, т. е.  $P_1$ ,  $I_1$ ,  $\cos \varphi_1$ ,  $\eta$ ,  $M$ ,  $n_2$ ,  $s = f(P_2)$ .

Данные опыта холостого хода:

$$U_1 = 380 \text{ в}; \quad I_x = 5,95 \text{ а}; \quad P_x = 426 \text{ вт}.$$

Данные опыта короткого замыкания:

$$U_{1к} = 112,2 \text{ в}; \quad I_{1к} = I_{1н} = 9,3 \text{ а}; \quad P_{1к} = 998 \text{ вт.}$$

539. Номинальная мощность асинхронного двигателя  $P_{2н} = 22 \text{ кВт}$ , номинальный ток  $I_{1н} = 54 \text{ а}$ , номинальное напряжение  $U_{1н} = 380 \text{ в}$ , скорость вращения  $n_{2н} = 712 \text{ об/мин}$ , соединение обмоток звездой, сопротивление фазы обмотки статора при  $20^\circ$   $r_{1(20)} = 0,131 \text{ ом}$ , сопротивление фазы обмотки ротора при  $20^\circ$   $r_{2(20)} = 0,0158 \text{ ом}$ . Построить упрощенную круговую диаграмму и по ней рабочие характеристики, т. е.  $P_1$ ,  $I_1$ ,  $\cos \varphi_1$ ,  $\eta$ ,  $M$ ,  $n_2$ ,  $s = f(P_2)$ .

Данные опыта холостого хода:

$$U_1 = 380 \text{ в}; \quad I_x = 31,95 \text{ а}; \quad P_x = 1340 \text{ вт.}$$

Данные опыта короткого замыкания:

$$U_{1к} = 76 \text{ в}; \quad I_{1к} = I_{1н} = 54 \text{ а}; \quad P_{1к} = 3,76 \text{ кВт.}$$

540. Для асинхронного двигателя, имеющего следующие данные: номинальная мощность  $P_{2н} = 240 \text{ вт}$ , напряжение  $127/220 \text{ в}$ , скорость вращения  $n_{2н} = 1490 \text{ об/мин}$ , соединение обмоток  $\Delta/Y$ , сопротивление фазы обмотки статора при  $75^\circ$   $r_1 = 13,2 \text{ ом}$ , требуется построить на основании опытов холостого хода и короткого замыкания упрощенную круговую диаграмму и по ней рабочие характеристики асинхронного двигателя, т. е.  $P_1$ ,  $I_1$ ,  $\cos \varphi_1$ ,  $\eta$ ,  $M$ ,  $n_2$ ,  $s = f(P_2)$ .

Данные опыта холостого хода:

$$U_1 = 220 \text{ в}; \quad I_x = 1,25 \text{ а}; \quad P_x = 112 \text{ вт.}$$

Данные опыта короткого замыкания:

$$U_k = U_n = 220 \text{ в}; \quad I_k = 4,44 \text{ а}; \quad P_k = 1360 \text{ вт.}$$

541. Для асинхронного двигателя, имеющего следующие данные: номинальная мощность  $P_{2н} = 650 \text{ вт}$ , напряжение  $127/220 \text{ в}$ , скорость вращения  $n_{2н} = 1490 \text{ об/мин}$ , соединение обмоток  $\Delta/Y$ , сопротивление фазы обмотки статора при  $75^\circ$   $r_1 = 3,61 \text{ ом}$ , построить на основании опытов холостого хода и короткого замыкания упрощенную круговую диаграмму и по ней рабочие характеристики асинхронного двигателя, т. е.  $P_1$ ,  $I_1$ ,  $\cos \varphi_1$ ,  $\eta$ ,  $M$ ,  $n_2$ ,  $s = f(P_2)$ .

Данные опыта холостого хода:

$$U_1 = 220 \text{ в}; \quad I_x = 2,1 \text{ а}; \quad P_x = 105 \text{ вт.}$$

Данные опыта короткого замыкания:

$$U_k = U_n = 220 \text{ в}; \quad I_k = 14,3 \text{ а}; \quad P_k = 3650 \text{ вт.}$$

---



---

## Глава тринадцатая

### СИНХРОННЫЕ МАШИНЫ

#### 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О СИНХРОННЫХ МАШИНАХ

Синхронной машиной называется машина переменного тока, у которой скорость вращения ротора независимо от нагрузки пропорциональна частоте тока сети:

$$n = \frac{60f}{p}, \quad (1)$$

где  $p$  — число пар полюсов синхронной машины;

$n$  — скорость вращения ротора, об/мин;

$f$  — частота тока сети, гц.

Так как частота тока сети остается постоянной, то скорость вращения синхронной машины не меняется.

Синхронная машина возбуждается постоянным током.

Синхронные машины, как и любые электрические машины, могут работать как генераторами, так и двигателями. Кроме того, синхронная машина может применяться в качестве компенсатора для улучшения коэффициента мощности электрической сети (синхронный компенсатор). В конструктивном отношении различают два типа синхронных машин: 1) неявнополусные, т. е. машины с неявно выраженными полюсами; 2) явнополусные, т. е. машины с явно выраженными полюсами. Неявнополусная синхронная машина применяется при больших скоростях ( $p = 1$  или  $2$ ). Явнополусная синхронная машина применяется при числе пар полюсов  $p \geq 3$ .

Если синхронный генератор приводится во вращение паровой турбиной, то он называется турбогенератором. Так как паровые турбины принадлежат к числу быстроходных машин, то турбогенераторы имеют неявнополусное исполнение.

Если синхронный генератор приводится во вращение гидравлической турбиной, то он называется гидрогенератором.

## 2. ВЕКТОРНАЯ ДИАГРАММА СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Рассмотрим векторную диаграмму неявнополюсного синхронного генератора для индуктивной нагрузки. Э. д. с., индуцированная в фазе обмотки статора (якоря), при холостом ходе

$$E_x = 4,44 k_{об} w f \Phi_o, \quad (2)$$

где  $E_x$  — э. д. с., индуцированная в фазе обмотки статора (якоря) при холостом ходе,  $e$ ;

$w$  — число последовательно соединенных витков фазы обмотки статора;

$k_{об}$  — обмоточный коэффициент обмотки статора (якоря);

$\Phi_o$  — основной магнитный поток, создаваемый обмоткой возбуждения ротора,  $об$ .

Построение векторной диаграммы производится следующим образом: по горизонтали (рис. 299, *а*) откладываем вектор тока  $\bar{I}$ . Под углом  $\psi$  к нему в сторону опережения откладываем вектор э. д. с.  $\bar{E}_x$ , индуцируемой основным потоком  $\Phi_o$ . Вектор основного магнитного потока  $\bar{\Phi}_o$  опережает вектор э. д. с.  $\bar{E}_x$  на  $90^\circ$ . По направлению вектора тока  $\bar{I}$  откладываем потоки рассеяния обмотки статора  $\Phi_\sigma$  и реакции якоря (статора)  $\Phi_a$ , а э. д. с.  $E_\sigma$  и  $E_a$ , индуцируемые этими потоками, отстают от них на  $90^\circ$ .

Кроме того, необходимо отложить вектор э. д. с. активного сопротивления  $\bar{E}_r = -\bar{r}_a \bar{I}$  ( $r_a$  — активное сопротивление фазы обмотки якоря), который находится в противофазе с вектором тока  $\bar{I}$ . Чтобы получить напряжение генератора, необходимо сложить геометрически э. д. с.  $E_x$ ,  $E_a$ ,  $E_\sigma$ ,  $E_r$ , т. е.

$$\bar{U} = \bar{E}_x + \bar{E}_a + \bar{E}_\sigma + \bar{E}_r. \quad (3)$$

Складывая геометрически потоки  $\Phi_o$  и  $\Phi_a$ , получим результирующий поток  $\Phi$  в воздушном зазоре, который реально существует в нем при нагрузке генератора. Этот поток индуцирует в фазе обмотки статора (якоря) э. д. с.

$$E = 4,44 k_{об} w f \Phi. \quad (4)$$

Вектор э. д. с.  $\bar{E}$  отстает от вектора потока  $\bar{\Phi}$  на  $90^\circ$ .

Обычно при построении векторных диаграмм вместо векторов э. д. с.  $\bar{E}_a$ ,  $\bar{E}_\sigma$  и  $\bar{E}_r$  откладывают равные и противоположно им направленные векторы, представляющие собой индуктивные и активные падения напряжения в фазе обмотки якоря:

$$-\bar{E}_a = x_a \bar{I}, \quad -\bar{E}_\sigma = x_\sigma \bar{I} \text{ и } -\bar{E}_r = r_a \bar{I} \text{ (рис. 299, б).}$$

Вместо векторов магнитных потоков  $\bar{\Phi}_o$ ,  $\bar{\Phi}_a$  и  $\bar{\Phi}$  откладывают магнитодвижущие силы (намагничивающие силы)  $F_o$ ,  $F_a$  и  $F$ , создающие эти магнитные потоки.

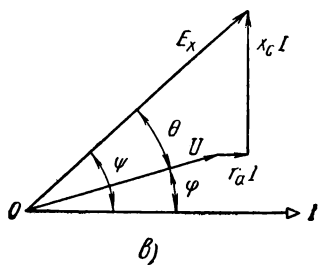


Рис. 299

Так как э. д. с.  $E_a$  и  $E_\sigma$  пропорциональны току и имеют одинаковые направления, то

$$-(E_a + E_\sigma) = x_a I + x_\sigma I = (x_a + x_\sigma) I = x_c I, \quad (5)$$

где  $x_c = x_a + x_\sigma$  — синхронное индуктивное сопротивление;  
 $x_a$  — индуктивное сопротивление, обусловленное реакцией якоря;  
 $x_\sigma$  — индуктивное сопротивление рассеяния фазы обмотки якоря (статора).

В этом случае напряжение генератора при нагрузке будет:

$$\bar{U} = \bar{E}_x - \bar{x}_c \bar{I} - r_a \bar{I} \quad (6)$$

или

$$\bar{U} = \bar{E} - \bar{x}_\sigma \bar{I} - r_a \bar{I}. \quad (6')$$

На рис. 299, в показана векторная диаграмма напряжений для неявнополюсного генератора.

### 3. УРАВНЕНИЯ МОЩНОСТИ И МОМЕНТОВ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА

Если  $P_1$  — механическая мощность, подводимая к генератору от первичного двигателя (паровой турбины или гидравлической турбины), то часть подводимой мощности идет на покрытие потерь холостого хода:

$$P_x = P_{\text{мех}} + P_c, \quad (7)$$

где  $P_x$  — потери холостого хода, *вт*;

$P_c$  — потери в стали статора на гистерезис и вихревые токи, *вт*;

$P_{\text{мех}}$  — механические потери, состоящие из потерь на трение в подшипниках, трение щеток о контактные кольца, трение щеток о коллектор (если на валу синхронного генератора имеется возбуждатель), потерь на трение о воздух ротора генератора, *вт*.

Если из механической мощности  $P_1$  вычтем потери холостого хода  $P_x$ , то получим электромагнитную мощность, которая передается от ротора к статору посредством вращающегося магнитного поля:

$$P_{\text{эм}} = P_1 - P_x = P_1 - P_{\text{мех}} - P_c, \quad (8)$$

где  $P_{\text{эм}}$  — электромагнитная мощность, *вт*.

Чтобы получить полезно отдаваемую генератором мощность  $P_2$ , нужно из электромагнитной мощности  $P_{\text{эм}}$  вычесть электрические потери  $P_\sigma$  в обмотке статора:

$$P_2 = P_{\text{эм}} - P_\sigma = P_{\text{эм}} - 3r_a I^2, \quad (9)$$

где  $P_2$  — полезно отдаваемая генератором мощность, *вт*;

$r_a$  — активное сопротивление фазы обмотки статора, *ом*;

$P_\sigma$  — электрические потери в обмотке статора, *вт*.

Величину мощности  $P_2$  трехфазного генератора можно представить в другом виде:

$$P_2 = 3UI \cos \varphi, \quad (10)$$

где  $U$  — фазное напряжение генератора, в;

$I$  — фазный ток, а;

$\cos \varphi$  — коэффициент мощности нагрузки (внешней цепи).

Вращающий момент первичного двигателя

$$M_1 = \frac{P_1}{\omega} [\text{н} \cdot \text{м}] = \frac{P_1}{9,81\omega} [\text{кг} \cdot \text{м}], \quad (11)$$

где  $M_1$  — вращающий момент первичного двигателя;

$\omega = \frac{2\pi n}{60}$  — угловая скорость вращения генератора. Электромагнитный момент генератора

$$M = \frac{P_{эм}}{\omega}, \quad (12)$$

где  $M$  — электромагнитный момент генератора, н·м.

Момент холостого хода генератора

$$M_x = \frac{P_x}{\omega}, \quad (13)$$

где  $M_x$  — момент холостого хода генератора, н·м.

#### 4. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ И СИНХРОНИЗИРУЮЩАЯ МОЩНОСТИ

Из формулы (9) можно определить электромагнитную мощность; эту же мощность можно найти также из векторной диаграммы напряжений (рис. 299, в), если спроектировать векторы  $\overline{E}_x$ ,  $\overline{U}$  и  $r_a \overline{I}$  на направление вектора тока  $\overline{I}$  и помножить проекции их на  $3I$ , т. е.

$$\begin{aligned} P_{эм} &= 3E_x I \cos \psi = \\ &= 3UI \cos \varphi + 3r_a I^2. \end{aligned} \quad (14)$$

Если пренебречь активным сопротивлением фазы обмотки статора  $r_a$  ввиду малой величины по сравнению с  $x_c$ , то получим векторную диаграмму напряжений, изображенную на рис. 300. В этом случае электромагнитная мощность приближенно равна полезной мощности  $P_2$ , отдаваемой генератором в сеть:

$$P_{эм} \approx P_2 = 3UI \cos \varphi. \quad (15)$$

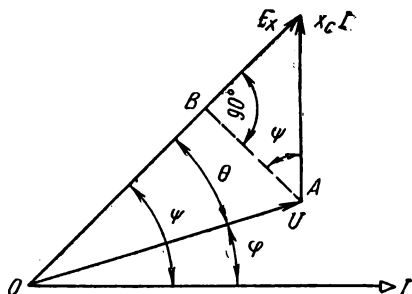


Рис. 300

Из векторной диаграммы напряжений (рис. 300) имеем:

$$AB = x_c I \cos \psi = U \sin \theta,$$

откуда

$$\cos \psi = \frac{U \sin \theta}{x_c I}.$$

Подставляя значение  $\cos \psi$  в уравнение (14), получим:

$$P_{эм} = 3E_x \cdot \frac{U}{x_c} \sin \theta. \quad (16)$$

Подставив значение  $P_{эм}$  в уравнение (12), найдем электромагнитный момент:

$$M = \frac{3E_x U}{\omega x_c} \cdot \sin \theta = \frac{3p E_x U}{2\pi f x_c} \cdot \sin \theta, \quad (17)$$

где  $M$  — электромагнитный момент;

$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi f}{p}$  — угловая скорость вращения ротора.

Из этого уравнения видно, что электромагнитный момент зависит от напряжения  $U$ , э.д.с.  $E_x$  (т. е. тока возбуждения) и угла  $\theta$ .

Изменение электромагнитной мощности  $P_{эм}$ , рассчитанной на единицу угла  $\theta$ , называется удельной синхронизирующей мощностью.

Следовательно,

$$P_{cx} = \frac{dP_{эм}}{d\theta} = 3E_x \frac{U}{x_c} \cos \theta, \quad (18)$$

где  $P_{cx}$  — удельная синхронизирующая мощность.

## 5. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ СИНХРОННЫХ МАШИН

К.п.д. трехфазного синхронного генератора определяется по формуле:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma P} = 1 - \frac{\Sigma P}{P_2 + \Sigma P}; \quad (19)$$

к.п.д. синхронного двигателя

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - \Sigma P}{P_1} = 1 - \frac{\Sigma P}{P_1}, \quad (20)$$

где  $\Sigma P = P_s + P_c + P_{мех} + P_{\epsilon} + P_d$  — сумма потерь;

$P_s$  — электрические потери на возбуждение, *вт*;

$P_d$  — добавочные потери, *вт*;

$P_s = 3r_a I^2$  — электрические потери в обмотке статора, *вт*.

## 6. ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ЕДИНИЦЫ

Чтобы иметь возможность сравнивать между собой машины различного конструктивного типа, различного напряжения и мощности, удобнее выражать основные величины, характеризующие работу машин, не в практических, а в относительных единицах.

В системе относительных единиц за единичные величины принимают:

- 1) номинальную мощность ( $S_n = 1$ );
- 2) номинальное напряжение ( $U_n = 1$ );
- 3) номинальный ток ( $I_n = 1$ );
- 4) ток возбуждения, который дает единицу напряжения при холостом ходе и единице скорости вращения ( $i_{en} = 1$ );
- 5) номинальное сопротивление цепи, по которой проходит единица тока при единице напряжения на зажимах цепи ( $r_n = \frac{U_n}{I_n} = 1$ );
- 6) номинальную скорость вращения ( $n_n = 1$ );
- 7) момент, соответствующий единице мощности и единице угловой скорости ( $M_n = 1$ ).

Например, синхронное индуктивное сопротивление в относительных единицах выразится так:

$$x_c^* = \frac{x_c}{x_n} = \frac{x_c}{\frac{U_n}{I_n}} = \frac{x_c I_n}{U_n}. \quad (21)$$

### Задачи

542. Трехфазный синхронный генератор с номинальной мощностью  $S_n = 1500$  *кв*а, номинальным напряжением  $U_n = 6600$  в, обмотки которого соединены звездой, имеет активное сопротивление на фазу  $r_a = 0,45$  ом и синхронное индуктивное сопротивление  $x_c = 6$  ом. Вычислить активное и индуктивное (реактивное) падения напряжения на фазу в процентах от фазного напряжения, если при номинальном напряжении и коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,8$  ток генератора равен номинальному.

543. По условию задачи 542 с помощью векторной диаграммы определить э.д.с.  $E$  синхронного генератора.

544. По условию задачи 542 определить напряжение  $U$  на зажимах трехфазного синхронного генератора, если он работает при том же самом возбуждении и номинальном токе, но при опережающем коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,8$ .

545. Трехфазный синхронный двигатель с номинальной мощностью  $P_{2n} = 74,6$  *квт*, напряжением  $U_n = 500$  в, обмотки которого соединены звездой, имеет активное и синхронное индуктивное сопротивления на фазу, соответственно равные  $r_a = 0,03$  ом и

$x_c = 0,3$  ом. Найти для номинальной нагрузки и коэффициента мощности  $\cos \varphi = 0,8$  (опережающем и отстающем) э.д.с. в каждой фазе и полную механическую мощность, развиваемую двигателем, если к.п.д.  $\eta = 93\%$ .

546. Трехфазный синхронный двигатель, обмотки которого соединены звездой, имеет активное и синхронное индуктивное сопротивления на фазу, соответственно равные:  $r_a = 1$  ом и  $x_c = 10$  ом. Вычислить мощность  $P_1$ , подводимую к двигателю, и э.д.с.  $E$  при коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,8$  (опережающем и отстающем), если напряжение на зажимах двигателя  $U = 11$  кв, а ток двигателя  $I = 60$  а.

547. Трехфазный синхронный генератор с номинальной мощностью  $S_n = 1500$  ква, номинальным напряжением  $U_n = 6600$  в, номинальным коэффициентом мощности  $\cos \varphi_n = 0,8$  имеет активное падение напряжения 2% и индуктивное 8% от номинального напряжения. Обмотки статора соединены звездой. Генератору дано такое возбуждение, что при холостом ходе напряжение на его зажимах равно номинальному. Построить кривую зависимости напряжения от нагрузки при постоянном возбуждении и постоянном коэффициенте мощности  $\cos \varphi_n = 0,8$ , а также построить векторную диаграмму.

548. По условию задачи 547 определить активное  $r_a$  и синхронное индуктивное  $x_c$  сопротивления фазы обмотки статора трехфазного синхронного генератора.

549. По условию задачи 547 определить, какую мощность может отдать трехфазный синхронный генератор, если обмотки статора соединить треугольником, а возбуждение оставить прежним.

550. По условию задачи 547 определить вращающий момент на валу первичного двигателя, соединенного с генератором, если генератор имеет число пар полюсов  $p = 6$  и коэффициент полезного действия  $\eta = 0,92$ .

551. Синхронный двигатель с номинальной мощностью  $S_n = 2650$  ква, номинальным напряжением  $U_n = 6000$  в, номинальной скоростью вращения  $n_n = 750$  об/мин имеет механические потери при номинальной скорости вращения  $P_{мех} = 22$  кВт; электрические потери в обмотке статора и добавочные потери при номинальной нагрузке  $P_s + P_d = 27,5$  кВт; потери в стали при номинальной нагрузке  $P_c = 22$  кВт. Ток возбуждения при номинальной нагрузке  $i_b = 217$  а. Сопротивление обмотки возбуждения в нагретом состоянии  $r_e = 0,352$  ом. Чему равен коэффициент полезного действия  $\eta$  при номинальной нагрузке?

552. Гидрогенератор, имеющий номинальную мощность  $S_n = 68\,750$  ква, номинальное напряжение  $U_n = 13\,800$  в, номинальный ток  $I_n = 2880$  а, номинальный коэффициент мощности  $\cos \varphi_n = 0,8$ , работает на сеть  $U = \text{const} = 13\,800$  в при номинальном токе возбуждения  $i_{en} = \text{const}$ . Синхронное индуктивное



сопротивление  $x_c = 0,127$  (в относительных единицах). Найти углы  $\theta$ ,  $\cos \varphi$  и  $I$  для различных нагрузок  $\left(\frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}\right)$ .

553. По условию задачи 552 определить электромагнитную мощность  $P_{эм}$  и синхронизирующую мощность  $P_{сх}$  при работе гидрогенератора параллельно с сетью  $U = \text{const} = 13\,800$  в при номинальном токе возбуждения  $i_{вн} = \text{const}$  для  $\frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}$  и  $\frac{1}{4}$  от номинальной полезной мощности  $P_{2н}$ . Синхронное индуктивное сопротивление  $x_c = 0,127$  (в относительных единицах). Построить кривые  $P_{эм} = f(\theta)$  и  $P_{сх} = f(\theta)$  (для этого необходимо определить дополнительно  $P_{эм}$  и  $P_{сх}$  для значений угла  $\theta$ , равного  $0, 30^\circ, 60^\circ$  и  $90^\circ$ ).

554. Два трехфазных синхронных генератора работают параллельно и имеют силовую нагрузку  $P_1 = 5000$  *квт* при коэффициенте мощности  $\cos \varphi_1 = 0,71$  и осветительную нагрузку  $P_2 = 3000$  *квт*. Первый генератор дает мощность  $P_1 = 5000$  *квт* при коэффициенте мощности  $\cos \varphi_1 = 0,8$ . Какова нагрузка  $P_{II}$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi_{II}$  второго генератора?

555. Заводу требуется активная мощность  $P = 900$  *квт* при коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,6$ .

Решить: 1) какую мощность  $S_n$  должен иметь синхронный генератор; 2) чему равна мощность синхронного компенсатора, чтобы повысить коэффициент мощности до  $0,8$ ; 3) чему равна мощность синхронного компенсатора, чтобы повысить коэффициент мощности до единицы?

556. На заводе установлены асинхронные двигатели, которые потребляют мощность  $P_1 = 1000$  *квт* при коэффициенте мощности  $\cos \varphi_1 = 0,8$ ; кроме того, заводу требуется дополнительно мощность  $P_2 = 200$  *квт*. Вычислить мощность трехфазного синхронного двигателя в киловольт-амперах, который мог бы дать указанную добавочную мощность и в то же время повысить коэффициент мощности всей установки до единицы, если коэффициент полезного действия синхронного двигателя  $\eta = 91\%$ .

557. На заводе установлены асинхронные двигатели, которые потребляют мощность  $P_1 = 1500$  *квт* при коэффициенте мощности  $\cos \varphi_1 = 0,84$ , кроме того, заводу требуется дополнительно мощность  $P_2 = 500$  *квт*.

Чему равна мощность трехфазного синхронного двигателя в киловольт-амперах, который мог бы дать указанную добавочную мощность и в то же время повысить коэффициент мощности всей установки до единицы, если коэффициент полезного действия синхронного двигателя  $\eta = 94\%$ ?

558. Трехфазный синхронный двигатель включен в сеть с напряжением  $U = 6000$  в. Работает ли двигатель в данный момент с опережающим или отстающим током и как необходимо

изменить ток возбуждения, чтобы коэффициент мощности  $\cos \varphi$  был равен единице, если мощность, подводимая к двигателю,  $P_1 = 240 \text{ кВт}$ , а ток  $I = 29 \text{ а}$ ?

**Р е ш е н и е.** Так как ток, напряжение и мощность, подводимая к двигателю, известны, то можно определить коэффициент мощности двигателя:

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3}UI} = \frac{240 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 29} \approx 0,8.$$

Для того чтобы определить работает ли двигатель с опережающим или отстающим током, необходимо при помощи реостата немного увеличить ток возбуждения. Если в этом случае амперметр будет показывать меньше  $29 \text{ а}$ , значит двигатель работает с отстающим током. Если же при увеличении тока возбуждения амперметр будет показывать больше  $29 \text{ а}$ , значит двигатель работает с опережающим током. Очевидно, для того чтобы коэффициент мощности был равен единице, необходимо в первом случае увеличить ток возбуждения, а во втором случае уменьшить на столько, чтобы ток в статоре (якоре) синхронного двигателя достиг минимального значения, равного:

$$I = \frac{P_1}{\sqrt{3}U} = \frac{240 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6000} \approx 23,1 \text{ а}.$$

559. Трехфазный синхронный двигатель включен в сеть с напряжением  $U = 6000 \text{ в}$ . Работает ли двигатель в данный момент с опережающим или отстающим током и как необходимо изменить ток возбуждения, чтобы коэффициент мощности  $\cos \varphi$  был бы равен единице, если известно, что мощность, подводимая к двигателю,  $P_1 = 400 \text{ кВт}$ , а ток  $I = 48,2 \text{ а}$ .

560. Синхронный и асинхронный генераторы работают параллельно на нагрузку, требующую активную мощность  $P = 400 \text{ кВт}$  при коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,8$ . Определить мощность  $S_c$  синхронной машины и коэффициент мощности ее  $\cos \varphi_c$ , если мощность асинхронного генератора  $S_{a2} = 250 \text{ ква}$  при коэффициенте мощности  $\cos \varphi_{a2} = 0,9$ .

561. Какова должна быть мощность  $S_{с\kappa}$  синхронного компенсатора, параллельно с которым включен асинхронный генератор с номинальной мощностью  $S_{a2} = 100 \text{ ква}$  при  $\cos \varphi_{a2} = 0,85$ , для того чтобы последний мог питать небольшой завод, требующий активную мощность  $P = 85 \text{ кВт}$  при коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,85$ ?

---

---

## Глава четырнадцатая

### МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

#### 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОБМОТКАХ МАШИН ПОСТОЯННОГО ТОКА

Проводники, уложенные на якоре и соединенные между собой по определенному правилу, образуют обмотку якоря\*. При вращении обмотки якоря в магнитном поле в ней индуцируется э.д.с. и происходит преобразование одного вида энергии в другой — механической в электрическую (генератор) или электрической в механическую (двигатель). По типу якоря обмотки делятся на кольцевые и барабанные. В настоящее время применяют только барабанные обмотки. В зависимости от того, как соединены проводники между собой, обмотки могут быть параллельные, или петлевые, и последовательные, или волновые. Петлевые и волновые обмотки делятся на простые и сложные.

Активным проводником обмотки якоря называется проводник, который пересекает полезный магнитный поток машины и в котором индуцируется э.д.с.

Виток обмотки якоря — два последовательно соединенных активных проводника, охватывающих своим контуром (приблизительно) полезный магнитный поток одного полюса.

Секцией обмотки называется часть обмотки, заключенная между двумя последовательными присоединениями к коллектору (коллекторным пластинам), следующим друг за другом по схеме. Секция имеет две активные стороны, располагаемые одна наверху, а другая внизу пазов якоря.

Число коллекторных пластин равно числу секций:

$$K = S, \quad (1)$$

где  $K$  — число коллекторных пластин;

$S$  — число секций.

---

\* Иногда якорь называют ротором, так как в машинах переменного тока вращающаяся часть называется ротором.

Число проводников в активной стороне секции равно числу витков  $w_c$  в секции.

Первый шаг обмотки \*  $y_1$  есть расстояние между начальной и конечной сторонами одной и той же секции (рис. 301), т. е. это расстояние равно ширине секции.

Второй шаг обмотки  $y_2$  называют расстоянием между конечной стороной какой-нибудь секции и начальной стороной следующей секции (рис. 301).

Результирующий шаг обмотки якоря  $y$  равен расстоянию между начальными сторонами двух следующих друг за другом по схеме секций (рис. 301).

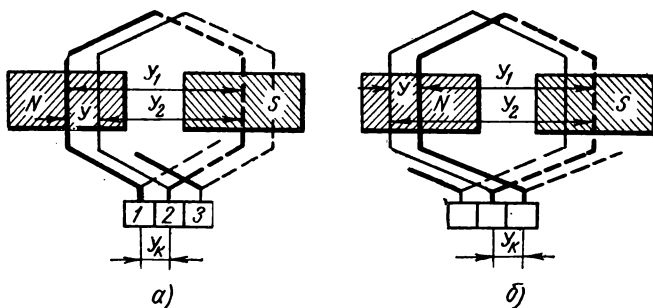


Рис. 301

Результирующий шаг  $y$  петлевой обмотки равен разности первого и второго шагов обмотки (рис. 301):

$$y = y_1 - y_2. \quad (2)$$

Результирующий шаг  $y$  волновой обмотки равен сумме первого и второго шагов обмотки (рис. 302, а и б):

$$y = y_1 + y_2. \quad (3)$$

Так как при выполнении обмотки важно знать не действительное расстояние между активными сторонами, а порядок их соединения между собой, то шаг измеряют не единицами длины, а числом реальных пазов (зубцов) или числом так называемых элементарных пазов \*\*, на которое приходится сместиться по окружности якоря вперед или назад, чтобы сделать шаг. Под элементарным пазом понимают паз с двумя активными сторонами (рис. 303, а). Так как один элементарный паз соответствует одной секции или одной коллекторной пластине,

\* Вместо терминов «первый шаг обмотки» и «второй шаг обмотки» употребляются термины «первый частичный шаг обмотки по якорю» и «второй частичный шаг обмотки по якорю».

\*\* Шаг можно измерять также числом секций.

то число элементарных пазов  $Z_э$  якоря равно числу секций  $S$  или числу коллекторных пластин  $K$ :

$$Z_э = S = K. \quad (4)$$

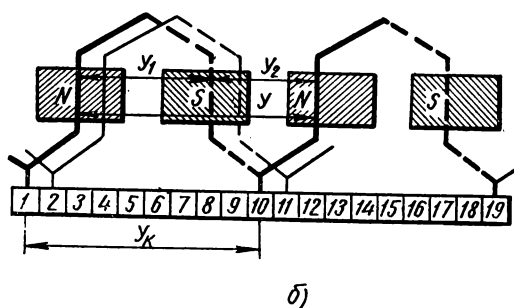
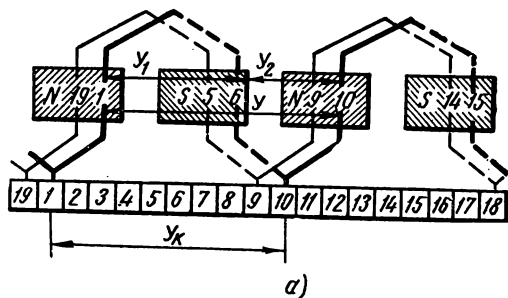


Рис. 302

Шагом по коллектору  $y_k$  называют расстояние по коллектору, измеренное числом коллекторных делений (или числом коллекторных пластин) между начальной и конечной сторонами секции. Коллекторное деление — расстояние от центра одной коллекторной пластины до центра соседней коллекторной пластины, которое равно ширине пластины плюс ширине изоляционного слоя между пластинами.

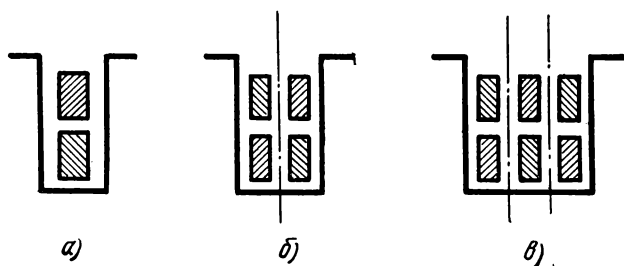


Рис. 303

## 2. ПЕТЛЕВЫЕ ОБМОТКИ

Простая петлевая обмотка применяется для машин средней мощности нормального напряжения и для машин большой мощности повышенного напряжения.

При простой петлевой обмотке число секций в машине

$$S = \frac{N}{2w_c}, \quad (5)$$

где  $N$  — число проводников обмотки якоря;

$w_c$  — число витков в секции.

Первый шаг

$$y_1 = \frac{S}{2p} \mp \varepsilon = \frac{Z_s}{2p} \mp \varepsilon = \text{ц. ч.}, \quad (6)$$

где  $p$  — число пар полюсов машины;

$\varepsilon$  — правильная дробь для получения  $y_1$  целым числом. Если  $\varepsilon = 0$ , то такая обмотка называется **диаметральной**. Результирующий шаг  $y$  обмотки по якорю равен шагу по коллектору, т. е.

$$y = y_k = \pm 1, \quad (7)$$

где  $y_k$  — шаг по коллектору.

Если  $y_1 > y_2$ , то  $y$  будет положительным и обмотка наматывается в правую сторону с неперекрещенными концами, присоединяемыми к коллекторным пластинам, поэтому такая обмотка называется **правой** или просто **правой** (неперекрещенной) (рис. 301, а).

Если  $y_1 < y_2$ , то  $y = -1$  и обмотка наматывается влево с перекрещенными концами секции, присоединяемыми к коллекторным пластинам, поэтому такая обмотка называется **левой** или просто **левой** (перекрещенной) (рис. 301, б). Последняя обмотка имеет большой расход меди на соединительные концы, поэтому ее стараются не применять.

Второй шаг

$$y_2 = y_1 - y. \quad (8)$$

Число параллельных ветвей (цепей) обмотки якоря  $2a$  равно числу полюсов  $2p$ :

$$2a = 2p; \quad (9)$$

где  $a$  — число пар параллельных ветвей обмотки якоря.

Число щеток равно числу полюсов.

**Сложная петлевая обмотка** применяется при больших токах и невысоких напряжениях\*, так как применение

---

\* Машины малой мощности низкого напряжения и машины большой мощности нормального, пониженного и низкого напряжения.

простой петлевой обмотки при небольшом числе полюсов приводит к большому сечению обмотки якоря и небольшому числу коллекторных пластин.

При одном и том же числе пар полюсов машины можно увеличить число параллельных ветвей в  $m$  раз, если на якоре расположить  $m$  одинаковых простых петлевых обмоток (рис. 304), т. е.

$$2a = 2mp. \quad (10)$$

Результрующий шаг  $y$  и шаг по коллектору  $y_k$  равны:

$$y = y_k = \pm m. \quad (11)$$

Знак плюс (+) соответствует правой обмотке, а знак минус (—) — левой обмотке.

Первый шаг сложной петлевой обмотки по якору  $y_1$  определяется так же, как и в простой петлевой обмотке, по формуле (6):

$$y_1 = \frac{Z_s}{2p} \mp \varepsilon = \text{ц. ч.}$$

Сложные петлевые обмотки могут быть однократно замкнутые и многократно замкнутые. Если  $K$  и  $y_k$  не имеют общего делителя, то обмотка однократно замкнутая, если же  $K$  и  $y_k$  имеют общий делитель  $g$ , то обмотка  $g$  — кратномзамкнутая. Практически выполняют только двукратные петлевые обмотки ( $m = 2$ ).

### 3. ВОЛНОВЫЕ ОБМОТКИ

Простая волновая обмотка применяется тогда, когда требуется получить высокое напряжение на коллекторе машин постоянного тока, например в тяговых и крановых двигателях.

В простой волновой обмотке число параллельных ветвей не зависит от числа полюсов и всегда равно двум, т. е.

$$2a = 2. \quad (12)$$

Первый шаг обмотки по якору определяется так же, как и в простой петлевой обмотке, по формуле (6):

$$y_1 = \frac{Z_s}{2p} \mp \varepsilon.$$

Результующий шаг

$$y = \frac{S \mp 1}{p} = \frac{Z_s \mp 1}{p}. \quad (13)$$

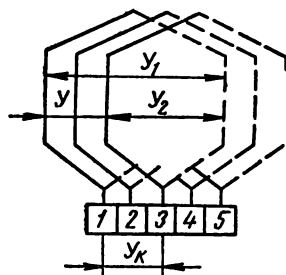


Рис. 304

Знак плюс (+) соответствует правой (перекрещенной) обмотке (рис. 302, б), а знак минус (—) — левой (неперекрещенной) обмотке (рис. 302, а).

Второй шаг обмотки по якору

$$y_2 = y - y_1. \quad (14)$$

Шаги  $y_1$  и  $y_2$  желательно выбирать так, чтобы  $y_1 \approx y_2$ , но это не всегда возможно, так как  $y$  может быть нечетным числом.

Шаг по коллектору

$$y_k = y = \frac{K \mp 1}{p}. \quad (15)$$

Как в простых, так и в сложных волновых обмотках можно устанавливать при любом числе полюсов только две щетки. В этом случае ток на щетку увеличивается, вследствие чего увеличивается площадь щетки и длина коллектора. Две щетки применяют в машинах небольшой мощности и в некоторых тяговых двигателях. Чтобы уменьшить ток, приходящийся на одну щетку, обычно устанавливают число щеток, равное числу полюсов.

Сложная волновая обмотка (множественно-волновая обмотка) применяется в том случае, если двух параллельных ветвей простой волновой обмотки оказывается недостаточно, а при простой петлевой обмотке получается слишком большое число параллельных ветвей.

Следовательно, сложная волновая обмотка применяется в машинах высокого напряжения и средней мощности.

Сложная волновая обмотка получается так же, как и сложная петлевая обмотка, т. е. на якоре располагают  $a = m$  одинаковых простых волновых обмоток\*.

Шаг по коллектору

$$y_k = \frac{K \mp m}{p} = \frac{K \mp a}{p}. \quad (16)$$

Результирующий шаг

$$y = y_k = y_1 + y_2. \quad (17)$$

Первый шаг обмотки по якору определяется так же, как и в простой волновой обмотке:

$$y_1 = \frac{Z_a}{2p} \mp \varepsilon. \quad (18)$$

Второй шаг обмотки по якору

$$y_2 = y - y_1. \quad (19)$$

---

\* Где  $a$  — число пар параллельных ветвей обмотки якора.



Сложные волновые обмотки, как и сложные петлевые обмотки, могут быть многократозамкнутыми и однократозамкнутыми (см. стр. 384—385).

Число параллельных ветвей

$$2a = 2m. \quad (20)$$

#### 4. РАСЧЕТ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ

**Магнитодвижущая сила (намагничивающая сила) воздушного зазора**

Магнитодвижущая сила (м.д.с.), необходимая для проведения магнитного потока  $\Phi$  через воздушный зазор между полюсным наконечником и якорем, определяется по формуле

$$F_{\delta} = \frac{2}{\mu_0} B_{\delta} \delta', \quad (21)$$

где  $F_{\delta}$  — магнитодвижущая сила,  $a$ ;

$B_{\delta}$  — наибольшее значение магнитной индукции в воздушном зазоре, тл;

$\mu_0$  — магнитная постоянная\*, гн/м;

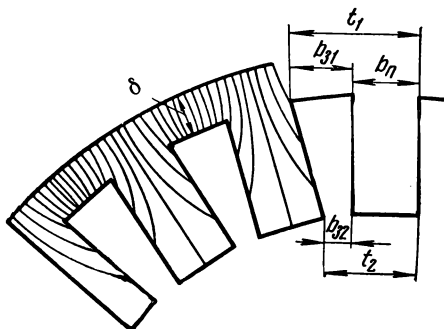


Рис. 305

$\delta' = k_{\delta} \delta$  — расчетная длина воздушного зазора, м;

$\delta$  — действительная длина воздушного зазора, м;

$k_{\delta}$  — коэффициент воздушного зазора, который может быть определен по формуле

$$k_{\delta} = \frac{t_1 + 10}{b_{s1} + 10}, \quad (22)$$

где  $t_1$  — зубцовый шаг у поверхности зазора (зубцовое деление);  
 $b_{s1}$  — ширина головки зуба (рис. 305).

\* Для воздуха  $\mu \approx 1$ .

### Зубцовый шаг

$$t_1 = \frac{\pi D_{\text{я}}}{Z}, \quad (23)$$

где  $t_1$  — зубцовый шаг;  
 $D_{\text{я}}$  — внешний диаметр якоря;  
 $Z$  — число зубцов якоря.  
 Ширина головки зуба

$$b_{\text{з1}} = t_1 - b_n, \quad (24)$$

где  $b_n$  — ширина паза.

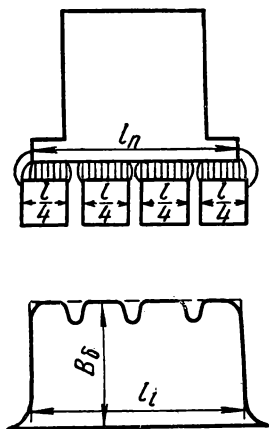


Рис. 306

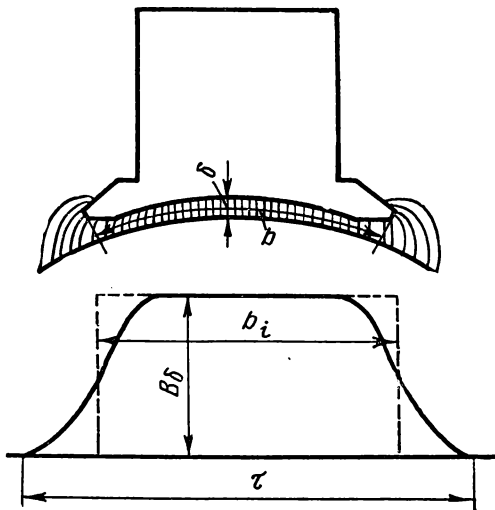


Рис. 307

### Магнитная индукция в воздушном зазоре

$$B_{\delta} = \frac{\Phi}{a_i \tau l_i}, \quad (25)$$

где  $\tau$  — полюсное деление;

$\Phi$  — полезный магнитный поток на полюс, пересекаемый обмоткой якоря, вб;

$l_i$  — расчетная длина якоря [основание прямоугольника (рис. 306)], которая приблизительно равна длине пакетов стали якоря, т. е.

$$l_i \approx l = l_{\text{я}} - n_{\text{с}} b_{\text{с}}, \quad (26)$$

где  $l$  — длина пакетов стали якоря;

$l_{\text{я}}$  — полная длина якоря;

$n_g$  — число вентиляционных каналов;

$b_g$  — ширина вентиляционного канала.

Обычно расчетную длину якоря определяют по формуле

$$l_i = 0,5 (l_n + l), \quad (27)$$

где  $l_n$  — длина полюса по оси машины (см. рис. 306).

Отношение расчетной полюсной дуги [ширина прямоугольника (рис. 307)] к полюсному делению  $\tau$  называют расчетным коэффициентом полюсной дуги:

$$\alpha_i = \frac{b_i}{\tau}, \quad (28)$$

где  $\alpha_i$  — расчетный коэффициент полюсной дуги;

$b_i$  — расчетная полюсная дуга.

Если машина постоянного тока не имеет добавочных полюсов, то  $\alpha_i = 0,7 \div 0,8$ ; а в машинах с добавочными полюсами  $\alpha_i = 0,62 \div 0,72$ .

При приближенных расчетах расчетную длину полюсной дуги можно определять по формуле

$$b_i \approx b + 2\delta, \quad (29)$$

где  $b$  — длина дуги полюсного наконечника (см. рис. 307).

### Магнитодвижущая сила зубцов якоря

При определении м.д.с. зубцов необходимо различать два случая: случай небольших магнитных насыщений, когда наибольшая магнитная индукция в зубце  $B_z \leq 18\,000 \text{ гс} = 1,8 \text{ тл}$ , и случай больших магнитных насыщений, когда  $B_z > 1,8 \text{ тл}$ .

*Первый случай.* Если  $B_z \leq 1,8 \text{ тл}$ , то можно считать, что весь магнитный поток, приходящийся на зубцовое деление, проходит только через зубец, так как магнитная проницаемость паза очень мала по сравнению с магнитной проницаемостью зубца. Магнитный поток, приходящийся на одно зубцовое деление, равен  $B_\delta l_i t_1$ , а магнитный поток в зубце:

$$B_{zx} b_{zx} l k_c,$$

где  $B_{zx}$  — магнитная индукция в произвольно выбранном сечении зубца, имеющем ширину  $b_{zx}$ ;

$l_i$  — расчетная длина якоря;

$t_1$  — зубцовое деление;

$k_c = 0,92 \div 0,95$  — коэффициент заполнения пакетов сталью (коэффициент пакета), учитывающий изоляцию листов стали, который равен отношению длины стали пакета к полной длине его.

Следовательно,

$$B_\delta l_i t_1 = B_{zx} b_{zx} l k_c,$$

откуда

$$B_{ax} = \frac{B_{\delta} l_i t_1}{b_{ax} l k_c}. \quad (30)$$

По этой формуле обычно определяют магнитные индукции в двух сечениях зубца — верхнем  $B_{s1}$  и нижнем  $B_{s2}$ :

$$B_{s1} = \frac{B_{\delta} l_i t_1}{b_{s1} l k_c}; \quad (31)$$

$$B_{s2} = \frac{B_{\delta} l_i t_1}{b_{s2} l k_c}, \quad (32)$$

где  $b_{s2}$  — ширина зубца внизу.

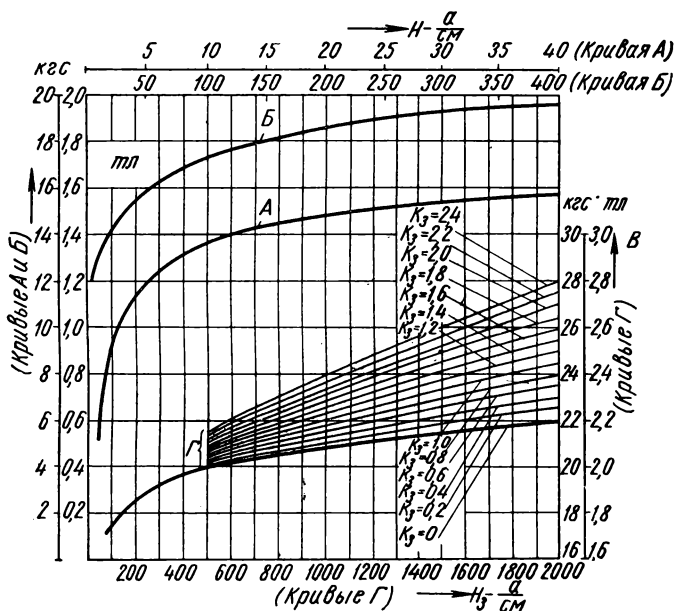


Рис. 308

Как было сказано выше, приближенно можно считать, что расчетная длина якоря  $l_i$  равна длине пакетов стали якоря  $l$  [см. формулу (26)], тогда

$$B_{s1} = \frac{B_{\delta} t_1}{b_{s1} k_c}; \quad (33)$$

$$B_{s2} = \frac{B_{\delta} t_1}{b_{s2} k_c}. \quad (34)$$

По кривым намагничивания\* для листовой электротехнической стали марок Э11, Э12 и Э21 (рис. 308) определяем соответствующие этим магнитным индукциям напряженности магнитного поля  $H_{з1}$  и  $H_{з2}$ . М.д.с. зубцов будет равна:

$$F_z = \frac{H_{з1} + H_{з2}}{2} \cdot 2h_z \quad (35)$$

где  $h_z$  — высота зубца.

*Второй случай.* Если  $B_z \geq 18\,000$  гс = 1,8 тл, то вследствие магнитного насыщения зубца часть магнитного потока ответвляется через паз (см. рис. 305).

Следовательно, магнитный поток для любого концентрического сечения зубца и впадины будет:

$$\Phi_t = \Phi_{zx} + \Phi_{nx} \quad (36)$$

где  $\Phi_{zx}$  — магнитный поток, проходящий через зубец, вб;

$\Phi_{nx}$  — магнитный поток, проходящий через паз, вб.

Не будем останавливаться на выводе формулы м.д.с. зубцов, а воспользуемся следующей формулой:

$$H_z = \frac{H_{з1} + 4H_{зcp} + H_{з2}}{6}, \quad (37)$$

где  $H_z$  — средняя напряженность магнитного поля в зубце, а/м;

$H_{з1}$ ,  $H_{зcp}$  и  $H_{з2}$  — напряженности магнитного поля в верхнем, среднем и нижнем сечениях зубца, а/м.

Для определения  $H_z$  необходимо найти расчетную магнитную индукцию  $B_{zx}$  для соответствующих трех сечений зубца\*\* (рис. 309), т. е.

$$B'_{з1} = \frac{\Phi_t}{S_{з1}} = \frac{B_\delta l_i t_1}{b_{з1} l k_c}; \quad (38)$$

$$B'_{зcp} = \frac{\Phi_t}{S_{зcp}} = \frac{B_\delta l_i t_1}{b_{зcp} l k_c}; \quad (39)$$

$$B'_{з2} = \frac{\Phi_t}{S_{з2}} = \frac{B_\delta l_i t_1}{b_{з2} l k_c}. \quad (40)$$

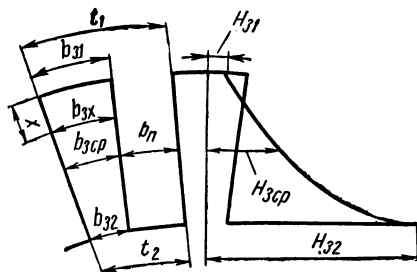


Рис. 309

Затем по кривым намагничивания (рис. 308) для этих магнитных индукций находим  $H_{з1}$ ,  $H_{зcp}$  и  $H_{з2}$ . Зная высоту зубца  $h_z$  и

\* Л. Н. П и о т р о в с к и й. Электрические машины. Энергоиздат, 1952.

\*\* Необходимо также знать зубцовые коэффициенты для тех же сечений зубца, определяемые по формуле:

$$k_{zx} = \frac{S_n}{S_{zx}} = \frac{S_{tx} - S_{zx}}{S_{zx}} = \frac{l_i t_{zx} - b_{zx} l k_c}{b_{zx} l k_c} = \frac{l_i t_{xz}}{b_{zx} l k_c} - 1,$$

где  $S_n$  — поперечное сечение паза.

среднюю напряженность магнитного поля в зубце  $H_z$ , можно определить м.д.с. зубцов на пару полюсов, т. е.

$$F_z = 2H_z h_z. \quad (41)$$

Чтобы упростить расчет, иногда определяют магнитную индукцию и напряженность магнитного поля только в одном сечении, находящемся на расстоянии  $\frac{h_z}{3}$  от основания зубца. В данном случае м.д.с. зубцов

$$F_z = 2H_{z1/3} h_z. \quad (41')$$

Формулы (41) и (41') практически дают одинаковый результат.

### Магнитодвижущая сила сердечника якоря

Сечение стали якоря (рис. 310)

$$S_y = h_y l k_c, \quad (42)$$

где  $S_y$  — сечение стали якоря;  
 $h_y$  — высота стали якоря.

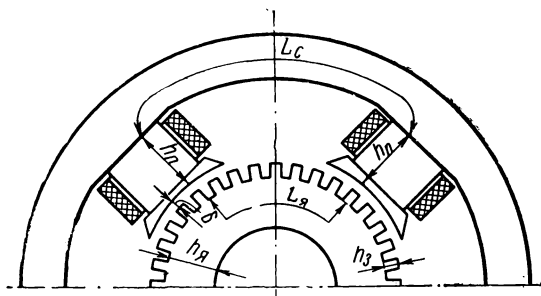


Рис. 310

Магнитная индукция в якоре

$$B_y = \frac{\frac{1}{2}\Phi}{S_y} = \frac{\Phi}{2h_y l k_c}, \quad (43)$$

где  $B_y$  — магнитная индукция в якоре, тл.

В знаменатель этой формулы входит число 2, потому что магнитный поток якоря делится на две равные части. Зная  $B_y$ , по кривой намагничивания определяем напряженность магнитного поля в якоре.

М.д.с. сердечника якоря

$$F_{\text{я}} = H_{\text{я}} L_{\text{я}}, \quad (44)$$

где  $F_{\text{я}}$  — магнитодвижущая сила сердечника якоря, а;  
 $L_{\text{я}}$  — средняя длина линии магнитной индукции в стали сердечника якоря, м;  
 $H_{\text{я}}$  — напряженность магнитного поля в якоре, а/м.

### Магнитодвижущая сила полюсов

Магнитный поток в полюсе  $\Phi_n$  больше магнитного потока  $\Phi$  в якоре на поток рассеяния  $\Phi_{\sigma}$ , т. е.

$$\Phi_n = \Phi + \Phi_{\sigma}, \quad (45)$$

который можно представить так:

$$\Phi_n = \sigma \Phi, \quad (46)$$

где  $\sigma$  — коэффициент рассеяния.

Магнитная индукция в сердечнике полюса

$$B_n = \frac{\Phi_n}{S_n} = \frac{\sigma \Phi}{S_n}, \quad (47)$$

где  $S_n$  — сечение сердечника полюса, м<sup>2</sup>.

Зная  $B_n$ , по кривой намагничивания определяем напряженность магнитного поля  $H_n$  в сердечнике полюса.

М.д.с. на пару полюсов

$$F_n = 2h_n H_n, \quad (48)$$

где  $F_n$  — магнитодвижущая сила полюсов, а;

$h_n$  — высота полюса, включая полюсный наконечник, м  
 (рис. 310).

### Магнитодвижущая сила станины (ярма)

Так как магнитный поток  $\Phi_n$  в станине (ярме) делится на две равные части, то магнитная индукция в станине (ярме) будет равна:

$$B_c = \frac{\Phi_n}{2S_c}, \quad (49)$$

где  $B_c$  — магнитная индукция в станине, тл.

$S_c$  — сечение станины (ярма), м<sup>2</sup>.

Зная  $B_c$ , по кривой намагничивания определяем напряженность магнитного поля  $H_c$  в станине. М.д.с. станины

$$F_c = H_c L_c, \quad (50)$$

где  $F_c$  — магнитодвижущая сила станины,  $a$ ;  
 $L_c$  — средняя длина линии магнитной индукции в станине (ярме),  $m$ .

Результирующая м. д. с. возбуждения на пару полюсов

$$F_0 = F_\delta + F_s + F_\pi + F_n + F_\sigma \quad (51)$$

где  $F_0$  — результирующая магнитодвижущая сила возбуждения на пару полюсов,  $a$ .

## 5. ЭЛЕКТРОДВИЖУЩАЯ СИЛА ОБМОТКИ ЯКОРЯ. РЕАКЦИЯ ЯКОРЯ

Э.д.с., индуцируемая в обмотке якоря машины постоянного тока,

$$E = \frac{pN}{60a} n\Phi = k_E n\Phi, \quad (52)$$

где  $p$  — число пар полюсов;

$n$  — скорость вращения, об/мин;

$N$  — число активных проводников обмотки якоря\*;

$a$  — число пар параллельных ветвей (цепей) обмотки якоря;

$k_E = \frac{pN}{60a}$  — постоянный коэффициент для данной машины, зависящий от ее конструктивных данных.

При работе машины по обмотке якоря проходит ток, который создает магнитное поле якоря. Воздействие поля (м.д.с.) якоря на поле (м.д.с.) полюсов называется реакцией якоря.

Продольная составляющая м.д.с. реакции якоря\*\*

$$F_{\pi.np} = 2b_\beta A = \beta \frac{N}{\pi} i_\pi \quad (53)$$

где  $F_{\pi.np}$  — продольная составляющая м.д.с. реакции якоря,  $a$ ;

$b_\beta$  — дуга окружности якоря, соответствующая углу сдвига щеток  $\beta$  с геометрической нейтрали;

$A = \frac{Ni_\pi}{\pi D_\pi}$  — линейная нагрузка;

$i_\pi = \frac{I_\pi}{2a}$  — ток в одной параллельной ветви (ток в проводнике обмотки якоря);

здесь  $I_\pi$  — ток в якоре,  $a$ .

\* Иногда вместо термина «число активных проводников обмотки якоря» употребляется термин «число проводников обмотки якоря».

\*\* Продольная составляющая м.д.с. якоря.



Поперечная составляющая м.д.с. реакции якоря \* равна:

$$F_{яп} = (\tau - 2b_p)A, \quad (54)$$

где  $F_{яп}$  — поперечная составляющая м.д.с. реакции якоря,  $a$ ;  
 $\tau$  — полюсное деление.

## 6. ГЕНЕРАТОРЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Уравнение э.д.с. генератора можно записать независимо от способа возбуждения в следующем виде:

$$U = E - r_{я.м}I_{я} - \Delta U_{щ}, \quad (55)$$

где  $U$  — напряжение на зажимах генератора,  $в$ ;

$E$  — э.д.с., индуцируемая в якоре,  $в$ ;

$I_{я}$  — ток в обмотке якоря,  $а$ ;

$\Delta U_{щ}$  — падение напряжения в контакте щеток обеих полярностей \*\* (на пару щеток),  $в$ ;

$r_{я.м} = R_{я} + r_{нос} + r_{дн} + r_{ко}$  — сопротивление обмоток цепи якоря (ом), состоящее в общем случае из  $R_{я}$  — сопротивления обмотки якоря,  $r_{нос}$  — сопротивления последовательной обмотки возбуждения (если она имеется),  $r_{дн}$  — сопротивления обмотки дополнительных полюсов и  $r_{ко}$  — сопротивления компенсационной обмотки. Если не требуется особой точности определения напряжения  $U$ , то члены  $r_{я.м}I_{я}$  и  $\Delta U_{щ}$  в формуле (55) можно объединить, полагая, что величина  $\Delta U_{щ}$  изменяется пропорционально току  $I_{я}$ . В этом случае формула (55) примет следующий вид:

$$U = E - r_{я}I_{я}, \quad (56)$$

где  $r_{я} = r_{я.м} + \frac{\Delta U_{щ}}{I_{я}} = r_{я.м} + r_{щ}$  — сопротивление цепи якоря, ом;

$r_{я}I_{я}$  — падение напряжения в цепи якоря,  $в$ ;

$r_{щ}$  — сопротивление переходного контакта щеток, ом.

По способу возбуждения генераторы постоянного тока могут быть с независимым возбуждением (рис. 311) и с самовозбуждением. Генераторы с самовозбуждением делятся на три типа:

1) генераторы параллельного возбуждения, у которых обмотка возбуждения приключена параллельно к якору;

2) генераторы последовательного возбуждения, у которых обмотка возбуждения соединена последовательно с якоре;

3) генераторы смешанного возбуждения, у которых имеются две обмотки возбуждения — параллельная и последовательная,

\* Поперечная составляющая м.д.с. якоря.

\*\* Вместо термина «падение напряжения в контакте щеток обеих полярностей» употребляется термин «переходное падение напряжения на пару щеток разной полярности».

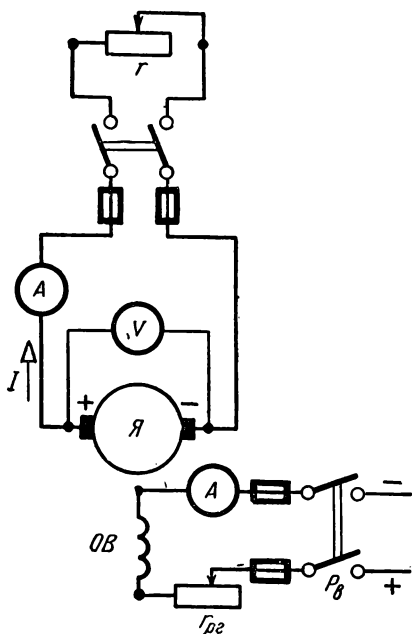


Рис. 311

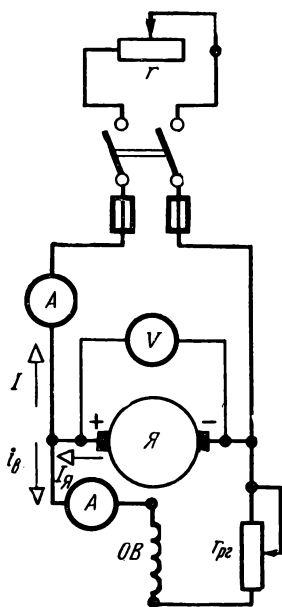


Рис. 312

### Генератор параллельного возбуждения (рис. 312)

Напряжение на зажимах генератора найдем из формулы (56):

$$U = E - r_{\text{я}} I_{\text{я}}, \quad (57)$$

откуда ток в якоре

$$I_{\text{я}} = \frac{E - U}{r_{\text{я}}}. \quad (58)$$

Ток в цепи возбуждения

$$i_{\theta} = \frac{U}{R_{\theta}} = \frac{U}{r_{\theta} + r_{p2}}, \quad (59)$$

где  $i_{\theta}$  — ток в цепи возбуждения, а;

$R_{\theta} = r_{\theta} + r_{p2}$  — сопротивление цепи возбуждения, т. е. сопротивление обмотки возбуждения  $r_{\theta}$  и сопротивление регулировочного реостата  $r_{p2}$ , если он имеется в цепи возбуждения, ом.

Ток в якоре

$$I_{\text{я}} = I + i_{\theta}, \quad (60)$$

где  $I$  — ток внешней цепи или ток нагрузки, а,

Полезная (или отдаваемая) мощность генератора

$$P_2 = UI. \quad (61)$$

Электромагнитная мощность равна полной мощности, развиваемой якорем,

$$P_{эм} = EI_{я} \quad (62)$$

или

$$\begin{aligned} P_{эм} = EI_{я} &= (U + r_{я}I_{я}) I_{я} = UI_{я} + r_{я}I_{я}^2 = U(I + i_{\theta}) + r_{я}I_{я}^2 = \\ &= UI + Ui_{\theta} + r_{я}I_{я}^2 = P_2 + P_{\theta} + P_{я}, \end{aligned} \quad (63)$$

где  $P_2$  — полезная мощность генератора, *вт*;

$P_{\theta} = Ui_{\theta}$  — электрические потери в цепи возбуждения, *вт*;

$P_{я} = r_{я}I_{я}^2$  — электрические потери в цепи якоря, *вт*.

### Генератор последовательного возбуждения (рис. 313)

Напряжение на зажимах генератора последовательного возбуждения, как и генератора параллельного возбуждения, определяется по формуле (57):

$$U = E - r_{я}I_{я},$$

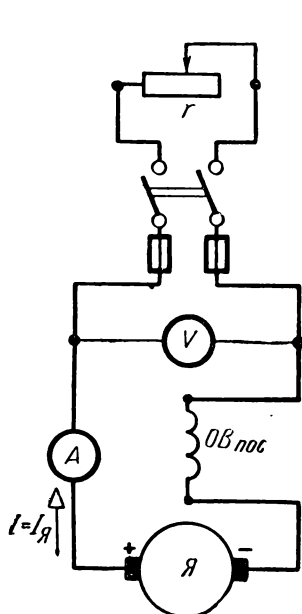


Рис. 313

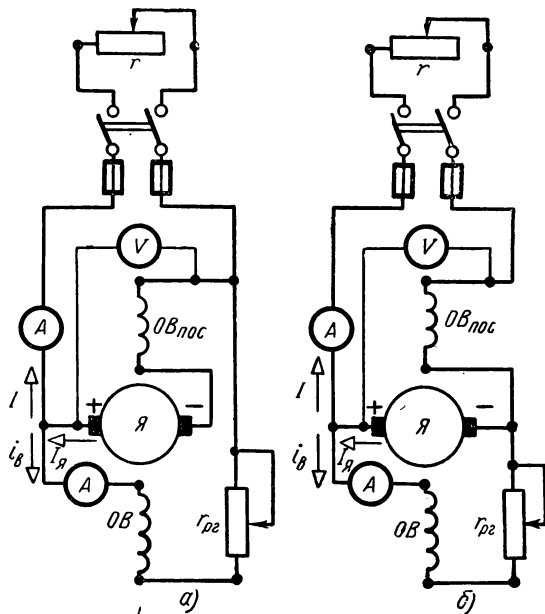


Рис. 314

откуда ток в якоре

$$I_{\text{я}} = \frac{E - U}{r_{\text{я}}}. \quad (64)$$

Полезная мощность генератора

$$P_2 = UI = UI_{\text{я}}, \quad (65)$$

так как у генератора последовательного возбуждения ток  $I_{\text{я}}$  в якоре равен току  $I$  внешней цепи, т. е.  $I_{\text{я}} = I$ .

Электромагнитная мощность равна полной мощности, развиваемой якорем,

$$P_{\text{эм}} = EI_{\text{я}} \quad (66)$$

или

$$P_{\text{эм}} = EI_{\text{я}} = (U + r_{\text{я}}I_{\text{я}}) I_{\text{я}} = UI_{\text{я}} + r_{\text{я}}I_{\text{я}}^2 = P_2 + P_{\text{я}}. \quad (67)$$

### Генератор смешанного возбуждения

По способу приключения параллельной обмотки возбуждения различают генераторы смешанного возбуждения с длинным шунтом (с длинным ответвлением — рис. 314, а) и с коротким шунтом (с коротким ответвлением — рис. 314, б).

Так как сопротивление последовательной обмотки возбуждения и падение напряжения в ней очень малы, то разницы между обеими схемами практически нет. Поэтому рассмотрим генератор смешанного возбуждения с длинным шунтом.

Напряжение на зажимах генератора

$$U = E - r_{\text{я}}I_{\text{я}}. \quad (68)$$

Ток в якоре

$$I_{\text{я}} = I + i_{\text{с}}. \quad (69)$$

Полезная (отдаваемая) мощность генератора

$$P_2 = UI. \quad (70)$$

Электромагнитная мощность генератора смешанного возбуждения, как и генератора параллельного возбуждения, определяется по формуле (62):

$$P_{\text{эм}} = EI_{\text{я}} \quad (71)$$

или

$$\begin{aligned} P_{\text{эм}} &= EI_{\text{я}} = (U + r_{\text{я}}I_{\text{я}}) I_{\text{я}} = UI_{\text{я}} + r_{\text{я}}I_{\text{я}}^2 = U(I + i_{\text{с}}) + r_{\text{я}}I_{\text{я}}^2 = \\ &= UI + Ui_{\text{с}} + r_{\text{я}}I_{\text{я}}^2 \end{aligned} \quad (72)$$

где  $Ui_{\text{с}}$  — электрические потери в параллельной цепи возбуждения, *вт.*

Электрическим коэффициентом полезного действия называется отношение полезной мощности  $P_2$

генератора к электромагнитной мощности  $P_{эм}$ :

$$\eta_g = \frac{P_2}{P_{эм}} = \frac{UI}{EI_a}. \quad (73)$$

К.п.д. генератора постоянного тока называется отношение полезной (или отдаваемой) мощности  $P_2$  генератора к мощности  $P_1$ , подводимой к нему:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad (74)$$

или

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100\%. \quad (75)$$

## 7. ДВИГАТЕЛИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Двигатели постоянного тока, так же как и генераторы постоянного тока, в зависимости от способа включения обмотки возбуждения к якору делятся на:

- 1) двигатели параллельного возбуждения (независимого возбуждения);
- 2) двигатели последовательного возбуждения;
- 3) двигатели смешанного возбуждения.

При вращении двигателя в обмотке якоря индуцируется электродвижущая сила \* (э.д.с.):

$$E = \frac{pN}{60a} n\Phi = k_E n\Phi, \quad (76)$$

где  $p$  — число пар полюсов двигателя;

$n$  — скорость вращения, об/мин;

$N$  — число активных проводников обмотки якоря;

$a$  — число пар параллельных ветвей (цепей) обмотки якоря;

$\Phi$  — полезный магнитный поток на полюс, пересекаемый обмоткой якоря, вб;

$k_E = \frac{pN}{60a}$  — постоянный коэффициент для данного двигателя, зависящий от его конструктивных данных.

---

\* Так как э.д.с. направлена против тока и, следовательно, против приложенного к двигателю напряжения, то, наряду с термином «электродвижущая сила» иногда употребляется термин «противоэлектродвижущая сила» или «обратная э.д.с.».

### Двигатели параллельного возбуждения (рис. 315)

Вращающий момент (электромагнитный момент) двигателя пропорционален току  $I_{\text{я}}$  в якоре и магнитному потоку  $\Phi$ :

$$M = k_M I_{\text{я}} \Phi, \quad (77)$$

где  $M$  — вращающий момент, н·м;  
 $k_M = \frac{pN}{2\pi a}$  — постоянный коэффициент

для данного двигателя, зависящий от его конструктивных данных. Если вращающий момент выражен в кгм, то

$$k_M = \frac{pN}{9,81 \cdot 2\pi a}.$$

Напряжение на зажимах двигателя

$$U = E + r_{\text{я}} I_{\text{я}}, \quad (78)$$

откуда ток в якоре двигателя

$$I_{\text{я}} = \frac{U - E}{r_{\text{я}}}. \quad (79)$$

Ток в цепи возбуждения

$$i_{\text{с}} = \frac{U}{R_{\text{с}}} = \frac{U}{r_{\text{с}} + r_{\text{pz}}}, \quad (80)$$

где  $r_{\text{с}}$  — сопротивление обмотки возбуждения, ом;  
 $r_{\text{pz}}$  — сопротивление регулировочного реостата в цепи возбуждения, ом;

$R_{\text{с}} = r_{\text{с}} + r_{\text{pz}}$  — сопротивление цепи возбуждения, ом.

Ток двигателя равен сумме токов якоря и возбуждения:

$$I = I_{\text{я}} + i_{\text{с}}. \quad (81)$$

Мощность, подводимая к двигателю,

$$P_1 = UI. \quad (82)$$

Электромагнитная мощность равна полной механической мощности, развиваемой двигателем:

$$P_{\text{эм}} = EI_{\text{я}} \quad (83)$$

или

$$\begin{aligned} P_{\text{эм}} &= EI_{\text{я}} = (U - r_{\text{я}} I_{\text{я}}) I_{\text{я}} = UI_{\text{я}} - r_{\text{я}} I_{\text{я}}^2 = \\ &= U(I - i_{\text{с}}) - r_{\text{я}} I_{\text{я}}^2 = UI - Ui_{\text{с}} - r_{\text{я}} I_{\text{я}}^2 = P_1 - P_{\text{с}} - P_{\text{я}} \end{aligned} \quad (83')$$

где  $P_s = U i_s$  — электрические потери в цепи возбуждения, *вт*;

$P_{\text{я}} = r_{\text{я}} I_{\text{я}}^2$  — электрические потери в цепи якоря, *вт*.

Полезная мощность на валу двигателя

$$P_2 = 1,028 M_2 n, \quad (84)$$

где  $M_2$  — полезный вращающий момент двигателя, *кГм*.

Скорость вращения двигателя можно определить из формулы (76):

$$n = \frac{E}{k_E \Phi} = \frac{U - r_{\text{я}} I_{\text{я}}}{k_E \Phi} \quad (85)$$

или

$$n = \frac{U - (r_{\text{я}} + r_p) I_{\text{я}}}{k_E \Phi}, \quad (85')$$

где  $r_p$  — сопротивление регулировочного реостата, включенного в цепь якоря, *ом*.

Из формул (85) и (85') видно, что скорость можно регулировать тремя способами: 1) изменением напряжения  $U$  сети (напряжения, подводимого к двигателю), 2) изменением сопротивления в цепи якоря и 3) изменением магнитного потока  $\Phi$  (тока возбуждения). Напряжение  $U$  может быть изменено путем регулирования напряжения, подводимого к двигателю от отдельного генератора (система генератор — двигатель).

### Двигатели последовательного возбуждения

Напряжение на зажимах двигателя (рис. 316)

$$U = E + r_{\text{я}} I_{\text{я}} \quad (86)$$

откуда ток в якоре двигателя

$$I_{\text{я}} = I = \frac{U - E}{r_{\text{я}}}. \quad (87)$$

Мощность, подводимая к двигателю,

$$P_1 = UI = UI_{\text{я}}. \quad (88)$$

Электромагнитная мощность двигателя

$$P_{\text{эм}} = EI_{\text{я}} \quad (89)$$

или

$$P_{\text{эм}} = EI_{\text{я}} = (U - r_{\text{я}} I_{\text{я}}) I_{\text{я}} = UI_{\text{я}} - r_{\text{я}} I_{\text{я}}^2. \quad (89')$$

Вращающий момент двигателя последовательного возбуждения, как и двигателя параллельного возбуждения, определяется по формуле (77):

$$M = k_M I_{\text{я}} \Phi.$$

Если магнитная цепь машины не насыщена, то магнитный поток пропорционален току  $\Phi \equiv I_a$ , а следовательно вращающий момент пропорционален квадрату тока, т. е.

$$M = k'_M I_a^2 = k'_M I^2. \quad (90)$$

### Двигатели смешанного возбуждения

Напряжение на зажимах двигателя смешанного возбуждения с длинным шунтом (с длинным ответвлением — рис. 317)

$$U = E + r_a I_a, \quad (91)$$

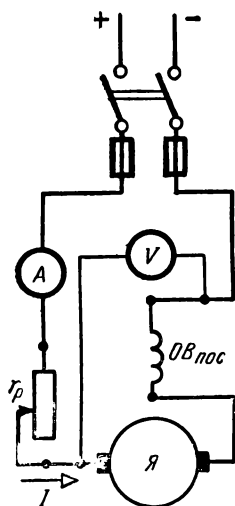


Рис. 316

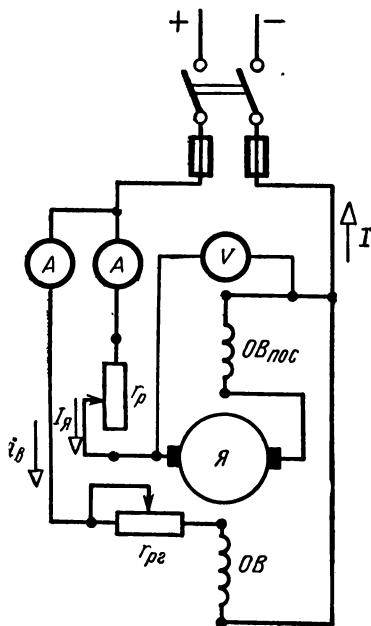


Рис. 317

откуда ток в якоре двигателя

$$I_a = \frac{U - E}{r_a}. \quad (92)$$

Ток в параллельной цепи возбуждения

$$i_g = \frac{U}{R_g} = \frac{U}{r_g + r_{pg}}. \quad (93)$$

Ток двигателя

$$I = I_a + i_g. \quad (94)$$



Мощность, подводимая к двигателю,

$$P_1 = UI. \quad (95)$$

Электромагнитная мощность двигателя

$$P_{эм} = EI_{я} \quad (96)$$

или

$$\begin{aligned} P_{эм} &= EI_{я} = (U - r_{я}I_{я})I_{я} = UI_{я} - r_{я}I_{я}^2 = \\ &= U(I - i_a) - r_{я}I_{я}^2 = UI - Ui_a - r_{я}I_{я}^2 = \\ &= P_1 - P_a - P_{я}, \end{aligned} \quad (96')$$

где  $P_a = Ui_a$  — электрические потери в параллельной цепи возбуждения \*, *вт*.

К.п.д. двигателя называется отношение полезной мощности  $P_2$  на валу двигателя к мощности  $P_1$ , подводимой к двигателю:

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{P_2}{P_1} \\ \eta &= \frac{P_2}{P_1} 100\% \end{aligned} \right\} \quad (97)$$

или

### Задачи

562. Данные простой петлевой обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число активных проводников \*\*  $N=36$ ; число витков в секции  $w_c = 1$ ; число пар полюсов  $p = 2$ ; число секций  $S$  равно числу коллекторных пластин  $K$ . Определить шаги обмотки  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y$  и  $y_k$ , вычертить схему обмотки в радиальном и развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

563. Данные простой петлевой обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число проводников  $N = 112$ ; число витков в секции  $w_c = 4$ ; число пар полюсов  $p = 2$ ; число секций  $S$  равно числу коллекторных пластин  $K$ . Найти шаги обмотки  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y$  и  $y_k$ , вычертить схему обмотки в радиальном и развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

564. Данные простой петлевой обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число пар полюсов  $p = 3$ ; число коллекторных пластин  $K = S = 48$ ; число пазов  $Z = 16$ . Определить шаги по элементарным и реальным пазам, вычертить схему обмотки в радиальном и развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

\* Наряду с терминами «электрические потери в цепи возбуждения» и «электрические потери в цепи якоря» употребляются термины «потери в цепи возбуждения» и «потери в цепи якоря».

\*\* В дальнейшем слово «активный» опускается.

565. Данные обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число пар полюсов  $p = 2$ ; число коллекторных пластин  $K = S = 42$ ; число пазов  $Z = 14$ . Род соединений — простая петлевая обмотка. Вычислить шаги по элементарным и реальным пазам, вычертить схему обмотки в развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

566. Данные обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число проводников  $N = 80$ ; число витков в секции  $w_c = 1$ ; число пар полюсов  $p = 2$ ; число секций (элементарных пазов) в одном реальном пазу  $u_c = 2$ . Род соединений — сложная (множественная) петлевая обмотка ( $m = 2$ ). Определить шаги обмотки, число параллельных ветвей, вычертить схему обмотки в радиальном и развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

567. Данные обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число проводников  $N = 72$ ; число витков в секции  $w_c = 1$ ; число пар полюсов  $p = 2$ ; число секций (элементарных пазов) в одном реальном пазу  $u_c = 2$ . Род соединений — сложная (множественная) петлевая обмотка ( $m = 2$ ). Найти шаги обмотки, число параллельных ветвей, вычертить схему обмотки в радиальном и развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

568. Данные обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число пар полюсов  $p = 2$ ; число коллекторных пластин  $K = S = 20$ ; число пазов  $Z = 20$ . Род соединений — сложная (множественная) петлевая обмотка ( $m = 2$ ). Определить шаги обмотки, число параллельных ветвей, вычертить схему обмотки в развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

569. Данные обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число проводников  $N = 34$ ; число витков в секции  $w_c = 1$ ; число пар полюсов  $p = 3$ ; число коллекторных пластин  $K$  равно числу секций  $S$ . Род соединений — простая волновая обмотка. Вычислить шаги обмотки, вычертить схему обмотки в радиальном и развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

570. Данные обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число пар полюсов  $p = 2$ ; число коллекторных пластин  $K = S = 17$ . Род соединений — простая волновая обмотка. Определить шаги обмотки, вычертить схему обмотки в развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

571. Данные обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число проводников  $N$ ; число витков в секции  $w_c$ , число пазов  $Z$ ; число пар полюсов  $p$ . Род соединений — простая волновая обмотка (обмотку возможно намотать для некоторых вариантов лишь при наличии мертвой секции, которую при

намотке обмотки можно оставить свободной). Определить шаги по элементарным и реальным пазам и составить таблицу соединений обмотки.

Наименование	Значения параметров при различных вариантах задачи								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$N$	280	420	560	840	1120	252	372	212	504
$w_c$	1	2	3	3	4	1	2	1	2
$Z$	35	35	35	35	35	42	31	53	42
$p$	2	2	2	2	2	2	2	2	2

572. Данные обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число проводников  $N = 36$ ; число витков в секции  $w_c = 1$ ; число пар полюсов  $p = 2$ ; число секций (элементарных пазов) в одном реальном пазу  $u_c = 1$ . Род соединений — сложная (множественная) волновая обмотка ( $m = 2$ ). Найти шаги обмотки, вычертить схему обмотки в развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

573. Данные обмотки якоря машины постоянного тока следующие: число проводников  $N = 40$ ; число витков в секции  $w_c = 1$ ; число пар полюсов  $p = 2$ ; число секций (элементарных пазов) в одном реальном пазу  $u_c = 1$ . Род соединений — сложная (множественная) волновая обмотка ( $m = 2$ ). Определить шаги обмотки, вычертить схему обмотки в развернутом виде, расставить полюсы и щетки, распределить секции в параллельные ветви.

574. Выбрать обмотку якоря для генератора постоянного тока, имеющего номинальную мощность  $P_{2\kappa} = 70 \text{ кВт}$ , номинальное напряжение  $U_{\kappa} = 460 \text{ в}$ , номинальный ток  $I_{\kappa} = 152 \text{ а}$ , номинальную скорость вращения  $n_{\kappa} = 1470 \text{ об/мин}$ , число пар полюсов  $p = 2$ , диаметр якоря  $D_{\kappa} = 340 \text{ мм}$  и полезный магнитный поток одного полюса, пересекаемый обмоткой якоря,  $\Phi = 178,3 \cdot 10^{-4} \text{ вб}$ .

575. Выбрать обмотку якоря для генератора постоянного тока, имеющего номинальную мощность  $P_{2\kappa} = 55 \text{ кВт}$ , номинальное напряжение  $U_{\kappa} = 115 \text{ в}$ , номинальный ток  $I_{\kappa} = 478 \text{ а}$ , номинальную скорость вращения  $n_{\kappa} = 1470 \text{ об/мин}$ , число пар полюсов  $p = 2$ , диаметр якоря  $D_{\kappa} = 340 \text{ мм}$  и полезный магнитный поток одного полюса, пересекаемый обмоткой якоря,  $\Phi = 643,8 \cdot 10^{-5} \text{ вб}$ .

576. Определить коэффициент воздушного зазора  $k_{\delta}$  для генератора параллельного возбуждения, имеющего номинальную мощность  $P_{2\kappa} = 300 \text{ кВт}$ , диаметр якоря  $D_{\kappa} = 85 \text{ см}$ , число пазов  $Z = 93$ , полную длину якоря  $l_{\kappa} = 31 \text{ см}$ , длину воздушного зазора  $\delta = 0,4 \text{ см}$ , число вентиляционных каналов  $n_{\text{в}} = 3$ , ширину вентиляционного канала  $b_{\text{в}} = 1 \text{ см}$ , ширину паза  $b_{\text{п}} = 1,2 \text{ см}$ .

**Р е ш е н и е.** Для определения коэффициента воздушного зазора было предложено несколько формул; наибольшее применение получили только две формулы, которые мы рассмотрим. Зубцовый шаг (зубцовое деление) у поверхности зазора

$$t_1 = \frac{\pi D_z}{Z} = \frac{3,14 \cdot 85}{93} = 2,87 \text{ см.}$$

Ширина зуба у поверхности зазора

$$b_{z1} = t_1 - b_n = 2,87 - 1,2 = 1,67 \text{ см.}$$

Шаг по вентиляционным каналам

$$t_{1s} = \frac{l_n - n_s b_s}{1 + n_s} + b_s = \frac{31 - 3 \cdot 1}{1 + 3} + 1 = 8.$$

Коэффициент воздушного зазора

$$k_\delta = k_{\delta 1} k_{\delta 2} = \frac{t_1}{t_1 - \gamma_1 \delta} \cdot \frac{t_{1s}}{t_{1s} - \gamma_2 \delta} = \frac{2,87}{2,87 - 1,125 \cdot 0,4} \cdot \frac{8}{8 - 0,833 \cdot 0,4} \approx 1,23,$$

$$\text{где } \gamma_1 = \frac{\left(\frac{b_n}{\delta}\right)^2}{5 + \frac{b_n}{\delta}} = \frac{\left(\frac{1,2}{0,4}\right)^2}{5 + \frac{1,2}{0,4}} = 1,125;$$

$$\gamma_2 = \frac{\left(\frac{b_s}{\delta}\right)^2}{5 + \frac{b_s}{\delta}} = \frac{\left(\frac{1}{0,4}\right)^2}{5 + \frac{1}{0,4}} = 0,833.$$

Коэффициент воздушного зазора можно определить по другой формуле:

$$k_\delta = \frac{t_1 + 10\delta}{b_{z1} + 10\delta} = \frac{2,87 + 10 \cdot 0,4}{1,67 + 10 \cdot 0,4} = 1,21.$$

577. Найти коэффициент воздушного зазора  $k_\delta$  для генератора параллельного возбуждения, имеющего номинальную мощность  $P_{2\kappa} = 200 \text{ кВт}$ , диаметр якоря  $D_\kappa = 135 \text{ см}$ , число пазов  $Z = 210$ , полную длину якоря  $l_\kappa = 23,5 \text{ см}$ , длину воздушного зазора  $\delta = 0,5 \text{ см}$ , число вентиляционных каналов  $n_s = 3$ , ширину вентиляционного канала  $b_s = 1 \text{ см}$ , ширину паза  $b_n = 0,8 \text{ см}$ .

578. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2\kappa} = 20 \text{ кВт}$ ; номинальное напряжение  $U_\kappa = 110 \text{ в}$ ; номинальная скорость вращения  $n_\kappa = 1060 \text{ об/мин}$ ; число пар полюсов  $p = 2$ ; число пар параллельных ветвей обмотки якоря  $a = 1$ ; число активных проводников обмотки

якоря  $N = 154$ ; число витков в секции  $w_c = 1$ ; число пазов  $Z = 39$ ; число коллекторных пластин  $K = 77$ ; внешний диаметр якоря  $D_\alpha = 25$  см; внутренний диаметр якоря  $d_\alpha = 7,5$  см; полная длина якоря  $l_\alpha = 22$  см; число вентиляционных каналов  $n_e = 8$ ; ширина вентиляционного канала  $b_e = 1,6$  см; коэффициент полюсной дуги  $\alpha_i = 0,69$ ; сечение станины  $S_c = 200$  см<sup>2</sup>; длина средней линии магнитной индукции в станине  $L_c = 19$  см; сечение полюса  $S_n = 172$  см<sup>2</sup>; высота полюса  $h_n = 9$  см; воздушный зазор  $\delta = 0,15$  см; ширина паза  $b_n = 0,87$  см; высота зубца  $h_z = 3,4$  см; коэффициент рассеяния  $\sigma = 1,2$ . Материалы: станины — сталь; полюсов и якоря — листовая электротехническая сталь марок Э11 и Э12. Рассчитать магнитную цепь при холостом ходе для значений э.д.с.:

$$E_1 = 0,5U_n; \quad E_2 = 0,7U_n; \quad E_3 = 0,9U_n; \quad E_4 = U_n;$$

$$E_5 = 1,1U_n \text{ и } E_6 = 1,25U_n.$$

Построить характеристику холостого хода.

579. Двигатель последовательного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2\kappa} = 21,5$  кВт; номинальное напряжение  $U_n = 110$  в; номинальная скорость вращения  $n_n = 930$  об/мин; число пар полюсов  $p = 2$ ; число пар параллельных ветвей обмотки якоря  $a = 1$ ; число активных проводников обмотки якоря  $N = 154$ ; число витков в секции  $w_c = 1$ ; число пазов  $Z = 39$ ; число коллекторных пластин  $K = 77$ ; внешний диаметр якоря  $D_\alpha = 25$  см; внутренний диаметр якоря  $d_\alpha = 7,5$  см; полная длина якоря  $l_\alpha = 22$  см; число вентиляционных каналов  $n_e = 8$ ; ширина вентиляционного канала  $b_e = 1,6$  см; коэффициент полюсной дуги  $\alpha_i = 0,69$ ; сечение станины  $S = 200$  см<sup>2</sup>; длина средней линии магнитной индукции в станине  $L_c = 19$  см; сечение полюса  $S_n = 172$  см<sup>2</sup>; высота полюса  $h_n = 9$  см; воздушный зазор  $\delta = 1,15$  см; ширина паза  $b_n = 0,87$  см; высота зубца  $h_z = 3,4$  см; коэффициент рассеяния  $\sigma = 1,2$ . Материалы: станины — сталь, полюсов и якоря — листовая электротехническая сталь марок Э11 и Э12. Рассчитать магнитную цепь при холостом ходе для значений э.д.с.:

$$E_1 = 0,5U_n; \quad E_2 = 0,7U_n; \quad E_3 = 0,9U_n; \quad E_4 = U_n;$$

$$E_5 = 1,1U_n \text{ и } E_6 = 1,25U_n.$$

Построить характеристику холостого хода.

580. Машина постоянного тока имеет следующие данные: число витков в секции  $w_c = 1$ ; число проводников \* (сторон секции) в пазу  $u_n = 6$ ; число коллекторных пластин  $K = 111$ ; число пар полюсов  $p = 2$ . Обмотка якоря — простая последовательная. Определить число пазов  $Z$  машины и найти полезный магнитный

---

\* В данном случае число проводников в пазу равно числу сторон секции, так как секция имеет один виток.

поток  $\Phi$ , необходимый для создания в обмотке якоря э.д.с.  $E = 205,5$  в при скорости вращения  $n = 675$  об/мин.

581. Машина постоянного тока имеет следующие данные: число пазов  $Z = 37$ ; число витков в секции  $w_c = 1$ ; число секций (элементарных пазов) в одном реальном пазу  $u_c = 3$ ; число пар полюсов  $p = 2$ . Обмотка якоря — простая последовательная. Чему равен полезный магнитный поток  $\Phi$ , необходимый для создания в обмотке якоря э.д.с.  $E = 211$  в при скорости вращения  $n = 760$  об/мин?

582. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2\kappa} = 60$  кВт; номинальное напряжение  $U_{\kappa} = 220$  в; номинальный ток  $I_{\kappa} = 303$  а; номинальный ток возбуждения  $i_{\text{вн}} = 3,77$  а; номинальная скорость вращения  $n_{\kappa} = 980$  об/мин; сопротивление цепи якоря  $r_{\kappa} = 0,0404$  ом. С какой скоростью надо вращать данную машину, чтобы она работала в качестве генератора при напряжении  $U_z = 230$  в? Предполагаем, что насыщение стали машины и ток в обмотке якоря не изменятся.

583. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2\kappa} = 60$  кВт; номинальное напряжение  $U_{\kappa} = 110$  в; номинальный ток  $I_{\kappa} = 608$  а; номинальный ток возбуждения  $i_{\text{вн}} = 8,46$  а; номинальная скорость вращения  $n_{\kappa} = 980$  об/мин и сопротивление цепи якоря  $r_{\kappa} = 0,0122$  ом. Определить напряжение  $U_z$  на зажимах данной машины при работе ее в качестве генератора со скоростью вращения  $n = 1470$  об/мин; предполагаем, что насыщение стали машины и ток в обмотке якоря не изменятся.

584. Генератор параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2\kappa} = 55$  кВт; номинальное напряжение  $U_{\kappa} = 230$  в; номинальная скорость вращения  $n_{\kappa} = 400$  об/мин; полезный магнитный поток на полюс  $\Phi = 2,63 \cdot 10^{-2}$  вб; число пар параллельных ветвей обмотки якоря  $a = 1$ ; число активных проводников обмотки якоря  $N = 684$ ; число пар полюсов  $p = 2$ ; ток возбуждения  $i_{\text{в}} = 3,76$  а. Вычислить ток  $I_{\kappa}$  генератора при номинальной мощности, ток  $I_{\text{як}}$  в якоре, э.д.с.  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, сопротивление цепи якоря  $r_{\kappa}$ , сопротивление цепи возбуждения  $R_{\text{в}}$ .

585. По условию задачи 584 определить, на сколько процентов необходимо уменьшить скорость вращения генератора параллельного возбуждения, чтобы напряжение генератора как при холостом ходе, так и при номинальной нагрузке было бы одним и тем же? Предполагаем, что магнитный поток как при холостом ходе, так и при номинальной нагрузке остается постоянным. Падением напряжения в якоре при холостом ходе пренебречь.

586. Генератор параллельного возбуждения 16 кВт, 230 в, 69,6 а, 1600 об/мин имеет сопротивление цепи якоря  $r_{\kappa} = 0,128$  ом и сопротивление обмотки возбуждения  $r_{\text{в}} = 150$  ом. Найти ток  $I_{\text{я}}$

в якоре, ток  $i_e$  в обмотке возбуждения, э.д.с.  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, электрические потери в цепи якоря  $P_{\text{я}}$ , потери в обмотке возбуждения  $P_e$ , электрический коэффициент полезного действия  $\eta$ , потери вращения  $P_{\text{вр}}$  (т. е. потери от гистерезиса, вихревых токов и механического трения), если коэффициент полезного действия  $\eta = 88,5\%$ .

**Решение.** Ток в обмотке возбуждения

$$i_e = \frac{U}{r_e} = \frac{230}{150} = 1,53 \text{ а.}$$

Ток в якоре

$$I_{\text{я}} = I + i_e = 69,6 + 1,53 = 71,13 \text{ а.}$$

Электродвижущая сила, индуцируемая в обмотке якоря,

$$E = U + r_{\text{я}} I_{\text{я}} = 230 + 0,128 \cdot 71,13 \approx 239 \text{ в.}$$

Электрические потери в цепи якоря

$$P_{\text{я}} = r_{\text{я}} I_{\text{я}}^2 = 0,128 \cdot 71,13^2 \approx 648 \text{ вт.}$$

Потери в обмотке возбуждения

$$P_e = r_e i_e^2 = 150 \cdot 1,53^2 \approx 351 \text{ вт.}$$

Электрический коэффициент полезного действия

$$\eta_s = \frac{UI}{UI + r_{\text{я}} I_{\text{я}}^2 + r_e i_e^2} = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{я}} + P_e} = \frac{16000}{16000 + 648 + 351} = 0,941$$

или

$$\eta_s = 94,1\%.$$

Потери вращения определим из уравнения:

$$\eta = \frac{UI}{UI + r_{\text{я}} I_{\text{я}}^2 + r_e i_e^2 + P_{\text{вр}}},$$

откуда

$$\begin{aligned} P_{\text{вр}} &= \frac{UI}{\eta} - (UI + r_{\text{я}} I_{\text{я}}^2 + r_e i_e^2) = \\ &= \frac{P_2}{\eta} - (P_2 + P_{\text{я}} + P_e) = \frac{16000}{0,885} - (16000 + 648 + 351) = 1080 \text{ вт.} \end{aligned}$$

587. Электрический коэффициент полезного действия генератора последовательного возбуждения при напряжении  $U = 220 \text{ в}$  и токе  $I = 20 \text{ а}$  равен  $\eta_s = 94\%$ . Вычислить сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}}$ , сопротивление  $r$  внешней цепи (нагрузки), э.д.с.  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, полезную мощность  $P_2$  генератора.

588. Генератор смешанного возбуждения с длинным шунтом имеет следующие данные: сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}} = 0,0044 \text{ ом}$ ;

сопротивление параллельной обмотки возбуждения  $r_s = 20 \text{ ом}$ ; ток во внешней цепи  $I = 800 \text{ а}$ . Определить напряжение  $U$  на зажимах генератора, электродвижущую силу  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, ток  $I_a$  в якоре, ток  $i_s$  в параллельной обмотке возбуждения и электрический к.п.д.  $\eta_s$ , если сопротивление внешней цепи  $r = 0,275 \text{ ом}$ .

589. Генератор параллельного возбуждения  $200 \text{ квт}$ ,  $230 \text{ в}$ ,  $869,6 \text{ а}$ ,  $175 \text{ об/мин}$  имеет сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,0102 \text{ ом}$ , сопротивление обмотки возбуждения  $r_s = 8,5 \text{ ом}$ . Найти ток  $I_a$  в якоре, ток  $i_s$  в обмотке возбуждения, э.д.с.  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, потери в цепи якоря  $P_a$ , потери в обмотке возбуждения  $P_s$ , электрический коэффициент полезного действия  $\eta_s$ , потери вращения  $P_{ср}$  (т. е. потери от гистерезиса, вихревых токов и механического трения), если коэффициент полезного действия генератора  $\eta = 90\%$ .

590. Электродвижущая сила генератора параллельного возбуждения  $E = 115 \text{ в}$ , сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,045 \text{ ом}$ , сопротивление обмотки возбуждения  $r_s = 50 \text{ ом}$ , сопротивление внешней цепи  $r = 1 \text{ ом}$ . Определить ток  $I_a$  в якоре, напряжение  $U$  на зажимах генератора, ток  $i_s$  в цепи возбуждения, ток  $I$  во внешней цепи, мощность  $P_2$ , отдаваемую генератором.

591. Чему равны поперечная и продольная м.д.с. якоря четырехполюсного генератора напряжением  $U = 250 \text{ в}$ , если щетки сдвинуты с нейтрали на  $15^\circ$ ? Число проводников обмотки якоря  $N = 432$ , число пар параллельных ветвей обмотки якоря  $a = 2$  и ток в якоре  $I_a = 194 \text{ а}$ .

592. Генератор параллельного возбуждения  $1,5 \text{ квт}$ ,  $120 \text{ в}$ ,  $1750 \text{ об/мин}$  имеет сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,86 \text{ ом}$ , а сопротивление цепи возбуждения  $R_s = 200 \text{ ом}$ . Данный генератор, работая двигателем вхолостую при номинальном напряжении и номинальном токе возбуждения, развивает номинальную скорость вращения при токе в якоре  $I_{ax} = 1 \text{ а}$ . Каковы потери вращения  $P_{ср}$  (т. е. потери от гистерезиса, вихревых токов и механического трения)?

593. По условию задачи 592 определить коэффициент полезного действия — электрический и промышленный — при  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{4}$  и  $\frac{5}{4}$  номинальной нагрузки генератора параллельного возбуждения.

594. Ток генератора параллельного возбуждения равен  $200 \text{ а}$  при напряжении  $U = 250 \text{ в}$ . Вычислить ток  $i_s$  в цепи возбуждения, сопротивление  $R_s$  цепи возбуждения, ток  $I_a$  в якоре, э.д.с.  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, сопротивление цепи якоря  $r_a$ , если потери в цепи якоря  $4\%$ , потери в цепи возбуждения  $5\%$  от полезной мощности генератора.



595. Генератор параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2н} = 55 \text{ кВт}$ ; номинальное напряжение  $U_n = 230 \text{ в}$ ; номинальная скорость вращения  $n_n = 400 \text{ об/мин}$ ; число пар полюсов  $p=4$ ; число пар параллельных ветвей обмотки якоря  $a=1$ . Ток в цепи возбуждения  $i_{en}=3,76 \text{ а}$ . Сечение меди обмотки якоря  $16,8 \times 2,41 \text{ мм}^2$ . Найти ток  $i_{ян}$  в одной параллельной ветви обмотки якоря при номинальной нагрузке и плотность тока  $\delta_n$ .

Р е ш е н и е. Номинальный ток генератора определим из соотношения

$$P_{2н} = U_n I_n,$$

откуда

$$I_n = \frac{P_{2н}}{U_n} = \frac{55 \cdot 1000}{230} \approx 239 \text{ а}.$$

Ток в якоре равен сумме токов нагрузки и возбуждения:

$$I_{ян} = I_n + i_{en} = 239 + 3,76 = 242,76 \approx 242,8 \text{ а}.$$

Ток в одной параллельной ветви обмотки якоря

$$i_{ян} = \frac{I_{ян}}{2a} = \frac{242,8}{2} = 121,4 \text{ а}.$$

Сечение меди обмотки якоря

$$s_{я} = 2,41 \cdot 16,8 \approx 40,5 \text{ мм}^2.$$

Плотность тока при номинальной нагрузке

$$\delta_n = \frac{i_{ян}}{s_{я}} = \frac{121,4}{40,5} \approx 3 \text{ а/мм}^2.$$

596. Ток генератора смешанного возбуждения с длинным шунтом  $I=100 \text{ а}$  при напряжении  $U=110 \text{ в}$ . Сопротивления цепи якоря  $r_{я}=0,1 \text{ ом}$  и параллельной обмотки возбуждения  $r_e = 24 \text{ ом}$ . Определить э.д.с.  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, ток  $I_{я}$  в якоре, потери в цепи якоря  $P_{я}$ , потери в параллельной обмотке возбуждения  $P_e$ , электрический к.п.д.  $\eta_s$ , мощность  $P_2$ , отдаваемую генератором.

597. Два генератора параллельного возбуждения, имеющих каждый сопротивление цепи якоря  $r_{я}=0,02 \text{ ом}$  и сопротивление цепи возбуждения  $R_e = 25 \text{ ом}$ , работают параллельно на нагрузку, ток которой  $4000 \text{ а}$ . Вычислить напряжение  $U$  на зажимах генераторов (т. е. на шинах) и мощность, отдаваемую каждым генератором, если  $E_1 = 230 \text{ в}$  и  $E_2 = 225 \text{ в}$ .

598. Два генератора параллельного возбуждения, имеющих каждый сопротивление цепи якоря  $r_{я}=0,045 \text{ ом}$ , сопротивление цепи возбуждения  $R_e=50 \text{ ом}$ , работают параллельно на нагрузку,

ток которой 220 а. Найти напряжение  $U$  на зажимах генераторов (на шинах) и мощность, отдаваемую каждым генератором, если  $E_1=115$  в и  $E_2=118$  в.

599. Два генератора параллельного возбуждения работают параллельно и отдают во внешнюю цепь мощность  $P=34,5$  кВт при напряжении на зажимах генераторов  $U=230$  в. Определить э.д.с.  $E_1$  и  $E_2$  генераторов, мощность, отдаваемую каждым генератором, и электрический к.п.д. каждого генератора, если сопротивления цепей якоря и возбуждения соответственно равны:  $r_{я1} = 0,0412$  ом;  $r_{я2} = 0,05$  ом;  $R_{в1} = 61,2$  ом;  $R_{в2} = 45$  ом.

600. На электрической станции установлены четыре генератора, которые работают параллельно. Ток в якоре каждого генератора  $I_{я} = 500$  а, э.д.с., индуцируемая в обмотке якоря генератора,  $E = 240$  в, а напряжение на зажимах генераторов  $U = 230$  в. Сопротивление внешней цепи остается постоянным. Вычислить напряжение  $U$  на зажимах генераторов (шинах) и ток каждого генератора, если э.д.с. одного из генераторов увеличится на 5%, а э.д.с. других генераторов остаются неизменными.

601. Два генератора с номинальными напряжениями на зажимах 220 в работают параллельно. Напряжение одного генератора при холостом ходе 265 в, а при нагрузке током 40 а—220 в; напряжение другого генератора при холостом ходе 275 в, а при нагрузке током 60 а—220 в. Внешняя характеристика генераторов прямолинейна. Определить напряжение  $U$  на зажимах генераторов и ток каждого генератора, если ток нагрузки  $I=80$  а.

602. Двухполюсный двигатель параллельного возбуждения работает от сети с напряжением  $U=220$  в. Ток двигателя  $I=52,2$  а, сопротивление цепи возбуждения  $R_{в} = 110$  ом и сопротивление цепи якоря  $r_{я} = 0,2$  ом. Определить электродвижущую силу  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, скорость вращения  $n$ , если полезный магнитный поток на полюс  $\Phi=2,72 \cdot 10^{-2}$  веб, число проводников обмотки якоря  $N = 300$  и число параллельных ветвей обмотки якоря  $2a=2$ .

Р е ш е н и е. Ток в цепи возбуждения

$$i_{в} = \frac{U}{R_{в}} = \frac{220}{110} = 2 \text{ а.}$$

Ток в якоре

$$I_{я} = I - i_{в} = 52,2 - 2 = 50,2 \text{ а.}$$

Электродвижущая сила, индуцируемая в обмотке якоря,

$$E = U - r_{я} I_{я} = 220 - 0,2 \cdot 50,2 \approx 210 \text{ в.}$$

Из уравнения электродвижущей силы

$$E = \frac{pN}{60a} n \Phi$$

можно определить скорость вращения  $n$ , т. е.

$$n = \frac{60aE}{pN\Phi} = \frac{60 \cdot 1 \cdot 210}{1 \cdot 300 \cdot 2,72 \cdot 10^{-2}} = 1544 \text{ об/мин.}$$

603. Четырехполюсный двигатель параллельного возбуждения работает от сети с напряжением  $U = 110$  в. Ток двигателя  $I = 608$  а, сопротивление цепи возбуждения  $R_e = 13$  ом и сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,0121$  ом. Вычислить электродвижущую силу  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, скорость вращения  $n$ , если полезный магнитный поток на полюс  $\Phi = 249 \cdot 10^{-4}$  вб, число проводников обмотки якоря  $N = 252$  и число параллельных ветвей обмотки якоря  $2a = 4$ .

604. Двигатель параллельного возбуждения, имеющий сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,2$  ом, вращается со скоростью  $n = 1200$  об/мин, при этом ток в якоре при напряжении  $U = 110$  в,  $I_{a1} = 10$  а. С какой скоростью будет вращаться якорь, если его обмотку заменить другой, которая будет иметь число витков вдвое меньше, причем ток в якоре при напряжении  $U = 110$  в будет  $I_{a2} = 5$  а?

605. По условию задачи 604 определить полный вращающий момент\*  $M$ , потери в цепи якоря и электромагнитную мощность двигателя параллельного возбуждения в обоих случаях.

606. Двигатель параллельного возбуждения включен в сеть с напряжением  $U = 110$  в. Ток двигателя  $I = 10$  а, сопротивление цепи возбуждения  $R_e = 100$  ом и сопротивление цепи якоря  $r_a = 1$  ом. Найти ток  $i_e$  в цепи возбуждения, ток  $I_a$  в якоре, потери  $P_e$  в цепи возбуждения, потери  $P_a$  в цепи якоря и электродвижущую силу  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря.

607. Четырехполюсный двигатель с простой параллельной обмоткой включен в сеть с напряжением  $U = 220$  в. Ток в якоре  $I_a = 140$  а при скорости вращения  $n = 750$  об/мин. Полезный магнитный поток на полюс  $\Phi = 5 \cdot 10^{-2}$  вб, число активных проводников обмотки якоря  $N = 300$ . Вычислить электромагнитную мощность  $P_{эм}$  двигателя и полезную мощность  $P_2$  на валу двигателя, если потери в стали составляют 3%, а потери трения — 2% от полезной мощности  $P_2$ .

608. Двигатель параллельного возбуждения имеет номинальное напряжение  $U_n = 110$  в, номинальный ток  $I_n = 10$  а, сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,6$  ом и сопротивление обмотки возбуждения  $r_e = 100$  ом. Определить ток  $i_e$  в обмотке возбуждения, ток  $I_a$  в якоре, потери  $P_e$  в обмотке возбуждения, потери  $P_a$  в цепи якоря, электродвижущую силу  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, и электромагнитную мощность  $P_{эм}$  двигателя.

609. Двигатель параллельного возбуждения был нагружен тормозом, при этом получены следующие данные: ток  $I = 91,8$  а;

---

\* Электромагнитный момент.

напряжение  $U=110$  в; ток возбуждения  $i_e = 1,8$  а; скорость вращения  $n=1200$  об/мин. Плечо тормоза  $l=42$  см, а уравновешивающий груз  $G=15$  кг. Сопротивление цепи якоря  $r_\alpha = 0,08$  ом. Каковы потери  $P_\alpha$  в цепи якоря, потери  $P_e$  в цепи возбуждения, потери вращения  $P_{ер}$  и к.п.д.  $\eta$ ?

610. Двигатель параллельного возбуждения работает от сети с напряжением  $U=115$  в. Ток в якоре двигателя при холостом ходе  $I_{\alpha x}=4,1$  а, сопротивление цепи якоря  $r_\alpha=0,1$  ом, ток возбуждения  $i_e = 2,5$  а. Найти потери вращения  $P_{ер}$ , полезную мощность  $P_2$  на валу двигателя при нагрузке и к.п.д.  $\eta$ , если двигатель нагружен так, что ток в якоре  $I_\alpha=50$  а. Потери вращения предполагаем постоянными.

611. Определить вращающий момент  $M$ , развиваемый двигателем параллельного возбуждения, вращающимся со скоростью  $n=1000$  об/мин. Ток двигателя  $I=10$  а при напряжении  $U=110$  в, сопротивление цепи якоря  $r_\alpha = 0,8$  ом, а сопротивление цепи возбуждения  $R_e = 100$  ом.

612. Двигатель параллельного возбуждения включен в сеть с напряжением  $U=220$  в и вращается со скоростью  $n=450$  об/мин. Ток двигателя  $I = 680$  а, электродвижущая сила, индуцируемая в обмотке якоря,  $E = 209$  в, сопротивление обмотки возбуждения  $r_e = 44$  ом. Вычислить ток  $I_\alpha$  в якоре, сопротивление цепи якоря  $r_\alpha$ , потери вращения  $P_{ер}$ , полезную мощность  $P_2$  на валу двигателя, полезный вращающий момент  $M_2$ , если коэффициент полезного действия  $\eta = 90,5\%$ .

613. Двигатель параллельного возбуждения потребляет мощность  $P_1=167,5$  ватт при токе  $I_\alpha = 500$  а. К.п.д. двигателя  $\eta = 90,7\%$ . Определить сопротивление цепи якоря  $r_\alpha$ , полезную мощность  $P_2$  на валу двигателя, потери в двигателе, если электрические потери в цепи якоря  $P_\alpha=5020$  вт.

614. Двигатель параллельного возбуждения с номинальным напряжением  $U_\alpha=110$  в имеет сопротивление цепи якоря  $r_\alpha=0,3$  ом и вращается вхолостую со скоростью  $n_x=1200$  об/мин, при этом ток в якоре  $I_{\alpha x}=2,4$  а. Если магнитное поле ослабить на 25%, а последовательно с якорем включить сопротивление  $r_p=1,5$  ом и двигатель нагрузить так, чтобы в якоре проходил ток  $I_\alpha = 25$  а, то с какой скоростью этот двигатель будет вращаться? Двигатель работает в обоих случаях от сети с напряжением  $U_\alpha=110$  в.

615. Двигатель параллельного возбуждения с сопротивлением цепи якоря  $r_\alpha=0,42$  ом работает от сети с напряжением  $U=110$  в и вращается со скоростью  $n=1200$  об/мин. Ток в якоре  $I_{\alpha 1}=2,4$  а. Если уменьшить магнитное поле на 40% путем включения сопротивления в цепь возбуждения, то какое сопротивление  $r_p$  необходимо включить последовательно с якорем, чтобы он вращался с той же скоростью (т. е.  $n=1200$  об/мин) при токе в якоре  $I_{\alpha 2}=2,2$  а?

616. Двухполюсный двигатель параллельного возбуждения

работает от сети с напряжением  $U_n = 110$  в. Ток в якоре двигателя  $I_{ян} = 90$  а, число параллельных ветвей обмотки якоря  $2a = 2$ , число проводников обмотки якоря  $N = 300$ , полезный магнитный поток на полюс  $\Phi = 3,4 \cdot 10^{-2}$  вб и сопротивление цепи якоря  $r_{я} = 0,08$  ом.

Определить скорость вращения при номинальной нагрузке  $n_n$  и при холостом ходе  $n_x$ , а также степень регулирования скорости вращения двигателя, если ток в якоре при холостом ходе  $I_{яx} = 3$  а. Предполагаем, что магнитный поток как при холостом ходе, так и при номинальной нагрузке остается постоянным, т. е. реакцией якоря пренебрегаем.

**Решение.** Электродвижущая сила, индуцируемая в обмотке якоря, при холостом ходе

$$E_x = U_n - r_{я} I_{яx} = 110 - 0,08 \cdot 3 \approx 109,8 \text{ в.}$$

Скорость вращения двигателя при холостом ходе определим из следующего соотношения:

$$E_x = \frac{p n_x}{60} \cdot \frac{N}{a} \cdot \Phi,$$

откуда

$$n_x = \frac{60 a E_x}{p N \Phi} = \frac{60 \cdot 1 \cdot 109,8}{1 \cdot 300 \cdot 3,4 \cdot 10^{-2}} \approx 646 \text{ об/мин.}$$

Электродвижущая сила, индуцируемая в обмотке якоря, при номинальной нагрузке

$$E_n = U_n - r_{я} I_{ян} = 110 - 0,08 \cdot 90 = 102,8 \text{ в.}$$

Скорость вращения двигателя при номинальной нагрузке

$$n_n = \frac{60 a E_n}{p N \Phi} = \frac{60 \cdot 1 \cdot 102,8}{1 \cdot 300 \cdot 3,4 \cdot 10^{-2}} \approx 605 \text{ об/мин.}$$

Степень регулирования скорости вращения

$$\Delta n = \frac{n_x - n_n}{n_n} \cdot 100\% = \frac{646 - 605}{605} \cdot 100\% \approx 6,78\%.$$

617. Четырехполюсный двигатель параллельного возбуждения работает от сети с напряжением  $U_n = 220$  в. Ток в якоре двигателя  $I_{ян} = 298,7$  а, число проводников обмотки якоря  $N = 212$ , полезный магнитный поток на полюс  $\Phi = 600,3 \cdot 10^{-4}$  вб, число параллельных ветвей обмотки якоря  $2a = 2$  и сопротивление цепи якоря  $r_{я} = 0,0403$  ом. Определить скорость вращения при номинальной нагрузке  $n_n$  и при холостом ходе  $n_x$ , а также найти степень регулирования скорости вращения двигателя, если ток в якоре при холостом ходе  $I_{яx} = 6,7$  а. Предполагаем, что магнитный поток как при холостом ходе, так и при номинальной нагрузке остается постоянным, т. е. реакцией якоря пренебрегаем.

618. По условию задачи 616 определить скорость вращения двигателя как при холостом ходе  $n_x$ , так и при номинальной нагрузке  $n_n$ , а также найти электрические потери  $P_{\text{я}}$  в цепи якоря при номинальной нагрузке, если последовательно с якорем двухполюсного двигателя включено сопротивление  $r_p = 0,2 \text{ ом}$ .

619. Генератор параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{\text{нз}} = 50 \text{ кВт}$ ; номинальное напряжение  $U_{\text{нз}} = 250 \text{ в}$ ; номинальная скорость вращения  $n_{\text{нз}} = 850 \text{ об/мин}$ ; ток в цепи возбуждения  $i_{\text{вн}} = 6 \text{ а}$ ; сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}} = 0,04 \text{ ом}$ ; к.п.д. при номинальной нагрузке  $\eta_{\text{нз}} = 90\%$ . Определить скорость вращения  $n_{\text{д}}$ , если генератор параллельного возбуждения будет работать в качестве двигателя параллельного возбуждения при напряжении на зажимах его  $U_{\text{нд}} = 220 \text{ в}$  и номинальной мощности  $P_{\text{нд}} = 45 \text{ кВт}$ , предполагая, что насыщение стали и к.п.д. в обоих случаях остаются одинаковыми. Найти также изменение скорости вращения двигателя параллельного возбуждения при переходе от номинальной нагрузки к холостому ходу. Действием реакции якоря и током холостого хода пренебречь.

620. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальное напряжение  $U_n = 220 \text{ в}$ ; номинальный ток  $I_n = 680 \text{ а}$ ; номинальная скорость вращения  $n_n = 450 \text{ об/мин}$ ; номинальный ток возбуждения  $i_{\text{вн}} = 5 \text{ а}$ ; сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}} = 0,0163 \text{ ом}$ . Вычислить скорость вращения  $n_1$  двигателя, если напряжение на зажимах его уменьшится до  $U_1 = 170 \text{ в}$ , при этом поддерживаем неизменными ток в цепи возбуждения и тормозной момент.

**Р е ш е н и е.** Номинальный ток в якорь

$$I_{\text{ян}} = I_n - i_{\text{вн}} = 680 - 5 = 675 \text{ а.}$$

Вращающий момент двигателя при номинальном напряжении  $U_n = 220 \text{ в}$

$$M = k_M \Phi I_{\text{ян}}.$$

Вращающий момент двигателя при напряжении  $U_1 = 170 \text{ в}$

$$M_1 = k_M \Phi_1 I_{\text{я1}}.$$

Так как по условию задачи  $M_{\text{торм}} = \text{const}^*$  и  $i_{\text{вн}} = \text{const}$ , то

$$\Phi = \Phi_1$$

следовательно,  $I_{\text{ян}} = I_{\text{я1}} = 675 \text{ а}$ .

Скорость вращения двигателя при номинальном напряжении  $U_n = 220 \text{ в}$

$$n_n = \frac{U_n - r_{\text{я}} I_{\text{ян}}}{k_E \Phi}.$$

---

\*  $M = M_1$ .

Скорость вращения двигателя при напряжении  $U_1=170$  в

$$n_1 = \frac{U_1 - r_{\text{я}} I_{\text{я1}}}{k_E \Phi_1}.$$

Разделив одно уравнение на другое, получим:

$$\frac{n_1}{n_n} = \frac{U_1 - r_{\text{я}} I_{\text{я1}}}{U_n - r_{\text{я}} I_{\text{ян}}},$$

откуда

$$n_1 = n_n \frac{U_1 - r_{\text{я}} I_{\text{я1}}}{U_n - r_{\text{я}} I_{\text{ян}}} = 450 \cdot \frac{170 - 0,0163 \cdot 675}{220 - 0,0163 \cdot 675} \approx 342 \text{ об/мин.}$$

621. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальное напряжение  $U_n = 220$  в; номинальный ток  $I_n = 275$  а; номинальная скорость вращения  $n_n = 665$  об/мин; номинальный ток возбуждения  $i_{\text{ан}} = 4,6$  а; сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}} = 0,0362$  ом. Найти скорость вращения  $n_1$  двигателя, если напряжение на зажимах его уменьшится до  $U_1 = 180$  в, при этом поддерживаются неизменными ток в цепи возбуждения и тормозной момент.

622. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2\text{n}} = 13$  кВт; номинальное напряжение  $U_n = 110$  в; номинальный ток возбуждения  $i_{\text{ан}} = 5,2$  а; к.п.д.  $\eta_n = 91\%$ ; сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}} = 0,025$  ом. Чему равен ток  $I_x$  двигателя при холостом ходе?

Решение. Мощность, подводимая к двигателю при номинальной нагрузке,

$$P_1 = \frac{P_{2\text{n}}}{\eta_n} = \frac{13\,000}{0,91} \approx 14\,300 \text{ вт} = 14,3 \text{ кВт.}$$

Ток двигателя при номинальной нагрузке

$$I_n = \frac{P_1}{U_n} = \frac{14\,300}{110} = 130 \text{ а.}$$

Ток в якоре

$$I_{\text{ян}} = I_n - i_{\text{ан}} = 130 - 5,2 = 124,8 \text{ а.}$$

Электрические потери в цепи якоря при номинальной нагрузке

$$P_{\text{я}} = r_{\text{я}} I_{\text{ян}}^2 = 0,025 \cdot 124,8^2 = 389 \text{ вт.}$$

Потери в цепи возбуждения

$$P_{\text{в}} = i_{\text{ан}} U_n = 5,2 \cdot 110 = 572 \text{ вт.}$$

Добавочные потери согласно ГОСТ 183—55 принимаются равными 1% от мощности, подводимой к двигателю:

$$P_{\text{д}} = 0,01 \cdot P_1 = 0,01 \cdot 14\,300 = 143 \text{ вт.}$$

Суммарные потери в двигателе

$$\Sigma P = P_1 - P_{2н} = 14\,300 - 13\,000 = 1300 \text{ вт.}$$

Потери в стали и механические потери

$$P_c + P_{мех} = \Sigma P - P_{я} - P_{с} - P_{\delta} = 1300 - 389 - 572 - 143 = 196 \text{ вт.}$$

Так как мощность, потребляемая двигателем при холостом ходе, равна (приближенно) потерям в стали, в цепи возбуждения и механическим потерям, то ток холостого хода может быть определен из следующего соотношения:

$$I_x = \frac{P_c + P_{мех} + P_{с}}{U_{н}} = \frac{196 + 572}{110} \approx 7 \text{ а.}$$

623. Двигатель параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2н} = 30 \text{ кВт}$ ; номинальное напряжение  $U_{н} = 220 \text{ в}$ ; номинальная скорость вращения  $n_{н} = 600 \text{ об/мин}$ ; номинальный ток возбуждения  $i_{сн} = 3,4 \text{ а}$ ; номинальный к.п.д.  $\eta_{н} = 85,2\%$ ; сопротивление цепи якоря  $r_{я} = 0,117 \text{ ом}$ . Определить ток  $I_x$  двигателя при холостом ходе.

624. Тяговый двигатель последовательного возбуждения имеет следующие номинальные данные: мощность  $P_{2н} = 19 \text{ кВт}$ ; напряжение  $U_{н} = 550 \text{ в}$ ; ток  $I_{н} = 40 \text{ а}$ ; скорость вращения  $n_{н} = 580 \text{ об/мин}$ . Вычислить мощность  $P_1$ , подводимую к двигателю, коэффициент полезного действия  $\eta$  и полезный вращающий момент  $M_2$  двигателя.

625. Двигатель последовательного возбуждения включен в сеть с напряжением  $U = 250 \text{ в}$ , вращается со скоростью  $n = 474 \text{ об/мин}$ , при этом полезный вращающий момент двигателя  $M_2 = 23,8 \text{ кгГм}$ , сопротивление цепи якоря  $r_{я} = 0,61 \text{ ом}$  и к.п.д.  $\eta = 84,3\%$ . Найти полезную мощность  $P_2$  на валу двигателя, подводимую мощность  $P_1$  к двигателю, ток  $I_{я}$  в якоре, электрические потери  $P_{я}$  в цепи якоря, электродвижущую силу  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря.

626. Тяговый двигатель смешанного возбуждения работает от сети с напряжением  $U = 550 \text{ в}$ , потребляет мощность из сети  $P_1 = 82,5 \text{ кВт}$ , ток в параллельной обмотке возбуждения  $i_s = 1,8 \text{ а}$  и к.п.д.  $\eta = 89,7\%$ . Определить ток  $I$  двигателя, электродвижущую силу  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, полезную мощность  $P_2$  на валу двигателя, полезный вращающий момент  $M_2$ , если скорость вращения  $n = 1200 \text{ об/мин}$ , а сопротивление цепи якоря  $r_{я} = 0,32 \text{ ом}$ .

627. Двигатель последовательного возбуждения включен в сеть с напряжением  $U = 220 \text{ в}$  и вращается со скоростью  $n = 450 \text{ об/мин}$ . При этом ток в якоре  $I_{я} = 500 \text{ а}$ . Полезный магнитный поток на полюс  $\Phi = 7,57 \cdot 10^{-2} \text{ вб}$ . Вычислить электродвижущую силу  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, сопротив-



ление цепи якоря  $r_{\text{я}}$  и вращающий момент  $M$ , развиваемый двигателем, если число проводников обмотки якоря  $N = 178$ , число полюсов  $2p = 4$ , число параллельных ветвей обмотки якоря  $2a = 2$ .

628. Двигатель последовательного возбуждения включен в сеть с напряжением  $U_{\text{я}} = 220$  в и вращается со скоростью  $n_{\text{я}} = 650$  об/мин; при этом электродвижущая сила, индуцируемая в обмотке якоря,  $E = 204$  в. Определить полезный магнитный поток на полюс  $\Phi$ , падение напряжения в цепи якоря и ток  $I_{\text{я}}$  двигателя, если сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}} = 0,0533$  ом, число проводников обмотки якоря  $N = 220$ , число полюсов  $2p = 4$ , число параллельных ветвей обмотки якоря  $2a = 2$ .

629. Четырехполюсный двигатель смешанного возбуждения с длинным шунтом работает от сети с напряжением  $U_{\text{я}} = 220$  в и вращается со скоростью  $n_{\text{я}} = 1100$  об/мин, при этом ток двигателя  $I_{\text{я}} = 94$  а. Сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}} = 0,172$  ом, сопротивление параллельной цепи возбуждения  $R_{\text{с}} = 338$  ом, число проводников обмотки якоря  $N = 372$ , число параллельных ветвей обмотки якоря  $2a = 2$ . Найти ток  $I_{\text{ян}}$  в якорь, электродвижущую силу  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, полезный магнитный поток на полюс  $\Phi$ , вращающий момент  $M$ , развиваемый двигателем, электромагнитную мощность  $P_{\text{эм}}$  двигателя, полезную мощность  $P_{\text{2я}}$  на валу двигателя, полезный вращающий момент  $M_2$ , к.п.д.  $\eta_{\text{я}}$ , если потери вращения  $P_{\text{ср}} = 1043$  вт.

Р е ш е н и е. Ток в параллельной обмотке возбуждения

$$i_{\text{сн}} = \frac{U_{\text{я}}}{R_{\text{с}}} = \frac{220}{338} \approx 0,65 \text{ а.}$$

Ток в якорь

$$I_{\text{ян}} = I_{\text{я}} - i_{\text{сн}} = 94 - 0,65 = 93,35 \text{ а.}$$

Электродвижущая сила, индуцируемая в обмотке якоря,

$$E = U_{\text{я}} - r_{\text{я}} I_{\text{ян}} = 220 - 0,172 \cdot 93,35 \approx 204 \text{ в.}$$

Полезный магнитный поток на полюс определим из следующего соотношения:

$$E = \frac{pN}{60a} n_{\text{я}} \Phi,$$

откуда

$$\Phi = \frac{60aE}{pn_{\text{я}}N} = \frac{60 \cdot 1 \cdot 204}{2 \cdot 1100 \cdot 372} = 1,495 \cdot 10^{-2} \text{ вб.}$$

Вращающий момент, развиваемый двигателем,

$$M = \frac{EI_{\text{ян}}}{9,81\omega} = \frac{EI_{\text{ян}} \cdot 60}{9,81 \cdot 2\pi n_{\text{я}}} = \frac{204 \cdot 93,35}{9,81} \cdot \frac{60}{2 \cdot 3,14 \cdot 1100} = 16,86 \text{ кгм.}$$

Электромагнитная мощность двигателя

$$P_{эм} = EI_{ян} = 204 \cdot 93,35 = 19\,043 \text{ вт.}$$

Полезная мощность на валу двигателя

$$P_{2н} = P_{эм} - P_{ер} = 19\,043 - 1043 = 18\,000 \text{ вт} = 18 \text{ кВт.}$$

Полезный вращающий момент двигателя

$$M_2 = 975 \cdot \frac{P_{2н}}{n_n} = 975 \cdot \frac{18}{1100} \approx 16 \text{ кгм.}$$

К.п.д. двигателя

$$\eta_n = \frac{P_{2н}}{P_1} = \frac{P_{2н}}{U_n I_n} = \frac{18\,000}{220 \cdot 94} = 0,87$$

или

$$\eta = 87\%.$$

630. Четырехполюсный двигатель смешанного возбуждения с длинным шунтом работает от сети с напряжением  $U_n = 220$  в и вращается со скоростью  $n_n = 955$  об/мин, при этом ток двигателя  $I_n = 168$  а. Сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,0804$  ом, сопротивление параллельной цепи возбуждения  $R_g = 236$  ом, число проводников обмотки якоря  $N = 278$ , число параллельных ветвей обмотки якоря  $2a = 2$ . Определить ток  $I_{ян}$  в якоре, электродвижущую силу  $E$ , индуцируемую в обмотке якоря, полезный магнитный поток на полюс  $\Phi$ , вращающий момент  $M$ , развиваемый двигателем, электромагнитную мощность  $P_{эм}$  двигателя, полезную мощность  $P_{2н}$  на валу двигателя, полезный вращающий момент  $M_2$  двигателя, к.п.д.  $\eta_n$ , если потери вращения  $P_{ер} = 1436$  вт.

---

## Глава пятнадцатая

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СЕТИ

#### 1. НАГРЕВАНИЕ ГОЛЫХ ПРОВОДОВ ПРИ ПРОДОЛЖИТЕЛЬНЫХ НАГРУЗКАХ

Количество тепла, выделяемое в 1 сек., при прохождении тока  $I(a)$  по проводу с сопротивлением  $R$  (ом) равно:

$$P = I^2 R. \quad (1)$$

Отдача количества тепла проводом в окружающую среду происходит путем конвекции (унос тепла перемещающимися частицами окружающего воздуха), лучеиспускания и теплопроводности (непосредственное нагревание окружающего воздуха). Передачей тепла путем теплопроводности (ввиду малой теплопроводности воздуха) можно пренебречь, тогда полная отдача тепла проводом в окружающую среду за 1 сек. будет равна:

$$\begin{aligned} P &= P_k + P_\lambda = C_k F (\vartheta - \vartheta_0) + C_\lambda F (\vartheta - \vartheta_0) = (C_k + C_\lambda) F (\vartheta - \vartheta_0) = \\ &= C F (\vartheta - \vartheta_0), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $P_k$  — количество тепла в 1 сек., отдаваемое через конвекцию, *вт*;

$P_\lambda$  — количество тепла в 1 сек., отдаваемое лучеиспусканием, *вт*;

$C_k = 9 \sqrt{\frac{pv}{d}} \cdot 10^{-3} \text{ вт/см}^2 \cdot \text{град}$  — коэффициент теплоотдачи конвекцией, т. е. количество тепла (*вт*), приходящееся на 1  $\text{см}^2$  поверхности и на 1° перегрева;

$p$  — давление воздуха, *ат*; для всех линий, проходящих не в горной местности, принимается  $p = 1 \text{ ат}$ ;

$v$  — скорость перемещения воздуха около проводов, *м/сек*; внутри помещений эта скорость составляет 0,1—0,15 *м/сек*; вне помещений наименьшая скорость, обусловленная не только свободной конвекцией, но и воздушными атмосферными течениями, 0,6 *м/сек*;

$d$  — внешний диаметр провода, *мм*;

$F$  — охлаждаемая поверхность провода,  $\text{см}^2$ ;  
 $\vartheta$  — температура провода,  $град$ ;  
 $\vartheta_0$  — температура окружающего воздуха,  $град$ ;  
 $C_{\lambda} = 2,8(100 + 0,6\vartheta) \cdot 10^{-6}$  — коэффициент теплоотдачи луче-  
 испусканием,  $\text{вт/см}^2 \cdot град$ ;

$$C = C_{\kappa} + C_{\lambda}$$

Так как количество тепла, выделенного током по формуле (1), и количество отведенного тепла по формуле (2) при установившемся тепловом состоянии равны между собой, то

$$I^2 R = CF(\vartheta - \vartheta_0), \quad (3)$$

откуда

$$I^2 = \frac{CF}{R} \cdot (\vartheta - \vartheta_0). \quad (4)$$

Так как

$$R = \frac{l}{\gamma s} = \frac{4l}{\gamma \pi d^2} \text{ и } F = \pi dl,$$

то формула (4) примет следующий вид:

$$I^2 = \frac{C\pi^2 d^3 \gamma}{4} \cdot (\vartheta - \vartheta_0) = k\gamma d^3 (\vartheta - \vartheta_0),$$

откуда

$$I = \sqrt{k\gamma d^3 (\vartheta - \vartheta_0)}, \quad (5)$$

где  $l$  — длина провода,  $\text{м}$ ;

$s$  — площадь поперечного сечения провода,  $\text{мм}^2$ ;

$\gamma$  — удельная проводимость,  $\text{м/ом} \cdot \text{мм}^2$ ;

$$k = \frac{C\pi^2}{4}.$$

Формула (5) дает возможность найти длительно допускаемый по данному проводу ток, исходя из заданной предельной температуры провода и температуры воздуха, а также по заданному току и температуре воздуха определить установившуюся температуру провода. Кроме того, по формуле (5) можно пересчитать допускаемые нагрузки при изменении температурных условий. Если обозначим величины, соответствующие новым условиям\*, значком ' (штрихом), то для новых условий будем иметь:

$$I' = \sqrt{k\gamma d^3 (\vartheta' - \vartheta_0)}. \quad (6)$$

Разделив уравнение (5) на последнее выражение, получим:

$$\frac{I}{I'} = \sqrt{\frac{\vartheta - \vartheta_0}{\vartheta' - \vartheta_0}},$$

---

\* В практических расчетах изменением коэффициента теплоотдачи и удельной проводимости при изменении допускаемой температуры провода пренебрегают.

откуда допускаемый ток при новых температурных условиях

$$I' = I \sqrt{\frac{\vartheta' - \vartheta_0}{\vartheta - \vartheta_0}}. \quad (7)$$

При помощи формулы (5) можно решать и другие задачи.

1) Известен допускаемый ток  $I$  для медных проводов данного сечения. Определить ток  $I_a$  для алюминиевых проводов того же сечения и при том же перепаде температуры. Для этого напомним формулу (5) один раз для медного провода, а другой для алюминиевого провода и, разделив одно выражение на другое, получим:

$$\frac{I}{I_a} = \sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_a}},$$

откуда

$$I_a = I \sqrt{\frac{\gamma_a}{\gamma}} = I \sqrt{\frac{\varrho}{\varrho_a}} \quad (8)$$

2) Известен допускаемый ток  $I_1$  для данного провода при определенном перегреве его относительно окружающего воздуха  $\tau_1 = \vartheta - \vartheta_0$ . Определить допускаемый ток  $I_2$  для этого же провода при другой температуре окружающего воздуха  $\vartheta'_0$ , т. е. при другом перегреве  $\tau_2 = \vartheta - \vartheta'_0$ . Аналогичным образом, как и при решении первой задачи, получим:

$$I_2 = I_1 \sqrt{\frac{\vartheta - \vartheta'_0}{\vartheta - \vartheta_0}} = I_1 \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}}. \quad (9)$$

3) Известен допускаемый ток  $I_1$  для провода диаметром  $d_1$ . Найти допускаемый ток  $I_2$  для провода диаметром  $d_2$ . Аналогичным образом, как и при решении первой задачи, найдем:

$$I_2 = I_1 \sqrt{\frac{d_2^3}{d_1^3}}. \quad (10)$$

## 2. РАСЧЕТ ЛИНИЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА НА ПОТЕРЮ НАПРЯЖЕНИЯ

На рис. 318, *а* изображена линия постоянного тока, питающая три приемника (потребителя). Так как прямые и обратные провода отдельных участков сети загружены одинаково и имеют одинаковые сопротивления, то двухлинейную схему (рис. 318, *а*) можно заменить однолинейной — в виде одного провода (рис. 318, *б*).

Обозначим:

$A$  — питающий пункт;

$U_A$  — напряжение в начале линии, *в*;

$U_2$  — напряжение в конце линии, в;  
 $U_n$  — номинальное напряжение сети, в;  
 $i_1, i_2$  и  $i_3$  — токи отдельных приемников (нагрузок), а;  
 $I_1, I_2$  и  $I_3$  — токи, проходящие по отдельным участкам линии (линейные токи), а;  
 $l_1, l_2$  и  $l_3$  — длины отдельных участков линии, м;  
 $L_1, L_2$  и  $L_3$  — длины от питающего пункта до каждой нагрузки, м;

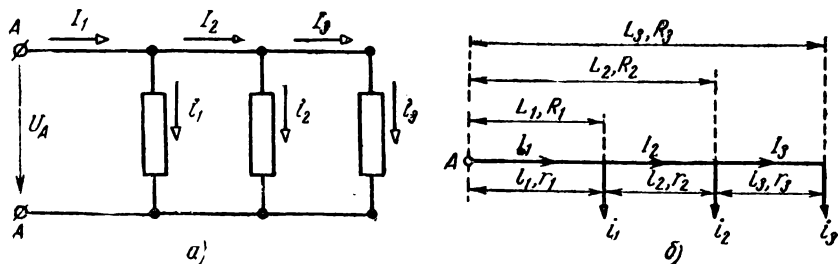


Рис. 318

$r_1, r_2$  и  $r_3$  — сопротивления одного провода отдельных участков линии, ом;  
 $R_1, R_2$  и  $R_3$  — сопротивления одного провода от питающего пункта до каждой нагрузки, ом;  
 $\Delta U_1, \Delta U_2$  и  $\Delta U_3$  — потери напряжения на отдельных участках линии, в.

Потеря напряжения в линии (прямом и обратном проводах) равна сумме потерь напряжения на отдельных участках:

$$\Delta U = U_A - U_2 = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 = 2(r_1 I_1 + r_2 I_2 + r_3 I_3)$$

или в общем виде для нескольких нагрузок:

$$\Delta U = 2 \sum r I. \quad (11)$$

Эта формула позволяет определить потерю напряжения в линии по токам, проходящим в отдельных участках линии.

Так как

$$I_3 = i_3; I_2 = i_2 + i_3; I_1 = i_1 + i_2 + i_3; R_1 = r_1;$$

$$R_2 = r_1 + r_2; R_3 = r_1 + r_2 + r_3,$$

то предыдущие формулы примут следующий вид:

$$\Delta U = 2[r_1(i_1 + i_2 + i_3) + r_2(i_2 + i_3) + r_3 i_3] = 2(i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 R_3);$$

$$\Delta U = 2 \sum i R. \quad (12)$$

Формула (12) позволяет определить потерю напряжения в линии по нагрузочным токам. При одинаковом сечении проводов всех участков линии имеем:

$$r_1 = \frac{l_1}{\gamma s}; r_2 = \frac{l_2}{\gamma s}; r_3 = \frac{l_3}{\gamma s}; R_1 = \frac{L_1}{\gamma s}; R_2 = \frac{L_2}{\gamma s}; R_3 = \frac{L_3}{\gamma s}.$$

В этом случае формулы (11) и (12) примут вид:

$$\Delta U = \frac{2}{\gamma s} \sum I l, \quad (13)$$

$$\Delta U = \frac{2}{\gamma s} \sum i L. \quad (14)$$

Произведение  $iL$  называется моментом тока.

Зная величину допускаемой потери напряжения  $\Delta U_{\partial on}$ , можно определить сечение провода из формул (13) и (14):

$$s = \frac{2}{\gamma \Delta U_{\partial on}} \sum I l \quad (15)$$

или

$$s = \frac{2}{\gamma \Delta U_{\partial on}} \sum i L. \quad (16)$$

Так как в практических расчетах обычно допускаемая потеря напряжения выражается в процентах от номинального напряжения, т. е.

$$\Delta U_{\partial on} \% = \frac{U_{\partial on}}{U_n} 100; \quad \Delta U_{\partial on} = \frac{\Delta U_{\partial on} \% U_n}{100}.$$

то сечение проводов вычисляется по формулам:

$$s = \frac{2 \cdot 100}{\gamma \Delta U_{\partial on} \% U_n} \sum I l \quad (17)$$

или

$$s = \frac{2 \cdot 100}{\gamma \Delta U_{\partial on} \% U_n} \sum i L. \quad (18)$$

Если нагрузки заданы в мощностях  $p_1$ ,  $p_2$  и  $p_3$  *квт*, то токи приемников и токи, проходящие по отдельным участкам линии, определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{1000 p_1}{U_n}; i_2 = \frac{1000 p_2}{U_n}; i_3 = \frac{1000 p_3}{U_n}; \\ I_1 &= \frac{1000 P_1}{U_n}; I_2 = \frac{1000 P_2}{U_n}; I_3 = \frac{1000 P_3}{U_n}, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$P_1 = p_1 + p_2 + p_3; P_2 = p_2 + p_3; P_3 = p_3.$$

Подставляя эти соотношения в формулы (17) и (18), получим:

$$s = \frac{2 \cdot 100 \cdot 1000}{\gamma \Delta U_{\partial on} \% U_n^2} \sum P l = \frac{2 \cdot 10^5}{\gamma \Delta U_{\partial on} \% U_n^2} \sum P l; \quad (20)$$

$$s = \frac{2 \cdot 100 \cdot 1000}{\gamma \Delta U_{\partial on} \% U_n^2} \sum P L = \frac{2 \cdot 10^5}{\gamma \Delta U_{\partial on} \% U_n^2} \sum P L. \quad (21)$$

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРИ НАПРЯЖЕНИЯ В ЛИНИИ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА С НАГРУЗКОЙ НА КОНЦЕ

В трехфазной сети при симметричной (равномерной) нагрузке фаз можно вести расчет и строить векторную диаграмму только для одной фазы и затем уже определять линейные напряжения, так как токи в проводах линии равны и имеют одинаковый сдвиг фаз по отношению к соответствующим фазным напряжениям. На рис. 319, а и б изображена трехфазная линия с одной нагрузкой

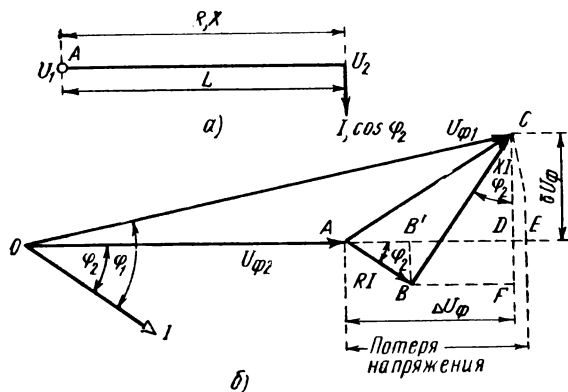


Рис. 319

и построена векторная диаграмма напряжений для одной фазы этой линии (рис. 296, б). В ней даны следующие обозначения:

$I$  — ток нагрузки, а;

$R = r_0 l$  — активное сопротивление линии;

$r_0$  — активное сопротивление единицы длины линии;

$X = x_0 l$  — индуктивное сопротивление линии;

$x_0$  — индуктивное сопротивление единицы длины линии;

$\cos \varphi_2$  — коэффициент мощности нагрузки;

$U_{\varphi 2}$  и  $U_2 = \sqrt{3} U_{\varphi 2}$  — фазное и линейное напряжения в конце линии, в;

$U_{\varphi 1}$  и  $U_1 = \sqrt{3} U_{\varphi 1}$  — фазное и линейное напряжения в начале линии, в.

Геометрическая разность векторов напряжений в начале и в конце линии  $\overline{AC} = \overline{U}_{\varphi 1} - \overline{U}_{\varphi 2} = \overline{zI}$  называется падением напряжения в линии. Алгебраическая разность напряжений в начале и в конце линии  $AE = U_{\varphi 1} - U_{\varphi 2}$  (исходя из  $OE = OC$ ) называется потерей напряжения в линии. Чтобы определить потерю напряжения, сначала находим напряжение  $U_{\varphi 1}$  в начале линии. Если обозначим  $AD =$



$= \Delta U_\phi$  — продольную составляющую падения напряжения,  
 $CD = \delta U_\phi$  — поперечную составляющую падения напряжения, то

$$\Delta U_\phi = AD = AB' + B'D = RI \cos \varphi_2 + XI \sin \varphi_2;$$

$$\delta U_\phi = CD = CF - DF = XI \cos \varphi_2 - RI \sin \varphi_2;$$

$$U_{\phi 1} = \sqrt{(U_{\phi 2} + \Delta U_\phi)^2 + (\delta U_\phi)^2} = \\ = \sqrt{(U_{\phi 2} + RI \cos \varphi_2 + XI \sin \varphi_2)^2 + (XI \cos \varphi_2 - RI \sin \varphi_2)^2}. \quad (22)$$

Следовательно, зная напряжение  $U_{\phi 1}$  в начале линии и напряжение  $U_{\phi 2}$  в конце линии, можно определить потерю напряжения:

$$AE = U_{\phi 1} - U_{\phi 2}. \quad (23)$$

Так как определение потери напряжения этим способом очень трудоемко, то практические расчеты сетей производятся не по потере напряжения, равной отрезку  $AE$ , а по продольной составляющей падения напряжения  $\Delta U_\phi = AD$ . Получающаяся при этом ошибка не превышает 3—5% от действительной потери напряжения. Следовательно, величину потери напряжения будем приравнивать к величине продольной составляющей падения напряжения и определять ее по формуле

$$\Delta U_\phi = RI \cos \varphi_2 + XI \sin \varphi_2. \quad (24)$$

Потеря напряжения, отнесенная к линейному напряжению, будет:

$$\Delta U = \sqrt{3} \Delta U_\phi = \sqrt{3} (RI \cos \varphi_2 + XI \sin \varphi_2) = \sqrt{3} (RI_a + XI_p). \quad (25)$$

Если нагрузка задана активной или полной мощностью и коэффициентом мощности, то, имея в виду, что

$$I_a = I \cos \varphi_2 = \frac{P}{\sqrt{3} U_2}; \quad I_p = I \sin \varphi_2 = \frac{Q}{\sqrt{3} U_2}; \quad I = \frac{S}{\sqrt{3} U_2},$$

и подставив вместо  $I_a$ ,  $I_p$  и  $I$  их значения в формулу (25), получим

$$\Delta U = \frac{S}{U_2} (R \cos \varphi_2 + X \sin \varphi_2) \quad (26)$$

или

$$\Delta U = \frac{RP + XQ}{U_2} = \frac{RP + XQ}{U_n}, \quad (27)$$

где  $P$  — активная мощность нагрузки (потребителя), *вт*;

$Q$  — реактивная мощность нагрузки, *вар*;

$S$  — полная мощность нагрузки, *ва*.

Так как напряжение в конце линии может быть неизвестно, то в формулах (26) и (27) с достаточной для практики точностью вместо  $U_2$  берут  $U_n$ .

#### 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕРИ НАПРЯЖЕНИЯ В ЛИНИИ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА С НЕСКОЛЬКИМИ НАГРУЗКАМИ ВДОЛЬ ЛИНИИ

На рис. 320, а изображена трехфазная линия с двумя нагрузками и построена векторная диаграмма для одной фазы этой линии (рис. 320, б). Нужно обратить внимание на следующее допущение: углы сдвига фаз отдельных нагрузок отсчитываются

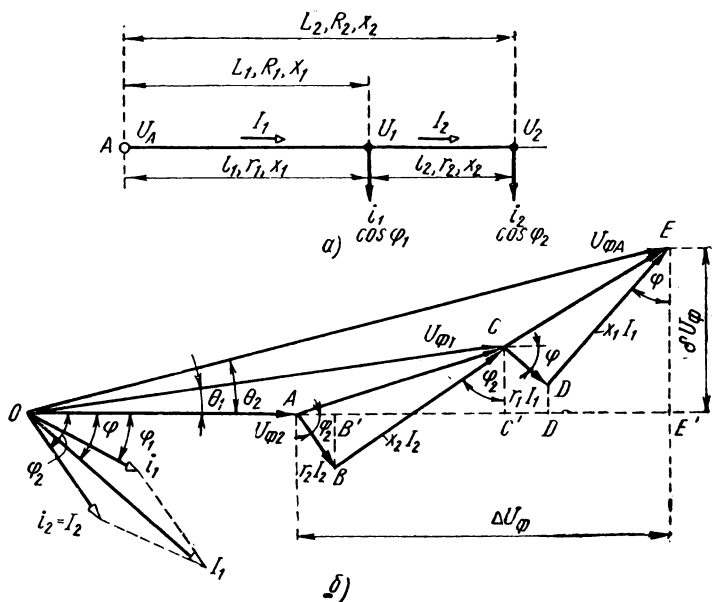


Рис. 320

от одного и того же вектора напряжения в конце линии, а не от соответствующих этим нагрузкам векторов напряжений, так как углы  $\theta$  очень малы. Как было сказано выше, общая потеря напряжения в линии равна сумме потерь напряжения по отдельным участкам:

$$\Delta U_{\phi} = \Delta U_{\phi 12} + \Delta U_{\phi A1} \quad (28)$$

или по векторной диаграмме\*:

$$\Delta U_{\phi} = AE' = AB' + B'C' + C'D' + D'E' = r_2 I_2 \cos \varphi_2 + x_2 I_2 \sin \varphi_2 + r_1 I_1 \cos \varphi + x_1 I_1 \sin \varphi = r_2 I_{a2} + x_2 I_{p2} + r_1 I_{a1} + x_1 I_{p1}.$$

\* Определение активных и реактивных составляющих нагрузочных токов производится по формулам:

$$\begin{aligned} I_{a2} &= i_2 \cos \varphi_2 = i_{a2}; \\ I_{a1} &= i_{a1} + i_{a2}; \\ I_{p2} &= i_2 \sin \varphi_2 = i_{p2}; \\ I_{p1} &= i_{p1} + i_{p2}. \end{aligned}$$

Потеря напряжения, отнесенная к линейному напряжению, для нескольких нагрузок будет:

$$\Delta U = \sqrt{3} \sum (rI \cos \varphi + xI \sin \varphi) = \sqrt{3} \sum (rI_a + xI_p). \quad (29)$$

Так как

$$r = r_0 l \text{ и } x = x_0 l,$$

то

$$\Delta U = \sqrt{3} \sum (r_0 I \cos \varphi + x_0 I \sin \varphi) l = \sqrt{3} \sum (r_0 I_a + x_0 I_p) l. \quad (30)$$

Формулу (29) можно представить в другом виде, если потерю напряжения определять не по линейным, а по нагрузочным токам:

$$\Delta U = \sqrt{3} \sum (iR \cos \varphi + iX \sin \varphi) = \sqrt{3} \sum (i_a R + i_p X). \quad (31)$$

Если нагрузки выражены в мощностях, то, имея в виду, что

$$I_a = \frac{P}{\sqrt{3}U_n}; \quad i_a = \frac{p}{\sqrt{3}U_n}; \quad I_p = \frac{Q}{\sqrt{3}U_n} \text{ и } i_p = \frac{q}{\sqrt{3}U_n},$$

и подставив эти выражения в формулы (29) и (31), получим:

$$\Delta U = \sum \frac{rP + xQ}{U_n} = \sum \frac{(r_0 P + x_0 Q) l}{U_n}; \quad (32)$$

$$\Delta U = \sum \frac{pR + qX}{U_n} = \sum \frac{(Pr_0 + Qx_0) L}{U_n}. \quad (33)$$

Чтобы получить  $\Delta U$  в вольтах, в формулы (32) и (33) необходимо подставлять:  $P$  и  $p$  в ваттах или киловаттах,  $Q$  и  $q$  в вольт-амперах или киловольт-амперах реактивных,  $r$ ,  $x$ ,  $R$  и  $X$  в омах,  $r_0$  и  $x_0$  в ом/м или в ом/км,  $l$  и  $L$  в метрах или километрах,  $U_n$  в вольтах или киловольтах.

#### Частные случаи

1) Если линия выполнена однородной (одинаковое сечение, расположение проводов и материал) и у всех нагрузок одинаковый  $\cos \varphi$ , то

$$\Delta U = \sqrt{3} (r_0 \cos \varphi + x_0 \sin \varphi) \sum I l \quad (34)$$

или

$$\Delta U = \sqrt{3} (r_0 \cos \varphi + x_0 \sin \varphi) \sum i L, \quad (35)$$

а при нагрузках, заданных мощностями (в ваттах),

$$\Delta U = \frac{r_0 \cos \varphi + x_0 \sin \varphi}{U_n \cos \varphi} \sum p L. \quad (36)$$

2) Если нагрузки чисто активные ( $\cos \varphi = 1$ ) и сечение проводов по всей длине одинаковое, то

$$\Delta U = \sqrt{3} r_0 \sum I l \quad (37)$$

или

$$\Delta U = \sqrt{3} r_0 \sum i L. \quad (38)$$

3) Если индуктивное сопротивление линии не учитывается и сечение проводов по всей длине одинаковое, то

$$\Delta U = \sqrt{3} r_0 \sum I l \cos \varphi = \sqrt{3} r_0 \sum I_{al} = \frac{\sqrt{3}}{\gamma s} \sum I_{al} \quad (39)$$

или

$$\Delta U = \sqrt{3} r_0 \sum i L \cos \varphi = \sqrt{3} r_0 \sum i_a L = \frac{\sqrt{3}}{\gamma s} \sum i_a L. \quad (40)$$

Так как любая сеть переменного тока обладает индуктивным сопротивлением, то при расчетах линий с учетом только активного сопротивления будем вносить некоторые погрешности. Можно не учитывать индуктивного сопротивления электрической сети для следующих случаев\*:

- а) воздушные сети при  $\cos \varphi$ , близком к единице;
- б) внутренние сети, выполненные шнуром или проводом в трубах;
- в) кабельные сети напряжением до 10 кВ при  $\cos \varphi$  не ниже 0,95 и сечениях жил не выше 35 мм<sup>2</sup>;
- г) линии, прокладываемые к электродвигателям проводами на роликах при сечениях проводов меньше 6 мм<sup>2</sup>.

Во всех остальных случаях электрические сети необходимо рассчитывать с учетом индуктивных сопротивлений.

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕЧЕНИЙ ПРОВОДОВ И КАБЕЛЕЙ ПО ДОПУСКАЕМОЙ ВЕЛИЧИНЕ ПОТЕРИ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ ПОСТОЯННОМ СЕЧЕНИИ ПРОВОДОВ ВДОЛЬ ЛИНИИ

Формулу (29) можно представить в следующем виде:

$$\Delta U = \sqrt{3} \sum (r I_a + x I_p) = \sqrt{3} \sum r I_a + \sqrt{3} \sum x I_p = \Delta U_a + \Delta U_p. \quad (41)$$

Эта формула показывает, что потерю напряжения можно рассматривать как состоящую из двух частей: части, обусловленной активными сопротивлениями, и части, обусловленной индуктивными сопротивлениями. Так как потеря напряжения зависит от активного и индуктивного сопротивлений, то при определении сечения проводов в сетях переменного тока с учетом индуктивного сопротивления применяем искусственный прием, предложенный проф. В. Н. Степановым. Этот прием основан на том, что индуктивное сопротивление линии мало зависит от сечения

\* Более подробно см.: А. Я. Рябков, Электрические сети, Госэнергоиздат, 1960; А. А. Глазун и А. А. Глазун, Электрические сети и системы, Госэнергоиздат, 1960.

и расстояния между проводами, поэтому можно задаться в начале расчета некоторой средней величиной индуктивного сопротивления для данного типа линий (воздушной, кабельной и т. д.). Для воздушных линий средняя величина индуктивного сопротивления составляет 0,35—0,45 ом/км. Затем определяем часть потери напряжения, обусловленную индуктивными сопротивлениями, по формуле

$$\Delta U_p = \sqrt{3} x_0 \Sigma I_p l = \sqrt{3} x_0 \Sigma i_p L. \quad (42)$$

Зная величину допускаемой потери напряжения  $\Delta U_{\partial on}$  и вычитая реактивную составляющую потери напряжения  $\Delta U_p$  из  $\Delta U_{\partial on}$ , получим величину потери напряжения  $\Delta U_{a \partial on}$ , обусловленную активными сопротивлениями проводов:

$$\Delta U_{a \partial on} = \Delta U_{\partial on} - \Delta U_p. \quad (43)$$

При постоянстве сечения проводов вдоль линии можно написать:

$$\Delta U_{a \partial on} = \sqrt{3} \Sigma r I_a = \frac{\sqrt{3}}{\gamma s} \Sigma I_a l = \frac{\sqrt{3}}{\gamma s} \Sigma i_a L;$$

$$\Delta U_{a \partial on} = \frac{1}{\gamma s U_n} \Sigma P l = \frac{1}{\gamma s U_n} \Sigma p L,$$

откуда

$$s = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{a \partial on}} \Sigma I_a l = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{a \partial on}} \Sigma i_a L; \quad (44)$$

$$s = \frac{\Sigma P l}{\gamma \Delta U_{a \partial on} U_n} = \frac{\Sigma p L}{\gamma \Delta U_{a \partial on} U_n}. \quad (45)$$

Полученное сечение провода необходимо округлить до ближайшего стандартного, затем подсчитать потерю напряжения в линии при выбранном сечении проводов. Если полученная величина потери напряжения не больше допускаемой потери напряжения, то принимаем выбранные сечения проводов, в противном случае расчет следует произвести снова, изменив соответственно сечение провода. В частных случаях расчета сетей переменного тока, а именно, когда все нагрузки имеют  $\cos \varphi = 1$  или индуктивное сопротивление сети не учитывается, сечения проводов можно найти из следующих формул.

Нагрузки сети имеют  $\cos \varphi = 1$ :

$$s = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{\partial on}} \Sigma I l = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{\partial on}} \Sigma i L; \quad (46)$$

$$s = \frac{\Sigma P l}{\gamma \Delta U_{\partial on} U_n} = \frac{\Sigma p L}{\gamma \Delta U_{\partial on} U_n}. \quad (47)$$

Индуктивное сопротивление сети не учитывается:

$$s = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{\partial on}} \Sigma I_a l = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{\partial on}} \Sigma i_a L; \quad (48)$$

$$s = \frac{\Sigma Pl}{\gamma \Delta U_{\partial on} U_n} = \frac{\Sigma p L}{\gamma \Delta U_{\partial on} U_n}. \quad (49)$$

## 6. РАСЧЕТ СЕТЕЙ НА НАИМЕНЬШУЮ ЗАТРАТУ ПРОВОДНИКОВОГО МАТЕРИАЛА

*Разомкнутая неразветвленная сеть.* Предположим, что линия обладает активными и индуктивными сопротивлениями и имеет несколько нагрузок с различными коэффициентами мощности

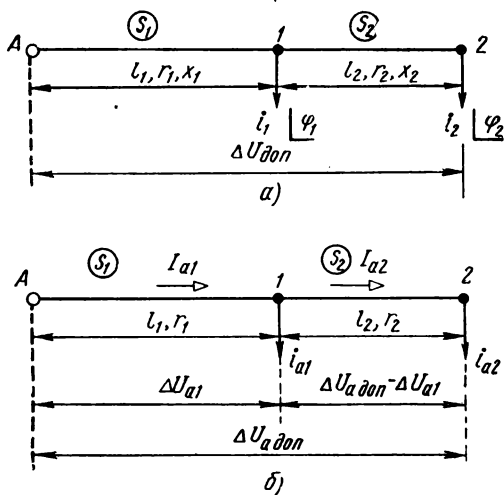


Рис. 321

(рис. 321, а). Требуется найти сечения проводов отдельных участков линии, чтобы потеря напряжения в линии не превосходила допустимую величину, причем полученные сечения проводов должны удовлетворять условию наименьшей затраты проводникового материала.

Задаем среднюю величину индуктивного сопротивления  $x_0$  (ом/км) и определяем реактивную составляющую потери напряжения  $\Delta U_p$  в линии. Вычитая  $\Delta U_p$  из заданной допустимой величины потери напряжения  $\Delta U_{\partial on}$  для всей линии, получим величину потери напряжения  $\Delta U_{a\partial on}$ , обусловленную активными сопротивлениями, т. е.

$$\Delta U_{a\partial on} = \Delta U_{\partial on} - \Delta U_p. \quad (50)$$

Следовательно, решение данной задачи сведено к определению сечения проводов линии, имеющей только активные сопротивления и активные составляющие нагрузок (рис. 321, б). Считая, что составляющие потери напряжения в активных сопротивлениях на отдельных участках линии, при которых получается наименьшая затрата проводникового материала, известны, т. е. на первом участке  $\Delta U_{a1}$ , а на втором участке  $\Delta U_{a \partial on} - \Delta U_{a1}$ , где  $\Delta U_{a \partial on}$  — допускаемая активная составляющая потери напряжения во всей линии. Тогда сечения проводов отдельных участков линии будут равны:

$$s_1 = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{a1}} I_{a1} l_1 \text{ и } s_2 = \frac{\sqrt{3}}{\gamma (\Delta U_{a \partial on} - \Delta U_{a1})} I_{a2} l_2.$$

Объем всех трех проводов линий  $V$ , соответствующий сечениям  $s_1$  и  $s_2$ , будет:

$$V = 3s_1 l_1 + 3s_2 l_2 = \frac{3\sqrt{3} I_{a1} l_1^2}{\gamma \Delta U_{a1}} + \frac{3\sqrt{3} I_{a2} l_2^2}{\gamma (\Delta U_{a \partial on} - \Delta U_{a1})}.$$

Из полученного выражения видно, что независимой переменной величиной является  $\Delta U_{a1}$ . Чтобы получить наименьший объем (вес) материала, нужно взять от выражения  $V$  производную по  $\Delta U_{a1}$  и приравнять ее нулю:

$$\frac{dV}{d(\Delta U_{a1})} = -\frac{3\sqrt{3} I_{a1} l_1^2}{\gamma (\Delta U_{a1})^2} + \frac{3\sqrt{3} I_{a2} l_2^2}{\gamma (\Delta U_{a \partial on} - \Delta U_{a1})^2} = 0$$

или

$$\frac{3I_{a1} l_1^2}{\gamma (\Delta U_{a1})^2} = \frac{3I_{a2} l_2^2}{\gamma (\Delta U_{a \partial on} - \Delta U_{a1})^2}.$$

Умножая левую и правую части этого уравнения соответственно на  $\frac{I_{a1}}{\gamma I_{a1}}$  и  $\frac{I_{a2}}{\gamma I_{a2}}$ , получим:

$$\frac{1}{I_{a1}} \left( \frac{\sqrt{3} I_{a1} l_1}{\gamma \Delta U_{a1}} \right)^2 = \frac{1}{I_{a2}} \left[ \frac{\sqrt{3} I_{a2} l_2}{\gamma (\Delta U_{a \partial on} - \Delta U_{a1})} \right]^2.$$

Так как выражения в скобках представляют собой сечения проводов на соответствующих участках, то последнее уравнение примет вид:

$$\frac{s_1^2}{I_{a1}} = \frac{s_2^2}{I_{a2}}$$

или

$$\frac{s_1}{\sqrt{I_{a1}}} = \frac{s_2}{\sqrt{I_{a2}}} = k_1,$$

откуда

$$s_1 = k_i \sqrt{I_{a1}}; \quad s_2 = k_i \sqrt{I_{a2}}. \quad (51)$$

Эти формулы показывают, что сечение провода на любом участке определяется через постоянную для данного случая величину  $k_i$  и корень квадратный из активного тока \*, проходящего по данному участку. Для определения значения  $k_i$  напомним уравнение активной составляющей потери напряжения для всей линии:

$$\Delta U_a = \frac{\sqrt{3} I_{a1} l_1}{\gamma s_1} + \frac{\sqrt{3} I_{a2} l_2}{\gamma s_2} = \frac{\sqrt{3} \sqrt{I_{a1}} \sqrt{I_{a1} l_1}}{\gamma s_1} + \frac{\sqrt{3} \sqrt{I_{a2}} \sqrt{I_{a2} l_2}}{\gamma s_2}.$$

Так как

$$\frac{\sqrt{I_{a1}}}{s_1} = \frac{\sqrt{I_{a2}}}{s_2} = \frac{1}{k_i},$$

то

$$\Delta U_a = \frac{\sqrt{3} \sqrt{I_{a1} l_1}}{\gamma k_i} + \frac{\sqrt{3} \sqrt{I_{a2} l_2}}{\gamma k_i} = \frac{\sqrt{3}}{\gamma k_i} (\sqrt{I_{a1} l_1} + \sqrt{I_{a2} l_2}),$$

откуда, считая, что  $\Delta U_a = \Delta U_{a \text{ доп}}$ , получим:

$$k_i = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{a \text{ доп}}} (\sqrt{I_{a1} l_1} + \sqrt{I_{a2} l_2})$$

или для линии с несколькими нагрузками

$$k_i = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{a \text{ доп}}} \Sigma \sqrt{I_a l}. \quad (52)$$

Зная  $k_i$ , определяем сечения проводов на отдельных участках по формулам (51). Если нагрузки выражены мощностями, то получим аналогично:

$$\frac{s_1}{\sqrt{P_1}} = \frac{s_2}{\sqrt{P_2}} = k_p,$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= k_p \sqrt{P_1}; \\ s_2 &= k_p \sqrt{P_2} \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

и

$$k_p = \frac{\Sigma \sqrt{P l}}{\gamma \Delta U_{a \text{ доп}} U_n}. \quad (54)$$

Следует отметить, что для одной и той же линии величины  $k_i$  и  $k_p$  не равны между собой. Найденные сечения проводов

\* Активная составляющая тока.



округляем до ближайших стандартных сечений, причем это округление на головных участках производится в сторону увеличения, а на конечных — в сторону уменьшения. Затем линия с принятыми сечениями проводов и с учетом индуктивных сопротивлений проверяется на допустимую потерю напряжения и допустимую нагрузку током по нагреву.

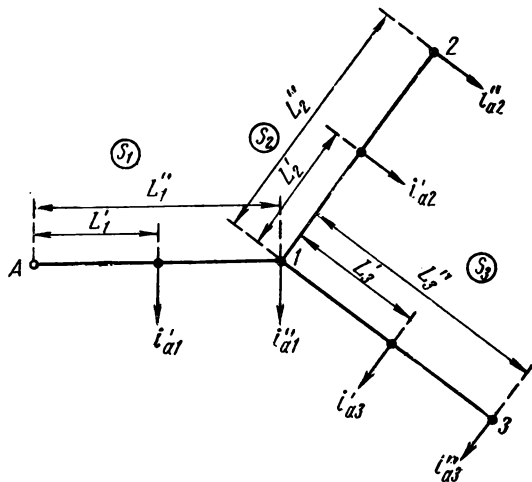


Рис. 322

Если полученная величина потери напряжения не больше допустимой, то принимаем выбранные сечения проводов; в противном случае следует изменить сечения проводов некоторых участков и снова проверить линию на допустимую потерю напряжения.

Таким образом, ход расчета при определении сечения проводов по условию наименьшего расхода проводникового материала для линии с несколькими нагрузками следующий:

- 1) задаемся средним значением индуктивного сопротивления  $x_0$ ;
- 2) определяем реактивную составляющую потери напряжения  $\Delta U_p$ ;
- 3) находим активную составляющую потери напряжения  $\Delta U_a = \Delta U_{дон} - \Delta U_p$ ;
- 4) определяем  $k_i$  или  $k_p$  по формулам (52) или (54);
- 5) определяем сечения проводов  $s_1, s_2$  и т. д. по формулам (51) или (53);
- 6) округляем полученные сечения проводов до стандартных;
- 7) проверяем линию на допустимую потерю напряжения и на допустимую нагрузку током по нагреву.

*Разомкнутая разветвленная сеть.* Предположим, что разветвленная сеть (рис. 322) обладает активными и индуктивными сопротивлениями и что данная сеть вышеуказанным приемом

приведена к схеме с одними активными сопротивлениями. Определить сечения проводов по условию наименьшего расхода проводникового материала.

В этом случае задача сводится к разбивке общей допускаемой активной составляющей потери напряжения  $U_{a\partial on}$  на две части \*  $\Delta U_{a1}$  и  $\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1}$  так, чтобы расход металла на сеть был наименьшим. Сечения проводов отдельных участков сети будут равны:

$$s_1 = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{a1}} [i'_{a1} L'_1 + (i''_{a1} + i'_{a2} + i''_{a2} + i'_{a3} + i''_{a3}) L'_1] = \\ = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{a1}} \Sigma i_a L; \quad (55)$$

$$s_2 = \frac{\sqrt{3}}{\gamma (\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})} (i'_{a2} L'_2 + i''_{a2} L''_2) = \frac{\sqrt{3}}{\gamma (\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})} \Sigma i_a L; \quad (56)$$

$$s_3 = \frac{\sqrt{3}}{\gamma (\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})} (i'_{a3} L'_3 + i''_{a3} L''_3) = \frac{\sqrt{3}}{\gamma (\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})} \Sigma i_a L. \quad (57)$$

Объем проводникового материала всей сети

$$V = 3s_1 L'_1 + 3s_2 L'_2 + 3s_3 L'_3 = \\ = \frac{3\sqrt{3} L'_1 \Sigma i_a L}{\gamma \Delta U_{a1}} + \frac{3\sqrt{3} L'_2 \Sigma i_a L}{\gamma (\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})} + \frac{3\sqrt{3} L'_3 \Sigma i_a L}{\gamma (\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})}.$$

Из этой формулы видно, что независимой переменной величиной является  $\Delta U_{a1}$ . Чтобы получить наименьший объем (вес) материала, нужно взять от выражения  $V$  производную по  $\Delta U_{a1}$  и приравнять ее нулю:

$$\frac{dV}{d(\Delta U_{a1})} = \frac{3\sqrt{3}}{\gamma} \left[ -\frac{L'_1 \Sigma i_a L}{(\Delta U_{a1})^2} + \frac{L'_2 \Sigma i_a L}{(\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})^2} + \frac{L'_3 \Sigma i_a L}{(\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})^2} \right] = 0,$$

откуда

$$\frac{L'_1 \Sigma i_a L}{(\Delta U_{a1})^2} = \frac{L'_2 \Sigma i_a L}{(\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})^2} + \frac{L'_3 \Sigma i_a L}{(\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})^2} \quad (57')$$

или

$$\frac{(\Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1})^2}{(\Delta U_{a1})^2} = \frac{L'_2 \Sigma i_a L + L'_3 \Sigma i_a L}{L'_1 \Sigma i_a L}.$$

---

\* Очевидно, что активные составляющие потери напряжения в ответвлениях должны быть равны между собой, т. е.  $\Delta U_{a2} = \Delta U_{a3} = \Delta U_{a\partial on} - \Delta U_{a1}$ . Если сеть обладает только активными сопротивлениями, то  $\Delta U_{a1} = \Delta U_1$  и  $\Delta U_{a\partial on} = \Delta U_{\partial on}$ .

Извлекая из обеих частей уравнения квадратный корень, получим:

$$\frac{\Delta U_{a \partial on} - \Delta U_{a1}}{\Delta U_{a1}} = \sqrt{\frac{L_2'' \Sigma_2 i_a L + L_3'' \Sigma_3 i_a L}{L_1'' \Sigma_1 i_a L}}.$$

Прибавляя к обеим частям уравнения по единице, получим:

$$\frac{\Delta U_{a \partial on} - \Delta U_{a1}}{\Delta U_{a1}} + 1 = 1 + \sqrt{\frac{L_2'' \Sigma_2 i_a L + L_3'' \Sigma_3 i_a L}{L_1'' \Sigma_1 i_a L}},$$

откуда

$$\Delta U_{a1} = \frac{\Delta U_{a \partial on}}{1 + \sqrt{\frac{L_2'' \Sigma_2 i_a L + L_3'' \Sigma_3 i_a L}{L_1'' \Sigma_1 i_a L}}}, \quad (58)$$

где  $\Sigma_1 i_a L$ ,  $\Sigma_2 i_a L$  и  $\Sigma_3 i_a L$  — суммы моментов активных токов \* для линии  $AI$  и ответвлений  $12$  и  $13$ ;  $L_1''$ ,  $L_2''$ ,  $L_3''$  — полные длины линии и ответвлений.

Если нагрузки заданы мощностями, то предыдущая формула примет вид:

$$\Delta U_{a1} = \frac{\Delta U_{a \partial on}}{1 + \sqrt{\frac{L_2'' \Sigma_2 p L + L_3'' \Sigma_3 p L}{L_1'' \Sigma_1 p L}}}. \quad (59)$$

Ход расчета следующий:

- 1) определяем по формуле (58) или по формуле (59) величину  $\Delta U_{a1}$ , которая соответствует условию наименьшего расхода металла;
- 2) находим по формуле (55) сечение провода  $s_1$  линии  $AI$  и округляем до ближайшего стандартного сечения;
- 3) подсчитываем действительную величину  $\Delta U_{a1}$  на участке  $AI$ ;
- 4) определяем  $\Delta U_{a2} = \Delta U_{a3} = V_{a \partial on} - \Delta U_{a1}$ ;
- 5) определяем  $s_2$  и  $s_3$  и округляем их до ближайших стандартных сечений.

## 7. РАСЧЕТ СЕТИ СО СТАЛЬНЫМИ ПРОВОДАМИ ПО ПОТЕРЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Если сечение медных или алюминиевых проводов выбирается не по потере напряжения, а по механической прочности, то сечение провода мало используется в электрическом отношении и в этом случае целесообразно вместо проводов из цветного металла применять стальные провода. Это может иметь место в сельскохозяйственных сетях, в поселковых сетях, в небольших

\* Активные составляющие токов.

установках наружного освещения и т. п. Так как стальные провода представляют собой магнитный материал с большой величиной магнитной проницаемости, то при переменном токе внутри и вне проводов образуется переменное по величине и направлению магнитное поле, которое индуцирует в проводе э.д.с. самоиндукции, большую в центре и меньшую к поверхности провода. Вследствие этого имеется явление поверхностного эффекта, смещающее ток к поверхности провода. Это приводит к повышению активного сопротивления по сравнению с сопротивлением при постоянном токе. Следует отметить, что потеря активной мощности на перемагничивание (потери на гистерезис) также как бы увеличивает активное сопротивление провода. Индуктивное сопротивление линий, выполненных стальными проводами, во много раз больше, чем для линий из цветного металла. Индуктивное сопротивление одной фазы на 1 км трехфазной линии равно:

$$x_0 = \omega \left( 4,6 \lg \frac{D_{cp}}{r} + 0,5\mu \right) 10^{-4} = \\ = 4,6\omega \lg \frac{D_{cp}}{r} 10^{-4} + 0,5\omega\mu 10^{-4} = x'_0 + x''_0.$$

Здесь  $x'_0 = 4,6\omega \lg \frac{D_{cp}}{r} 10^{-4}$  — индуктивное сопротивление (ом/км),

обусловленное магнитным полем вне провода;

$x''_0 = 0,5\omega\mu 10^{-4}$  — индуктивное сопротивление (ом/км), обусловленное магнитным полем внутри провода;

$\omega$  — угловая частота, равная 314 сек.<sup>-1</sup> при 50 гц;

$\mu$  — магнитная проницаемость материала провода;

$r = \frac{d}{2}$  — внешний радиус провода, см (или мм);

$d$  — внешний диаметр провода, см (или мм);

$D_{cp} = \sqrt[3]{D_{12}D_{23}D_{31}}$  — среднее геометрическое расстояние между осями проводов, см (или мм);

$D_{12}, D_{23}, D_{31}$  — расстояние между осями проводов.

При расположении проводов по вершинам равностороннего треугольника  $D_{cp} = D$ , т. е.  $D_{cp}$  равно стороне треугольника. Если провода расположены в одной плоскости, то  $D_{cp} = \sqrt[3]{DD \cdot 2D} = \sqrt[3]{2D^3} = 1,26D$ .

где  $D$  — расстояние между проводами.

Активное и внутреннее индуктивное сопротивления стальных проводов зависят от магнитной проницаемости  $\mu$ , а так как  $\mu$  является функцией напряженности магнитного поля  $H$ , то  $H$

зависит от тока  $I$ . Поэтому активное и внутреннее индуктивное сопротивления стальных проводов зависят от проходящего по ним тока. Так как определение этих сопротивлений сложно, то в практических расчетах пользуются значениями сопротивлений, полученными экспериментально. В приложениях 16 и 18 приведены активные и внешние индуктивные сопротивления воздушных линий со стальными проводами, а в приложениях 16, 17 и 19 — активные и внутренние индуктивные сопротивления стальных проводов (ом/км) в зависимости от проходящего по ним тока. Зная активное и индуктивное сопротивления стальных проводов, можно определить потерю напряжения в линии по формуле

$$\Delta U = \sqrt{3} [ \Sigma I \cos \varphi_0 l + \Sigma I \sin \varphi (x'_0 + x''_0) l ]. \quad (60)$$

Расчет сети со стальными проводами производится следующим образом. Задавая сечением (или диаметром) стального провода, а затем подсчитываем потерю напряжения и сравниваем ее с допускаемой. Если полученная величина потери напряжения мало отличается от допускаемой, то сечение провода выбрано правильно. В противном случае необходимо произвести пересчет на другие сечения провода.

## 8. РАСЧЕТ ЗАМКНУТОЙ СЕТИ

*Общие сведения.* Так как в разомкнутых сетях при повреждении одного из участков сети (например участка  $Aa$  — рис. 323, а) прекращается электроснабжение всех последующих участков, то для повышения надежности электроснабжения потребителей

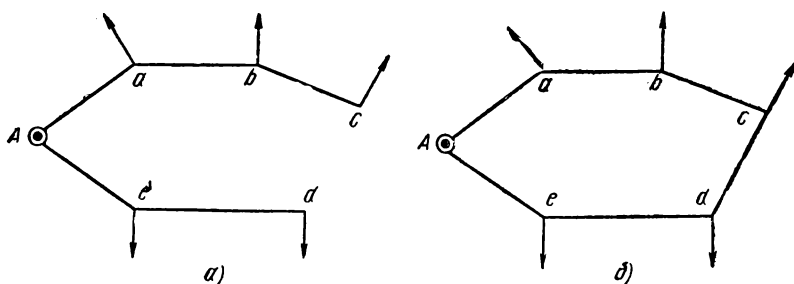


Рис. 323

применяют замкнутые сети, которые характеризуются тем, что потребители получают питание не менее чем с двух сторон (рис. 324, а). Если соединить точки  $c$  и  $d$  (рис. 323, а), то получится кольцевая замкнутая сеть (рис. 323, б). В этой сети потребители  $a, b, c, d$  и  $e$  при аварии на одном из головных участков  $Aa$  и  $Ae$  получают питание через другой головной участок. Кольцевая сеть представляет собой частный случай сети с двухсто-

ронным питанием при одинаковых напряжениях питающих пунктов. На самом деле, если разрезать кольцо (рис. 323, б) по питающему пункту  $A$ , то получим линию с двухсторонним питанием (рис. 324, б). Сеть с двухсторонним питанием обеспечивает

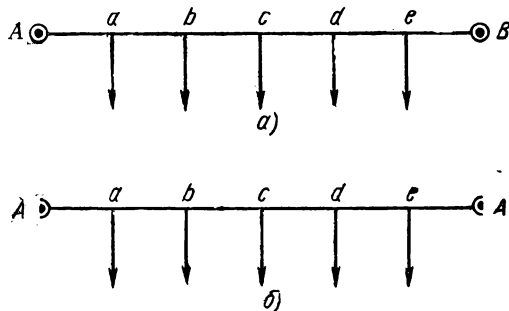


Рис. 324

бесперебойность электроснабжения всех потребителей при аварии на любом из участков сети или при аварии на одном из питающих пунктов  $A$  или  $B$ . Точка сети, которая в данный момент питается

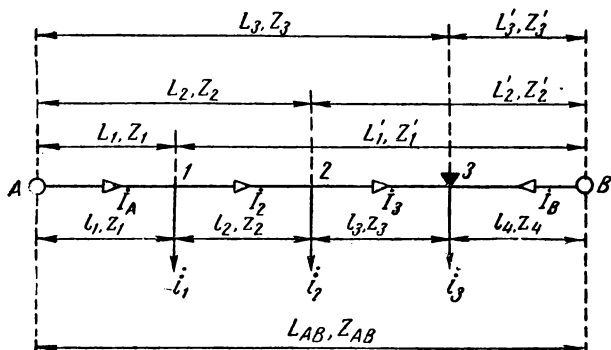


Рис. 325

одновременно с двух сторон, называется *точкой тока раздела* и обозначается на схемах сети знаком  $\nabla$ . Знак  $\nabla$  ставится у точки раздела токов или активных мощностей.

Замкнутые сети применяются в энергоснабжающих сетях высокого напряжения, городских сетях низкого напряжения и в сетях уличного освещения.

*Линия с двухсторонним питанием.* Рассмотрим общий случай расчета линии трехфазного тока с двухсторонним питанием (рис. 325), когда: 1) напряжения питающих пунктов неодинаковы как по величине, так и по фазе ( $\dot{U}_A \neq \dot{U}_B$ ); 2) линия обладает

активными и индуктивными сопротивлениями и 3) нагрузки потребителей имеют различные коэффициенты мощности.

Сначала предположим, что задача решена и точка токораздела оказалась у нагрузки 3. Применяя второй закон Кирхгофа, получим:

$$\dot{U}_A - \dot{U}_B = \sqrt{3} (\dot{I}_A z_1 + \dot{I}_2 z_2 + \dot{I}_3 z_3 - \dot{I}_B z_4). \quad (61)$$

На основании первого закона Кирхгофа имеем:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_2 &= \dot{I}_A - \dot{i}_1; \\ \dot{I}_3 &= \dot{I}_A - \dot{i}_1 - \dot{i}_2; \\ \dot{I}_B &= \dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dot{i}_3 - \dot{I}_A. \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

Подставив эти соотношения в формулу (61), найдем:

$$\begin{aligned} \dot{U}_A - \dot{U}_B = \sqrt{3} [ \dot{I}_A z_1 + (\dot{I}_A - \dot{i}_1) z_2 + (\dot{I}_A - \dot{i}_1 - \dot{i}_2) z_3 - \\ - (\dot{i}_1 + \dot{i}_2 + \dot{i}_3 - \dot{I}_A) z_4 ] \end{aligned}$$

или

$$\frac{\dot{U}_A - \dot{U}_B}{\sqrt{3}} = \dot{I}_A (z_1 + z_2 + z_3 + z_4) - \dot{i}_1 (z_2 + z_3 + z_4) - \dot{i}_2 (z_3 + z_4) - \dot{i}_3 z_4,$$

откуда ток, вытекающий из питающего пункта *A*,

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_B}{\sqrt{3} (z_1 + z_2 + z_3 + z_4)} + \frac{\dot{i}_1 (z_2 + z_3 + z_4) + \dot{i}_2 (z_3 + z_4) + \dot{i}_3 z_4}{z_1 + z_2 + z_3 + z_4}. \quad (63)$$

Аналогичным образом найдем ток, вытекающий из питающего пункта *B*:

$$\dot{I}_B = - \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_B}{\sqrt{3} (z_1 + z_2 + z_3 + z_4)} + \frac{\dot{i}_1 z_1 + \dot{i}_2 (z_1 + z_2) + \dot{i}_3 (z_1 + z_2 + z_3)}{z_1 + z_2 + z_3 + z_4}. \quad (64)$$

Так как согласно рис. 325 полные сопротивления от питающих пунктов до отдельных нагрузок  $Z_1, Z'_1, Z_2, Z'_2$  и т. д. и  $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = Z_{AB}$ , то формулы (63) и (64) примут вид:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_B}{\sqrt{3} Z_{AB}} + \frac{\dot{i}_1 Z'_1 + \dot{i}_2 Z'_2 + \dot{i}_3 Z'_3}{Z_{AB}} \quad (65)$$

и

$$\dot{I}_B = - \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_B}{\sqrt{3} Z_{AB}} + \frac{\dot{i}_1 Z_1 + \dot{i}_2 Z_2 + \dot{i}_3 Z_3}{Z_{AB}} \quad (66)$$

или в общем виде

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_B}{\sqrt{3} Z_{AB}} + \frac{\sum \dot{i} Z'}{Z_{AB}} = \dot{I}_{AB} + \dot{I}'_A \quad (67)$$

и

$$I_B = -\frac{U_A - U_B}{\sqrt{3}Z_{AB}} + \frac{\Sigma iZ}{Z_{AB}} = -I_{AB} + I'_B. \quad (68)$$

Здесь  $\frac{U_A - U_B}{\sqrt{3}Z_{AB}} = I_{AB}$  — сквозной уравнивающий ток, обусловленный разностью напряжений питающих пунктов и сопротивлением всей линии, а  $\frac{\Sigma iZ'}{Z_{AB}} = I'_A$  и  $\frac{\Sigma iZ}{Z_{AB}} = I'_B$  — токи, вытекающие из питающих пунктов при равенстве напряжений питающих пунктов, обусловленные нагрузками сети.

*Частные случаи:* 1. Если напряжения питающих пунктов совпадают по фазе и равны между собой ( $U_A = U_B$ ), что имеет место при расчете местных сетей, то формулы (67) и (68) примут вид:

$$I_A = \frac{\Sigma iZ'}{Z_{AB}}; \quad (69)$$

$$I_B = \frac{\Sigma iZ}{Z_{AB}}. \quad (70)$$

Так как вычисление по формулам (69) и (70) громоздко, то для упрощения расчетов эти формулы можно видоизменить, подставляя в них

$$\frac{1}{Z_{AB}} = Y_{AB} = G_{AB} - jB_{AB},$$

где

$$G_{AB} = \frac{R_{AB}}{R_{AB}^2 + X_{AB}^2} \text{ и } B_{AB} = \frac{X_{AB}}{R_{AB}^2 + X_{AB}^2}.$$

Тогда формулы (69) и (70) примут вид:

$$I_A = (G_{AB} - jB_{AB}) \Sigma iZ' = (G_{AB} - jB_{AB}) \Sigma (i_a - ji_p)(R' + jX');$$

$$I_B = (G_{AB} - jB_{AB}) \Sigma iZ = (G_{AB} - jB_{AB}) \Sigma (i_a - ji_p)(R + jX).$$

Перемножив все члены и отделив затем действительные величины от мнимых, получим по отдельности выражения для активной и реактивной составляющих токов, вытекающих из питающих пунктов  $A$  и  $B$ :

$$\left. \begin{aligned} I_{aA} &= G_{AB} \Sigma (i_a R' + i_p X') + B_{AB} \Sigma (i_a X' - i_p R'); \\ I_{pA} &= -G_{AB} \Sigma (i_a X' - i_p R') + B_{AB} \Sigma (i_a R' + i_p X'); \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

$$\left. \begin{aligned} I_{aB} &= G_{AB} \Sigma (i_a R + i_p X) + B_{AB} \Sigma (i_a X - i_p R); \\ I_{pB} &= -G_{AB} \Sigma (i_a X - i_p R) + B_{AB} \Sigma (i_a R + i_p X). \end{aligned} \right\} \quad (72)$$



При выражении нагрузок в мощностях будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} P_A &= G_{AB} \Sigma (pR' + qX') + B_{AB} \Sigma (pX' - qR'); \\ Q_A &= -G_{AB} \Sigma (pX' - qR') + B_{AB} \Sigma (pR' + qX'); \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

$$\left. \begin{aligned} P_B &= G_{AB} \Sigma (pR + qX) + B_{AB} \Sigma (pX - qR); \\ Q_B &= -G_{AB} \Sigma (pX - qR) + B_{AB} \Sigma (pR + qX). \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

2. Если линия по всей длине однородна по конструктивному выполнению и имеет одинаковое сечение, то активные и индуктивные сопротивления единицы длины линии постоянны и формулы (69) и (70) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} i_A &= \frac{(r_0 + jx_0) \Sigma i L'}{(r_0 + jx_0) L_{AB}} = \frac{\Sigma i L'}{L_{AB}} = \frac{\Sigma i_a L'}{L_{AB}} - j \frac{\Sigma i_p L'}{L_{AB}}; \\ i_B &= \frac{\Sigma i L}{L_{AB}} = \frac{\Sigma i_a L}{L_{AB}} - j \frac{\Sigma i_p L}{L_{AB}} \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

или

$$\left. \begin{aligned} \tilde{S}_A &= P_A - jQ_A = \frac{\Sigma p L'}{L_{AB}} - j \frac{\Sigma q L'}{L_{AB}}; \\ \tilde{S}_B &= P_B - jQ_B = \frac{\Sigma p L}{L_{AB}} - j \frac{\Sigma q L}{L_{AB}}. \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

Если имеем линию с двухсторонним питанием с тремя нагрузками, то формулы (76) можно представить так:

$$\begin{aligned} P_A - jQ_A &= \frac{p_1 L'_1 + p_2 L'_2 + p_3 L'_3}{L_{AB}} - j \frac{q_1 L'_1 + q_2 L'_2 + q_3 L'_3}{L_{AB}}, \\ P_B - jQ_B &= \frac{p_1 L_1 + p_2 L_2 + p_3 L_3}{L_{AB}} - j \frac{q_1 L_1 + q_2 L_2 + q_3 L_3}{L_{AB}}. \end{aligned}$$

Разделив действительные и мнимые части этих соотношений, получим:

$$\left. \begin{aligned} P_A &= \frac{p_1 L'_1 + p_2 L'_2 + p_3 L'_3}{L_{AB}}; \\ Q_A &= \frac{q_1 L'_1 + q_2 L'_2 + q_3 L'_3}{L_{AB}}; \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

$$\left. \begin{aligned} P_B &= \frac{p_1 L_1 + p_2 L_2 + p_3 L_3}{L_{AB}}; \\ Q_B &= \frac{q_1 L_1 + q_2 L_2 + q_3 L_3}{L_{AB}}. \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

Эти формулы показывают, что для однородных линий, имеющих одинаковое сечение проводов, распределение активных и реактивных мощностей и токов в линии не зависит друг от друга. Поэтому можно рассматривать как бы две независимые линии — одну с активными нагрузками, а другую с реактивными нагрузками. При определении полных мощностей отдельных участков линии накладывают одну схему на другую и складывают геометрически активные и реактивные мощности этих участков.

3. Если сеть по своим свойствам может рассчитываться без учета индуктивного сопротивления, то формулы (71), (72), (73) и (74) упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} I_{aA} &= G_{AB} \Sigma i_a R' = \frac{\Sigma i_a R'}{R_{AB}} = \frac{\Sigma i_a L'}{L_{AB}}; \\ I_{pA} &= G_{AB} \Sigma i_p R' = \frac{\Sigma i_p L'}{L_{AB}}; \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

$$\left. \begin{aligned} I_{aB} &= G_{AB} \Sigma i_a R = \frac{\Sigma i_a L}{L_{AB}}; \\ I_{pB} &= G_{AB} \Sigma i_p R = \frac{\Sigma i_p L}{L_{AB}}; \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

$$\left. \begin{aligned} P_A &= \frac{\Sigma p R'}{R_{AB}} = \frac{\Sigma p L'}{L_{AB}}; \\ Q_A &= \frac{\Sigma q R'}{R_{AB}} = \frac{\Sigma q L'}{L_{AB}}; \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

$$\left. \begin{aligned} P_B &= \frac{\Sigma p R}{R_{AB}} = \frac{\Sigma p L}{L_{AB}}; \\ Q_B &= \frac{\Sigma q R}{R_{AB}} = \frac{\Sigma q L}{L_{AB}}. \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

4. Если линия постоянного тока с двухсторонним питанием имеет одинаковое сечение проводов вдоль линии, то нахождение токов, вытекающих из питающих пунктов *A* и *B*, при равных напряжениях в них производится по формулам:

$$I_A = \frac{\Sigma i L'}{L_{AB}} \quad (83)$$

и

$$I_B = \frac{\Sigma i L}{L_{AB}}. \quad (84)$$

Определение потери напряжения в линиях с двухсторонним питанием производится следующим образом:

1) определяем точку раздела активных и реактивных составляющих токов (мощностей) и, мысленно разрезая линию в точке токораздела, получаем две разомкнутые линии;

2) если напряжения питающих пунктов равны, то находим наибольшую потерю напряжения при нормальной работе в любой из разомкнутых линий. Если же напряжения питающих пунктов неодинаковы, то наибольшая потеря напряжения будет в той разомкнутой линии, которая примыкает к питающему пункту с более высоким напряжением;

3) находим наибольшую потерю напряжения в линии для случая выпадения одного из питающих пунктов или отключения одного из головных участков.

### Задачи

631. Определить сечения проводов линии постоянного тока, питающей два двигателя параллельного возбуждения, ток которых  $I=50$  а. Напряжение на зажимах двигателей  $U_2 = 110$  в, допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{доп}}\% = 5\%$ ; линия должна быть выполнена медными изолированными проводами; расстояние от питающего пункта до двигателей  $l=70$  м.

632. Вычислить сечение трехжильного кабеля, который необходимо присоединить к трехфазному трансформатору номинальной мощностью  $S_n = 100$  кВа, напряжением  $U_{2n} = 230$  в, если кабель должен быть проложен вместе с двумя другими кабелями в канале, где температура воздуха может достигать  $\vartheta_0 = 20^\circ$ ; расстояние между кабелями 100 мм.

Решение. Ток трансформатора

$$I_2 = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{2n}} = \frac{100\,000}{\sqrt{3} \cdot 230} = 251 \text{ а.}$$

Так как кабель прокладывается не в земле, а в канале, то нагрузка его должна быть взята на 25% меньше нормальной. При расположении в канале трех кабелей необходимо уменьшить их нагрузку еще на 15% (согласно приложению 12), а при повышении окружающей температуры с 15 до  $20^\circ$  уменьшить еще на 4% (приложение 11). Следовательно, при определении сечения кабеля надо разделить нормальную нагрузку его на коэффициент  $0,75 \cdot 0,85 \cdot 0,96 = 0,612$ ; это будет равносильно определению сечения при нормальных условиях его на нагрузку:

$$\frac{251}{0,612} = 410 \text{ а.}$$

По приложению 4 значению полученного тока соответствует трехфазный кабель сечением  $3 \times 150$  мм<sup>2</sup>.

633. Каково сечение трехжильного кабеля, который необходимо присоединить к трехфазному трансформатору номинальной

мощностью  $S_n = 50 \text{ ква}$ , напряжением  $U_n = 400 \text{ в}$ , если кабель должен быть проложен вместе с двумя другими кабелями в канале, где температура воздуха может достигать  $\vartheta_0 = 20^\circ$ ; расстояние между кабелями  $100 \text{ мм}$ ?

634. По линии трехфазного тока требуется передать активную мощность  $P = 80 \text{ кВт}$  при напряжении  $U_1 = 380 \text{ в}$  и коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,85$ . Определить сечение линии для различных видов проводки: 1) голыми воздушными проводами; 2) изолированными проводами; 3) однофазными кабелями; 4) трехфазными кабелями.

635. Рассчитать пропускную способность линии трехфазного тока сечением  $s = 50 \text{ мм}^2$ , выполненной: 1) голыми воздушными проводами; 2) изолированными проводами; 3) однофазными кабелями; 4) трехфазным кабелем, если известно, что напряжение линии  $U_n = 380 \text{ в}$  и коэффициент мощности  $\cos \varphi = 0,8$ .

636. Изолированный провод сечением  $s = 16 \text{ мм}^2$  нагружен током  $I = 80 \text{ а}$ . Определить наибольшую температуру  $\vartheta$  провода.

637. На сколько процентов увеличится нагрузка изолированных медных проводов, если они будут работать зимой со средней окружающей температурой  $+7^\circ$ ?

638. Согласно нормам (приложение 2) допускаемая нагрузка изолированного медного провода сечением  $s_1 = 16 \text{ мм}^2$  равна  $I_1 = 100 \text{ а}$ . Определить допускаемую нагрузку  $I_2$  изолированного медного провода сечением  $s_2 = 50 \text{ мм}^2$ , находящегося в тех же условиях.

639. Согласно нормам \* для голого медного провода сечением  $s = 25 \text{ мм}^2$  допускаемый ток  $I = 140 \text{ а}$ . Вычислить допускаемый ток для голого алюминиевого провода такого же сечения, находящегося в тех же условиях (удельная проводимость меди  $\gamma = 53 \text{ м/ом} \cdot \text{мм}^2$ , а алюминия  $\gamma_a = 32 \text{ м/ом} \cdot \text{мм}^2$ ).

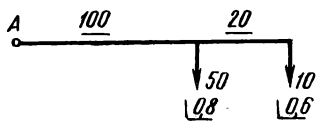


Рис. 326

640. Найти сечение медных изолированных проводов линии однофазного переменного тока, изображенной на рис. 326. Допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{дон}} = 3 \text{ в}$ . Нагрузки даны в амперах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности  $\cos \varphi$  нагрузок. Индуктивным сопротивлением проводов линии пренебречь.

641. Определить сечение медных изолированных проводов двухпроводной линии, изображенной на рис. 327, питающей три приемника. Напряжение линии  $U_n = 220 \text{ в}$ , а допускаемая потеря напряжения не должна превосходить  $\Delta U_{\text{дон}} = 11 \text{ в}$ . Нагрузки даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных

\* Приложение 10.

участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности  $\cos\varphi$  приемников. Угол  $\varphi_3 < 0$ , т. е. ток третьего приемника опережает напряжение. Провода проложены в трубе.

642. Дана линия постоянного тока с тремя нагрузками (рис. 328). Номинальное напряжение линии  $U_n = 220$  в. Нагрузки даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах. Вычислить сечение медных изолированных проводов

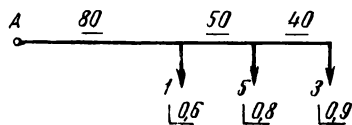


Рис. 327

линии при условии, чтобы допускаемая потеря напряжения не превышала  $\Delta U_{\text{доп}} \% = 2\%$ .

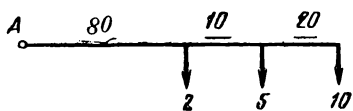


Рис. 328

643. По условию задачи 642 определить сечение медных изолированных проводов линий постоянного тока, если потеря мощности в линии не должна превышать  $\Delta P \% = 2\%$ .

644. Каково сечение медных изолированных проводов осветительной линии, изображенной на рис. 329. Номинальное напряжение линии  $U_n = 127$  в. Допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{доп}} = 1,2$  в. Нагрузки даны в ваттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах.

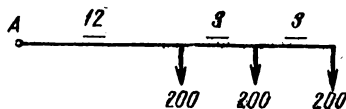


Рис. 329

645. Дана двухпроводная линия (рис. 330) с номинальным напряжением  $U_n = 6$  кВ. Нагрузки выражены в амперах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах. Рассчитать сечение проводов этой линии на наименьший расход меди, если допускаемая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{доп}} \% = 8\%$ . Коэффициенты мощности нагрузок равны единице.

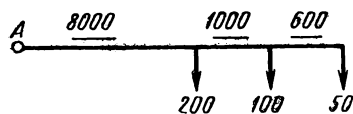


Рис. 330

646. Дана двухпроводная линия (рис. 331) с номинальным напряжением  $U_n = 6$  кВ. Нагрузки выражены в амперах. Подчеркнутые цифры означают расстояния в метрах. Рассчитать сечение проводов этой линии на наименьший расход меди, если допускаемая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{доп}} \% = 8\%$ . Коэффициенты мощности нагрузок равны единице.

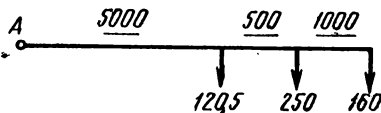


Рис. 331

647. Согласно нормам (приложение 10) для голого алюминиевого провода сечением  $s = 35$  мм<sup>2</sup> при температуре провода

$\vartheta = 70^\circ$  и температуре окружающего воздуха  $\vartheta_0 = 25^\circ$  допускается ток  $I = 170$  а. Определить наибольшую допускаемую нагрузку в амперах при температуре провода  $\vartheta' = 85^\circ$  и температуре окружающего воздуха  $\vartheta_0 = 25^\circ$ .

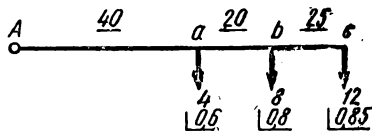


Рис. 332

648. Вычислить сечение медных изолированных проводов линии однофазного переменного тока (рис. 332) при условии, чтобы потеря мощности не превышала  $\Delta P \% = 5\%$ . Номинальное напряжение линии  $U_n = 220$  в. Нагрузки даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности приемников.

Решение. Токи приемников:

$$i_1 = \frac{P_1}{U_n \cos \varphi_1} = \frac{4000}{220 \cdot 0,6} = 30,3 \text{ а};$$

$$i_2 = \frac{P_2}{U_n \cos \varphi_2} = \frac{8000}{220 \cdot 0,8} \approx 45,5 \text{ а};$$

$$i_3 = \frac{P_3}{U_n \cos \varphi_3} = \frac{12000}{220 \cdot 0,85} = 64,2 \text{ а}.$$

Активные и реактивные составляющие токов приемников:

$$i_{a1} = i_1 \cos \varphi_1 = 30,3 \cdot 0,6 \approx 18,2 \text{ а};$$

$$i_{a2} = i_2 \cos \varphi_2 = 45,5 \cdot 0,8 = 36,4 \text{ а};$$

$$i_{a3} = i_3 \cos \varphi_3 = 64,2 \cdot 0,85 \approx 54,6 \text{ а};$$

$$i_{p1} = i_1 \sin \varphi_1 = 30,3 \cdot 0,8 \approx 24,2 \text{ а};$$

$$i_{p2} = i_2 \sin \varphi_2 = 45,5 \cdot 0,6 = 27,3 \text{ а};$$

$$i_{p3} = i_3 \sin \varphi_3 = 64,2 \cdot 0,527 = 33,8 \text{ а}.$$

Активная и реактивная составляющие тока на участке Aa:

$$I_{a1} = i_{a1} + i_{a2} + i_{a3} = 18,2 + 36,4 + 54,6 = 109,2 \text{ а};$$

$$I_{p1} = i_{p1} + i_{p2} + i_{p3} = 24,2 + 27,3 + 33,8 = 85,3 \text{ а}.$$

Ток, проходящий по участку Aa,

$$I_1 = \sqrt{I_{a1}^2 + I_{p1}^2} = \sqrt{109,2^2 + 85,3^2} = 138,6 \text{ а}.$$

Активная и реактивная составляющие тока на участке ab:

$$I_{a2} = i_{a2} + i_{a3} = 36,4 + 54,6 = 91 \text{ а};$$

$$I_{p2} = i_{p2} + i_{p3} = 27,3 + 33,8 = 61,1 \text{ а}.$$

Ток, проходящий по участку  $ab$ ,

$$I_2 = \sqrt{I_{a2}^2 + I_{p2}^2} = \sqrt{91^2 + 61,1^2} = 109,5 \text{ а.}$$

Ток, проходящий по участку  $bc$ ,

$$I_3 = \sqrt{I_{a3}^2 + I_{p3}^2} = i_3 = 64,2 \text{ а.}$$

Коэффициенты мощности отдельных участков линии:

$$\cos \varphi_{Aa} = \frac{I_{a1}}{I_1} = \frac{109,2}{138,6} = 0,787;$$

$$\cos \varphi_{ab} = \frac{I_{a2}}{I_2} = \frac{91}{109,5} = 0,831;$$

$$\cos \varphi_{bc} = \cos \varphi_3 = 0,85.$$

Мощность, потребляемая приемниками,

$$P = p_1 + p_2 + p_3 = 4 + 8 + 12 = 24 \text{ кВт.}$$

Потеря мощности в линии

$$\Delta P = \frac{\Delta P \% P}{100} = \frac{5 \cdot 24 000}{100} = 1200 \text{ вт} = 1,2 \text{ кВт.}$$

Потерю мощности можно представить в другом виде:

$$\Delta P = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 + r_3 I_3^2. \quad (85)$$

При одинаковом сечении проводов сопротивления отдельных участков линии будут равны:

$$r_1 = \frac{2l_1}{\gamma s}; \quad r_2 = \frac{2l_2}{\gamma s}; \quad r_3 = \frac{2l_3}{\gamma s}. \quad (86)$$

Подставляя уравнения (86) в уравнение (85), получим:

$$\Delta P = \frac{2(I_1^2 l_1 + I_2^2 l_2 + I_3^2 l_3)}{\gamma s},$$

откуда

$$s = \frac{2(I_1^2 l_1 + I_2^2 l_2 + I_3^2 l_3)}{\gamma \Delta P}. \quad (87)$$

Подставляя данные значения, получим сечение провода линии:

$$s = \frac{2(138,6^2 \cdot 40 + 109,5^2 \cdot 20 + 64,2^2 \cdot 25)}{53 \cdot 1200} \approx 35 \text{ мм}^2.$$

Сечение проводов линии можно определить и по другой формуле, если вместо токов подставить мощности, тогда

$$s = \frac{2}{\gamma \Delta P U_n^2} \left( \frac{P_1^2 l_1}{\cos^2 \varphi_{Aa}} + \frac{P_2^2 l_2}{\cos^2 \varphi_{ab}} + \frac{P_3^2 l_3}{\cos^2 \varphi_{bc}} \right) =$$

$$= \frac{2 \cdot 1000^2}{53 \cdot 1200 \cdot 220^2} \left( \frac{24^2 \cdot 40}{0,787^2} + \frac{20^2 \cdot 20}{0,831^2} + \frac{12^2 \cdot 25}{0,85^2} \right) \approx 35 \text{ мм}^2$$

Полученное значение сечения провода необходимо проверить на нагрев. По приложению 2 для медного изолированного провода сечением  $s = 35 \text{ мм}^2$  наибольший допустимый ток  $170 \text{ а}$ , а в нашем случае ток, проходящий по первому участку,  $138,6 \text{ а}$ . Следовательно, выбранное сечение проводов удовлетворяет условию нагрева.

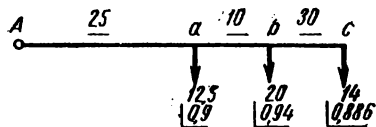


Рис. 333

649. Определить сечение медных изолированных проводов линии однофазного тока, изображенной на рис. 333, при условии, чтобы потеря мощности не превышала  $\Delta P \% = 3\%$ . Номинальное напряжение линии  $U_n = 220 \text{ в}$ .

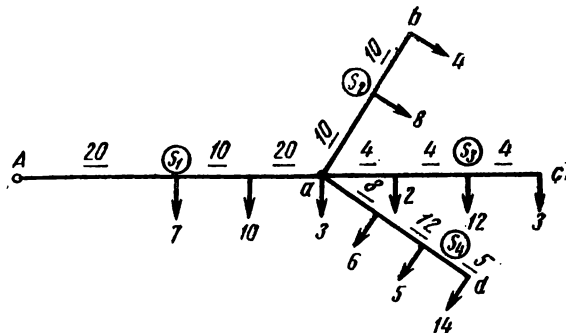


Рис. 334

Нагрузки даны в киловаттах, подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности приемников.

650. Вычислить сечения проводов сети постоянного тока (рис. 334), исходя из наименьшего расхода меди, если наибольшая допустимая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}} = 4,4 \text{ в}$ . Нагрузки даны в амперах, подчеркнутые цифры означают расстояние отдельных участков линии в метрах, буквы в кружках — сечение проводов линии. Сеть должна быть выполнена медными изолированными проводами.



**Решение.** Потеря напряжения в магистрали согласно формуле (58)

$$\Delta U_1 = \frac{\Delta U_{\text{дон}}}{1 + \sqrt{\frac{L_2'' \Sigma_2 i L + L_3'' \Sigma_3 i L + L_4'' \Sigma_4 i L}{L_1'' \Sigma_1 i L}}}.$$

Подставляя данные значения в формулу, получим потерю напряжения в линии  $Aa$ :

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= \frac{4,4}{1 + \sqrt{\frac{20(8 \cdot 10 + 4 \cdot 20) + 12(2 \cdot 4 + 12 \cdot 8 + 3 \cdot 12) + 25(6 \cdot 8 + 5 \cdot 20 + 14 \cdot 25)}{50(7 \cdot 20 + 10 \cdot 30 + 57 \cdot 50)}}} \approx \\ &\approx 3,32 \text{ в.} \end{aligned}$$

Сечение провода линии  $Aa$

$$s_1 = \frac{2 \Sigma_1 i L}{\gamma \Delta U_1} = \frac{2(7 \cdot 20 + 10 \cdot 30 + 57 \cdot 50)}{53 \cdot 3,32} \approx 37,4 \text{ мм}^2.$$

По приложению 2 ближайшее стандартное сечение  $s_1 = 35 \text{ мм}^2$ , тогда потеря напряжения в линии  $Aa$  будет равна:

$$\Delta U_1 = \frac{3,32 \cdot 37,4}{35} = 3,55 \text{ в.}$$

Потеря напряжения в ответвлениях

$$\Delta U_2 = \Delta U_3 = \Delta U_4 = \Delta U_{\text{дон}} - \Delta U_1 = 4,4 - 3,55 = 0,85 \text{ в.}$$

Сечения проводов ответвлений

$$s_2 = \frac{2 \Sigma_2 i L}{\gamma \Delta U_2} = \frac{2(8 \cdot 10 + 4 \cdot 20)}{53 \cdot 0,85} = 7,1 \text{ мм}^2,$$

берем  $s_2 = 10 \text{ мм}^2$ ;

$$s_3 = \frac{2 \Sigma_3 i L}{\gamma \Delta U_3} = \frac{2(2 \cdot 4 + 12 \cdot 8 + 3 \cdot 12)}{53 \cdot 0,85} = 6,2 \text{ мм}^2,$$

берем  $s_3 = 6 \text{ мм}^2$ ;

$$s_4 = \frac{2 \Sigma_4 i L}{\gamma \Delta U_4} = \frac{2(6 \cdot 8 + 5 \cdot 20 + 14 \cdot 25)}{53 \cdot 0,85} \approx 22,1 \text{ мм}^2,$$

берем  $s_4 = 25 \text{ мм}^2$ .

Проверим сечения проводов на нагрев.

Нормально проходящие токи по проводам с сечениями  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  и  $s_4$  соответственно равны: 74; 12; 17; 25 а, а наибольшие

допустимые токи согласно приложению 2: 170; 80; 50; 140 а. Следовательно, полученные сечения проводов удовлетворяют условию нагрева.

651. Определить сечения проводов сети постоянного тока (рис. 335) на наименьший расход меди, если наибольшая допускаемая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{доп}} = 8,8$  в. Нагрузки даны в амперах. Подчернутые цифры означают рас-

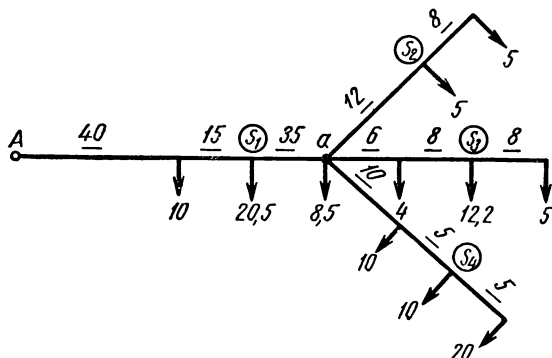


Рис. 335

стояние отдельных участков линии в метрах, буквы в кружках — сечение проводов линии. Сеть должна быть выполнена медными изолированными проводами.

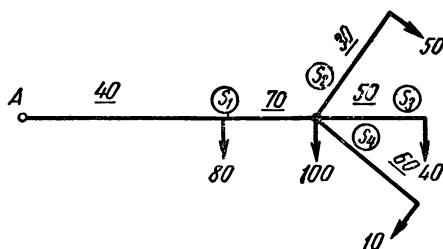


Рис. 336

652. Определить сечения проводов сети постоянного тока, изображенной на рис. 336, исходя из наименьшего расхода меди. Нагрузки даны в амперах. Подчернутые цифры означают расстояние отдельных участков линии в метрах, буквы в кружках — сечение проводов линии. Допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{доп}} = 5$  в.

653. Рассчитать сечения проводов сети постоянного тока (рис. 337, а) по методу фиктивной длины. Номинальное напряжение сети  $U_n = 220$  в, допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{доп}} =$

$= 4,4$  в. Нагрузки даны в амперах. Подчернутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах.

**Решение.** Метод фиктивной длины заключается в том, что все ответвления заменяем одним фиктивным (эквивалентным)

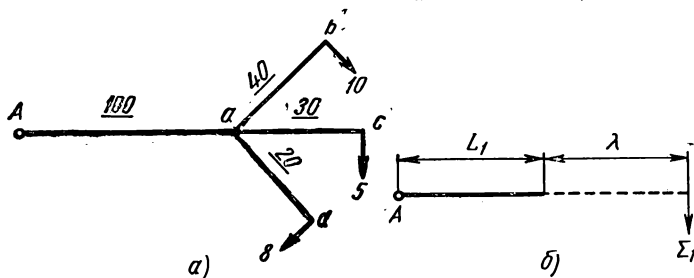


Рис. 337

ответвлением определенной длины. Будем исходить из выведенного уравнения (57') согласно условию наименьшего расхода меди

$$\frac{L_1 \Sigma_1 i L}{\Delta U_1^2} = \frac{L_2 \Sigma_2 i L}{(\Delta U_{\text{дон}} - \Delta U_1)^2} + \frac{L_3 \Sigma_3 i L}{(\Delta U_{\text{дон}} - \Delta U_1)^2} + \frac{L_4 \Sigma_4 i L}{(\Delta U_{\text{дон}} - \Delta U_1)^2}, \quad (88)$$

где  $L_1$  — длина магистрали  $Aa$  (главного провода);

$L_2, L_3, L_4$  — длины ответвлений  $ab, ac, ad$ ;

$\Delta U_1$  — потеря напряжения в магистрали, в.

Так как в нашем случае в каждом ответвлении имеется только по одной нагрузке, то уравнение (88) примет следующий вид:

$$\frac{L_1^2 \Sigma_1 i}{\Delta U_1^2} = \frac{L_2^2 i_2 + L_3^2 i_3 + L_4^2 i_4}{(\Delta U_{\text{дон}} - \Delta U_1)^2},$$

откуда

$$\frac{L_1^2}{\Delta U_1^2} = \frac{L_2^2 i_2 + L_3^2 i_3 + L_4^2 i_4}{(\Delta U_{\text{дон}} - \Delta U_1)^2 \Sigma_1 i}.$$

Извлекая из обеих частей уравнения корень квадратный, получим:

$$\frac{L_1}{\Delta U_1} = \frac{1}{\Delta U_{\text{дон}} - \Delta U_1} \cdot \sqrt{\frac{L_2^2 i_2 + L_3^2 i_3 + L_4^2 i_4}{\Sigma_1 i}} = \frac{1}{\Delta U_{\text{дон}} - \Delta U_1} \lambda$$

или

$$\frac{L_1}{\lambda} = \frac{\Delta U_1}{\Delta U_{\text{дон}} - \Delta U_1}, \quad (89)$$

где  $\lambda = \sqrt{\frac{L_2^2 i_2 + L_3^2 i_3 + L_4^2 i_4}{\Sigma_1 i}}$  — фиктивная длина провода, имеющего сечение  $s_1$ , одинаковое с магистралью.

Уравнение (89) можно представить в таком виде:

$$\frac{L_1 + \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta U_{\partial on}}{\Delta U_{\partial on} - \Delta U_1}$$

или

$$\frac{L_1 + \lambda}{\Delta U_{\partial on}} = \frac{\lambda}{\Delta U_{\partial on} - \Delta U_1}. \quad (90)$$

Умножая обе части уравнения (90) на  $2 \frac{\Sigma_1 i}{\gamma}$ , получим сечение провода магистрали:

$$s_1 = \frac{2(L_1 + \lambda)}{\gamma \Delta U_{\partial on}} \Sigma_1 i = \frac{2\lambda \Sigma_1 i}{\gamma (\Delta U_{\partial on} - \Delta U_1)} = \frac{2L_1 \Sigma_1 i}{\gamma \Delta U_1}. \quad (91)$$

Таким образом, расчет разветвленной сети сводится к расчету неразветвленной сети длиной  $L_1 + \lambda$  с нагрузкой в конце (рис. 337, б). Определив сечение провода магистрали  $s_1$ , вычисляем  $\Delta U_1$  и  $\Delta U_2 = \Delta U_3 = \Delta U_4 = \Delta U_{\partial on} - \Delta U_1$ , а потом и сечения ответвлений.

Данный метод удовлетворяет условию наименьшего расхода проводящего материала.

На практике часто фиктивную длину определяют по приближенной формуле:

$$\lambda \approx \frac{L_2 i_2 + L_3 i_3 + L_4 i_4}{\Sigma_1 i}.$$

Сначала рассчитаем сечение проводов по точной формуле, а затем по приближенной и сравним полученные результаты между собой.

Фиктивная длина

$$\lambda = \sqrt{\frac{40^2 \cdot 10 + 30^2 \cdot 5 + 20^2 \cdot 8}{10 + 5 + 8}} = 32,1 \text{ м.}$$

Сечение провода магистрали

$$s_1 = \frac{2(100 + 32,1)}{53 \cdot 4,4} \cdot (10 + 5 + 8) = \frac{2 \cdot 132,1 \cdot 23}{53 \cdot 4,4} \approx 26 \text{ мм}^2.$$

Ближайшее стандартное сечение  $s_1 = 25 \text{ мм}^2$ .

Потеря напряжения в магистрали

$$\Delta U_1 = \frac{2L_1 \Sigma_1 i}{\gamma s_1} = \frac{2 \cdot 100 \cdot 23}{53 \cdot 25} \approx 3,47 \text{ в.}$$

Потеря напряжения в ответвлениях

$$\Delta U_2 = \Delta U_3 = \Delta U_4 = \Delta U_{\partial on} - \Delta U_1 = 4,4 - 3,47 = 0,93 \text{ в.}$$

Сечения проводов ответвлений:

$$s_2 = \frac{2L_2 i_2}{\gamma \Delta U_2} = \frac{2 \cdot 40 \cdot 10}{53 \cdot 0,93} \approx 16,2 \text{ мм}^2,$$

$$s_3 = \frac{2L_3 i_3}{\gamma \Delta U_3} = \frac{2 \cdot 30 \cdot 5}{53 \cdot 0,93} \approx 6,1 \text{ мм}^2,$$

$$s_4 = \frac{2L_4 i_4}{\gamma \Delta U_4} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 8}{53 \cdot 0,93} \approx 6,4 \text{ мм}^2.$$

Ближайшие стандартные сечения по приложению 2:

$$s_2 = 16 \text{ мм}^2; s_3 = 6 \text{ мм}^2; s_4 = 6 \text{ мм}^2.$$

По приближенной формуле фиктивная длина

$$\lambda \approx \frac{L_2 i_2 + L_3 i_3 + L_4 i_4}{i_2 + i_3 + i_4} = \frac{40 \cdot 10 + 30 \cdot 5 + 20 \cdot 8}{10 + 5 + 8} \approx 30,7 \text{ м.}$$

Сечение провода магистрали в этом случае

$$s_1 = \frac{2(100 + 30,7)}{53 \cdot 4,4} \cdot 23 = 25,7 \text{ мм}^2.$$

Берем  $s_1 = 25 \text{ мм}^2$ .

Так как сечение проводов магистрали получилось то же самое, что и по точной формуле, то сечения проводов ответвлений получатся такими же, как и выше. В дальнейшем будем пользоваться приближенной формулой для определения фиктивной длины.

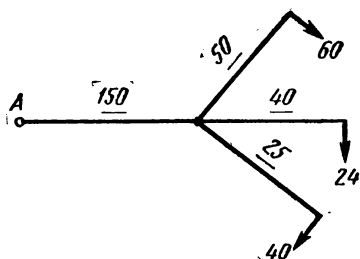


Рис. 338

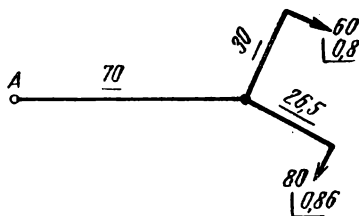


Рис. 339

654. Вычислить сечения проводов сети постоянного тока, изображенной на рис. 338, по методу фиктивной длины. Номинальное напряжение сети  $U_n = 220 \text{ в}$ , допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{доп}} = 4,4 \text{ в}$ . Нагрузки даны в амперах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах.

655. На рис. 339 изображена однофазная линия, питающая два электродвигателя. Нагрузки даны в амперах. Подчеркнутые

цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности двигателей. Определить сечения  $s_1, s_2, s_3$  проводов магистрали и ответвлений по способу фиктивной длины при условии, что

допускаемая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}} = 5$  в.

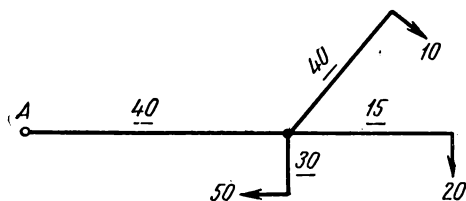


Рис. 340

656. Определить сечения проводов двухпроводной сети (рис. 340) на наименьший расход меди по способу фиктивной длины, если допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{дон}} = 4,4$  в.

Нагрузки даны в амперах. Подчернутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах.

657. Найти распределение токов  $I_A, I_B$  и определить сечение медных изолированных проводов двухпроводной линии, питаемой с обоих концов (рис. 341).

Нагрузки даны в амперах. Подчернутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах. Коэффициент мощности приемников одинаков и равен единице. Напряжения питающих пунктов  $U_A = U_B = 220$  в, допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{дон}} = 6,6$  в.

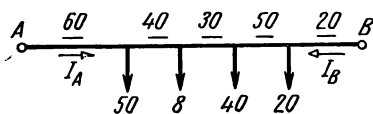


Рис. 341

658. По условию задачи 657 найти распределение токов  $I_A, I_B$  и определить потерю напряжения  $\Delta U$  в двухпроводной линии, если напряжения питающих пунктов будут различны, т. е.  $U_A = 220$  в и  $U_B = 216$  в, сечение проводов линии  $s = 16$  мм<sup>2</sup>.

659. Найти распределение токов и напряжений для двухпроводной линии с тремя нагрузками, изображенной на рис. 342, а.

Напряжение в конце линии  $U_2 = 3000$  в. Сечение проводов линии по всей длине одинаково и равно 16 мм<sup>2</sup>. Нагрузки даны в киловаттах. Подчернутые

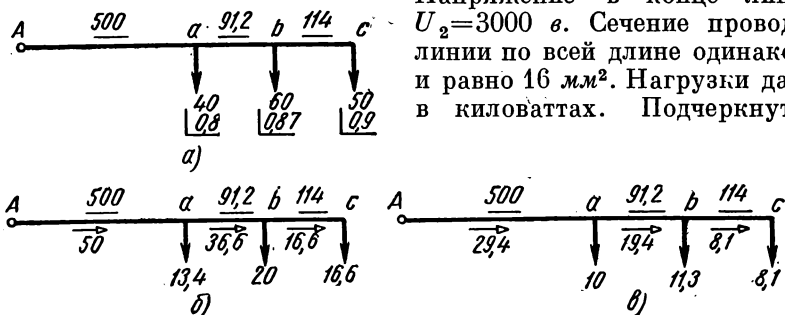


Рис. 342

цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности приемников.

**Р е ш е н и е.** Токи приемников:

$$i_1 = \frac{p_1}{U_2 \cos \varphi_1} = \frac{40\,000}{3000 \cdot 0,8} \approx 16,7 \text{ а};$$

$$i_2 = \frac{p_2}{U_2 \cos \varphi_2} = \frac{60\,000}{3000 \cdot 0,87} \approx 23 \text{ а};$$

$$i_3 = \frac{p_3}{U_2 \cos \varphi_3} = \frac{50\,000}{3000 \cdot 0,9} \approx 18,5 \text{ а}.$$

Разложим токи приемников на активные и реактивные составляющие:

$$i_{a1} = i_1 \cos \varphi_1 = 16,7 \cdot 0,8 \approx 13,4 \text{ а};$$

$$i_{a2} = i_2 \cos \varphi_2 = 23 \cdot 0,87 \approx 20 \text{ а};$$

$$i_{a3} = i_3 \cos \varphi_3 = 18,5 \cdot 0,9 \approx 16,6 \text{ а};$$

$$i_{p1} = i_1 \sin \varphi_1 = 16,7 \cdot 0,6 = 10 \text{ а};$$

$$i_{p2} = i_2 \sin \varphi_2 = 23 \cdot 0,492 = 11,3 \text{ а};$$

$$i_{p3} = i_3 \sin \varphi_3 = 18,5 \cdot 0,436 \approx 8,1 \text{ а}.$$

Активная составляющая тока на участке  $Aa$

$$I_{a1} = i_{a1} + i_{a2} + i_{a3} = 13,4 + 20 + 16,6 = 50 \text{ а}.$$

Активная составляющая тока на участке  $ab$

$$I_{a2} = i_{a2} + i_{a3} = 20 + 16,6 = 36,6 \text{ а}.$$

Активная составляющая тока на участке  $bc$

$$I_{a3} = i_{a3} = 16,6 \text{ а}.$$

Реактивные составляющие токов на отдельных участках линии:

$$I_{p1} = i_{p1} + i_{p2} + i_{p3} = 10 + 11,3 + 8,1 = 29,4 \text{ а};$$

$$I_{p2} = i_{p2} + i_{p3} = 11,3 + 8,1 = 19,4 \text{ а};$$

$$I_{p3} = i_{p3} = 8,1 \text{ а}.$$

Распределение активных и реактивных составляющих токов изображено на рис. 342, *б* и *в*. Чтобы получить токи на отдельных участках линии, мы должны произвести геометрическое сложение активной и реактивной составляющих (налагая друг на друга токораспределение для обоих случаев). Определение токов отдельных участков линии может быть произведено также аналитически. Воспользуемся последним способом как более точным.

Ток, проходящий по участку  $Aa$ ,

$$I_1 = \sqrt{I_{a1}^2 + I_{p1}^2} = \sqrt{50^2 + 29,4^2} = 58 \text{ а.}$$

Коэффициент мощности на участке  $Aa$

$$\cos \varphi_{Aa} = \frac{I_{a1}}{I_1} = \frac{50}{58} = 0,862.$$

Ток, проходящий по участку  $ab$ ,

$$I_2 = \sqrt{I_{a2}^2 + I_{p2}^2} = \sqrt{36,6^2 + 19,4^2} = 41,4 \text{ а.}$$

Коэффициент мощности на участке  $ab$

$$\cos \varphi_{ab} = \frac{I_{a2}}{I_2} = \frac{36,6}{41,4} = 0,884.$$

Ток, проходящий по участку  $bc$ ,

$$I_3 = \sqrt{I_{a3}^2 + I_{p3}^2} = i_3 = 18,5 \text{ а.}$$

Коэффициент мощности на участке  $bc$

$$\cos \varphi_{bc} = \frac{I_{a3}}{I_3} = \frac{16,6}{18,5} = 0,9.$$

Определим напряжение в начале линии по формуле

$$U_1 = \sqrt{(U_2 + r_1 I_1 \cos \varphi_{Aa} + r_2 I_2 \cos \varphi_{ab} + r_3 I_3 \cos \varphi_{bc})^2 + (r_1 I_1 \sin \varphi_{Aa} + r_2 I_2 \sin \varphi_{ab} + r_3 I_3 \sin \varphi_{bc})^2}.$$

Подставим в эту формулу численные значения:

$$r_1 = \frac{2l_1}{\gamma s} = \frac{2 \cdot 500}{53 \cdot 16} \approx 1,18 \text{ ом;}$$

$$r_2 = \frac{2l_2}{\gamma s} = \frac{2 \cdot 91,2}{53 \cdot 16} \approx 0,215 \text{ ом;}$$

$$r_3 = \frac{2l_3}{\gamma s} = \frac{2 \cdot 114}{53 \cdot 16} \approx 0,269 \text{ ом;}$$

$$I_1 \cos \varphi_{Aa} = 58 \cdot 0,862 = 50 \text{ а;}$$

$$I_2 \cos \varphi_{ab} = 36,6 \text{ а;}$$

$$I_3 \cos \varphi_{bc} = 16,6 \text{ а;}$$

$$I_1 \sin \varphi_{Aa} = 29,4 \text{ а;}$$

$$I_2 \sin \varphi_{ab} = 19,4 \text{ а;}$$

$$I_3 \sin \varphi_{bc} = 8,1 \text{ а,}$$



получим:

$$U_1 = \sqrt{(3000 + 1,18 \cdot 50 + 0,215 \cdot 36,6 + 0,269 \cdot 16,6)^2 + (1,18 \cdot 29,4 + 0,215 \cdot 19,4 + 0,269 \cdot 8,1)^2} = 3071 \text{ в.}$$

Потеря напряжения в линии

$$\Delta U = U_1 - U_2 = 3071 - 3000 = 71 \text{ в.}$$

На практике обычно редко применяют точную формулу. Потерю напряжения в линии определяют по приближенной формуле:

$$\Delta U = r_1 I_1 \cos \varphi_{Aa} + r_2 I_2 \cos \varphi_{ab} + r_3 I_3 \cos \varphi_{bc} = 1,18 \cdot 58 \times \\ \times 0,862 + 0,215 \cdot 41,4 \cdot 0,884 + 0,269 \cdot 18,5 \cdot 0,9 = 71,4 \text{ в.}$$

Из полученного результата видно, что приближенная формула дает вполне достаточную точность.

660. Найти распределение токов и напряжений для двухпроводной линии с тремя нагрузками, изображенной на рис. 343. Напряжение в конце линии  $U_2 = 6 \text{ кв.}$  Сечение медных изолированных проводов линии по всей длине одинаково и равно  $s = 25 \text{ мм}^2$ . Нагрузки даны в киловаттах.

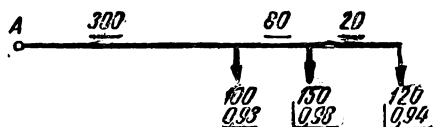


Рис. 343

Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности приемников.

661. На рис. 344 показана линия однофазного тока, питающая с двух сторон три приемника. Напряжения питающих пунктов одинаковы и равны  $U_A = U_B = 220 \text{ в.}$  Нагрузки даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности приемников. Найти токи на отдельных участках линии и определить сечение проводов линии, если допустимая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}} \% = 5 \%$ . Индуктивным сопротивлением проводов линии пренебречь.

Р е ш е н и е. Потеря напряжения в вольтах

$$\Delta U_{\text{дон}} = \frac{\Delta U_{\text{дон}} \% U_A}{100} = \frac{5 \cdot 220}{100} = 11 \text{ в.}$$

Токи приемников:

$$i_1 = \frac{P_1}{U_2 \cos \varphi_1} = \frac{5000}{220 \cdot 0,8} = 28,4 \text{ а;}$$

$$i_2 = \frac{p_2}{U_2 \cos \varphi_2} = \frac{2000}{220 \cdot 0,76} = 11,96 \text{ а} \approx 12 \text{ а};$$

$$i_3 = \frac{p_3}{U_2 \cos \varphi_3} = \frac{6000}{220 \cdot 0,86} = 31,7 \text{ а}.$$

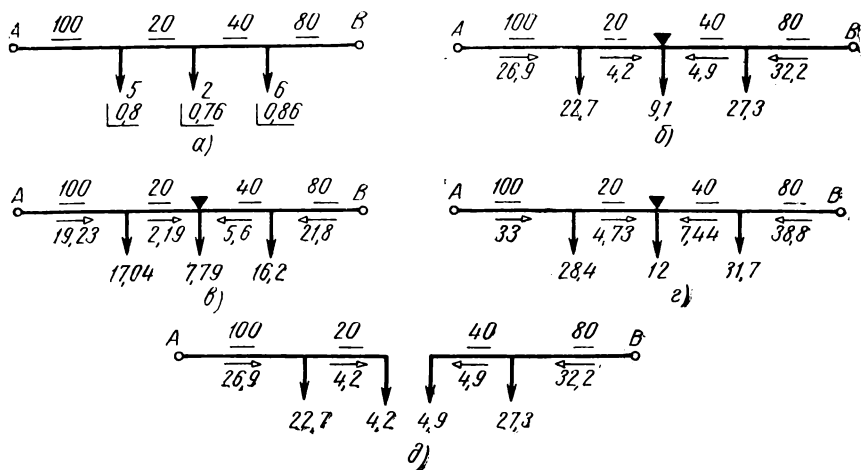


Рис. 344

Разложим токи приемников на активные и реактивные составляющие:

$$i_{a1} = i_1 \cos \varphi_1 = 28,4 \cdot 0,8 \approx 22,7 \text{ а};$$

$$i_{a2} = i_2 \cos \varphi_2 = 12 \cdot 0,76 \approx 9,1 \text{ а};$$

$$i_{a3} = i_3 \cos \varphi_3 = 31,7 \cdot 0,86 \approx 27,3 \text{ а};$$

$$i_{p1} = i_1 \sin \varphi_1 = 28,4 \cdot 0,6 = 17,04 \text{ а};$$

$$i_{p2} = i_2 \sin \varphi_2 = 12 \cdot 0,649 = 7,79 \text{ а};$$

$$i_{p3} = i_3 \sin \varphi_3 = 31,7 \cdot 0,51 \approx 16,2 \text{ а}.$$

Активная составляющая тока питающего пункта A

$$I_{aA} = \frac{i_{a1}L'_1 + i_{a2}L'_2 + i_{a3}L'_3}{L} = \frac{22,7 \cdot 140 + 9,1 \cdot 120 + 27,3 \cdot 80}{240} = 26,9 \text{ а}.$$

Реактивная составляющая тока питающего пункта A

$$\dot{I}_{pA} = \frac{i_{p1}L'_1 + i_{p2}L'_2 + i_{p3}L'_3}{L} = \frac{17,04 \cdot 140 + 7,79 \cdot 120 + 16,2 \cdot 80}{240} = 19,23 \text{ а}.$$

Активная составляющая тока питающего пункта  $B$

$$I_{aB} = \frac{i_{a1}L_1 + i_{a2}L_2 + i_{a3}L_3}{L} = \frac{22,7 \cdot 100 + 9,1 \cdot 120 + 27,3 \cdot 160}{240} \approx 32,2 \text{ а.}$$

Реактивная составляющая тока питающего пункта  $B$

$$I_{pB} = \frac{i_{p1}L_1 + i_{p2}L_2 + i_{p3}L_3}{L} = \frac{17,04 \cdot 100 + 7,79 \cdot 120 + 16,2 \cdot 160}{240} = 21,8 \text{ а.}$$

Следовательно, распределение активных и реактивных составляющих токов приемников может быть изображено на рис. 344, б и в.

Токи, проходящие по отдельным участкам линии:

$$I_1 = \sqrt{I_{a1}^2 + I_{p1}^2} = \sqrt{26,9^2 + 19,23^2} \approx 33 \text{ а;}$$

$$I_2 = \sqrt{I_{a2}^2 + I_{p2}^2} = \sqrt{4,2^2 + 2,19^2} = 4,73 \text{ а;}$$

$$I_3 = \sqrt{I_{a3}^2 + I_{p3}^2} = \sqrt{4,9^2 + 5,6^2} = 7,44 \text{ а;}$$

$$I_4 = \sqrt{I_{a4}^2 + I_{p4}^2} = \sqrt{32,2^2 + 21,8^2} = 38,8 \text{ а.}$$

Распределение токов по участкам показано на рис. 344, г. Знак  $\blacktriangledown$  показывает точку токораздела; в этой точке мысленно можно разрезать провод, приведя его к виду, изображенному на рис. 344, д.

Сечение провода (если оно по всей длине одинаково) получается одинаковым при подсчете провода слева и справа:

$$s = \frac{2(i_{a1}L_1 + i_{a2}L_2)}{\gamma \Delta U_{\text{дон}}} = \frac{2(22,7 \cdot 100 + 4,2 \cdot 120)}{53 \cdot 11} = 9,5 \text{ мм}^2.$$

Выбираем ближайшее стандартное сечение провода  $s = 10 \text{ мм}^2$ .

Проверим полученное сечение провода на нагрев. По приложению 2 для медного изолированного провода сечением  $s = 10 \text{ мм}^2$  наибольший допустимый ток равен 80 а, а ток, проходящий по первому участку, равен 33 а. Следовательно, полученное сечение проводов линии удовлетворяет условию нагрева.

662. На рис. 345 показана линия однофазного тока, питающая с двух сторон три приемника. Напряжения питающих пунктов одинаковы и равны  $U_A = U_B = 380 \text{ в}$ . Нагрузки даны в киловаттах. Подчернутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\text{L}$ , — коэффициенты мощности приемников. Найти токи на отдельных участках линии и определить сечение медных изолированных

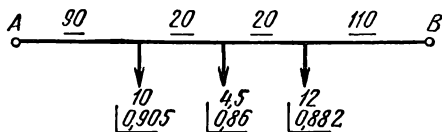


Рис. 345

проводов линии, если допускаемая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}}\% = 5\%$ . Индуктивным сопротивлением проводов линии пренебречь.

663. Каково сечение медных изолированных проводов, подводящих энергию к трехфазному асинхронному двигателю номинальной мощностью  $P_{2\kappa} = 45 \text{ кВт}$  и напряжением  $U_{\kappa} = 220 \text{ в}$ , если расстояние от трансформаторной подстанции до двигателя  $l = 120 \text{ м}$ , допускаемая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}}\% = 5\%$ , коэффициент полезного действия двигателя  $\eta = 88\%$ , а коэффициент мощности  $\cos \varphi_1 = 0,83$ ? Индуктивным сопротивлением проводов линии пренебречь.

664. Предположим, что в задаче 642 изображена линия не постоянного тока, а линия трехфазного переменного тока с линейным напряжением  $U_{\kappa} = 220 \text{ в}$ . Определить сечение трехжильного кабеля, если допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{дон}}\% = 2,2\%$ , а коэффициент мощности каждого приемника равен единице. Нагрузки даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах. Кабель следует взять с медными жилами.

665. В сеть трехфазного тока с номинальным напряжением  $U_{\kappa} = 127 \text{ в}$  включены треугольником 60 ламп накаливания мощностью по  $100 \text{ вт}$  каждая (нагрузка симметричная). Вычислить сечение медных изолированных проводов линии, подводящей ток к лампам, если длина ее  $l = 20 \text{ м}$ , а допускаемая потеря напряжения в линии не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}} = 1,2 \text{ в}$ .

666. По условию задачи 665 определить сечение проводов магистрали, если лампы накаливания включены звездой. Предположим, что напряжение ламп  $U_{\kappa} = 127 \text{ в}$ , а допускаемая потеря напряжения в линии  $\Delta U_{\text{дон}} = 1,2 \text{ в}$ .

667. В четырехпроводную трехфазную сеть включены равномерно лампы накаливания. Найти сечение медных изолированных проводов, если допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{дон}} = 2 \text{ в}$ , расстояние от питающего пункта до ламп  $l = 60 \text{ м}$ , фазный ток  $I_{\phi} = 10 \text{ а}$ .

668. По условию задачи 667 определить сечение медных изолированных проводов, если лампы накаливания будут включены треугольником в трехпроводную трехфазную сеть.

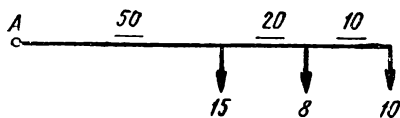


Рис. 346

669. Вычислить сечения медных изолированных проводов четырехпроводной линии, изображенной на рис. 346, при условии, чтобы допускаемая потеря

напряжения не превышала  $\Delta U_{\text{дон}}\% = 2,5\%$ . Напряжение сети  $380/220 \text{ в}$ . Нагрузки даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах. Коэффициент мощности каждой нагрузки равен единице.

670. Каково сечение четырехжильного кабеля для четырехпроводной сети трехфазного тока, питающей лампы накаливания (рис. 347)? Напряжение на зажимах питающего трансформатора 400/231 в, допускаемая потеря напряжения в магистрали  $\Delta U_{\text{дон}} \% = 3\%$ . Нагрузки даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков магистрали в метрах. Кабель взят с медными жилами.

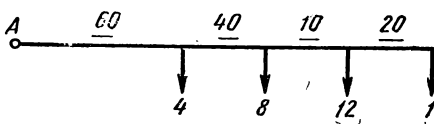


Рис. 347

671. Определить сечение трехжильного кабеля для передачи мощности  $P = 100 \text{ кВт}$  на расстояние  $l = 450 \text{ м}$  при напряжении  $U_1 = 380 \text{ в}$  и коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,9$ , если потеря мощности не должна превышать  $\Delta P \% = 3\%$ .

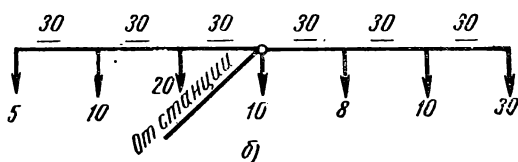
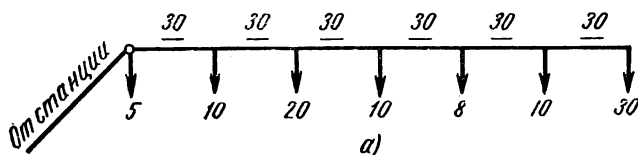


Рис. 348

672. Вычислить сечение одножильного кабеля с медной жилой при передаче мощности, указанной в задаче 671, по однофазной системе. Какова экономия меди при применении трехфазной системы по сравнению с однофазной?

673. Определить сечение проводов трехфазной сети, изображенной на рис. 348, а также выяснить, где лучше расположить питающий пункт, в начале или посередине линии? Нагрузки даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах. Номинальное напряжение сети  $U_n = 220 \text{ в}$ , коэффициент мощности каждого приемника равен единице, допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{дон}} \% = 5\%$ .

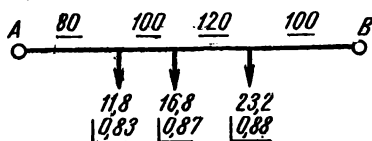


Рис. 349

674. Найти сечение проводов трехфазной линии (рис. 349), питающей с двух сторон три асин-

хронных двигателя при номинальном напряжении  $U_n = 380$  в при условии, что допускаемая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}} \% = 5\%$ . Мощности, подводимые к двигателям, даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\lfloor$ , — значения коэффициентов мощности двигателей. Индуктивным сопротивлением проводов линии пренебречь.

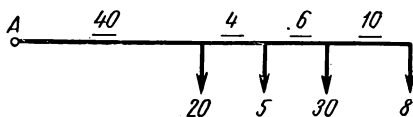


Рис. 350

фазного тока, изображенной на рис. 350, питающей четыре приемника; допускаемая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}} = 2,2$  в. Нагрузки даны в амперах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах. Коэффициент мощности каждого приемника равен единице.

676. От заводской трансформаторной подстанции с напряжением  $U_1 = 230$  в подается энергия в сборочный цех, в котором установлены три трехфазных асинхронных двигателя и 21 лампа накаливания. Общая мощность цеха  $P = 20$  кВт при коэффициенте мощности  $\cos \varphi = 0,85$ . Каково сечение трехжильного кабеля с медными жилами для магистрали, если расстояние от подстанции до цеха  $l = 150$  м? Напряжение на зажимах двигателей и ламп  $U_2 = 220$  в. Индуктивным сопротивлением кабеля пренебречь.

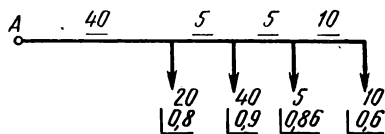


Рис. 351

677. На рис. 351 изображена трехфазная сеть, питающая четыре приемника. Номинальное напряжение сети  $U_n = 120$  в, допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{дон}} \% = 5\%$ . Нагрузки даны в амперах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии, цифры, отмеченные знаком  $\lfloor$ , — значения коэффициентов мощности приемников. Определить сечения проводов линии, если:

- 1) провода вдоль линии имеют одинаковое сечение;
- 2) сечение проводов по отдельным участкам линии взять, исходя из наименьшего расхода меди. Индуктивным сопротивлением проводов пренебречь.

Решение. 1) Найдем сечение проводов, если они имеют одинаковое сечение.

Потеря напряжения в линии

$$\Delta U_{\text{дон}} = \frac{\Delta U_{\text{дон}} \% U_n}{100} = \frac{5 \cdot 120}{100} = 6 \text{ в.}$$

Разложим токи приемников на активные и реактивные составляющие:

$$\begin{aligned}i_{a1} &= i_1 \cos \varphi_1 = 20 \cdot 0,8 = 16 \text{ а}; \\i_{a2} &= i_2 \cos \varphi_2 = 40 \cdot 0,9 = 36 \text{ а}; \\i_{a3} &= i_3 \cos \varphi_3 = 5 \cdot 0,86 = 4,3 \text{ а}; \\i_{a4} &= i_4 \cos \varphi_4 = 10 \cdot 0,6 = 6 \text{ а}; \\i_{p1} &= i_1 \sin \varphi_1 = 20 \cdot 0,6 = 12 \text{ а}; \\i_{p2} &= i_2 \sin \varphi_2 = 40 \cdot 0,436 \approx 17,4 \text{ а}; \\i_{p3} &= i_3 \sin \varphi_3 = 5 \cdot 0,51 = 2,55 \text{ а}; \\i_{p4} &= i_4 \sin \varphi_4 = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ а}.\end{aligned}$$

Сечение провода линии

$$\begin{aligned}s &= \frac{\sqrt{3}(i_{a1}L_1 + i_{a2}L_2 + i_{a3}L_3 + i_{a4}L_4)}{\gamma \Delta U_{\partial on}} = \\&= \frac{\sqrt{3}(16 \cdot 40 + 36 \cdot 45 + 4,3 \cdot 50 + 6 \cdot 60)}{53 \cdot 6} = 15,4 \text{ мм}^2.\end{aligned}$$

По приложению 2 выбираем ближайшее стандартное сечение  $s = 16 \text{ мм}^2$ . Проверяем его на нагрев.

Активная и реактивная составляющие тока на первом участке:

$$\begin{aligned}I_{a1} &= i_{a1} + i_{a2} + i_{a3} + i_{a4} = 16 + 36 + 4,3 + 6 = 62,3 \text{ а}; \\I_{p1} &= i_{p1} + i_{p2} + i_{p3} + i_{p4} = 12 + 17,4 + 2,55 + 8 = 39,95 \text{ а} \approx 40 \text{ а}.\end{aligned}$$

Ток, проходящий по первому участку,

$$I_1 = \sqrt{I_{a1}^2 + I_{p1}^2} = \sqrt{62,3^2 + 40^2} \approx 74 \text{ а}.$$

Наибольший допустимый ток по медному изолированному проводу сечением  $s = 16 \text{ мм}^2$  равен  $100 \text{ а}$  согласно приложению 2, поэтому данное сечение определено правильно.

Вес меди трех проводов

$$G_1 = 3ls\gamma \cdot 10^{-3} = 3 \cdot 60 \cdot 16 \cdot 8,9 \cdot 10^{-3} \approx 25,6 \text{ кг}.$$

2) Определим сечения проводов линии, если они по ее отдельным участкам взяты, исходя из наименьшего расхода меди.

Активные составляющие токов на отдельных участках линии:

$$\begin{aligned}I_{a1} &= i_{a1} + i_{a2} + i_{a3} + i_{a4} = 16 + 36 + 4,3 + 6 = 62,3 \text{ а}; \\I_{a2} &= i_{a2} + i_{a3} + i_{a4} = 36 + 4,3 + 6 = 46,3 \text{ а}; \\I_{a3} &= i_{a3} + i_{a4} = 4,3 + 6 = 10,3 \text{ а}; \\I_{a4} &= i_{a4} = 6 \text{ а}.\end{aligned}$$

Чтобы определить сечения проводов отдельных участков линии, необходимо сначала найти постоянную по формуле (52):

$$k_i = \frac{\sqrt{3} \Sigma \sqrt{I_{ai}} l}{\gamma \Delta U_{\partial on}} = \frac{\sqrt{3}}{\gamma \Delta U_{\partial on}} (\sqrt{I_{a1}} l_1 + \sqrt{I_{a2}} l_2 + \sqrt{I_{a3}} l_3 + \sqrt{I_{a4}} l_4) = \frac{\sqrt{3}}{53 \cdot 6} (\sqrt{62,3} \cdot 40 + \sqrt{46,3} \cdot 5 + \sqrt{10,3} \cdot 5 + \sqrt{6} \cdot 10) \approx 2,12.$$

Сечения проводов отдельных участков линии:

$$s_1 = k_i \sqrt{I_{a1}} = 2,12 \sqrt{62,3} \approx 16 \text{ мм}^2;$$

$$s_2 = k_i \sqrt{I_{a2}} = 2,12 \sqrt{46,3} = 14,4 \text{ мм}^2,$$

берем  $s_2 = 16 \text{ мм}^2$ ;

$$s_3 = k_i \sqrt{I_{a3}} = 2,12 \sqrt{10,3} \approx 6 \text{ мм}^2;$$

$$s_4 = k_i \sqrt{I_{a4}} = 2,12 \sqrt{6} = 5,19 \text{ мм}^2,$$

берем  $s_4 = 6 \text{ мм}^2$ .

Вес меди трех проводов линии

$$G_2 = 3 (l_1 s_1 + l_2 s_2 + l_3 s_3 + l_4 s_4) \gamma \cdot 10^{-3} = \\ = 3 (40 \cdot 16 + 5 \cdot 16 + 5 \cdot 6 + 10 \cdot 6) \cdot 8,9 \cdot 10^{-3} \approx 21,6 \text{ кг}.$$

Сравнительно с первым вариантом расчета экономия меди составит:

$$G = G_1 - G_2 = 25,6 - 21,6 = 4 \text{ кг}$$

или в процентах:

$$\frac{4}{25,6} \cdot 100 \approx 15,6 \%.$$

Таким образом, при расчете на наименьший расход проводящего материала получается некоторая экономия, поэтому этот способ расчета на практике получил широкое применение.

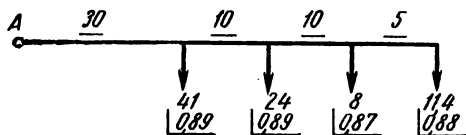


Рис. 352

678. На рис. 352 изображена трехфазная сеть, питающая четыре приемника. Номинальное напряжение сети  $U_n = 220 \text{ В}$ ,

допускаемая потеря напряжения  $\Delta U_{\partial on} \% = 4\%$ . Нагрузки даны в амперах. Подчернутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности приемников. Определить сечения



проводов линии, если: 1) они вдоль всей линии имеют одинаковое сечение; 2) они на отдельных участках линии взяты, исходя из условия наименьшего расхода меди.

679. На рис. 353 изображена трехфазная линия, питающая лампы накаливания. Вычислить сечения проводов линии и ответвлений по методу фиктивной длины, если допустимая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}} = 2,2$  в. Нагрузки даны в амперах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах.

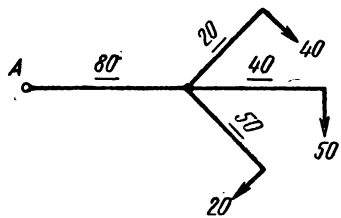


Рис. 353

680. Найти сечение проводов трехфазной линии (рис. 354), питающей три асинхронных двигателя при напряжении  $U_n = 220$  в, если допустимая потеря напряжения  $\Delta U_{\text{дон}} \% = 5\%$ . Номинальные мощности двигателей даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности двигателей; коэффициенты полезного

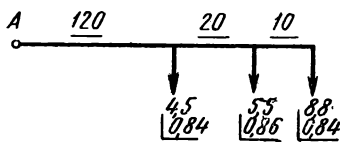


Рис. 354

действия двигателей соответственно равны:

$$\eta_1 = 80\%; \eta_2 = 84\% \text{ и } \eta_3 = 88,5\%.$$

Индуктивным сопротивлением проводов линии пренебречь.

681. Определить сечения проводов трехфазной сети, изображенной на рис. 355, исходя из наименьшего расхода меди, если известно, что номинальное напряжение сети  $U_n = 220$  в, коэффициент мощности каждого приемника равен единице (чисто активная нагрузка), допустимая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}} \% = 3\%$ . Нагрузки даны в киловаттах. Подчеркнутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах.

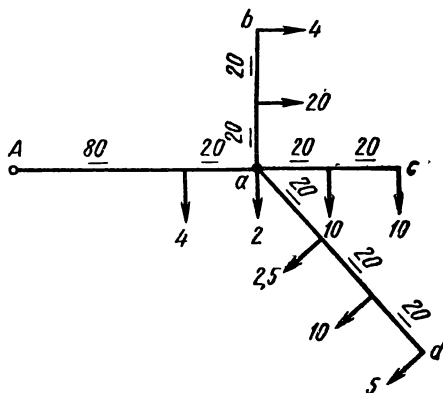


Рис. 355

Сеть должна быть выполнена медными изолированными проводами.

Решение. Допустимая потеря напряжения

$$\Delta U_{\text{дон}} = \frac{\Delta U_{\text{дон}} \% U_n}{100} = \frac{3 \cdot 220}{100} = 6,6 \text{ в.}$$

Потеря напряжения в проводах линии  $Aa$

$$\Delta U_1 = \frac{\Delta U_{\partial on}}{1 + \sqrt{\frac{L_2'' \Sigma_2 i L + L_3'' \Sigma_3 i L + L_4'' \Sigma_4 i L}{L_1'' \Sigma_1 i L}}}$$

или, выражая слагаемые в киловатт-метрах, получим:

$$\Delta U_1 = \frac{\Delta U_{\partial on}}{1 + \sqrt{\frac{L_2'' \Sigma_2 p L + L_3'' \Sigma_3 p L + L_4'' \Sigma_4 p L}{L_1'' \Sigma_1 p L}}} =$$

$$= \frac{6,6}{1 + \sqrt{\frac{40(20 \cdot 20 + 4 \cdot 40) + 40(10 \cdot 20 + 10 \cdot 40) + 60(2,5 \cdot 20 + 10 \cdot 40 + 5 \cdot 60)}{100(4 \cdot 80 + 63,5 \cdot 100)}}} \approx 4,82 \text{ в.}$$

Сечение провода линии  $Aa$

$$s_1 = \frac{(p_1' L_1' + p_1'' L_1'')}{\gamma \Delta U_1 U_n} = \frac{(4 \cdot 80 + 63,5 \cdot 100) 1000}{53 \cdot 4,82 \cdot 220} = 118,7 \text{ мм}^2.$$

Выбираем ближайшее стандартное сечение провода линии  $Aa$   
 $s_1 = 120 \text{ мм}^2$ , тогда потеря напряжения в линии

$$\Delta U_1 = \frac{4,82 \cdot 118,7}{120} \approx 4,77 \text{ в.}$$

Потеря напряжения в ответвлениях

$$\Delta U_2 = \Delta U_3 = \Delta U_4 = \Delta U_{\partial on} - \Delta U_1 = 6,6 - 4,77 = 1,83 \text{ в.}$$

Сечения проводов ответвлений:

$$s_2 = \frac{(p_2' L_2' + p_2'' L_2'')}{\gamma \Delta U_2 U_n} = \frac{(20 \cdot 20 + 4 \cdot 40) 1000}{53 \cdot 1,83 \cdot 220} \approx 25 \text{ мм}^2;$$

$$s_3 = \frac{(10 \cdot 20 + 10 \cdot 40) 1000}{53 \cdot 1,83 \cdot 220} \approx 28,1 \text{ мм}^2.$$

По приложению 2 выбираем ближайшее стандартное сечение  
 $s_3 = 35 \text{ мм}^2$

$$s_4 = \frac{(2,5 \cdot 20 + 10 \cdot 40 + 5 \cdot 60) 1000}{53 \cdot 1,83 \cdot 220} \approx 35 \text{ мм}^2.$$

Проверим полученные сечения проводов на нагрев.  
 Токи в ответвлениях:

$$I_2 = \frac{24 \cdot 1000}{\sqrt{3} \cdot 220} \approx 63 \text{ а;}$$

$$I_3 = \frac{20 \cdot 1000}{\sqrt{3} \cdot 220} \approx 52,5a;$$

$$I_4 = \frac{17,5 \cdot 1000}{\sqrt{3} \cdot 220} \approx 46a.$$

Ток в линии

$$I_1 = \frac{6 \cdot 1000}{\sqrt{3} \cdot 220} + 63 + 52,5 + 46 \approx 177,3a.$$

По приложению 2 для медного изолированного провода сечением  $s_1 = 120 \text{ мм}^2$  наибольший допустимый ток  $385a$ . Для провода сечением  $s_3 = 35 \text{ мм}^2$  наибольший допустимый ток  $170a$ .

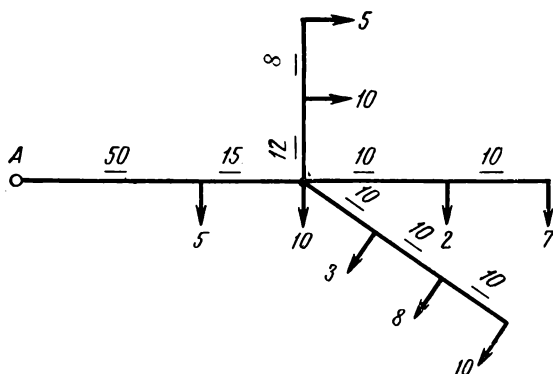


Рис. 356

Таким образом, выбранные сечения проводов удовлетворяют условию нагрева.

682. Определить сечения проводов трехфазной сети, изображенной на рис. 356, на наименьший расход меди, если номинальное напряжение сети  $U_n = 220 \text{ в}$ , коэффициент мощности каждого приемника равен единице (чисто активная нагрузка), допустимая потеря напряжения не должна превышать  $\Delta U_{\text{дон}} \% = 2,5 \%$ . Нагрузки даны в киловаттах. Подчернутые цифры означают

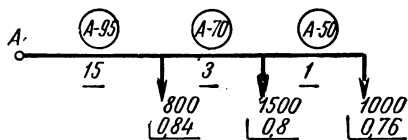


Рис. 357

длины отдельных участков линии в метрах. Сеть должна быть выполнена медными изолированными проводами.

683. Чему равна потеря напряжения в воздушной линии трехфазного тока с номинальным напряжением  $U_n = 10 \text{ кВ}$ , изображенной на рис. 357? Сечения алюминиевых проводов даны на схеме сети. Провода расположены по вершинам равностороннего тре-

угольника со сторонами 1 м. Нагрузки даны в киловаттах. Подчернутые цифры означают длины отдельных участков линии в километрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности.

684. Вычислить наибольшую величину потери напряжения для разомкнутой разветвленной сети трехфазного тока с номинальным напряжением  $U_n = 220$  в (рис. 358).

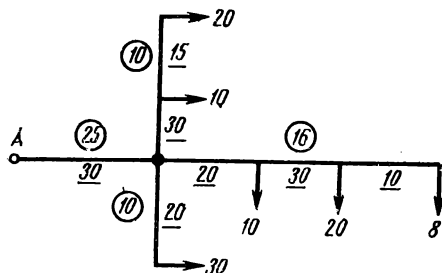


Рис. 358

Сеть выполнена голыми медными проводами, сечения которых показаны на схеме сети. Нагрузки даны в амперах. Подчернутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры в кружках — сечения медных проводов, нагрузки чисто активные.

685. Определить сечение проводов воздушной сети

трехфазного тока с номинальным напряжением  $U_n = 10$  кВ (рис. 359). Линия должна быть выполнена алюминиевыми проводами одного сечения со среднегеометрическим расстоянием между осями проводов 1 м. Нагрузки даны в киловаттах. Подчернутые цифры означают длины отдельных участков линии в километрах. Цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности.

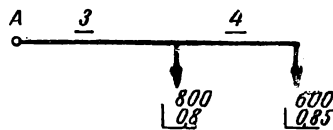


Рис. 359

Допускаемая потеря напряжения не должна превышать 5% от номинального напряжения сети.

686. Найти сечения проводов воздушной сети трехфазного тока с номинальным напряжением  $U_n = 380$  в (рис. 360) двумя

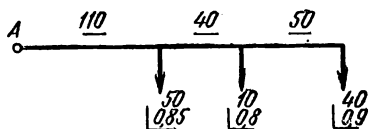


Рис. 360

способами: а) исходя из постоянного сечения вдоль линии, б) исходя из наименьшего расхода металла вдоль линии. Линия должна быть выполнена алюминиевыми проводами со среднегеометрическим расстоянием между осями

проводов 0,6 м. Нагрузки даны в киловаттах. Подчернутые цифры означают длины отдельных участков линии в метрах, цифры, отмеченные знаком  $\perp$ , — значения коэффициентов мощности. Допускаемая потеря напряжения не должна быть больше 5% от номинального напряжения сети.

---

## Глава шестнадцатая

### ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ОСВЕЩЕНИЕ

#### 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Световым потоком называется мощность лучистой энергии, оцениваемая по световому ощущению, которое она производит.

Силой света называется отношение светового потока  $dF$  к телесному углу  $d\omega$ , в котором он распространяется,

$$I = \frac{dF}{d\omega}, \quad (1)$$

где  $I$  — сила света, *св*,

т. е. сила света есть пространственная плотность светового потока, излучаемого источником. Сила света относится к определенному направлению в пространстве. Это направление определяется осью бесконечно малого телесного угла  $d\omega$ , в пределах которого излучается световой поток  $dF$ . При равномерном распределении светового потока  $F$  в пределах телесного угла  $\omega$  сила света  $I$  определяется по формуле

$$I = \frac{F}{\omega}, \quad (2)$$

где  $F$  — световой поток, *лм*;

$\omega$  — телесный угол, *рад*.

Телесным или пространственным углом называется часть пространства, имеющая свою вершину в центре сферы и опирающаяся на ее поверхность. Величина телесного угла измеряется отношением площади сферы, на которую он опирается, к квадрату ее радиуса:

$$\omega = \frac{S}{r^2}, \quad (3)$$

где  $S$  — площадь сферы;

$r$  — радиус сферы.

Средней сферической силой света называется отношение полного потока  $F$  источника света к полному телесному углу, равному  $4\pi$  стерадианов,

$$I_0 = \frac{F}{4\pi}, \quad (4)$$

где  $I_0$  — средняя сферическая сила света, *св*.

Следовательно, средняя сферическая сила света есть сила света такого условного точечного источника света, световой поток которого равен световому потоку данного источника, но излучается равномерно по всем направлениям. Если обозначим через  $F_{\bigcirc}$  и  $F_{\ominus}$  световые потоки, излучаемые источником света в верхнюю и нижнюю полусферы (относительно горизонтальной плоскости), то отношения

$$I_{\bigcirc} = \frac{F_{\bigcirc}}{2\pi} \quad (5)$$

и

$$I_{\ominus} = \frac{F_{\ominus}}{2\pi} \quad (6)$$

носят названия верхней  $I_{\bigcirc}$  и нижней  $I_{\ominus}$  полусферических сил света.

Яркостью называется отношение силы света в данном направлении к проекции светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную к тому же направлению,

$$B = \frac{dI}{dS \cos \alpha}, \quad (7)$$

где  $B$  — яркость, *св/м<sup>2</sup>* или *нт* (нит);

$\alpha$  — угол между перпендикуляром к светящейся поверхности и направлением силы света (или, что то же, направление яркости).

При равномерно светящейся плоской площадке  $S$  яркость определяется по формуле

$$B = \frac{I}{S \cos \alpha}. \quad (8)$$

Если источники света и освещенные тела, отражающие или пропускающие свет, имеют практически одинаковую яркость независимо от направления, то такие поверхности называются равнояркими во всех направлениях или диффузными.

Следовательно, для плоской поверхности, равнояркой во всех направлениях, будем иметь следующее соотношение:

$$B = \frac{I_{\alpha}}{S \cos \alpha} = \frac{I_{\max}}{S} = \text{const},$$

отсюда

$$I_{\alpha} = I_{\max} \cos \alpha. \quad (9)$$

Это уравнение показывает, что плоская поверхность, равнояркая во всех направлениях, излучает свет по закону косинуса.

Световой поток, излучаемый такой поверхностью, равен силе света в перпендикулярном направлении, умноженной на  $\pi$ , т. е.

$$F = \pi I_{\max}. \quad (10)$$

Так как яркость светящейся поверхности в общем случае может быть неодинакова по разным направлениям пространства, то указывают не только величину яркости, но и ее направление.

Следует отметить, что понятия яркости и светности (см. далее) относятся не только к самостоятельно светящимся поверхностям, но также и к поверхностям, отражающим или пропускающим световой поток, падающий на них от какого-либо источника света.

Освещенностью называется отношение светового потока  $dF$  к площади освещаемой им поверхности  $dS$ :

$$E = \frac{dF}{dS}, \quad (11)$$

где  $E$  — освещенность, лк,

т. е. освещенность есть поверхностная плотность светового потока.

При равномерном распределении светового потока по поверхности освещенность определяется по формуле

$$E = \frac{F}{S}. \quad (12)$$

Освещенность в какой-либо точке поверхности можно выразить и через силу света источника. Предположим, что точечный источник  $O$ , помещенный в центре сферы радиуса  $L$ , освещает элемент поверхности  $dS$  (рис. 361), расположенный наклонно к направлению падающего на него светового потока  $dF$ , заключенного внутри телесного угла  $d\omega$ , тогда на основании соотношения (3)

$$d\omega = \frac{dS'}{L^2} = \frac{dS \cos \beta}{L^2},$$

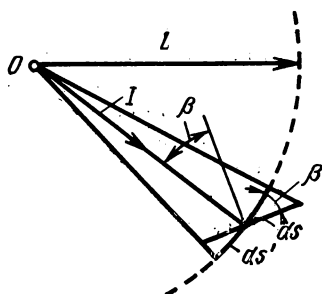


Рис. 361

где  $\beta$  — угол между перпендикуляром к элементу поверхности и направлению силы света, град.;

$L$  — расстояние от освещаемой точки до источника света, м.

Так как световой поток, падающий на элемент поверхности  $dS$ , равен:

$$dF = Id\omega = \frac{IdS \cos \beta}{L^2},$$

то освещенность элемента поверхности  $dS$  будет:

$$E = \frac{dF}{dS} = \frac{IdS \cos \beta}{L^2 dS} = \frac{I \cos \beta}{L^2}. \quad (13)$$

Из этого соотношения видно, что освещенность в данной точке пропорциональна силе света источника по направлению к ней, косинусу угла между падающим лучом и перпендикуляром к поверхности и обратно пропорциональна квадрату расстояния освещаемой точки от источника света.

**С в е т н о с т ь** — поверхностная плотность светового потока излучения, испускаемого поверхностью, равная отношению светового потока к площади светящейся поверхности:

$$R = \frac{dF}{dS}, \quad (14)$$

где  $R$  — светность, лм/м<sup>2</sup>;

$dS$  — площадь светящейся поверхности (испускающей, отражающей или пропускающей свет).

Если светность поверхности равномерная, то ее определяют по формуле

$$R = \frac{F}{S}. \quad (15)$$

Следовательно, светность подобна освещенности, но освещенность представляет собой поверхностную плотность светового потока, падающего на поверхность, а светность представляет собой поверхностную плотность светового потока, испускаемого светящейся поверхностью.

Если обозначить через  $\rho$  коэффициент отражения, а через  $\tau$  коэффициент пропускания, то можно написать следующие соотношения:

$$R = \rho E, \quad (16)$$

$$R = \tau E. \quad (17)$$

## 2. ОТРАЖЕНИЕ, ПОГЛОЩЕНИЕ И ПРОПУСКАНИЕ СВЕТОВОГО ПОТОКА

Световой поток, падающий на тело, в общем случае частью отражается, частью пропускается и частью поглощается.

**К о э ф ф и ц и е н т о т р а ж е н и я**  $\rho$  — величина, харак-



теризующая свойства поверхности среды или тела по отношению к падающему на них излучению, равная отношению потока отраженного излучения  $F_{отр}$  к потоку  $F_{пад}$ , упавшего на поверхность излучения:

$$\rho = \frac{F_{отр}}{F_{пад}}. \quad (18)$$

Коэффициент пропускания  $\tau$  — величина, характеризующая прозрачность среды или тела по отношению к падающему на них излучению, равная отношению потока излучения  $F_{прох}$ , прошедшего через данную среду (тело), к потоку излучения  $F_{пад}$ , упавшего на данную среду (тело):

$$\tau = \frac{F_{прох}}{F_{пад}}. \quad (19)$$

Коэффициент поглощения  $\alpha$  — величина, характеризующая способность среды или тела задерживать попавшее на них излучение, равная отношению потока излучения  $F_{погл}$ , поглощенного средой (телом), к потоку излучения  $F_{пад}$ , упавшему на данную среду (тело):

$$\alpha = \frac{F_{погл}}{F_{пад}}. \quad (20)$$

По закону сохранения энергии

$$F_{пад} = F_{отр} + F_{прох} + F_{погл}. \quad (21)$$

Разделив все члены этого уравнения на  $F_{пад}$ , получим:

$$\rho + \tau + \alpha = 1, \quad (22)$$

т. е. сумма коэффициентов отражения, пропускания и поглощения для данного тела равна единице.

### 3. ЛАМПЫ НАКАЛИВАНИЯ И ОСВЕТИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

Основными характеристиками ламп накаливания являются: 1) номинальное напряжение, 2) номинальная мощность, 3) номинальный световой поток, 4) номинальная световая отдача или удельная мощность, 5) нормированная продолжительность горения (расчетное время горения лампы при заданном напряжении до ее перегорания).

Эти характеристики относятся не только к лампам накаливания, но и к другим источникам света. В стандартах все характеристики даются для номинального напряжения, на которое рассчитана лампа (приложение 29).

Источник оптического излучения, который излучает в результате теплового излучения проводника, через который проходит электрический ток, называется *лампой накаливания*.

Лампа накаливания, в которой нить накала находится в атмосфере инертных газов, называется *газополной* (газонанполненной) *лампой*. Лампа накаливания\*, в которой нить накала находится в высоко разреженном газе, называется *вакуумной лампой*. Источник оптического излучения, который излучает в результате люминесценции, называется *люминесцентной лампой*. Люминесцентная лампа, которая излучает в результате люминесценции газа или паров металла под воздействием электрического разряда в них, называется *газоразрядной лампой*.

Полезный срок службы для люминесцентных ламп определяется как продолжительность горения люминесцентной лампы, в конце которого ее световой поток уменьшается до заданной величины по сравнению с номинальным световым потоком.

*Номинальная световая отдача лампы\*\** определяется как отношение номинального светового потока лампы к ее номинальной мощности  $P_A$ :

$$\eta_A = \frac{F_A}{P_A}, \quad (23)$$

где  $\eta_A$  — номинальная световая отдача лампы, *лм/вт*;

$F_A$  — номинальный световой поток лампы, *лм*;

$P_A$  — номинальная мощность, *вт*.

Световая отдача характеризует экономичность лампы, так как чем больший световой поток излучает лампа на 1 *вт*, тем она выгоднее.

*Удельной мощностью лампы* называется отношение мощности лампы к средней сферической силе света:

$$w = \frac{P_A}{I_0} \text{ [вт/св]}, \quad (24)$$

где  $w$  — удельная мощность лампы, *вт/св*.

*Осветительным (световым) прибором* называется совокупность источника света и осветительной арматуры, предназначенной для рационального перераспределения светового потока этого источника. Осветительные приборы делятся на две группы: осветительные приборы ближнего действия — *светильники* и осветительные приборы дальнего действия — *пржекторы*.

\* Вместо термина «лампа накаливания» будем употреблять термин «лампа».

\*\* В дальнейшем вместо термина «номинальная световая отдача лампы» будем употреблять термин «световая отдача лампы».

Основные характеристики светильников следующие: 1) кривая силы света; 2) к. п. д.; 3) защитный угол.

К. п. д. светильника называется отношение светового потока  $F_{св}$  светильника к полному световому потоку  $F_{л}$  находящейся в нем лампы:

$$\eta_{св} = \frac{F_{св}}{F_{л}}, \quad (25)$$

где  $\eta_{св}$  — коэффициент полезного действия светильника.

Величина к. п. д., характеризующая экономичность светильника, зависит от материала осветительной арматуры и конструкции светильника.

#### 4. ВЫБОР ВЫСОТЫ ПОДВЕСА СВЕТИЛЬНИКОВ И ИХ РАЗМЕЩЕНИЕ

В ы с о т а п о д в е с а есть расстояние от рабочей (расчетной) поверхности до центра источника света — светильника. Если в цехе имеются трансмиссии, вентиляционные трубы и т. п., то светильники следует располагать на уровне их или немного ниже, чтобы избежать затенения оборудования цеха. Если цех большой высоты и в нем имеется мостовой кран, то светильники следует располагать над краном на ферменных стяжках. В этом случае рекомендуется устанавливать на ферме крана дополнительные светильники или их следует располагать так, чтобы кран не мог затенять более одного светильника. Наименьшая допустимая высота подвеса светильника определяется нормами ограничения ослепленности.

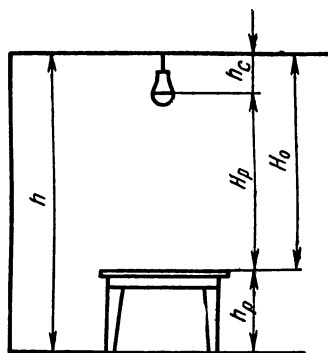


Рис. 362

Высота подвеса светильника над рабочей поверхностью (рис. 362) может быть определена по формуле

$$H_p = h - h_c - h_r, \quad (26)$$

где  $H_p$  — высота подвеса светильника над рабочей поверхностью (расчетная высота), м;

$h$  — высота помещения, м;

$h_c$  — свес, т. е. расстояние от потолка до центра источника света, м;

$h_r$  — высота рабочей поверхности над полом, м.

При выборе высоты подвеса светильника прямого света следует исходить из условия применения лампы наибольшей мощности,

допускаемой выбранным типом светильника, и из наивыгоднейшего отношения  $\frac{L}{H_p}$  (табл. 1).

При выборе высоты подвеса светильника рассеянного и отраженного света следует учитывать не только отношение  $\frac{L}{H_p}$ , но и отношение  $\frac{L}{h_c}$ , где  $L$  — расстояние между светильниками.

Чтобы получить достаточно равномерную освещенность потолка при светильниках преимущественно прямого света, отношение  $\frac{L}{h_c}$  должно быть не более 5—6; для светильников рассеянного света отношение  $\frac{L}{H_p} = 1,4—1,6$  или  $\frac{h_c}{H_0} = 0,20—0,25$ . Свес светильников при подвесе их к потолку составляет 0,3—1,5 м.

Система освещения, предназначенная для освещения всего помещения, называется **общим освещением**. При проектировании осветительных установок различают два способа размещения светильников общего освещения: **равномерное и локализованное**. При равномерном размещении расстояния между светильниками в каждом ряду и расстояния между рядами остаются неизменными. Равномерное расположение светильников применяется тогда, когда требуется обеспечить равномерность освещения по всей площади помещения, например сборочные, литейные и мартеновские цехи, склады, конторы и пр., а также при комбинированной системе освещения, т. е. при системе освещения, представляющей собой совокупность общего и местного освещения. В этом случае общее освещение служит дополнением к местному \*, например инструментальные и механические цехи.

Расстояние между светильниками при общем освещении зависит от их светораспределения, высоты подвеса, строительных особенностей помещения (например расположения колонн, строительных ферм и пр.), заданной освещенности, а также и от расположения оборудования. Следовательно, светильники могут быть размещены или по вершинам прямоугольника или по вершинам ромба (рис. 363). При размещении светильников по вершинам прямоугольника (рис. 363, а) наивыгоднейшее относительное расстояние \*\* между ними будет равно:

$$\left( \frac{L}{H_p} \right)_{\text{наиб}} = \frac{\sqrt{L_a L_b}}{H_p}, \quad (27)$$

\* Система освещения, предназначенная для освещения рабочей поверхности, называется **местным освещением**.

\*\* Относительным расстоянием между светильниками называется отношение расстояния между ними к высоте подвеса над освещаемой поверхностью.

где  $L_a$  и  $L_b$  — расстояние между светильниками по ширине и длине помещения, м.

Следует отметить, что при расположении светильников по вершинам прямоугольника наивыгоднейшим вариантом (наименьшая установленная мощность) будет размещение их по углам квадрата ( $L_a = L_b$ ); при размещении светильников по вершинам ромба (рис. 363, б)  $\left(\frac{L}{H_p}\right)_{наив} = \frac{L_a}{H_p}$ , причем следует стремиться к тому, чтобы  $L_a = L_c$ , что соответствует  $L_b = \sqrt{3}L_a$ . В табл. 4

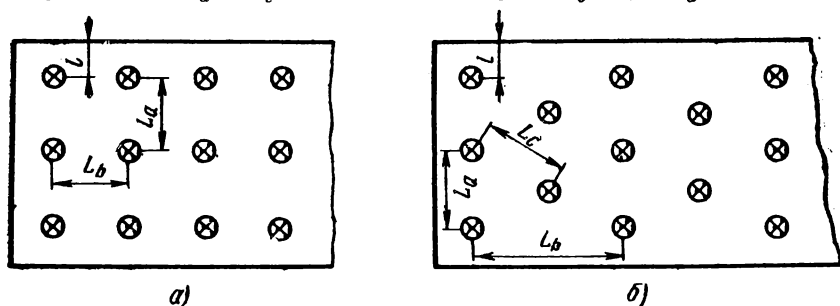


Рис. 363

приведены наивыгоднейшие относительные расстояния светильников при размещении их по вершинам квадрата и вершинам ромба \*.

Кроме расстояния между светильниками, нужно выбрать расстояние  $l$  от стен до крайнего ряда светильников (рис. 363). Это расстояние зависит от расположения рабочих поверхностей у стен помещения. Если рабочие поверхности расположены непосредственно у стен, то

$$l = (0,25 \div 0,3) L, \quad (28)$$

а при отсутствии рабочих поверхностей у стен

$$l = (0,4 \div 0,5) L, \quad (29)$$

где  $L$  — расстояние между светильниками, м.

Локализованное размещение светильников применяется в помещениях, в которых оборудование размещено несимметрично и местное освещение не применимо из экономических или производственных соображений (банкаброши, сельфакторы, сборочные конвейеры и пр.). Размещение светильников относительно рабочих поверхностей выбирается в каждом конкретном случае индивидуально на основе подробного знаком-

\* Епанешников М. М. и Соколов М. В. Электрическое освещение, под ред. проф. В. В. Мешкова, Госэнергоиздат, 1955.

ства с характером производственного процесса и конструктивными особенностями цеха.

Следует отметить, что при локализованном освещении отдельные светильники могут отличаться типом, мощностью или высотой подвеса.

Преимущества этого способа по сравнению с равномерным размещением: уменьшение установленной мощности и возможность получения желательного направления светового потока на рабочие поверхности\*.

Таблица 1

Наивыгоднейшие относительные расстояния между светильниками

Тип светильника	Относительное расстояние		Предельная ширина помещения, при которой целесообразно однорядное размещение
	мнгорядное расположе- ние	однорядное расположе- ние	
Шар молочного стекла, плафоны, фарфоровый и водопыленепроницаемый . . . . .	2,3—3,2	1,9—2,5	1,3 $H_p$
Универсаль без затенителя, Универсаль с опаловым и матированным затенителем . . . . .	1,8—2,5	1,8—2,0	1,2 $H_p$
Люцетта цельного стекла и Люцетта сборная, Глубокоизлучатель эмалированный . . . . .	1,6—1,8	1,5—1,8	1,0 $H_p$
Глубокоизлучатель зеркальный	1,2—1,4	1,2—1,4	0,75 $H_p$

Примечание. Первая цифра определяет наивыгоднейший вариант размещения, вторая — допустимый.

## 5. РАСЧЕТ ОСВЕЩЕНИЯ ПО МЕТОДУ КОЭФФИЦИЕНТА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СВЕТОВОГО ПОТОКА

Этот метод дает возможность определить световой поток ламп, необходимый для создания освещенности горизонтальной рабочей поверхности при симметричном расположении светильников с учетом света (светового потока), отраженного от стен и потолка. Следовательно, данный метод необходимо применять тогда, когда отраженный свет играет существенную роль, т. е. при освещении светильниками отраженного, преимущественно отраженного и рассеянного света, а в помещениях со светлыми стенами и потолками применяются также и светильники преимущественно прямого света. Следует отметить, что освещенность и число светильников выбираются до расчета.

\* Кнорринг Г. М. Справочник для проектирования электрического освещения, Госэнергоиздат, 1960.

Коэффициентом использования осветительной установки\* называется отношение светового потока излучения, падающего на рабочую поверхность, ко всему световому потоку источников света:

$$u = \frac{F_{\Sigma}}{nF_{\lambda}}, \quad (30)$$

где  $u$  — коэффициент использования осветительной установки;  
 $n$  — число источников света (светильников)\*\* в освещаемом помещении;

$F_{\Sigma}$  — световой поток излучения, падающий на рабочую (расчетную) поверхность, лм.

Величина коэффициента использования осветительной установки зависит от к. п. д. светильника, кривой силы света, высоты подвеса светильника над рабочей поверхностью, размеров помещения, окраски стен и потолка помещения.

Коэффициент использования осветительной установки определяется по таблицам, в которых для каждого типа светильника даются значения коэффициентов использования в зависимости от коэффициента отражения потолка ( $\rho_n$ ) и стен ( $\rho_{cm}$ ) и показателя помещения\*\*\* (приложение 20).

Показатель помещения определяется по формуле

$$\varphi = \frac{ab}{H_p(a+b)} = \frac{S}{H_p(a+b)}, \quad (31)$$

где  $a$  и  $b$  — длина и ширина освещаемого помещения, м;

$S$  — площадь освещаемого помещения, м<sup>2</sup>.

Так как изменение показателя помещения свыше пяти почти не влияет на коэффициент использования, то таблицы строятся только до этого предела. Поэтому, если по расчету показатель помещения получится больше пяти, то коэффициент использования определяется для  $\varphi = 5$ .

Найдя коэффициент использования осветительной установки и суммарный поток всех источников света, размещенных в освещаемом помещении, можно определить световой поток, падающий на рабочую поверхность, по формуле

$$F_{\Sigma} = unF_{\lambda}. \quad (32)$$

Зная световой поток  $F_{\Sigma}$ , падающий на рабочую поверхность,

\* Вместо термина «коэффициент использования осветительной установки» употребляется термин «коэффициент использования».

\*\* Как правило, каждый светильник имеет одну лампу.

\*\*\* Вместо термина «показатель помещения» употребляется также термин «индекс помещения».

равную площади пола помещения, можно найти среднюю освещенность:

$$E_{cp} = \frac{F_{\Sigma}}{S} = \frac{unF_{\lambda}}{S}, \quad (33)$$

где  $E_{cp}$  — средняя освещенность, лк.

Эта формула не учитывает снижения освещенности в период эксплуатации осветительных установок, поэтому в формулу (33) вводят коэффициент запаса освещенности  $k$  (табл. 2), который предусматривает увеличение нормированной освещенности с целью компенсации потерь светового потока в условиях эксплуатации. Коэффициентом запаса освещенности учитываются все факторы, влияющие на снижение освещенности в период эксплуатации, а именно: 1) уменьшение светового потока с течением времени, 2) загрязнение светильников, 3) загрязнение стен и потолка, 4) возможность снижения напряжения у отдаленных от питающего пункта ламп.

Таблица 2

Значения коэффициента запаса освещенности

Характеристика помещений	Коэффициент запаса освещенности		Срок чистки светильников
	при лампах накаливания	при люминесцентных лампах	
Помещения с большими выделениями пыли, дыма или копоти (помещения дробления руды или угля и т. п.) . . . . .	1,7	2	4 раза в месяц
Помещения со средними выделениями пыли, дыма или копоти (прокатные, деревообделочные цехи и т. п.) . . . . .	1,5	1,8	3 раза в месяц
Помещения с малыми выделениями пыли, дыма или копоти (механические цехи, бытовые помещения) . . . . .	1,3	1,5	2 раза в месяц
Наружное освещение светильниками . . . . .	1,3	1,5	3 раза в год
Прожекторное освещение . . . . .	1,5	—	3 раза в год

Для светильников общего освещения коэффициент запаса освещенности устанавливается согласно табл. 2 (СН-81—60).

В нормах указывается не средняя освещенность, а минимальная\*, поэтому вводят поправочный коэффициент, характеризующий равномерность освещения (табл. 3), который равен отноше-

\* Иногда вместо термина «минимальная освещенность» употребляется термин «нормированная освещенность», которая обозначается  $E_{норм}$ .



нию минимальной освещенности к средней:

$$z = \frac{E_{мин}}{E_{ср}} = \frac{E_{норм}}{E_{ср}},$$

где  $z$  — поправочный коэффициент;

$E_{мин}$  — минимальная освещенность, лк.

Этот коэффициент всегда меньше единицы, и численное значение его зависит от светораспределения (типа) светильников и их размещения в освещаемом помещении.

Таблица 3

Значения коэффициента  $z$  для различных светильников, соответствующие наивыгоднейшему размещению их

Тип светильника	Глубокоизлучатель		Универсаль			Любета цельного стекла	Шар молоч- ного стекла
	зеркаль- ный	эмалиро- ванный	без зате- нителя	с матиро- ванным затените- лем	с молоч- ным зате- нителем		
$z = \frac{E_{мин}}{E_{ср}}$	0,75	0,9	0,82	0,85	0,85	0,8	0,87

Если принять, что начальная средняя освещенность в установке равна  $E_{мин} \frac{k}{z}$ , то формулу (33) можно представить так:

$$E_{мин} \frac{k}{z} = \frac{unF_{л}}{S}, \quad (34)$$

откуда световой поток одной лампы \*

$$F_{л} = \frac{E_{мин}Sk}{unz}. \quad (35)$$

В настоящее время расчет освещенности методом коэффициента использования находит широкое применение в установках с люминесцентными лампами вследствие достаточно равномерного распределения потока по рабочей поверхности.

Последовательность расчета электрического освещения по методу коэффициента использования:

- 1) определяем показатель помещения  $\phi$  [формула (31)];
- 2) находим по таблице коэффициент использования осветительной установки  $u$ ;
- 3) находим поправочный коэффициент  $z$  по табл. 3;
- 4) выбираем коэффициент запаса освещенности  $k$  по табл. 2;

\* Если под  $z$  понимать отношение  $\frac{E_{ср}}{E_{мин}}$ , то формула (34) примет вид:

$$F_{л} = \frac{E_{мин}Skz}{un}. \quad (35')$$

5) устанавливаем норму освещенности, если она не задана;  
 6) определяем световой поток  $F_{\lambda}$  одной лампы [формула (35)];  
 7) по вычисленному световому потоку  $F_{\lambda}$  выбираем мощность  $P_{\lambda}$  стандартной лампы, при этом отклонение светового потока последней от расчетного в пределах от  $-10$  до  $+20\%$  считается допустимым. Если расчетный световой поток значительно отличается от ближайших стандартных световых потоков, то следует изменять число светильников, стремясь к лучшему совпадению;

8) подсчитываем общую установленную мощность по формуле

$$P = nP_{\lambda}; \quad (36)$$

9) подсчитываем удельную мощность осветительной установки, которая представляет собой отношение установленной мощности  $P$  осветительной установки к площади  $S$  освещаемой поверхности (освещаемого помещения):

$$p = \frac{P}{S}, \quad (37)$$

где  $p$  — удельная мощность,  $вт/м^2$ , т. е. удельная мощность есть число ватт, приходящееся на  $1 м^2$  освещаемой поверхности (площади помещения). Удельная мощность служит для оценки экономичности установки.

## 6. ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСТАНОВЛЕННОЙ МОЩНОСТИ\*

Этот метод основан на некоторых средних значениях коэффициентов использования осветительных установок, выполненных светильниками различных классов. Если необходимо ориентировочно определить установленную мощность для освещения, то, пользуясь данными приложений 21—25, в котором приведены значения наименьшей (нормированной) освещенности с равномерным размещением светильников и источников света различной мощности, можно найти установленную мощность по формуле

$$P_{\text{уcm}} = pS. \quad (38)$$

## 7. РАСЧЕТ ОСВЕЩЕНИЯ ПО ТОЧЕЧНОМУ МЕТОДУ\*\*

Этот метод применяется при определении светового потока ламп, необходимого для создания заданной освещенности независимо от расположения поверхности и светильников. При этом считают, что отраженный свет не играет значительной роли.

---

\* Метод удельной мощности.

\*\* Вместо термина «расчет освещения по точечному методу» употребляется термин «расчет освещения по силе света».

Следовательно, точечный метод дает хорошие результаты при светильниках прямого света, а также при светильниках преимущественно прямого света, если коэффициенты отражения стен и потолка небольшие. При произвольном расположении освещаемой поверхности по отношению к лучу света от точечного источника (рис. 364, а) освещенность в точке  $A$  определяется по формуле

$$E_A = \frac{I_\alpha \cos \beta}{L^2 k}, \quad (39)$$

где  $I_\alpha$  — сила света светильника по направлению к точке  $A$ , св;  
 $\beta$  — угол между направлением силы света (лучом света) в точку  $A$  и перпендикуляром  $N$  к освещаемой поверхности, град.;

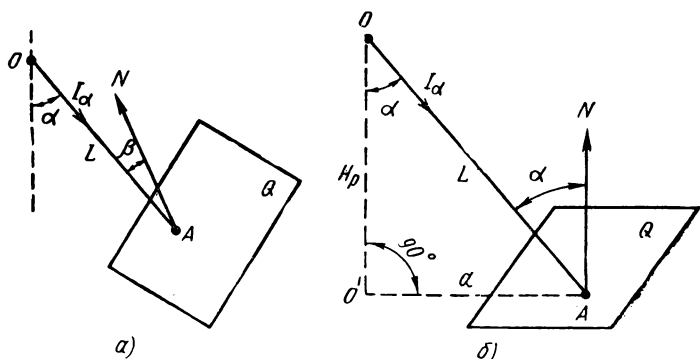


Рис. 364

$L$  — расстояние от светильника до освещаемой точки, м.

Если точка  $A$  освещается не одним, а несколькими светильниками, то общая освещенность точки  $A$  равна сумме освещенностей, создаваемых отдельными светильниками в этой точке:

$$E_{A \text{ общ}} = E_{A1} + E_{A2} + \dots + E_{An}, \quad (40)$$

где  $E_{A1}$ ,  $E_{A2}$ , ...,  $E_{An}$  — освещенности, создаваемые в точке  $A$  отдельными светильниками, лк.

Освещенность горизонтальной плоскости может быть определена по формуле (39), но ее можно привести к виду, более удобному для практических расчетов. Так как  $L = \frac{H_p}{\cos \alpha}$  (рис. 364, б), то

$$E_{Az} = \frac{I_\alpha \cos^3 \alpha}{H_p^2 k}, \quad (41)$$

где  $E_{Az}$  — горизонтальная освещенность в точке  $A$ , лк;

$\alpha$  — угол падения светового луча в расчетную точку, град.

Последовательность расчета горизонтальной освещенности от симметричных светильников общего освещения сводится к следующему:

1) определяем тангенс угла падения светового луча в расчетную точку:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{d}{H_p},$$

где  $d$  — расстояние между проекцией оси симметрии светильника на горизонтальную плоскость и точкой, в которой определяется освещенность;

2) зная  $\operatorname{tg} \alpha$  по приложению 28, находим угол  $\alpha$  и  $\cos^3 \alpha$ ;

3) по кривой силы света заданного светильника находим силу света  $I_\alpha$  для найденного угла  $\alpha$  (приложение 26);

4) подсчитываем освещенность по формуле (41).

Следует обратить внимание, что найденная освещенность правильна для условной лампы со световым потоком, равным 1000 лм, так как кривая силы света светильника строится для этого потока. Поэтому при проверке освещенности в осветительной установке с выбранной мощностью ламп в формулу (41) вводят коэффициент  $m$ , который равен отношению потока  $F_\lambda$  данной лампы к 1000, т. е.  $m = \frac{F_\lambda}{1000}$ . Следовательно,

$$E_{A2} = \frac{I_\alpha \cos^3 \alpha}{H_p^2 k} m. \quad (42)$$

### Задачи

687. Определить световой поток  $F_\lambda$  лампы, если средняя сферическая сила света  $I_0 = 18,2$  св.

688. Вычислить световой поток  $F_\lambda$  натриевой лампы, если известно, что она испускает в видимой части спектра 18 вт излучения длины волны \*  $\lambda = 0,59$  мк и относительная видимость  $k_\lambda = 0,757$ .

689. В вершине конуса помещен источник света, который дает равномерно распределенный внутри конуса световой поток  $F = 3050$  лм. Чему равна сила света  $I$  источника по оси конуса, если высота его  $h = 0,4$  м, а диаметр  $d = 0,32$  м?

690. Определить световую отдачу  $\eta_\lambda$  лампы накаливания мощностью  $P_\lambda = 60$  вт, напряжением  $U = 127$  в, если ее световой поток  $F_\lambda = 660$  лм.

691. Какова удельная мощность  $w$  лампы мощностью  $P_\lambda = 400$  вт, напряжением  $U = 220$  в, если ее световой поток  $F_\lambda = 6000$  лм?

692. Лампа мощностью  $P_\lambda = 500$  вт, напряжением  $U = 220$  в имеет световую отдачу  $\eta_\lambda = 16$  лм/вт. Вычислить световой поток

\* 1 мк =  $10^{-6}$  м.

$F_{\lambda}$ , среднюю сферическую силу света  $I_0$  и удельную мощность  $w$  лампы.

**Р е ш е н и е.** Световой поток лампы определим из соотношения:

$$\eta_{\lambda} = \frac{F_{\lambda}}{P_{\lambda}},$$

откуда

$$F_{\lambda} = \eta_{\lambda} \cdot P_{\lambda} = 16 \cdot 500 = 8000 \text{ лм.}$$

Средняя сферическая сила света лампы

$$I_0 = \frac{F_{\lambda}}{4\pi} = \frac{8000}{4 \cdot 3,14} \approx 638 \text{ св.}$$

Удельная мощность лампы

$$w = \frac{P_{\lambda}}{I_0} = \frac{500}{638} \approx 0,78 \text{ вт/св.}$$

693. Лампа мощностью  $P_{\lambda} = 400 \text{ вт}$ , напряжением  $U = 127 \text{ в}$  имеет световую отдачу  $17,5 \text{ лм/вт}$ . Определить световой поток  $F_{\lambda}$ , среднюю сферическую силу света  $I_0$  и удельную мощность  $w$  лампы.

694. Лампа мощностью  $P_{\lambda} = 75 \text{ вт}$ , напряжением  $U = 127 \text{ в}$  имеет световой поток  $F_{\lambda} = 915 \text{ лм}$ . Найти световую отдачу  $\eta_{\lambda}$  и удельную мощность  $w$  лампы.

695. Чему равна мощность  $P_{\lambda}$  лампы, если световая отдача ее  $8,5 \text{ лм/вт}$ , а световой поток  $F_{\lambda} = 340 \text{ лм}$ ?

696. В телесном угле  $\omega = 0,4$  стериана равномерно распределенный световой поток  $F = 100 \text{ лм}$ . Определить силу света  $I$  источника по направлению телесного угла.

697. Световая отдача газополной лампы  $17,2 \text{ лм/вт}$ , средняя сферическая сила света  $I_0 = 411 \text{ св}$ . Вычислить световой поток  $F_{\lambda}$  лампы, мощность  $P_{\lambda}$  и удельную мощность  $w$  лампы.

698. Лампа мощностью  $P_{\lambda} = 200 \text{ вт}$  с номинальным напряжением  $U_{\lambda} = 127 \text{ в}$  включена в сеть, напряжение которой в течение одинакового времени повышалось и понижалось на  $\pm 10\%$  от номинального. Определить на основании кривой (рис. 365) срок службы лампы при номинальных условиях эксплуатации, т. е. при отсутствии колебания напряжения, если фактический срок службы лампы 600 час.

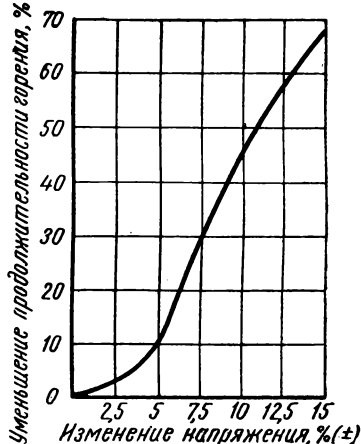


Рис. 365

699. Лампа мощностью  $P_{\lambda} = 100 \text{ вт}$  с номинальным напряжением  $U_{\lambda} = 127 \text{ в}$  дает световой поток  $F_{\lambda} = 1275 \text{ лм}$ . Найти по кривой (рис. 366) световой поток  $F_1$  лампы, если она будет включена в сеть с напряжением  $U_1 = 110 \text{ в}$ .

700. Вычислить освещенность  $E$  и светность  $R$  белой жестяной пластинки размером  $40 \times 40 \text{ см}^2$ , равномерно освещаемой световым потоком  $F = 400 \text{ лм}$  и отражающей 60% падающего потока.

701. На серебряную полированную пластинку падает и равномерно по ней распределяется световой поток  $F = 12 \text{ лм}$ . Опре-

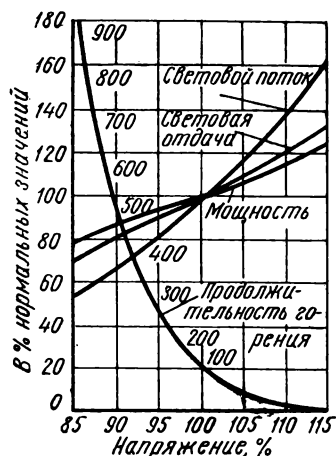


Рис. 366

делить площадь пластинки  $S$ , отраженный поток  $F_{отр}$  и светность  $R$ , если освещенность  $E = 1500 \text{ лк}$ , а коэффициент отражения  $\rho = 0,92$ .

702. Каковы яркость  $B$  и светность  $R$  участка стены, оклеенной светлыми обоями, если освещенность ее  $E = 25 \text{ лк}$ , а коэффициент отражения  $\rho = 0,5$ ?

703. Для освещения фасада здания применен прожектор ПЗ-45, имеющий силу света  $I = 40\,000 \text{ св}$  и находящийся от здания на расстоянии  $l = 100 \text{ м}$ . Чему равна освещенность  $E$  фасада здания, если луч прожектора падает на поверхность под углом  $\alpha = 60^\circ$ ?

704. Световой поток лампы накаливания  $F_{\lambda} = 4100 \text{ лм}$  равномерно

распространяется во все стороны. Вычислить освещенность  $E$  площадки, которая находится на расстоянии  $r = 4 \text{ м}$  и расположена нормально к направлению световых лучей, а также найти среднюю сферическую силу света  $I_0$  лампы.

705. По условию задачи 704 определить освещенность  $E$  площадки, если она будет расположена под углом  $\alpha = 70^\circ$  к направлению световых лучей.

706. Найти световой поток  $F_{\cup}$ , излучаемый в нижней полусфере светильником Люцетта сборная преимущественно отраженного света с лампой мощностью  $P_{\lambda} = 300 \text{ вт}$  и напряжением  $U = 220 \text{ в}$ .

707. Световой поток лампы без арматуры мощностью  $P_{\lambda} = 200 \text{ вт}$  при напряжении  $U = 120 \text{ в}$  равен  $F_{\lambda} = 3050 \text{ лм}$ . Определить световой поток  $F_{св}$  светильника, если коэффициент полезного действия его  $\eta_{св} = 78\%$ .

708. Чему равен коэффициент использования  $u$  осветительной установки для прямоугольного помещения (класса средней школы), имеющего длину  $a = 10 \text{ м}$  и ширину  $b = 6 \text{ м}$ ? Высота подвеса светильника Люцетта цельного молочного стекла над рабочей

поверхностью  $H_p = 2,5$  м. Стены светлые с коэффициентом отражения  $\rho_{ст} = 0,5$ , а потолок белый с коэффициентом отражения  $\rho_n = 0,7$ .

709. Вычислить коэффициент использования  $u$  осветительной установки для прямоугольного помещения литейного цеха, имеющего длину  $a = 60$  м и ширину  $b = 15$  м. Высота подвеса светильника Глубокоизлучатель эмалированный над рабочей поверхностью  $H_p = 7,5$  м. Стены и потолок темные с коэффициентом отражения  $\rho_{ст} = 0,1$  и  $\rho_n = 0,3$ .

710. Определить коэффициент использования  $u$  осветительной установки для прямоугольного помещения (конторы), имеющего длину  $a = 18$  м и ширину  $b = 6$  м. Высота подвеса светильника Люцетта цельного стекла над рабочей поверхностью  $H_p = 3$  м. Стены светлые с коэффициентом отражения  $\rho_{ст} = 0,5$ , а потолок белый с коэффициентом отражения  $\rho_n = 0,7$ .

Р е ш е н и е. Показатель помещения

$$\varphi = \frac{ab}{H_p(a+b)} = \frac{6 \cdot 18}{3(6+18)} = 1,5.$$

Зная показатель помещения и коэффициенты отражения стен и потолка, можно по приложению 20 определить коэффициент использования осветительной установки, т. е.  $u = 0,44$ .

711. Найти коэффициент использования  $u$  осветительной установки для прямоугольного помещения (конторы), имеющего длину  $a = 30$  м и ширину  $b = 10$  м. Высота подвеса светильника Люцетта цельного молочного стекла над рабочей поверхностью  $H_p = 3,2$  м. Стены светлые с коэффициентом отражения  $\rho_{ст} = 0,5$ , а потолок белый с коэффициентом отражения  $\rho_n = 0,7$ . Если вместо светильника Люцетта цельного молочного стекла установить светильник Шар молочного стекла, то, каков будет коэффициент использования осветительной установки?

712. По условию задачи 710 определить число светильников и мощность ламп для помещения конторы, если известно, что минимальная освещенность  $E_{мин} = 75$  лк, коэффициент запаса  $k = 1,3$  (табл. 2). Напряжение электрической сети  $U = 220$  в.

713. Определить число светильников и мощность ламп механической мастерской длиной  $a = 31,6$  м, шириной  $b = 20,2$  м и высотой  $h = 5,6$  м (рис. 367). Стены и потолок темные с коэффициентом отражения  $\rho_{ст} = 0,3$ ;  $\rho_n = 0,5$ . Высота рабочей поверхности от пола  $h_p = 0,8$  м. Напряжение электрической сети  $U = 220$  в, минимальная освещенность  $E_{мин} = 50$  лк.

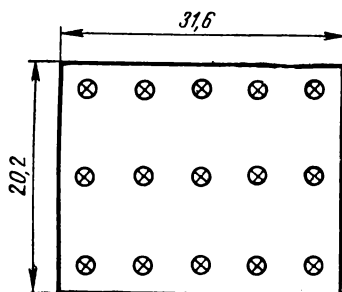


Рис. 367

**Решение.** Для освещения помещения выбираем светильники Универсал с матированным затенителем. Высоту подвеса светильника над рабочей поверхностью принимаем равной  $H_p = 4,1$  м.

Показатель помещения определяем по формуле

$$\varphi = \frac{ab}{H_p(a+b)} = \frac{20,2 \cdot 31,6}{4,1(20,2 + 31,6)} = 3.$$

Коэффициент использования осветительной установки  $u$  для полученного показателя помещения находим по приложению 20:  
 $u = 0,45$ .

Наивыгоднейшее отношение  $\frac{L}{H_p}$  при прямоугольном расположении светильников Универсал с матированным затенителем определяем по табл. 1:

$$\frac{L}{H_p} = 1,8.$$

При этом поправочный коэффициент на минимальную освещенность  $z = 0,85$  (табл. 3). Наивыгоднейшее расстояние между светильниками

$$L = 1,8H_p = 1,8 \cdot 4,1 = 7,38 \text{ м} \approx 7,3 \text{ м}.$$

Располагаем на плане (см. рис. 367) три ряда светильников по 5 светильников в ряду; расстояние от стен до светильников берем  $i = \frac{L}{3}$ , так как рабочие поверхности находятся непосредственно у стен.

Световой поток одной лампы определяем по формуле

$$F_{\lambda} = \frac{E_{\min} S k}{n u z},$$

где  $S$  — освещаемая площадь,  $\text{м}^2$ ;

$n$  — число светильников (ламп);

$k$  — коэффициент запаса освещенности (табл. 2), т. е.  $k = 1,3$ .

Подставляя данные значения в предыдущую формулу, получим:

$$F_{\lambda} = \frac{50 \cdot 20,2 \cdot 31,6 \cdot 1,3}{15 \cdot 0,45 \cdot 0,85} \approx 5580 \text{ лм}.$$

По приложению 29 выбираем лампу мощностью 400 *вт*, световой поток которой  $F'_{\lambda} = 6000$  лм.

Освещенность в этом случае будет:

$$E'_{\min} = E_{\min} \frac{F'_{\lambda}}{F_{\lambda}} = 50 \frac{6000}{5580} = 53,8 \text{ лк}.$$



714. Определить число светильников и мощность ламп для механической мастерской длиной  $a = 40$  м, шириной  $b = 18$  м и высотой  $h = 6$  м. Стены и потолок темные:  $\rho_{ст} = 0,1$ ;  $\rho_n = 0,3$ . Высота рабочей поверхности от пола  $h_p = 0,8$  м. Напряжение электрической сети  $U = 220$  в. Минимальная освещенность  $E_{мин} = 50$  лк. Произвести также расчет числа светильников и мощность ламп по удельной мощности.

715. Какова высота подвеса светильника наружного освещения с лампой мощностью 200 вт и напряжением  $U = 220$  в, если минимальная горизонтальная освещенность  $E_{мин} = 0,3$  лк, относительная освещенность  $\Sigma e = 5$  лк и коэффициент запаса освещенности  $k = 1,3$ ?

716. Определить ориентировочно установленную мощность  $P_{уст}$  и число ламп  $n$  по удельной мощности для помещения, имеющего длину  $a = 30$  м, ширину  $b = 20$  м и высоту подвеса светильника над рабочей поверхностью  $H_p = 2,7$  м. Помещение освещается светильниками Универсал с затенителем с лампами напряжением  $U = 220$  в. Минимальная освещенность  $E_{мин} = 50$  лк и коэффициент запаса освещенности  $k = 1,3$ .

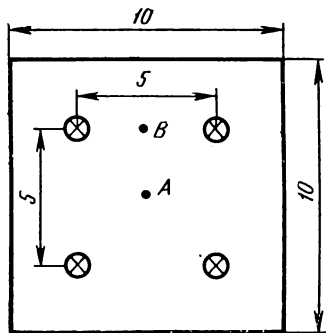


Рис. 368

717. Найти ориентировочно установленную мощность  $P_{уст}$  и число ламп по удельной мощности для помещения, имеющего длину  $a = 20$  м, ширину  $b = 16$  м и высоту подвеса светильника над рабочей поверхностью  $H_p = 2,8$  м. Помещение освещается светильниками с эмалированными отражателями и люминесцентными лампами белого света мощностью  $P_{\lambda} = 30$  вт ( $F_{\lambda} = 1230$  лм). Коэффициент отражения стен  $\rho_{ст} = 0,5$ , а потолка  $\rho_n = 0,7$  (светлое помещение). Напряжение электрической сети  $U = 220$  в.

718. Вычислить горизонтальную освещенность в точках А и В, показанных на плане помещения (рис. 368); эти точки находятся в плоскости рабочей поверхности на высоте  $h_p = 0,8$  м от пола. Помещение освещается четырьмя светильниками Универсал с матированными затенителями и лампами мощностью  $P_{\lambda} = 100$  вт и напряжением  $U = 220$  в. Высота подвеса светильников над рабочей поверхностью  $H_p = 3,2$  м. Коэффициент запаса освещенности  $k = 1,3$ .

---

## Глава семнадцатая

### ЭЛЕКТРОПРИВОД

Электроприводом называется машинное устройство, состоящее из трех звеньев: 1) электродвигателя; 2) аппаратуры для управления двигателем и 3) передач от двигателя к исполнительному механизму.

#### 1. МЕХАНИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ

Механической характеристикой называется зависимость скорости вращения от момента при постоянном номинальном напряжении и номинальном токе возбуждения:  $n = f(M)$  при  $U = U_n = \text{const}$  и  $i_s = \text{const}$ .

Напряжение, приложенное к двигателю, равно:

$$U = E + (r_\alpha + r_p) I_\alpha = E + r I_\alpha = k_E n \Phi + r I_\alpha, \quad (1)$$

откуда <sup>2</sup> скорость вращения двигателя

$$n = \frac{U - r I_\alpha}{k_E \Phi}, \quad (2)$$

где  $n$  — скорость вращения двигателя, об/мин;  
 $U$  — напряжение, приложенное к двигателю, в;  
 $I_\alpha$  — ток якоря, а;  
 $r = r_\alpha + r_p$  — полное сопротивление цепи якоря, ом;  
 $r_\alpha$  — сопротивление цепи якоря двигателя (внутреннее сопротивление), ом;  
 $r_p$  — добавочное сопротивление реостата (внешнее сопротивление), ом;  
 $k_E = \frac{pN}{60 a}$  — постоянный коэффициент для данного двигателя, зависящий от его конструктивных данных;  
 $p$  — число пар полюсов двигателя;  
 $N$  — число проводников обмотки якоря;

$a$  — число пар параллельных ветвей обмотки якоря;  
 $E = k_E n \Phi$ , (3)

$E$  — электродвижущая сила, индуцированная в обмотке якоря,  $e$ ;

$\Phi$  — полезный магнитный поток на полюс, пересекаемый обмоткой якоря,  $вб$ .

Уравнение (2) [ $n = f(I_a)$ ] представляет собой скоростную характеристику.

Вращающий момент, развиваемый двигателем, т. е. электромагнитный момент двигателя

$$M = k_M I_a \Phi, \quad (4)$$

где  $M$  — вращающий момент, развиваемый двигателем,  $кГм$ ;

$k_M = \frac{pN}{9,81 \cdot 2\pi a}$  — постоянный коэффициент для данного двигателя, зависящий от его конструктивных данных.

Подставляя значение тока  $I_a = \frac{M}{k_M \Phi}$  в уравнение (2), получим:

$$n = \frac{U}{k_E \Phi} - \frac{rM}{k_E k_M \Phi^2}. \quad (5)$$

Уравнение (5) представляет собой механическую характеристику двигателя, которая при неизменных  $U$ ,  $\Phi$  и  $r$  будет прямой линией, пересекающей ось ординат в точке:

$$n_0 = \frac{U}{k_E \Phi}. \quad (6)$$

Скорость вращения  $n_0$  при  $M = 0$  носит название пограничной скорости или скорости идеального холостого хода двигателя. Следовательно, скорость идеального холостого хода получается при токе в якоре  $I_a = 0$ , т. е. когда э. д. с., индуцированная в якоре, равна по величине приложенному напряжению, но противоположна по направлению.

Естественной механической характеристикой называется такая характеристика, которая получается при отсутствии добавочного сопротивления в цепи якоря и номинальных значениях напряжения и магнитного потока двигателя (рис. 369). Если в цепь якоря включено добавочное сопротивление (реостат), то механические характеристики, получаемые при этом, носят название искусственных или реостатных характеристик.

Естественная или искусственная механическая характеристика двигателя может быть построена по двум точкам. Эти две точки могут быть любыми; но обычно построение естественной механи-

ческой характеристики производится по точкам, одна из которых соответствует номинальной скорости вращения ( $n = n_n$ ) и номинальному вращающему моменту двигателя:

$$M_n = 975 \frac{P_{2n}}{n_n}, \quad (7)$$

где  $P_{2n}$  — номинальная мощность двигателя, *квт*,  
а другая — скорости идеального холостого хода ( $n = n_0$  и  $M = 0$ ):

$$n_0 = \frac{U}{k_E \Phi} = \frac{U n_n}{k_E \Phi n_n} = \frac{U n_n}{U - r_a I_{an}}. \quad (8)$$

Если известна естественная механическая характеристика, то можно построить искусственную механическую характеристику

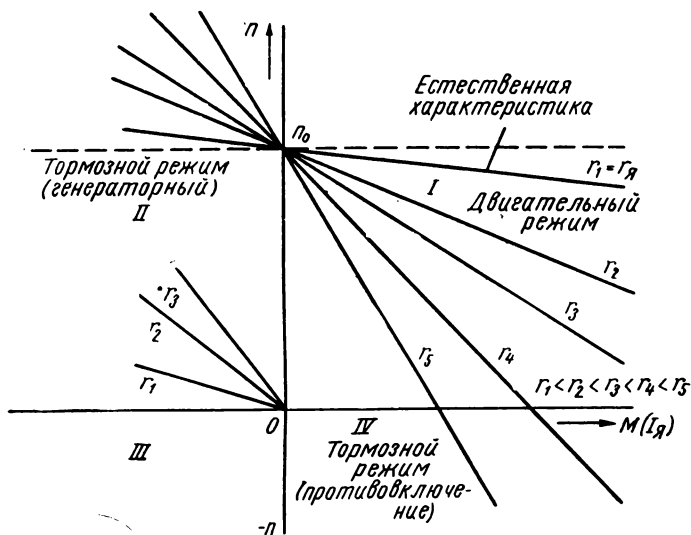


Рис. 369

для любого сопротивления реостата  $r_p$ . Эта характеристика строится по двум точкам: скорости идеального холостого хода  $n = n_0$  при  $M = 0$  и скорости  $n = n_{np}$ , соответствующей номинальному вращающему моменту двигателя ( $M = M_n$ ) при заданном сопротивлении реостата  $r_p$ . Скорость  $n_{np}$  может быть определена из соотношения (8):

$$n_0 = \frac{U n_{np}}{U - (r_a + r_p) I_{an}},$$

откуда

$$n_{np} = n_0 \left[ 1 - \frac{(r_a + r_p) I_{an}}{U} \right]. \quad (9)$$

Генераторное торможение с отдачей энергии в сеть может быть тогда, когда машина (электродвигатель) приводится в движение исполнительным механизмом со скоростью вращения выше  $n_0$ . В этом случае электродвижущая сила  $E$  будет больше напряжения  $U$  сети.

Если электродвигатель работает в качестве генератора, то он будет отдавать энергию в сеть, в которую он включен. Так как ток меняет направление, что видно из формулы:

$$I_a = \frac{U - E}{r} = -\frac{E - U}{r}, \quad (10)$$

то меняет знак и момент  $M = k_m \Phi I_a < 0$ . Механическая характеристика для данного режима является продолжением двигательной характеристики в сторону второго квадранта (см. рис. 369).

Динамическое торможение происходит при отключении якоря электродвигателя от сети и замыкании его на сопротивление, а обмотка возбуждения остается приключенной к сети. Электродвигатель работает в качестве генератора независимого возбуждения, преобразуя кинетическую энергию, которая запасена в нем и в движущихся частях приводимого им исполнительного механизма, в электрическую. Электрическая энергия расходуется на нагревание обмотки якоря и тормозного сопротивления. Так как якорь двигателя отключается от сети, то в уравнении (5) надо напряжение сети принять равным нулю ( $U = 0$ ), т. е.

$$n_0 = \frac{U}{k_E \Phi} = 0.$$

В этом случае уравнение механической характеристики будет иметь вид:

$$n = -\frac{r}{k_E k_M \Phi^2} M. \quad (11)$$

Из этого уравнения видно, что механическая характеристика при динамическом торможении (при  $r = \text{const}$ ) представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат (см. рис. 369).

Ток в якоре

$$I_a = -\frac{E}{r}. \quad (12)$$

Торможение противовключением происходит тогда, когда электродвигатель вращается исполнительным механизмом в сторону, обратную действию момента, развиваемого машиной\*. Например, электродвигатель включен на подъем груза,

\* Электродвигателем.

а под действием момента, развиваемого грузом, привод вращается в сторону спуска груза. Такой же режим получим и при переключении двигателя для быстрой остановки на другое направление вращения. Так как при торможении противовключением направление магнитного потока не изменилось, а машина (якорь) вращается в обратную сторону (скорость вращения становится отрицательной), то э. д. с. якоря изменит направление на обратное. В этом случае ток в цепи якоря определяется по формуле

$$I_{\text{я}} = \frac{U + E}{r}. \quad (13)$$

Для уменьшения величины тока  $I_{\text{я}}$  и получения соответствующего тормозного момента в цепь якоря двигателя включается добавочное сопротивление  $r_p$ , которое равно:

$$r_p = r - r_{\text{я}}. \quad (14)$$

При торможении противовключением к двигателю подводится мощность с двух сторон: 1) электрическая из сети  $P_{\text{эл}} = UI_{\text{я}}$  и 2) механическая со стороны вала исполнительного механизма  $P_{\text{м}} = EI_{\text{я}}$ . Эта мощность расходуется в сопротивлении цепи якоря

$$P_{\text{эл}} + P_{\text{м}} = UI_{\text{я}} + EI_{\text{я}} = I_{\text{я}}(U + E) = rI_{\text{я}}^2. \quad (15)$$

Механическая характеристика для данного режима является продолжением двигательной характеристики в сторону четвертого квадранта (см. рис. 369).

## 2. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИГАТЕЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ПРИ $U = \text{const}$ И РЕГУЛИРОВАНИИ ЕГО СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЕМ МАГНИТНОГО ПОТОКА\*, Т. Е. ТОКА ВОЗБУЖДЕНИЯ

С уменьшением тока возбуждения, а следовательно, и магнитного потока увеличивается скорость идеального холостого хода двигателя, которую можно определить по формуле (6)

$$n_{0x} = \frac{U}{k_E \Phi_x}. \quad (6')$$

Скоростные характеристики  $n = f(I_{\text{я}})$  для всех значений магнитного потока пересекаются в одной точке на оси абсцисс (рис. 370, а). Это следует из формулы (2), при  $n = 0$  уравнение для любой скоростной характеристики будет иметь вид:

$$0 = \frac{U - rI_{\text{я}}}{k_E \Phi},$$

---

\* Влиянием реакции якоря пренебрегаем.

откуда найдем ток в якоре двигателя:

$$I_{\text{я}} = \frac{U}{r} = I_{\text{к}}. \quad (16)$$

Таким образом, при любом значении магнитного потока и при  $n = 0$  ток в якоре равен току короткого замыкания двигателя.

Если вместо скоростных характеристик  $n = f(I_{\text{я}})$  построить механические характеристики  $n = f(M)$  для различных магнитных потоков, то они будут иметь вид, как на рис. 370, б. Механическую характеристику можно построить по двум точкам: 1) скорости идеального холостого хода  $n_{0x} = \frac{U}{k_E \Phi_x}$  при  $M = 0$  и 2) скорости  $n = 0$ , соответствующей моменту короткого замыкания (т. е. моменту трогания с места)

$$M_{\text{к}} = k_M \Phi_x I_{\text{к}}.$$

### 3. ВЫБОР МОЩНОСТИ ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОЙ НЕИЗМЕННОЙ ИЛИ ВЕСЬМА МАЛО МЕНЯЮЩЕЙСЯ НАГРУЗКЕ

Режим работы машины называется длительным (продолжительным), если рабочий период настолько велик, что нагрев машины достигает своего установившегося состояния.

Если потребная мощность исполнительного механизма известна, то по каталогу выбираем двигатель, номинальная мощность которого равна или немного больше мощности исполнительного механизма. Так как нагрузка в данном случае постоянная, то никакой проверки на нагрев и перегрузку во время работы выбранного типа двигателя не требуется. Только в исключительных случаях приходится проверять достаточность развиваемого двигателем начального пускового момента, например, когда исполнительные механизмы имеют повышенное сопротивление трения в момент трогания или значительные динамические моменты во время пуска. Если температура окружающей среды больше или меньше

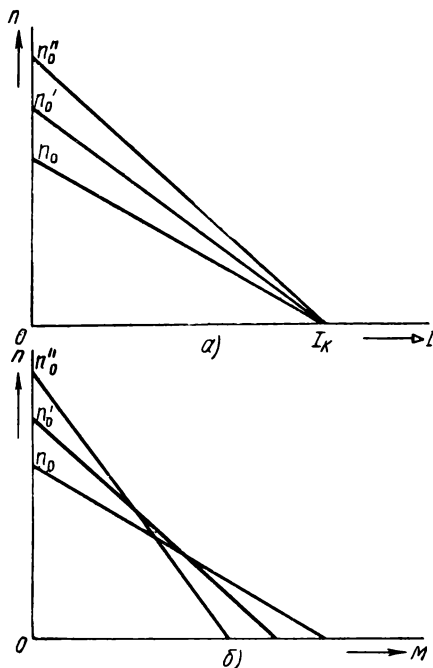


Рис. 370

35°, то мощность двигателя надо выбирать с учетом этого отклонения. В этом случае мощность двигателя определяется по формуле

$$P_{\partial} = xP, \quad (17)$$

где  $P$  — мощность исполнительного механизма;

$$x = \sqrt{\frac{\vartheta_{уст} - \vartheta_{ср}}{\vartheta_{уст} - 35}(a+1) - a} = \sqrt{\frac{35a + \vartheta_{уст} - \vartheta_{ср}(a+1)}{\vartheta_{уст} - 35}}, \quad (18)$$

$\vartheta_{уст}$  — установившаяся температура двигателя (изоляции), град;

$\vartheta_{ср}$  — температура окружающей среды, град;

$a$  — отношение постоянных потерь к переменным потерям в двигателе при номинальной нагрузке, т. е. коэффициент потерь.

#### 4. ВЫБОР МОЩНОСТИ ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ НАГРУЗКЕ МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ТОКА

Этот метод основан на том, что действительно проходящий в двигателе и изменяющийся по величине ток заменяется эквивалентным током  $I_s$ , который создал бы в двигателе такое же количество тепла, а следовательно, такое же нагревание двигателя, как и действительный ток. Следовательно, при переменном графике нагрузки потери в двигателе

$$Q_{ср} = \frac{Q_1 t_1 + Q_2 t_2 + \dots + Q_n t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n} \quad (19)$$

или

$$\kappa + rI_s^2 = \frac{(\kappa + rI_1^2) t_1 + (\kappa + rI_2^2) t_2 + \dots + (\kappa + rI_n^2) t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}, \quad (20)$$

где  $Q_{ср}$  — средние потери в двигателе за 1 сек.;

$t_1, t_2, \dots, t_n$  — продолжительность отдельных участков цикла, сек.;

$Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  — потери, выделяющиеся в двигателе на этих участках за 1 сек.;

$r$  — сопротивление якоря, статора или ротора, ом (для трехфазного тока  $r$  — сопротивление всех трех фаз);

$\kappa$  — постоянные потери в двигателе, т. е. потери в стали, механические потери на трение в подшипниках и вентиляционные потери на трение о воздух. Эти потери в некоторой мере зависят от нагрузки и скорости вращения двигателя, но обычно их считают постоянными. Из уравнения (20) имеем:



$$I_s^2 = \frac{I_1^2 t_1 + I_2^2 t_2 + \dots + I_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n},$$

откуда находим величину эквивалентного тока:

$$I_s = \sqrt{\frac{I_1^2 t_1 + I_2^2 t_2 + \dots + I_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}}. \quad (21)$$

Если рассматриваемый цикл содержит как периоды работы, так и периоды остановки, то уравнение (21) примет вид:

$$I_s = \sqrt{\frac{I_1^2 t_1 + I_2^2 t_2 + \dots + I_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n + t_0}}, \quad (22)$$

где  $t_0$  — время остановки двигателя, сек.

Так как условия нагревания и охлаждения для самовентилируемого двигателя зависят от его скорости вращения, то при пониженной скорости вращения и неподвижном состоянии теплоотдача двигателя ухудшается. Поэтому, если в рассматриваемый цикл работы входят пуск, торможение и остановка двигателя, то в уравнение (22) вводят коэффициенты, меньшие 1:  $\alpha$  — для периодов пуска (ускорения) и торможения (замедления),  $\beta$  — для периода остановки. Для двигателя постоянного тока открытого типа с самовентиляцией  $\alpha = 0,75$  и  $\beta = 0,5$ ; для асинхронных двигателей  $\alpha = 0,5$  и  $\beta = 0,25$ . После определения  $I_s$  выбираем двигатель так, чтобы номинальный ток  $I_n$  был равен или больше эквивалентного тока, т. е.  $I_n \geq I_s$ . Затем двигатель должен быть проверен на перегрузку, т. е.

$$\frac{I_{\max}}{I_n} \leq \lambda_i,$$

где  $I_{\max}$  — наибольшее значение тока из графика нагрузки, а;

$I_n$  — номинальный ток, а;

$\lambda_i$  — допустимый коэффициент перегрузки двигателя по току.

Если последнее условие не соблюдено, то выбираем двигатель большей мощности.

Так как для двигателей постоянного тока параллельного возбуждения, асинхронных при нормальной работе и коллекторных двигателей переменного тока магнитный поток (приблизительно) постоянный ( $\Phi \approx \text{const}$ ), то электромагнитный момент пропорционален току:

$$M = k_M I \Phi = k'_M I.$$

В этом случае метод эквивалентного тока превращается в метод эквивалентного момента:

$$M_s = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + \dots + M_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n + t_0}}, \quad (23)$$

где  $M_s$  — эквивалентный момент;  
 $M_1, M_2, \dots, M_n$  — моменты на отдельных участках цикла.

Выбираем двигатель, номинальный момент  $M_n$  которого должен быть равен или немного больше эквивалентного момента  $M_s$ , т. е.  $M_n \geq M_s$ . Затем проверяем двигатель на перегрузку по соотношению  $\frac{M_{\max}}{M_n} \leq \lambda_M$  и на пусковой момент,

здесь  $M_{\max}$  — наибольшее значение момента из графика нагрузки;

$\lambda_M$  — коэффициент, характеризующий перегрузочную способность двигателя (по моменту).

Номинальная мощность двигателя

$$P_{2n} = M_n \cdot \omega, \quad (24)$$

где  $\omega$  — угловая скорость двигателя, об/мин.

Уравнение для эквивалентной мощности можно получить из уравнения (23), так как момент пропорционален мощности при постоянной скорости вращения.

Следовательно,

$$P_s = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + \dots + P_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n + t_0}}, \quad (25)$$

где  $P_s$  — эквивалентная мощность, *вт*;  
 $P_1, P_2, \dots, P_n$  — мощности на отдельных участках цикла, *вт*.

Метод эквивалентной мощности предполагает постоянство к. п. д., а для двигателей переменного тока, кроме того, постоянство  $\cos \varphi$ . Метод эквивалентной мощности без поправки можно применить тогда, когда скорость вращения двигателя остается постоянной (двигатель постоянного тока параллельного возбуждения, асинхронный и синхронный двигатели) и если в рассматриваемый период не входят пусковые и тормозные режимы.

## 5. ВЫБОР МОЩНОСТИ ДВИГАТЕЛЯ ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

Режим работы машины называется **к р а т к о в р е м е н н ы м**, если рабочий период, в течение которого нагрев машины не достигает установившегося состояния, не настолько длителен, а период

же остановки машины настолько длителен, что температура машины снижается до температуры окружающей среды. На рис. 371, а изображен идеальный график кратковременной нагрузки. Так как кратковременная мощность исполнительного механизма остается постоянной, равной  $P$ , то соответственно этой мощности выбираем двигатель кратковременной мощности  $P$  на период работы  $t_1$ . Обычно график кратковременной нагрузки может включать периоды пуска, торможения и кратковременной работы. Например, для графика, изображенного на рис. 371, б, эквивалентный момент определяется по формуле

$$M_o = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2}{t_1 + t_2}}. \quad (26)$$

Выбираем двигатель с  $M_n \geq M_o$ , предназначенный для кратковременной работы длительностью  $t_1 + t_2$ . Затем проверяем двигатель на перегрузку по соотношению:

$$\frac{M_{\max}}{M_n} \leq \lambda_M.$$

Мощность двигателя для кратковременной работы выбирается по каталогу двигателей для кратковременной работы.

## 6. ВЫБОР МОЩНОСТИ ДВИГАТЕЛЯ ПРИ ПОВТОРНО-КРАТКОВРЕМЕННОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

Режим работы машины называется **п о в т о р н о - к р а т к о в р е м е н н ы м** (прерывистым), если кратковременные рабочие периоды чередуются с кратковременными периодами отключения, называемыми **п а у з а м и**.

Отношение времени работы (включения) двигателя к суммарному времени работы и паузы

$$ПВ = \frac{t_p}{t_p + t_0} = \frac{t_p}{t_u} \quad (27)$$

называется **о т н о с и т е л ь н о й** **п р о д о л ж и т е л ь н о с т ь ю** **р а б о т ы** (включения **ПВ**). Здесь  $t_u = t_p + t_0$  — время цикла, состоящее из длительности рабочего периода  $t_p$  и паузы  $t_0$ .

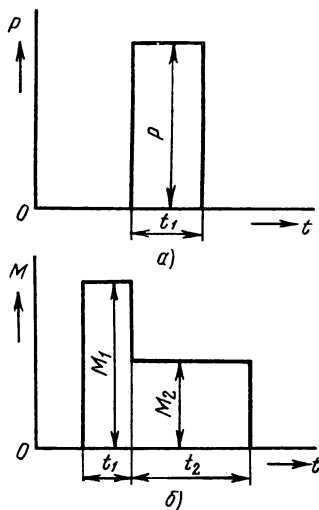


Рис. 371

Обычно продолжительность включения выражают в процентах:

$$ПВ\% = \frac{t_p}{t_p + t_0} 100\% = \frac{t_p}{t_u} 100\%. \quad (28)$$

Согласно ГОСТ 185—53 установлены следующие стандартные продолжительности включения:  $ПВ\% = 15, 25, 40$  и  $60\%$ ; при этом принято, что продолжительность одного цикла не превышает 10 мин.

Для графика повторно-кратковременной нагрузки, изображенного на рис. 372, эквивалентная мощность за время работы определяется по формуле

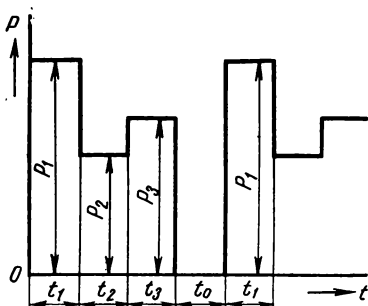


Рис. 372

$$P'_s = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + P_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}}. \quad (29)$$

Время паузы  $t_0$  в эту формулу не входит, так как оно учитывается величиной продолжительности включения  $ПВ\%$ . Формулу (29) можно получить из выражения эквивалентной мощности для цикла:

$$P_s = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + P_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_0}} = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + P_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}} \times \rightarrow \\ \rightarrow \frac{t_1 + t_2 + t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_0} = P'_s \sqrt{ПВ},$$

откуда

$$P'_s = \frac{P_s}{\sqrt{ПВ}}. \quad (30)$$

Зная мощность  $P'_s$  по специальному каталогу, подбираем двигатель с  $P_n \geq P'_s$  для продолжительности включения:

$$ПВ\% = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + t_0} 100\%.$$

Если  $ПВ$  графика отличается от стандартной, то выбираем двигатель по ближайшему стандартному значению ее, пересчитывая соответственно мощность двигателя. Так как при переходе от одной продолжительности включения к другой эквивалентная мощность двигателя должна оставаться неизменной, то

$$P_1 \sqrt{ПВ_1} = P_2 \sqrt{ПВ_2}$$

откуда

$$P_2 = P_1 \sqrt{\frac{PB_1}{PB_2}}. \quad (31)$$

Если  $PB > 0,6$ , то выбираем двигатели, рассчитанные на длительную работу, а если  $PB < 0,1$ , то выбираем двигатели для кратковременной работы.

Для более точного пересчета мощности следует пользоваться не уравнением эквивалентных мощностей, а уравнением потерь. Пусть  $P_2 = xP_1$ . Условие равенства потерь будет:

$$(\kappa + v) PB_1 = (\kappa + vx^2) PB_2$$

или

$$\left( \kappa + \frac{\kappa}{a} \right) PB_1 = \left( \kappa + \frac{\kappa}{a} x^2 \right) PB_2,$$

где  $v = \frac{\kappa}{a}$  — переменные потери, которые пропорциональны квадрату тока, т. е. пропорциональны квадрату мощности.

Отсюда

$$(a + 1) PB_1 = (a + x^2) PB_2$$

или

$$x = \sqrt{\frac{PB_1}{PB_2} (a + 1) - a}. \quad (32)$$

Следовательно,

$$P_2 = P_1 \sqrt{\frac{PB_1}{PB_2} (a + 1) - a}. \quad (33)$$

## 7. ЗАВИСИМОСТЬ К. П. Д. ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ОТ НАГРУЗКИ

Значение к. п. д. двигателя при разных нагрузках можно определить по формуле

$$\eta_x = 1 - (1 - \eta_n) \frac{x + \frac{a^*}{x}}{1 + a}, \quad (34)$$

\* К.п.д. двигателя при различных нагрузках может быть определен также по другой формуле:

$$\eta_x = \frac{x}{x + \left( \frac{1}{\eta_n} - 1 \right) \left( \frac{a + x^2}{1 + a} \right)} = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{\eta_n} - 1 \right) \left( \frac{x + \frac{a}{x}}{1 + a} \right)}.$$

где  $\eta_x$  — к. п. д. двигателя для различных нагрузок;  
 $\eta_n$  — к. п. д. двигателя при номинальной нагрузке;  
 $x = \frac{I_x}{I_n}$  — коэффициент загрузки двигателя по току,  
 здесь  $I_x$  и  $I_n$  — токи при данной и номинальной нагрузках, а,  
 $a = \frac{\kappa}{v}$  — коэффициент потерь.

При изменении нагрузки ( $x = 0,25 \div 1,1$ ) можно определить коэффициент загрузки двигателя по отношению мощностей на его валу, т. е.

$$x = \frac{P_x}{P_n}.$$

### Задачи

719. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_n = 5 \text{ кВт}$ ; номинальное напряжение  $U_n = 110 \text{ в}$ ; номинальный ток  $I_n = 52,5 \text{ а}$ .

Сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,1 \text{ ом}$ . Построить кривые к. п. д и потерь в зависимости от нагрузки, если при холостом ходе двигателя ток в якоре  $I_{ax} = 4 \text{ а}$  при напряжении  $U_n = 110 \text{ в}$ .

720. У трехфазного асинхронного двигателя с номинальной мощностью  $P_n = 24 \text{ кВт}$ , номинальным напряжением  $U_n = 220 \text{ в}$ , при номинальной нагрузке ток равен  $I_n = 83 \text{ а}$ . Определить к. п. д.  $\eta_n$  при номинальной нагрузке, если известно, что потери холостого хода  $P_x = 1,5 \text{ кВт}$ , а мощность и ток при опыте короткого замыкания соответственно равны:  $P_k = 2 \text{ кВт}$  и  $I_k = 83 \text{ а}$ .

721. Электродвигатель с номинальной мощностью  $P_n = 11 \text{ кВт}$  имеет при номинальной нагрузке к. п. д.  $\eta_n = 84\%$ . Вычислить к. п. д.  $\eta_{1/2}$  при половинной нагрузке, если мощность холостого хода двигателя  $P_x = 0,8 \text{ кВт}$ .

722. Построить естественную механическую характеристику двигателя постоянного тока параллельного возбуждения, имеющего номинальные данные:  $P_n = 29 \text{ кВт}$ ;  $I_n = 154 \text{ а}$ ;  $U_n = 220 \text{ в}$ ;  $n_n = 740 \text{ об/мин}$ . Сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,112 \text{ ом}$ , а сопротивление обмотки возбуждения  $r_b = 70,7 \text{ ом}$ .

723. По условию задачи 722 определить, что произойдет с двигателем, если магнитный поток мгновенно возрастет до номинальной величины? Ток нагрузки равен номинальному, а магнитный поток  $0,85\Phi_n$ .

724. По условию задачи 722 построить характеристики  $n = f(I_a)$  и  $n = f(M)$  для двигателя постоянного тока параллельного возбуждения, если магнитные потоки  $\Phi_1 = \Phi_n$ ,  $\Phi_2 = 0,8 \Phi_n$  и  $\Phi_3 = 0,6 \Phi_n$ .

725. Построить естественную и искусственную механические характеристики трехфазного асинхронного двигателя с контакт-

ными кольцами при  $r_d = 0,03$  ом, имеющего следующие данные:  
 $P_{2н} = 55$  кВт;  $n_n = 720$  об/мин,  $\frac{M_k}{M_n} = 2,2$ ;  $E_{2к} = 376$  в;  $I_{2н} = 92$  а.

726. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения имеет следующие данные: номинальная мощность  $P_{2н} = 30$  кВт; номинальное напряжение  $U_n = 220$  в; номинальный ток якоря  $I_{ян} = 16$  а; номинальная скорость вращения  $n_n = 600$  об/мин; сопротивление цепи якоря  $r_{я} = 0,117$  ом. Построить механические характеристики при магнитном потоке возбуждения  $\Phi' = 0,85\Phi_n$  и  $\Phi'' = 0,4 \Phi_n$ .

727. Найти величину добавочного сопротивления  $r_d$ , которое следует включить в цепь ротора трехфазного асинхронного двигателя, чтобы при реверсе в первый момент двигатель развивал тормозной момент  $M = 2M_n$ , если до переключения двигатель работал холостую, а после переключения будет работать на прямой части механической характеристики. Данные двигателя:  
 $P_{2н} = 40$  кВт;  $n_n = 965$  об/мин;  $\frac{M_k}{M_n} = 2,2$ ;  $E_{2к} = 390$  в;  $I_{2н} = 65$  а.

728. Построить естественную механическую характеристику трехфазного асинхронного двигателя, имеющего следующие номинальные данные:  $P_{2н} = 10$  кВт; 220/380 в;  $n_{2н} = 2935$  об/мин;  $\cos \phi_{1н} = 0,89$ .

729. Двигатель постоянного тока последовательного возбуждения 220 в, 300 а вращается со скоростью  $n = 650$  об/мин. Вычислить добавочное (внешнее) сопротивление  $r_p$ , которое необходимо включить последовательно с якорем для того, чтобы скорость его уменьшить до  $n_1 = 400$  об/мин, не изменяя нагрузки; сопротивление цепи якоря  $r_{я} = 0,0533$  ом.

730. По условию задачи 729 определить сопротивление  $r_n$  пускового реостата для двигателя постоянного тока последовательного возбуждения, если пусковой ток не должен превышать  $I_n = 500$  а.

731. Найти сопротивление цепи якоря  $r_{я}$  двигателя постоянного тока параллельного возбуждения, имеющего следующие номинальные данные:  $P_{2н} = 66$  кВт;  $n_n = 420$  об/мин;  $U_n = 220$  в;  $I_n = 340$  а. Определить также графически число ступеней пускового реостата и сопротивления отдельных ступеней при условии, что пусковой ток не должен превышать 510 а (т. е. колебания тока от 380 до 510 а). Скорость двигателя при холостом ходе  $n_0 = 440$  об/мин.

Решение. В определенном масштабе строим скоростную характеристику  $n = f(I)$ . Первая точка этой характеристики соответствует холостому ходу двигателя \*  $n_0 = 440$  об/мин и  $I_{ях} = 0$ .

\* Пренебрегаем током в якорю при холостом ходе ввиду малой величины.

Вторая точка соответствует номинальной нагрузке двигателя, т. е.  $n_n = 420$  об/мин и  $I_n \approx I_{ян} = 340$  а. Соединяя эти точки, получим естественную скоростную характеристику (рис. 373).

Для того чтобы определить сопротивление первой ступени реостата, проводим вертикальные линии: одну из точки  $a'$ , соответствующую току  $I_{мин} = 380$  а, а другую — из точки  $B$ , соответствующую пусковому току  $I_{макс} = 510$  а. Соединив точки  $n_0$  и  $B$ , получим скоростную характеристику для случая, когда весь реостат включен.

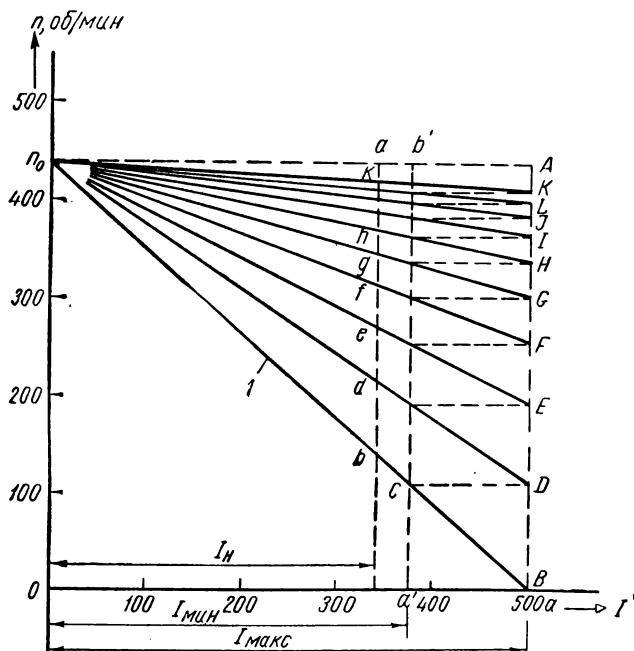


Рис. 373

Сопротивление якорной цепи соответствует отрезку  $AB$ . Так как пусковой ток не должен превышать 510 а, то в цепи якоря необходимо иметь сопротивление  $r_{я} + r_n = \frac{U_n}{I_{макс}} = \frac{220}{510} \approx 0,431$  ом.

Зная длину отрезка  $AB$  (т. е.  $AB = 88$  мм), можно определить масштаб сопротивления:

$$m_r = \frac{r_{я} + r_n}{AB} = \frac{0,431}{88} \approx 0,0049 \text{ ом/мм.}$$



Первая ступень реостата выключается по достижении скорости, соответствующей точке  $C$  пересечения характеристики  $I$  с линией  $a'b'$ . Проводя через точку  $C$  линию  $CD$  параллельно оси абсцисс до пересечения с линией  $AB$ , получим отрезок  $BD = 22$  мм, дающий в полученном масштабе сопротивление первой ступени реостата, т. е.  $r_1 = m_r \cdot BD = 0,0049 \cdot 22 = 0,1078$  ом.

Подобным образом находятся и остальные ступени, т. е.  $r_2 = m_r \cdot DE = 0,0049 \cdot 16,5 = 0,0808$  ом;  $r_3 = m_r \cdot EF = 0,0049 \cdot 12,5 = 0,0612$  ом;  $r_4 = m_r \cdot FG = 0,0049 \cdot 9,5 = 0,0465$  ом;  $r_5 = m_r \cdot GH = 0,0049 \cdot 7,5 = 0,0367$  ом;  $r_6 = m_r \cdot HI = 0,049 \cdot 5 = 0,245$  ом;  $r_7 = 0,0196$  ом;  $r_8 = 0,0147$  ом;  $r_9 = 0,0098$  ом.

Сопротивление цепи якоря (внутреннее сопротивление двигателя) определяется величиной отрезка  $AK = 6,5$  мм, т. е.  $r_{\text{я}} = m_r \cdot AK = 0,0049 \cdot 6,5 = 0,0294$  ом.

732. Определить сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}}$  двигателя постоянного тока параллельного возбуждения, имеющего следующие номинальные данные:  $P_{2\text{н}} = 30$  кВт,  $n_{\text{н}} = 600$  об/мин;  $U_{\text{н}} = 220$  в;  $I_{\text{н}} = 160$  а. Определить также графически число ступеней пускового реостата и сопротивления отдельных ступеней при условии, что пусковой ток не должен превышать 300 а (т. е. колебания тока от 180 до 300 а). Скорость двигателя при холостом ходе  $n_0 = 654$  об/мин.

733. Двигатель постоянного тока последовательного возбуждения имеет следующие номинальные данные:  $P_{2\text{н}} = 43$  кВт;  $U_{\text{н}} = 220$  в;  $I_{\text{н}} = 220$  а;  $n_{\text{н}} = 765$  об/мин. Сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}} = 0,062$  ом. Найти графически и аналитически число ступеней и сопротивление пускового реостата для двигателя, если при пуске ток колеблется в пределах  $I_{\text{макс}} = 2I_{\text{н}}$  и  $I_{\text{мин}} = 1,4I_{\text{н}}$ .

Скоростная характеристика двигателя изображена на рис. 374.

Р е ш е н и е. 1) *Графический метод.* Пусковой ток

$$I_{\text{макс}} = 2I_{\text{н}} = 2 \cdot 220 = 440 \text{ а.}$$

Ток переключения

$$I_{\text{мин}} = 1,4I_{\text{н}} = 1,4 \cdot 220 = 308 \text{ а.}$$

Откладывая полученные значения токов по оси абсцисс (рис. 374), получим соответствующие им скорости вращения  $n_1 = 700$  об/мин и  $n_2 = 630$  об/мин. Влево от начала координат откладываем сопротивление цепи якоря  $r_{\text{я}} = 0,062$  ом в масштабе  $m_r = 0,01$  ом/мм и из точки  $A'$  проводим линию, параллельную оси ординат до пересечения с параллелями, проходящими через  $n_1 = 700$  об/мин и  $n_2 = 630$  об/мин, получаем точки  $A$  и  $B$ . Затем находим точки  $C$  и  $D$ ; первая соответствует наибольшему току, а вторая — наименьшему, т. е. отрезки  $OC$  и  $OD$  опреде-

ляются по формулам

$$m_r \cdot OC = r_I = \frac{U_n}{I_{\max}} = \frac{220}{440} = 0,5 \text{ ом};$$

$$m_r \cdot OD = r_{II} = \frac{U_n}{I_{\min}} = \frac{220}{308} = 0,714 \text{ ом}.$$

Через точки  $D$  и  $A$ ,  $C$  и  $B$  проводим прямые линии. Если из точки  $C$  провести ломаную линию между прямыми  $AD$  и  $BC$ , то

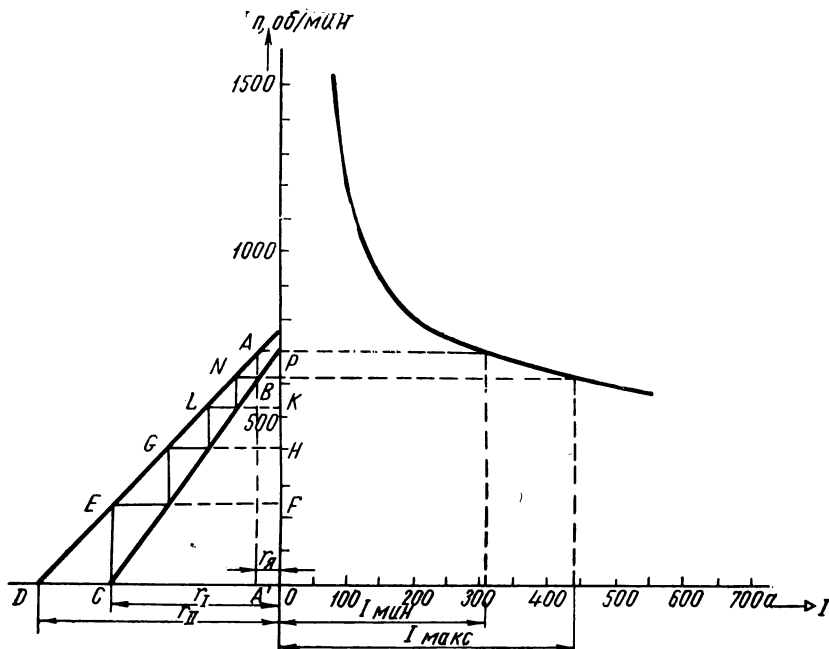


Рис. 374

число горизонтальных отрезков ломаной линии определит число необходимых ступеней. В нашем случае число ступеней равно 4. Величины отрезков  $EF$ ,  $GH$  и т. д. в масштабе сопротивлений дадут полное сопротивление цепи якоря на первой, второй и других ступенях реостата, т. е.  $m_r \cdot EF = 0,5$  ом,  $m_r \cdot GH = 0,335$  ом,  $m_r \cdot LK = 0,21$  ом и  $m_r \cdot NP = 0,13$  ом.

Вычитая из сопротивлений каждой ступени сопротивление цепи якоря  $r_a$  (внутреннее сопротивление двигателя), получим сопротивление ступеней реостата:

$$r_1 = 0,5 - 0,062 = 0,438 \text{ ом};$$

$$r_2 = 0,335 - 0,062 = 0,273 \text{ ом};$$

$$r_3 = 0,21 - 0,062 = 0,148 \text{ ом};$$

$$r_4 = 0,13 - 0,062 = 0,068 \text{ ом}.$$

2) *Аналитический метод.* Сопротивление  $m$ -й ступени определяется по формуле:

$$r_m = \left[ 1 - \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda(2-\lambda)^{m-1}} \right] r_1 - r_0,$$

где

$$r_1 = \frac{U_n}{I_{\max}} = \frac{220}{440} = 0,5; \quad \lambda = \frac{I_{\min}}{I_{\max}} = \frac{308}{440} = 0,7;$$

$r_0 = r_{\kappa}$  — внутреннее сопротивление двигателя.

Первая ступень  $m = 1$ :

$$r_1 = \frac{U_n}{I_{\max}} - r_0 = \frac{220}{440} - 0,062 = 0,438 \text{ ом}.$$

Вторая ступень  $m = 2$ :

$$r_2 = \left[ 1 - \frac{1}{0,7} + \frac{1}{0,7(2-0,7)^{2-1}} \right] \cdot 0,5 - 0,062 = 0,273 \text{ ом}.$$

Третья ступень  $m = 3$ :

$$r_3 = \left[ 1 - \frac{1}{0,7} + \frac{1}{0,7(2-0,7)^{3-1}} \right] \cdot 0,5 - 0,062 = 0,146 \text{ ом}.$$

Четвертая ступень  $m = 4$ :

$$r_4 = \left[ 1 - \frac{1}{0,7} + \frac{1}{0,7(2-0,7)^{4-1}} \right] \cdot 0,5 - 0,062 = 0,049 \text{ ом}.$$

Следовательно, определение сопротивлений ступеней реостата графическим и аналитическим методами дает почти одинаковые результаты.

734. Двигатель постоянного тока последовательного возбуждения имеет следующие номинальные данные:  $P_{2\kappa} = 7,8 \text{ кВт}$ ;  $U_{\kappa} = 220 \text{ в}$ ;  $I_{\kappa} = 43 \text{ а}$ ;  $n_{\kappa} = 1130 \text{ об/мин}$ . Сопротивление цепи якоря  $r_{\kappa} = 0,55 \text{ ом}$ . Найти графически и аналитически число ступеней и сопротивление пускового реостата для двигателя, если при пуске ток колеблется в пределах  $I_{\max} = 2I_{\kappa}$  и  $I_{\min} = 1,4I_{\kappa}$ . Скоростная характеристика изображена на рис. 375.

735. Крановый двигатель постоянного тока последовательного возбуждения имеет следующие номинальные данные:  $P_{2\kappa} = 52 \text{ кВт}$ ;  $U_{\kappa} = 220 \text{ в}$ ;  $I_{\kappa} = 265 \text{ а}$ ;  $n_{\kappa} = 675 \text{ об/мин}$ . Сопротивление цепи якоря  $r_{\kappa} = 0,053 \text{ ом}$ . Скоростная характеристика изображена на рис. 376. Построить скоростную характеристику дви-

гателя, если в цепь якоря включить добавочное сопротивление  $r_p = 3 \text{ ом}$ .

736. По условию задачи 735 определить, какое добавочное сопротивление  $r_p$  необходимо включить в цепь якоря двигателя, чтобы он вращался со скоростью  $n = 500 \text{ об/мин}$  при токе  $I = 265 \text{ а}$ .

737. Трехфазный асинхронный двигатель имеет следующие номинальные данные:  $P_{2\kappa} = 6,2 \text{ кВт}$ ;  $U_{1\kappa} = 380 \text{ в}$ ;  $I_{1\kappa} = 14,6 \text{ а}$ ;  $n_{2\kappa} = 920 \text{ об/мин}$ ;  $\cos \varphi_{1\kappa} = 0,74$ ;  $U_{2\kappa} = 130 \text{ в}$ ;  $I_{2\kappa} = 27 \text{ а}$ . Какое добавочное сопротивление  $r_d$  необходимо включить в цепь

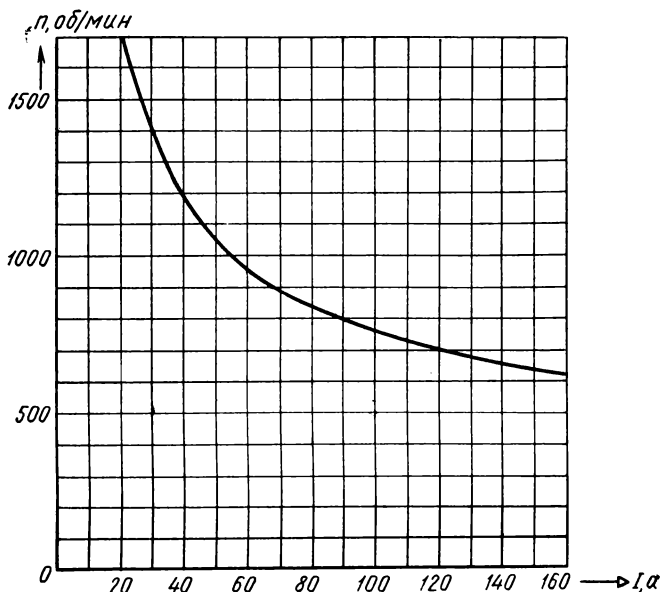


Рис. 375

ротора, чтобы двигатель работал с моментом  $M_1 = 0,75 M_{\kappa}$  при скорости вращения  $n_2 = 400 \text{ об/мин}$ ? Потерями вращения пренебречь.

738. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения имеет следующие номинальные данные:  $P_{2\kappa} = 55 \text{ кВт}$ ;  $U_{\kappa} = 220 \text{ в}$ ;  $I_{\kappa} = 275 \text{ а}$ ;  $n_{\kappa} = 665 \text{ об/мин}$ . Сопротивление цепи якоря  $r_{\kappa} = 0,0362 \text{ ом}$  и сопротивление параллельной обмотки возбуждения  $r_s = 47,8 \text{ ом}$ . Найти добавочное сопротивление  $r_p$ , которое следует включить в цепь якоря двигателя, чтобы он работал при токе в якоря  $I_{\kappa} = 260,4 \text{ а}$ : 1) в режиме двигателя со скоростью вращения  $n_1 = 300 \text{ об/мин}$ ; 2) в режиме торможения замыкания якоря на сопротивление  $r_p$  со скоростью вращения  $n_2 = 300 \text{ об/мин}$ ; 3) в режиме торможения противовключением со скоростью вращения

$n_3 = 300$  об/мин; 4) в режиме торможения с отдачей энергии в сеть при скорости вращения  $n = 1000$  об/мин.

739. По условию задачи 738 определить, какое сопротивление  $r_n$  необходимо включить в цепь якоря двигателя, чтобы в момент пуска ток был бы равен  $I_n = 2I_n$ ?

740. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения имеет следующие номинальные данные:  $P_{2n} = 29$  кВт;  $n_n = 740$  об/мин;  $I_n = 154$  а;  $U_n = 220$  в. Сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,112$  ом и сопротивление параллельной обмотки возбужде-

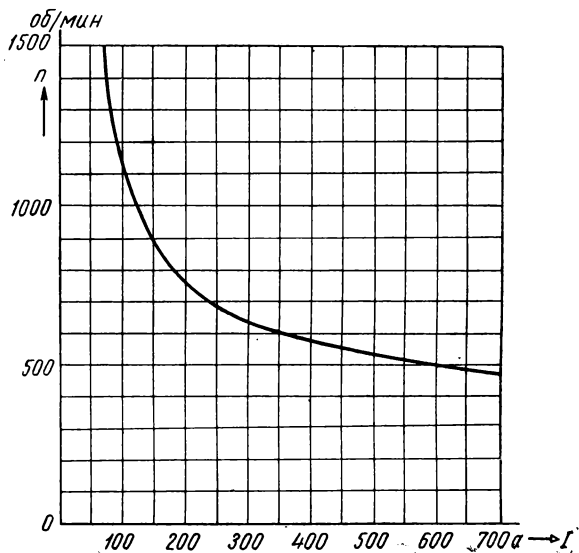


Рис. 376

ния  $r_g = 70,7$  ом. Вычислить добавочное сопротивление  $r_p$ , которое необходимо включить в цепь якоря двигателя, чтобы при торможении противоток и скоростью вращения  $n_n = 740$  об/мин ток в якоря  $I_a$  был бы равен  $1,8I_n$ .

741. Построить скоростную характеристику и определить начальный пусковой вращающий момент  $M_n$  для двигателя постоянного тока параллельного возбуждения, имеющего следующие номинальные данные:  $P_{2n} = 42$  кВт;  $U_n = 220$  в;  $I_n = 220$  а;  $n_n = 950$  об/мин. Сопротивление цепи якоря  $r_a = 0,0658$  ом, сопротивление параллельной обмотки возбуждения  $r_g = 53,6$  ом, если в момент пуска включается реостат с сопротивлением  $r_n = 5$  ом.

742. Двигатель постоянного тока имеет следующие данные: часовая мощность  $P_u = 74$  кВт; номинальное напряжение  $U_n = 550$  в; часовой ток  $I_u = 150$  а; скорость вращения при часовой

мощности  $n_u = 1270$  об/мин. Чему равна постоянная времени нагревания  $T$  двигателя, если известно, что при длительной работе он имеет следующие данные:  $P_2 = 60$  кВт;  $I = 120$  а;  $U = 550$  в;  $n = 1330$  об/мин?

743. Двигатель постоянного тока последовательного возбуждения в защищенном исполнении при длительной работе имеет следующие данные:  $P_2 = 126$  кВт;  $U = 750$  в;  $I = 185$  а;  $n = 970$  об/мин. Определить постоянную времени нагревания  $T$  двигателя, если часовая мощность  $P_u = 170$  кВт, часовой ток  $I_u = 250$  а, напряжение  $U_k = 750$  в, скорость вращения при часовой мощности  $n_u = 865$  об/мин.

Решение. Тепловая перегрузка

$$p = \frac{I_k^2}{I^2} = \frac{I_u^2}{I^2} = \frac{250^2}{185^2} = 1,35.$$

Постоянная времени нагревания двигателя определяется по формуле:

$$T = \frac{t_k}{\ln \frac{p}{p-1}} = \frac{60}{\ln \frac{1,35}{1,35-1}} = 44,5 \text{ мин.}$$

Если разница в кратковременной и длительной мощностях невелика, то такой же результат можно получить, исходя из отношения мощностей:

$$\frac{P_k}{P_2}, \text{ т. е. } p = \frac{P_k}{P_2} = \frac{P_u}{P_2} = \frac{170}{126} \approx 1,35,$$

$$T = \frac{t_k}{\ln \frac{p}{p-1}} = \frac{60}{\ln \frac{1,35}{1,35-1}} = 44,5 \text{ мин.},$$

т. е. результаты в первом и втором случаях одинаковы.

Если разница между  $P_k$  и  $P_2$  велика, то последний расчет менее точен, так как он основан на допущении постоянства к. п. д. двигателя, а для трехфазных двигателей предполагается постоянным также коэффициент мощности  $\cos \phi_1$ .

744. Двигатель постоянного тока в закрытом исполнении имеет следующие данные:  $P_2 = 4$  кВт;  $U = 150$  в;  $I = 32$  а;  $n = 650$  об/мин. Вычислить постоянную времени нагревания  $T$  двигателя, если известно, что часовая мощность  $P_u = 10$  кВт, напряжение  $U_k = 150$  в, часовой ток  $I_u = 82$  а, скорость вращения при часовой мощности  $n_u = 385$  об/мин.

745. Для тягового двигателя постоянного тока последовательного возбуждения, имеющего следующие данные:  $P_u = 170$  кВт,  $I_u = 250$  а,  $U = 750$  в,  $n_u = 865$  об/мин, имеется ряд кривых

$\tau = f(t)$  (рис. 377). На основании этих кривых определить, какую нагрузку  $I$  в течение какого времени способен развивать двигатель, не перегреваясь выше  $70^\circ$ .

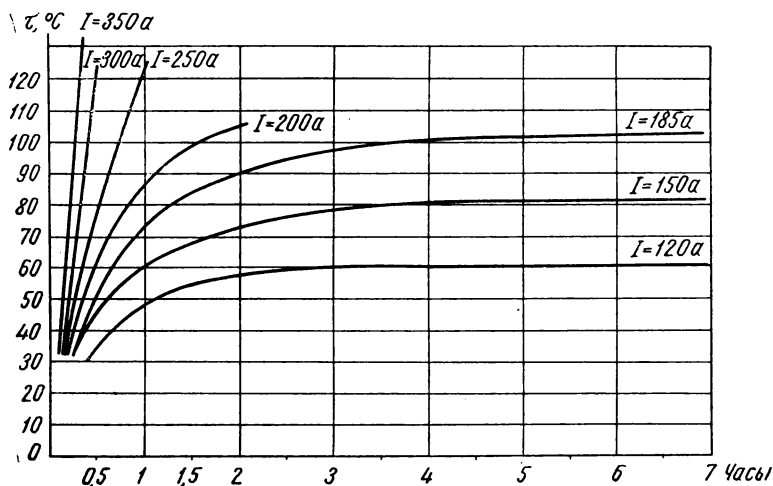


Рис. 377

746. Двигатель постоянного тока параллельного возбуждения имеет следующие номинальные данные:  $P_{2н} = 29 \text{ кВт}$ ,  $U_n = 220 \text{ в}$ ,  $I_{ян} = 150,9 \text{ а}$ ,  $n_n = 740 \text{ об/мин}$  и, работая при температуре окружающего воздуха  $35^\circ$ , нагревается до  $80^\circ$ . Какова мощность  $P_2$  двигателя при длительной работе и температуре окружающего воздуха  $29^\circ$ ? Отношение постоянных потерь к переменным  $a = 1$ .

747. Определить величину эквивалентного тока электродвигателя, работающего по графику (рис. 378).

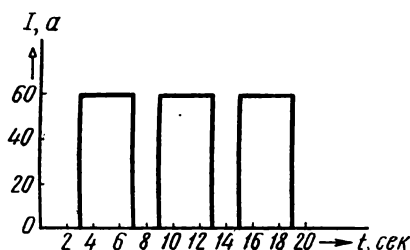


Рис. 378

748. Найти величину эквивалентного тока электродвигателя, работающего по графику (рис. 379).

749. Вычислить мощность электродвигателя методом эквивалентной мощности для механизма, работающего с постоянной скоростью вращения приводного вала, по графику (рис. 380). Расчет произвести: 1) без поправки на пуск и период остановки и 2) с поправками на пуск и период остановки.

750. Крановый двигатель имеет следующие номинальные данные:  $17,5 \text{ кВт}$ ,  $220 \text{ в}$ ,  $90 \text{ а}$ ,  $1180 \text{ об/мин}$  при  $\Pi В \% = 25\%$ . Какую

мощность сможет давать двигатель при  $ПВ\% = 20\%$  и  $ПВ\% = 35\%$ ?

**Решение.** Пересчет мощности двигателя на работу при другом режиме работы можно осуществить двумя способами, исходя из равенства эквивалентных мощностей и уравнения потерь:

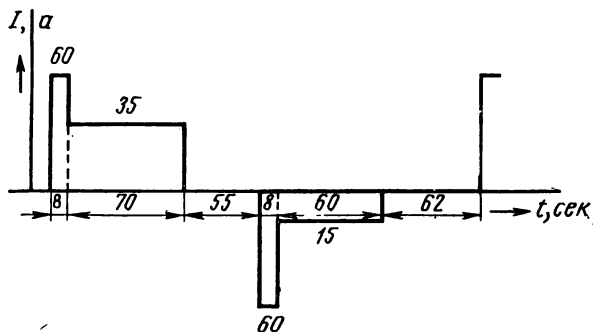


Рис. 379

1) по формуле  $\frac{P_2}{P_1} = \sqrt{\frac{ПВ_1}{ПВ_2}}$  для данных режимов работы получим:

$$P_{20} = P_1 \sqrt{\frac{ПВ_1}{ПВ_2}} = 17,5 \sqrt{\frac{0,25}{0,20}} \approx 19,6 \text{ кВт};$$

$$P_{35} = P_1 \sqrt{\frac{ПВ_1}{ПВ_2}} = 17,5 \sqrt{\frac{0,25}{0,35}} \approx 14,8 \text{ кВт};$$

2) по формуле  $\frac{P_2}{P_1} = \sqrt{\frac{ПВ_1}{ПВ_2} (1+a) - a}$ , где  $a$  — отношение постоянных потерь к переменным; для нашего случая примем  $a = 0,75$ . При пересчете на  $ПВ\% = 20\%$  и  $35\%$  получим:

$$P_{20} = P_1 \sqrt{\frac{ПВ_1}{ПВ_2} (1+a) - a} = 17,5 \sqrt{\frac{0,25}{0,20} (1+0,75) - 0,75} = 21 \text{ кВт};$$

$$P_{35} = P_1 \sqrt{\frac{ПВ_1}{ПВ_2} (1+a) - a} = 17,5 \sqrt{\frac{0,25}{0,35} (1+0,75) - 0,75} = 12,4 \text{ кВт}.$$

751. Пользуясь каталогом электродвигателей трехфазного тока для повторно-кратковременной работы, определить мощность электродвигателя, работающего со скоростью  $n_2 = 720$  об/мин при нагрузке  $P_1 = 17,5$  кВт (рис. 381).

**Решение.** Так как в каталоге приводятся данные для четырех режимов работы электродвигателей —  $ПВ\% = 15, 25, 40$



и 60%, то для выбора электродвигателя необходимо найти относительную продолжительность рабочего периода:

$$ПВ_1\% = \frac{t_1}{t_1 + t_0} 100\% = \frac{16}{16 + 36} 100\% = 31\%.$$

Следовательно, электродвигатель должен работать при  $ПВ_1\% = 31\%$ , развивая мощность  $P_1 = 17,5$  кВт.

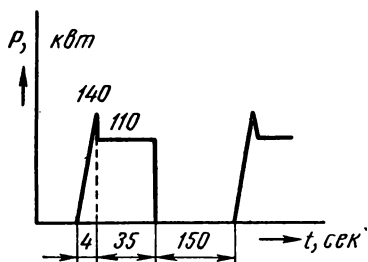


Рис. 380

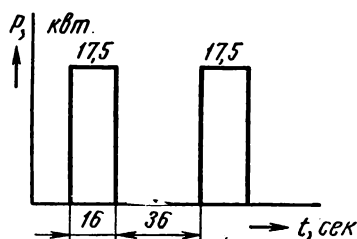


Рис. 381

Пересчитывая эту мощность на  $ПВ_2\% = 25\%$ , указанную в каталоге, получим:

$$\begin{aligned} P_{25} &= P_1 \sqrt{\frac{ПВ_1}{ПВ_2} (1 + a) - a} = P_1 \sqrt{\frac{ПВ_{31}}{ПВ_{25}} (1 + a) - a} = \\ &= 17,5 \sqrt{\frac{0,31}{0,25} (1 + 1) - 1} \approx 21,3 \text{ кВт}, \end{aligned}$$

где  $a$  — отношение постоянных потерь к переменным; для нашего случая примем  $a = 1$ , а по приближенной формуле будем иметь:

$$P_{25} = P_1 \sqrt{\frac{ПВ_{31}}{ПВ_{25}}} = 17,5 \sqrt{\frac{0,31}{0,25}} \approx 19,5 \text{ кВт}.$$

В каталоге находим ближайшую мощность для  $ПВ\% = 25\%$ ; это будет 22 кВт, что соответствует электродвигателю МТ-51-8 (приложение 31).

Такой же результат получим, определив эквивалентную мощность для длительного режима:

$$P_s = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1}{t_1 + t_0}} = \sqrt{\frac{17,5^2 \cdot 16}{16 + 36}} = 9,9 \text{ кВт}.$$

Повторно-кратковременная мощность при  $ПВ\% = 25\%$

$$P_{25} = \frac{9,9}{\sqrt{0,25}} = 19,8 \text{ кВт}.$$

752. Крановый трехфазный асинхронный двигатель МТ-52-8 имеет следующие номинальные данные: 30 *квт*; 725 об/мин; 380/220 в; 71,6/124 а;  $PВ\% = 25\%$ ;  $\eta_k = 86\%$ . Какую мощность сможет давать двигатель при  $PВ\% = 15\%$  и  $PВ\% = 30\%$ ?

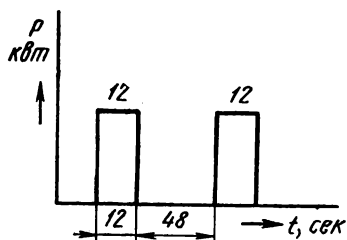


Рис. 382

753. Пользуясь каталогом двигателей трехфазного тока для повторно-кратковременной работы, вычислить мощность двигателя, работающего со скоростью  $n_2 = 925$  об/мин (рис. 382).

754. Пользуясь каталогом электродвигателей для повторно-кратковременной работы, определить мощность двигателя трехфазного тока для графика нагрузки, данного на рис. 383.

ность двигателя трехфазного тока для графика нагрузки, данного на рис. 383.

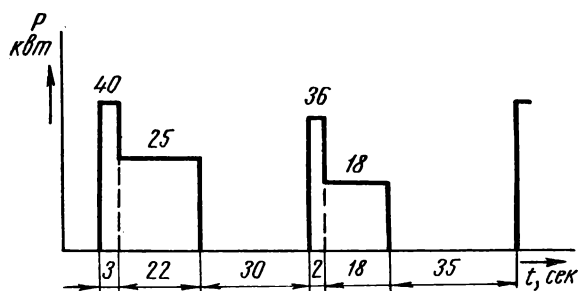


Рис. 383

755. Завод потребляет мощность  $P = 400$  *квт* при коэффициенте мощности  $\cos\varphi = 0,6$ . Какова должна быть мощность синхронного компенсатора, если требуется повысить коэффициент мощности с 0,6 до 0,9?

## ОТВЕТЫ

### Г л а в а 1. Электрические цепи постоянного тока

1.  $q = 21\,600$  к.
2.  $I = 0,4$  а.
3.  $G \approx 8500$  мз.
4.  $c = 0,338$  мз/к.
5.  $r_1 \approx 10,46$  ом;  $r_2 = 0,785$  ом.
6.  $\vartheta_2 \approx 75^\circ$ .
7.  $r = 9,16$  ом;  $U \approx 1,83$  в.
8.  $r = 2,4$  ом.
9.  $E = 118$  в;  $U = 115$  в.
10.  $r_A = 121$  ом.
11.  $I = 2,5$  а;  $r = 48$  ом.
12.  $I \approx 303$  а;  $P_2 \approx 60$  ватт.
13.  $P = 600$  вт;  $I = 5$  а;  $t \approx 17,4$  мин.
14.  $I = 6$  а;  $r \approx 18,3$  ом.
15.  $I = 0,5$  а;  $U_1 = 30$  в;  $U_2 \approx 12,8$  в;  $U_3 = 35$  в;  $U_4 = 32,2$  в.
16.  $I = 0,1$  а;  $U_1 = 1,48$  в;  $U_2 = 1,36$  в;  $U = 2,84$  в.
17.  $U = 4,35$  в;  $r_6 = 0,2$  ом.
18.  $r_p = 2$  ом.
19.  $r_1 = 2$  ом;  $r_2 = 15$  ом;  $r_3 = 33$  ом;  $r_4 = 12$  ом;  $r_p = 62$  ом.
20.  $n = 40$ .
21.  $E_0 = 126$  в;  $E = 2$  в;  $r_6 = 0,00952$  ом;  $U = 120$  в;  $P = 1,2$  ватт.
23.  $\varphi_A = 0$ ;  $\varphi_B = -10$  в;  $\varphi_C = -40$  в;  $\varphi_D = -45$  в;  $\varphi_E = -16$  в;  $\varphi_F = -18,5$  в;  $\varphi_G = 7,5$  в;  $\varphi_H = 6$  в.
24.  $\varphi_A = 0$ ;  $\varphi_B = -1,8$  в;  $\varphi_C = -13,8$  в;  $\varphi_D = -16,5$  в;  $\varphi_E = -1,5$  в;  $\varphi_F = -6,5$  в;  $\varphi_G = 11,5$  в;  $\varphi_H = 7$  в.
25.  $\varphi_A = 0$ ;  $\varphi_B = -2$  в;  $\varphi_C = 122,6$  в;  $\varphi_D = 117,6$  в;  $\varphi_E = 2,4$  в.
26.  $U_1 = 195,5$  в;  $U_2 \approx 24,4$  в.  
Из полученного результата видно, что первая лампа перегорит, т.е. такое включение невозможно.
27.  $\Delta U = 5$  в;  $U_2 = 110$  в;  $P_2 = 13,75$  ватт.
28. 1)  $I = 66$  а;  $I_1 = 11$  а;  $I_p = 55$  а;  
2)  $I_1 = 13,75$  а;  $I_p = 27,5$  а; 3)  $I \approx 36,6$  а;  $I_1 \approx 18,3$  а;  $I_p \approx 18,3$  а;  
4)  $I_1 = 27,5$  а;  $I_p = 13,75$  а.
29.  $I_1 \approx 0,114$  а;  $I_2 = 0,909$  а;  $I_3 = 0,454$  а;  $r \approx 149$  ом.
30.  $g = 0,21$  1/ом;  $r = 4,76$  ом;  $U = 220$  в;  $I_1 = 22$  а;  $I_2 = 4,4$  а;  $I_3 = 11$  а;  $I_4 = 8,8$  а;  $I = 46$  а.
31.  $U_A = 220$  в;  $r = 0,454$  ом.
32.  $I = 0,29$  а.
34.  $U = 24$  в;  $I_1 = 2$  а;  $I_2 = 20$  а;  $I_3 = 8$  а.
35.  $r_1 = 22$  ом;  $r_2 = 60,5$  ом.
36.  $I_A = 20$  а;  $I_B = 20$  а;  $I_C = 25$  а;  $I = 65$  а;  $P = 14,3$  ватт; 5 р. 72 к.
37.  $I = 25$  а;  $U = 120$  в;  $\Delta U = 1,1$  в;  $P = 3$  ватт;  $\Delta P = 27,5$  вт.
38.  $I_1 = 100$  а;  $I_2 = 10$  а (аккумуляторная батарея разряжается);  $I = 110$  а;  $U = 110$  в.
39.  $I_1 \approx 8$  а;  $I_2 = 25$  а;  $I_3 = 11$  а;  $I_4 = 22$  а;  $U = 110$  в.
41.  $I_{\max} \approx 3,47$  а.
42.  $I_{\max} = 6,5$  а;  $I_1 = 2,5$  а;  $I_2 = 2,5$  а.
43.  $r = 22$  ом;  $I = I_1 = 10$  а;  $I_2 = 4$  а;  $I_4 = 4,5$  а;  $I_5 = 6$  а;  $I_6 = 1,5$  а;  $P_1 = 790$  вт;  $P_2 = 272$  вт;  $P_3 \approx 266$  вт;  $P_4 \approx 284$  вт;  $P_5 = 468$  вт;  $P = 2200$  вт.
45.  $I_1 = 6$  а;  $I_2 = 4$  а;  $I = 10$  а.
46.  $I_1 = 0,19$  а;  $I_2 = 0,015$  а;  $I_3 = 0,164$  а;  $I_4 = 0,041$  а;  $I_5 = 0,205$  а.
47.  $I_1 = 3$  а;  $I_2 = 7,5$  а;  $I_3 = 8,4$  а;  $I_4 = 3,36$  а;  $I_5 = 5,04$  а;  $I_6 = 10,5$  а;  $I_7 = 2,1$  а.
49.  $I_1 = 13$  а;  $I_2 \approx 7,13$  а;  $I_3 \approx 7,63$  а;  $I_5 = 0,5$  а;  $I_6 = 12,5$  а;  $P_{10m} \approx 1570$  вт;  $P_{20m} \approx 830$  вт;  $P_{1p} \approx 270$  вт;  $P_2 = 177,8$  вт;  $P_3 \approx 582$  вт;  $P_4 = 116,4$  вт;  $P_5 \approx 4,2$  вт;  $P_6 = 1250$  вт;  $P_{1p} = 1638$  вт;  $P_{2p} \approx 856$  вт;  $\Delta P_1 = 67,6$  вт;  $\Delta P_2 = 25,4$  вт.
50.  $I_1 = 4,4$  а;  $I_{II} = 3$  а;  $I_1 = 0,62$  а;  $I_2 = 5,02$  а;  $I_3 = 2,38$  а;  $I_4 = 3,26$  а;  $I_5 = 0,26$  а;  $I_6 = 4,14$  а;  $P_{1p} \approx 1118$  вт;  $P_{IIp} = 784$  вт;  $P_{1p} \approx 994$  вт;  $P_{II} = 703$  вт;  $P_1 \approx 6,9$  вт;  $P_2 \approx 302$  вт;  $P_3 = 169,9$  вт;  $P_4 \approx 531$  вт;  $P_6 \approx 686$  вт;  $\Delta P_1 = 123,9$  вт;  $\Delta P_{II} = 81$  вт.

51.  $I_1=44$  а;  $I_2=10$  а;  $I_3=7$  а;  $I_4=5$  а;  
 $I_5=5$  а;  $I_6=3$  а;  $I_7=2$  а;  $I_8=5,5$  а;  
 $I_9=3,3$  а;  $I_{10}=2,2$  а;  $I=59,5$  а;  
 $U=220$  в;  $P=13\,090$  вт.
53.  $I_5=0,00537$  а.
54.  $I_1=11$  а;  $I_2=5,5$  а;  $I_3=1,1$  а;  $I_4=$   
 $=4,4$  а;  $I_5=1,1$  а;  $I=19,8$  а;  $U=$   
 $=220$  в.
55.  $I_1=11$  а;  $I_2=3,3$  а;  $I_6=11$  а;  $I_9=$   
 $=7,7$  а;  $I=22$  а;  $P=4,84$  вт.
56.  $E=1,2$  в.
58.  $I_1=8$  а;  $I_2=3$  а;  $I=-11$  а. Знак  
минус показывает, что выбран-  
ное направление тока  $I$  прямо  
противоположно его действи-  
тельному направлению.
59.  $E_1 \approx 224$  в.
61. 1.  $I=4,4$  а;  $I_1=2,2$  а;  $I_3=0,55$  а;  
 $I_4=I_7=1,65$  а;  $I_5=0$ ;  $P=484$  вт.  
2.  $I=8,8$  а;  $I_1=4,4$  а;  $I_3=1,1$  а;  
 $I_4=I_7=3,3$  а;  $I_5=0$ ;  $P=1936$  вт.
62.  $r=0,33$  ом;  $\Delta U=1,65$  в;  $U_2=12$  в;  
 $P_2=60$  вт.
63.  $q_p=108$  а·ч;  
 $q_3=120$  а·ч.
64.  $E=2,09$  в.
65.  $I_p=50,4$  а.
66.  $U=252$  в.
68.  $n_1=110$ ;  $n_2 \approx 128$ ;  $q=910$  а·ч.
69.  $n_1 \approx 90$ ;  $n_2 \approx 102$ .

## Глава 2. Электрическое поле

70.  $F=0,045$  н;  $n=4,59 \cdot 10^{-3}$  кг.
71.  $q=5 \cdot 10^{-7}$  к.
72.  $E=1680$  в/см.
73.  $E=28,2$  кВ/см;  $=2820$  кВ/м.
74.  $E=44$  кВ/м;  $=440$  в/см;  $D=292 \times$   
 $\times 10^{-12}$  к/см $^2=292 \cdot 10^{-8}$  к/м $^2$ .
75.  $U_2=660$  в.
76.  $361 \cdot 10^{-4}$  кг/см $^2$ .
77.  $U_2=1320$  в.
78.  $E=10$  кВ/см;  $=1000$  кВ/м.
80.  $C \approx 664 \cdot 10^{-12}$  ф.
82.  $U_2=440$  в.
83.  $C=20$  мкф.
84.  $C_1=0,125$  мкф.
85.  $q_1=35,2 \cdot 10^{-5}$  к;  $W_1=387 \cdot 10^{-4}$  Дж;  
 $q_2=44 \cdot 10^{-5}$  к;  $W_2=484 \cdot 10^{-4}$  Дж;  
 $q_3=8,8 \cdot 10^{-5}$  к;  $W_3=96,8 \cdot 10^{-4}$  Дж;  
 $W=968 \cdot 10^{-4}$  Дж.
87.  $U_1=69$  в;  $U_2=161$  в;  $U=230$  в.
88.  $C=1,25$  мкф;  $U_1=137,5$  в;  $U_2=$   
 $=27,5$  в;  $U_3=55$  в;  $W_1=189 \times$   
 $\times 10^{-4}$  Дж;  $W_2=37,8 \cdot 10^{-4}$  Дж;  
 $W_3=75,6 \cdot 10^{-4}$  Дж.
89.  $C=1142 \cdot 10^{-13}$  ф;  $E_1 \approx 203$  в/см;  
 $E_2=567$  в/см;  $E_3 \approx 405$  в/см.
90.  $W_1=0,0355$  Дж;  $U_1=125,7$  в;  $W_2=$

$$=0,01978 \text{ Дж}; U_2=62,9 \text{ в}; W_3=$$

$$=0,00986 \text{ Дж}; U_3=31,4 \text{ в}.$$

91.  $C = \frac{S}{\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_2}{\epsilon_2}}.$
92.  $U_1 = U \frac{C}{C_1} = U \frac{C_2}{C_1 + C_2} =$   
 $= \frac{U d_1}{d_1 + d_2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}; U_2 = U \frac{C}{C_2} =$   
 $= U \frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{U d_2}{d_2 + d_1 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}; E_1 =$   
 $= \frac{U}{d_1 + d_2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}; E_2 = \frac{U}{d_2 + d_1 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}.$
93.  $E_1 = \frac{U_1}{d_1} = \frac{U}{d_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} d_2 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_3} d_3};$   
 $E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{U}{d_2 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_3} d_3 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} d_1};$   
 $E_3 = \frac{U_3}{d_3} = \frac{U}{d_3 + \frac{\epsilon_3}{\epsilon_2} d_2 + \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} d_1}.$

94.  $C=0,618$  мкф.

95.  $E_{\text{макс}}=21\,220$  в/см.

96.  $E_{\text{макс}}=6250$  в/см;  $C \approx 979 \times$   
 $\times 10^{-13}$  ф.

## Глава 3. Магнитное поле

98.  $F=2\text{н}=0,204$  кг.
99.  $\Phi=0,0282$  вб.
100.  $\Phi=0,036$  вб.
101.  $H = \frac{I}{2\pi a}.$
103.  $H=0,5$  а/см;  $=50$  а/м.
104.  $H_1=0$ ;  $B_1=0$ ;  $H_2=24,2$  а/см;  $B_2=$   
 $=30,4 \cdot 10^{-4}$  тл;  $H_3=55,7$  а/см;  
 $B_3=70 \cdot 10^{-4}$  тл;  $H_4=40,4$  а/см;  
 $B_4=50,7 \cdot 10^{-4}$  тл.
105.  $H=87,6$  а/см.
107.  $H_1=0,03$  а/см;  $H_2=0,12$  а/см;  
 $H_3=0,54$  а/см;  $H_4 \approx 29,8$  а/см;  
 $H_5=58,8$  а/см.
108. По приближенной формуле  
188,4 м, а по точной формуле  
189 м.
109.  $F=3600$  а.
110.  $w=360$ .
111.  $H=0$ .
112. Не намагнитится.
113.  $I \approx 9,2$  а.
116.  $H=189,5$  а/м;  $B=2,38 \cdot 10^{-4}$  тл.

118.  $F \approx 73,9$  н;  $\kappa = 7,54$  кГ.  
 119.  $F = 0,5$  н;  $\kappa = 51 \cdot 10^{-3}$  кГ.  
 120.  $A = 459$  дж.  
 122.  $\Phi_1 = -10$  вб.  
 123.  $\alpha_2 = 2^\circ 3'$ ;  $B_2 \approx 0,021$  тл;  $H_2 \approx 167,3$  а/см.  
 124.  $\alpha_2 = 76^\circ 21'$ ;  $B_2 \approx 0,259$  тл;  $H_2 \approx 258$  а/см.  
 131.  $e = 10$  в.  
 132.  $e = 5,5$  в.  
 133.  $B = 1,4$  тл.  
 134.  $E_m = 141,3$  в.  
 135.  $e = 0,8$  в;  $I \approx 68,4$  а;  $P = 57,4$  вт.  
 136.  $L = 0,125$  мГн.  
 137.  $\Psi_L = 0,22$  вб.  
 138.  $I = 22$  а.  
 139.  $L = 1$  Гн.  
 140.  $e_L = -100$  в.  
 141.  $E_{mL} = 179$  в.  
 142.  $u = 127$  в.  
 143.  $u = 73$  в.  
 144.  $t = 1,5$  сек.  
 145.  $L = 55$  мГн.  
 146.  $W_{\kappa} = 2,72$  дж.  
 147.  $L = 4 \cdot 10^{-7} \ln \frac{a}{r}$  Гн.  
 148.  $L = 24,5 \cdot 10^{-4}$  Гн.  
 149.  $L' = 104$  мГн;  $L'' \approx 18,5$  мГн.  
 150.  $L' = 85$  мГн;  $L'' = 8,7$  мГн.  
 151.  $M = 1,6$  мГн.  
 152.  $\Psi_{21} = 0,18$  вб.  
 153.  $I_1 = 10$  а.  
 154.  $M = 40$  мГн.  
 155.  $e_{M2} = 2,5$  в.  
 156.  $M = 9,4$  мГн.  
 158.  $k = 0,75$ .  
 159.  $L' = 71$  мГн;  $L'' = 11$  мГн.  
 160.  $k = 1$ .  
 161.  $L' = 33,3$  мГн;  $L'' = 14,28$  мГн.  
 162.  $W_{\kappa} = 75$  дж.  
 163.  $W_1 = 24,4$  дж;  $W_2 = 6,5$  дж.  
 164.  $W_{\kappa} = 15,45$  дж.  
 166.  $M = 0,4$  Гн;  $W_1 = 10,08$  дж;  $W_2 = 2,08$  дж.

#### Глава 4. Электрические цепи переменного тока

167.  $T = 0,02$  сек.  
 168.  $\omega = 314$  сек. $^{-1}$ .  
 169.  $U_m \approx 536$  в.  
 170.  $I = 100$  а.  
 171.  $E_m = 0,251$  в;  $f = 50$  гц.  
 $e = E_m \sin \omega t = 0,251 \sin 314 t$  в;  
 $\Phi = \Phi_m \cos \omega t = 4 \cdot 10^{-5} \cos 314 t$ .  
 172.  $e_1 = 0$ ;  $e_2 \approx 127$  в;  $e_3 = 179,6$  в;  
 $e_4 \approx 127$  в;  $e_5 = 0$ ;  $e_6 \approx -127$  в;  
 $e_7 = -179,6$  в;  $e_8 \approx -127$  в;  $e_9 = 0$ .  
 173.  $I_m = 14,1$  а.  
 174.  $f = 50$  гц;  $T = 0,02$  сек.;  
 $\omega = 314$  сек. $^{-1}$ .  
 175.  $p_2 = 6$ .  
 176.  $p_2 = 3$ .  
 178.  $I_{cp} \approx 25,5$  а.  
 179.  $U_m = 179$  в.  
 181.  $i = I_m \sin (\omega t + \psi) =$   
 $= 29,1 \sin (\omega t + 50^\circ 6')$  а;  $i_1 =$   
 $= 17,32$  а;  $i_2 = 5$  а;  $i = 22,3$  а.  
 182.  $I_m = 28,2$  а;  $I = 20$  а;  $I_{cp} \approx 18$  а.  
 183.  $I \approx 25,4$  а;  $i = 35,8 \sin 314 t$  а.  
 184.  $P = 2,54$  кВт;  $r = 6,35$  ом.  
 185.  $U = 220$  в;  $P = 968$  вт.  
 186.  $r = 25,4$  ом;  $P = 635$  вт.  
 187.  $r \approx 16$  ом;  $x \approx 15,1$  ом;  
 $P = 1600$  вт;  $Q = 1511$  вар;  
 $S = 2200$  вА;  $u = 310,2 \sin \omega t$  в;  
 $i = 14,1 \sin (\omega t - 43^\circ 20')$  а.  
 188.  $I = 12,7$  а;  
 $i = 17,9 \sin \left( 314 t - \frac{\pi}{2} \right)$  а;  
 $p = 16130 \sin 628 t$  вт.  
 189.  $E_L \approx 127$  в;  $W_{\text{м. макс}} \approx 1,9$  дж.  
 190.  $I = 5,5$  а;  $\cos \varphi = 0,312$ ;  $U_a =$   
 $= 68,7$  в;  $U_p = 209$  в.  
 191.  $P = 180$  кВт;  $Q = 240$  квар;  
 $S = 300$  кВА.  
 193.  $L = 114,6$  мГн;  $\cos \varphi = 0,8$ ;  
 $P = 480$  кВт;  $Q = 360$  квар;  
 $S = 600$  кВА.  
 194.  $r = 15,2$  ом;  $x = 13$  ом;  $U_p = 143$  в;  
 $\cos \varphi = 0,76$ ;  $P = 1839$  вт;  
 $Q = 1573$  вар.  
 195.  $U = 220$  в;  $P \approx 676$  вт;  $Q = 693$  вар;  
 $S = 968$  вА;  $y = 0,02$  1/ом.  
 196.  $U = 3$  кВ;  $U_a = 2,4$  кВ;  $U_p = 1,8$  кВ;  
 $I_a = 45$  а;  $I_p = 60$  а;  $P = 135$  кВт;  
 $S = 225$  кВА;  $g = 0,015$  1/ом;  
 $b = 0,02$  1/ом;  $y = 0,025$  1/ом.  
 197.  $U = 220$  в;  $L \approx 25,5$  мГн;  
 $\cos \varphi = 0,6$ ;  $Q \approx 3870$  вар;  
 $S = 4840$  вА.  
 198.  $I = 5,5$  а;  $I_p = 3,3$  а;  $\cos \varphi = 0,8$ ;  
 $r = 32$  ом;  $z = 40$  ом;  $g = 0,02$  1/ом;  
 $b = 0,015$  1/ом;  $y = 0,0125$  1/ом;  
 $U = 220$  в;  $U_a = 176$  в;  $P = 968$  вт;  
 $Q = 726$  вар.  
 199.  $r \approx 15,2$  ом;  $\cos \varphi = 0,76$ ;  
 $U = 220$  в;  $U_a = 167,2$  в;  $U_p = 143$  в;  
 $L = 41,4$  мГн;  $y = 0,05$  1/ом.  
 201.  $U_a = 2850$  в;  $U_p = 937$  в;  $\varphi \approx 18^\circ 10'$ .  
 202.  $I = 15,2$  а;  $U_p \approx 365$  в;  $U = 380$  в;  
 $P = 1617$  вт;  $S \approx 5780$  вА;  
 $\cos \varphi = 0,28$ ;  $g = 0,0112$  1/ом;  
 $b = 0,0384$  1/ом;  $y = 0,04$  1/ом.  
 203.  $U_a \approx 167,2$  в;  $U_p = 143$  в;  $U = 220$  в.  
 204.  $z = 55$  ом;  $x_L = 23,3$  ом;  $r = 49,8$  ом;  
 $\cos \varphi = 0,905$ ;  $U_a = 199,2$  в;

- $U_p=93,2$  в;  $P\approx 797$  вт;  
 $Q=373$  вар.
205. 1)  $x_L=21,2$  ом;  $z=22$  ом;  $I=10$  а;  
 $P=590$  вт;  $Q=2120$  вар;  
 $S=2200$  ва;  $\cos \varphi=0,268$ ;  
 2)  $x_L=42,4$  ом;  $z=42,8$  ом;  
 $P=156$  вт;  $Q=1119$  вар;  
 $S=1131$  ва;  $\cos \varphi\approx 0,138$ .
206.  $z=25$  ом;  $r=9$  ом;  $x_L=24$  ом;  
 $L=76,4$  мГн;  $\cos \varphi=0,28$ .
208.  $\cos \varphi_1=0,061$ ;  $\cos \varphi_2=0,277$ ;  
 $\cos \varphi=0,225$ ;  $U\approx 220$  в;  
 $P_1=47,5$  вт;  $P_2=665$  вт.
209.  $I=4$  а;  $g\approx 0,0162$  1/ом;  
 $b\approx 0,0083$  1/ом;  $y\approx 0,0182$  1/ом;  
 $Q=400$  вар;  $L=79,6$  мГн.
210.  $U=127$  в;  $U_a=96,5$  в;  $U_p=82,5$  в;  
 $P=1226$  вт;  $Q=1048$  вар;  
 $S\approx 2790$  ва.
212.  $\cos \varphi=0,886$ ;  $g\approx 0,0403$  1/ом;  
 $y=0,0454$  1/ом;  $I=10$  а;  
 $P=1950$  вт;  $Q=1020$  вар;  
 $S=2200$  ва.
214.  $b=0,005$  1/ом;  $I=1$  а;  $I_a=0,8$  а;  
 $U=120$  в;  $P=96$  вт;  $Q=72$  вар;  
 $S=120$  ва.
215.  $L=76,4$  мГн;  $\cos \varphi=0,28$ ;  
 $U_a=106,4$  в;  $U_p\approx 365$  в;  
 $P=1617$  вт;  $Q\approx 5540$  вар;  
 $S\approx 5780$  ва.
217.  $\cos \varphi=0,707$ ;  $I=6,36$  а;  
 $r\approx 12,2$  ом;  $z\approx 17,2$  ом;  
 $P=493$  вт.
219. Мощность приемника будет наибольшей тогда, когда его полное сопротивление будет равно полному сопротивлению линии.
223.  $x_C=159,2$  ом.
224.  $x_C=190$  ом;  $Q=760$  вар;  $S=760$  ва;
225.  $x_C=1274$  ом;  $W_{\text{макс}}=22,5$  дж.
226.  $U=220$  в.
227.  $i=56,4 \sin \left( 314t + \frac{\pi}{2} \right)$  а;  
 $p=8800 \sin 628t$  вт;  $I=40$  а.  
 $q_m=179,6 \cdot 10^{-4}$  к;  $I=4$  а.
229.  $U_C=196$  в;  $U=220$  в;  $\cos \varphi=0,454$ ;  $P=400$  вт;  $S=880$  ва.
230.  $I=12,7$  а;  $U_r=76,2$  в;  $U_L\approx 347$  в;  
 $U_C=245$  в;  $\cos \varphi=0,6$ ;  $P\approx 968$  вт;  
 $Q=1290$  вар;  
 $i=17,9 \sin (314t - 53^\circ 10')$  а;  
 $u_r=107,4 \sin (314t - 53^\circ 10')$  в;  
 $u_L=489 \sin (314t + 36^\circ 50')$  в;  
 $u_C=345 \sin (314t - 143^\circ 10')$  в;  
 $p=1676 - 2790 \cdot \cos (628t - 53^\circ 10')$  вт.
231.  $I=22$  а;  $P\approx 3870$  вт;  $\cos \varphi=0,8$ .
233.  $z=22$  ом;  $U=220$  в;  $P=1510$  вт;  
 $Q=-1600$  вар;  $S=2200$  ва.
234.  $r=3$  ом;  $L=69,4$  мГн;  
 $C=107,2$  мкФ;  $\cos \varphi=0,6$ .
235.  $L_0\approx 507$  мГн;  $I=5$  а при резонансе.
236.  $f_0\approx 80$  Гц;  $I=4$  а;  $U_L=U_C\approx 402$  в.
237. 1)  $I=10$  а;  $U_C=U_L=200$  в;  
 $C_0=159,2$  мкФ; 2)  $I=10$  а;  
 $U_C=U_L=455$  в;  $L=144,9$  мГн;  
 3)  $I=10$  а;  $U_C=U_L=300$  в;  
 $f_0\approx 75$  Гц.
238.  $L_0=116,5$  мГн;  $I=5$  а;  $P=665$  вт;  
 $U_C=U_L=183$  в.
240.  $C_0=235$  мкФ.
241.  $C\approx 48,6$  мкФ.
242.  $f_0\approx 77$  Гц.
243.  $L_0\approx 203$  мГн;  $I=5$  а при резонансе.
244.  $I=5$  а;  $\cos \varphi=0,8$ ;  $P=508$  вт;  
 $Q=381$  вар.
246.  $\cos \varphi_1=0,454$ ;  $\cos \varphi_2=0,312$ ;  
 $\cos \varphi=0,404$ ;  $I_1=10$  а;  $I_2=5,5$  а;  
 $I\approx 15,5$  а;  $P=1378$  вт.
247.  $E_{L1}=176$  в;  $E_{L2}=190$  в;  $r_1=12$  ом;  
 $r_2\approx 11,1$  ом;  $L_1=51$  мГн;  
 $L_2=60,5$  мГн;  $I\approx 21$  а;  $U=220$  в.
248.  $U=220$  в;  $\cos \varphi=0,976$ ;  
 $P_1\approx 920$  вт;  $P_2=783$  вт;  $z_1=40$  ом;  
 $r_1=30,4$  ом;  $z_2=55$  ом;  
 $r_2\approx 49$  ом.
249.  $z\approx 12$  ом;  $\cos \varphi=0,998$ ;  $U\approx 220$  в;  
 $I_1=11$  а;  $I_2=11$  а;  $P\approx 4,02$  кВт;  
 $Q=-218$  вар.
250.  $z_1=44$  ом;  $x_1=38,1$  ом;  $z_2=55$  ом.  
 $x_2=44$  ом;  $P=1078$  вт;  
 $Q=1657$  вар;  $S=1980$  ва.
251.  $I_2\approx 4$  а;  $U\approx 220$  в;  $x_1=13,2$  ом;  
 $x_2=14,7$  ом;  $P\approx 2610$  вт;  
 $S\approx 3040$  ва.
253.  $U=220$  в;  $I_2=11$  а;  $I_3=5,5$  а;  
 $I\approx 19,3$  а;  $P=4250$  вт;  
 $Q=-165$  вар.
254.  $I=57,6$  а;  $\cos \varphi=0,918$ ;  $P=13\,400$  вт;  
 $S=12\,670$  ва.
255. При разомкнутом рубильнике  $P$   
 $I_3=10$  а;  $I_4=11$  а;  $I=25,8$  а;  
 $\cos \varphi=0,768$ ;  $Q\approx 3650$  вар.  
 При замкнутом рубильнике  $P$   
 $I\approx 21,3$  а;  $\cos \varphi=0,93$ ;  $Q=1716$  вар.
258.  $z\approx 15,8$  ом;  $I_1\approx 7,6$  а;  
 $I_2=1,72$  а;  $I_3=2,12$  а;  $I_4\approx 3,86$  а;  
 $U_1\approx 34$  в;  $U_2\approx 86,3$  в.
259.  $U\approx 220$  в;  $U_1=69$  в;  $U_2=167,2$  в;  
 $I_1=6,9$  а;  $I_3=16,72$  а;  $I_4=8,36$  а.  
 $I_5=22$  а;  $I=40,4$  а;  $P=6500$  вт.  
 $U\approx 220$  в.
261.  $P_1\approx 327$  вт;  $P_2=249$  вт;

$$P_3=221 \text{ вт}; P_4 \approx 26,7 \text{ вт}; \\ P_5=124,2 \text{ вт}; P_6 \approx 570 \text{ вт}; \\ P=1520 \text{ вт}; Q \approx 1630 \text{ вар}.$$

## Глава 5. Применение символического метода к расчету цепей переменного тока

265.  $r=8 \text{ ом}; x=6 \text{ ом}.$   
 266.  $Z=7+j24 \text{ ом};$   
 $Y=0,0112-j0,0384 \text{ 1/ом}.$   
 268.  $I=30 \text{ а}; i=42,3 \sin(\omega t-53^\circ 8') \text{ а}.$   
 269.  $Z=44+j33 \text{ ом}=55e^{j36^\circ 50'} \text{ ом}=55 \angle 36^\circ 50' \text{ ом}.$   
 270.  $U=220 \text{ в}.$   
 271.  $U \approx 380 \text{ в}; P \approx 3180 \text{ вт}; Q \approx 1715 \text{ вар};$   
 $\cos \varphi=0,88.$   
 272.  $Z=10e^{j9^\circ} \text{ ом}=10 \angle 9^\circ \text{ ом};$   
 $P \approx 4780 \text{ вт}; \cos \varphi \approx 0,988.$   
 273.  $Z=5e^{j36^\circ 40'} \text{ ом}; r \approx 4 \text{ ом}; x \approx 3 \text{ ом};$   
 $P \approx 7740 \text{ вт}; S=9680 \text{ ва}.$   
 275.  $Y=0,1e^{-j74^\circ 50'} \text{ 1/ом}=0,1 \angle -74^\circ 50' \text{ 1/ом}; I=12,7 \text{ а};$   
 $P \approx 452 \text{ вт}; Q \approx 1550 \text{ вар};$   
 $S=1613 \text{ ва}; \cos \varphi=0,28.$   
 276.  $Y=0,0186-j0,01307 \text{ 1/ом};$   
 $I=5 \text{ а}; P=900 \text{ вт}; Q=633 \text{ вар};$   
 $\cos \varphi=0,818.$   
 278.  $\dot{I}=4e^{j83^\circ} \text{ а}=4 \angle 83^\circ \text{ а}; P=400 \text{ вт};$   
 $Q=-784 \text{ вар};$   
 $i=5,64 \sin(314t+83^\circ) \text{ а}.$   
 279.  $Z=25-j49 \text{ ом}=55e^{-j63^\circ} \text{ ом}=55 \angle -63^\circ \text{ ом};$   
 $Y=0,0182e^{j63^\circ} \text{ 1/ом}=0,0182 \angle 63^\circ \text{ 1/ом}; I=4 \text{ а};$   
 $P=400 \text{ вт}; Q=-784 \text{ вар};$   
 $\cos \varphi=0,454.$   
 282.  $Z_1=17,9+j12,8 \text{ ом}=22e^{j35^\circ 30'} \text{ ом}=22 \angle 35^\circ 30' \text{ ом};$   
 $Z_2=48-j14 \text{ ом}=50e^{-j16^\circ 20'} \text{ ом}=50 \angle -16^\circ 20' \text{ ом}; I_1=10 \text{ а};$   
 $I_2=4,4 \text{ а}; I \approx 13,3 \text{ а}; P_1=1790 \text{ вт};$   
 $Q_1=1280 \text{ вар}; P_2=928 \text{ вт};$   
 $Q_2=-271 \text{ вар}.$   
 283.  $I_1=4 \text{ а}; I_2=5 \text{ а}; P_1=384 \text{ вт};$   
 $Q_1=794 \text{ вар}; P_2=430 \text{ вт};$   
 $Q_2=1012 \text{ вар}.$   
 284.  $U=220 \text{ в}; I_1=11 \text{ а}; P_1 \approx 1930 \text{ вт};$   
 $Q_1 \approx 1450 \text{ вар}; P_2=362 \text{ вт};$   
 $Q_2 \approx 481 \text{ вар}.$   
 285.  $U=220 \text{ в}; I_2=5 \text{ а}; I=15 \text{ а};$   
 $P_1=800 \text{ вт}; Q_1=2050 \text{ вар};$   
 $P_2 \approx 373 \text{ вт}; Q_2 \approx 1035 \text{ вар};$   
 $P=1173 \text{ вт}.$   
 287.  $I_1=4 \text{ а}; I_2=5 \text{ а}; I \approx 7 \text{ а};$   
 $P_1=480 \text{ вт}; Q_1=-737 \text{ вар};$

$$P_2=1027 \text{ вт}; Q_2=392 \text{ вар}; \\ P=1507 \text{ вт}; Q=-345 \text{ вар}.$$

289. При согласном соединении катушек  $\dot{I}_1=11,63-j35,1 \text{ а}; \dot{I}_2=0,325+j0,511 \text{ а}.$  При встречном соединении катушек:

$$\dot{I}_1=27,6-j44,9 \text{ а};$$

$$\dot{I}_2=0,325+j10,21 \text{ а}.$$

291.  $I_1=22 \text{ а}; I_2=10 \text{ а}; I_3=5 \text{ а};$   
 $P_1 \approx 3870 \text{ вт}; Q_1=2904 \text{ вар};$   
 $P_2 \approx 1970 \text{ вт}; Q_2 \approx 980 \text{ вар};$   
 $P_3=1050 \text{ вт}; Q_3=-328 \text{ вар};$   
 $P=6890 \text{ вт}; Q \approx 3560 \text{ вар}.$   
 292.  $C_x=54,2 \text{ мкф}; I_2 \approx 4 \text{ а}.$   
 300.  $P_1 \approx 162,4 \text{ вт}; P_2=1022 \text{ вт};$   
 $P_3=160,6 \text{ вт}; P_5=271,5 \text{ вт};$   
 $P=1617 \text{ вт}; Q_1 \approx 2028 \text{ вар};$   
 $Q_2 \approx 3067 \text{ вар}; Q_3 \approx 302 \text{ вар};$   
 $Q_5 \approx 434 \text{ вар}.$   
 301.  $I_2=6,9 \text{ а}; I_3=16,75 \text{ а}; I_4 \approx 8,37 \text{ а};$   
 $I_5 \approx 22,1 \text{ а}; I \approx 40,5 \text{ а}; U \approx 221 \text{ в};$   
 $P \approx 6560 \text{ вт}; Q \approx 6130 \text{ вар};$   
 $\cos \varphi=0,732.$   
 302.  $P_1=12,7 \text{ вт}; P_2=10,4 \text{ вт};$   
 $P_3=44 \text{ вт}; P_5=71,5 \text{ вт}; P_6=90 \text{ вт};$   
 $P=269 \text{ вт}; Q_2=20,8 \text{ вар};$   
 $Q_3=73,6 \text{ вар}; Q_4=283 \text{ вар};$   
 $Q_5=174 \text{ вар}; Q_6=161 \text{ вар};$   
 $Q_7=562 \text{ вар}; Q=415,6 \text{ вар}.$   
 303.  $U \approx 380 \text{ в}.$   
 304.  $P \approx 728 \text{ вт}; Q \approx 475 \text{ вар}.$   
 305.  $P \approx 73,2 \text{ вт}; P_3=143 \text{ вт};$   
 $P_4=220,5 \text{ вт}; P_5 \approx 106 \text{ вт};$   
 $P_7=107,3 \text{ вт}; P_8=3872 \text{ вт};$   
 $P \approx 4522 \text{ вт}; Q_1=97,9 \text{ вар};$   
 $Q_2 \approx 30,7 \text{ вар}; Q_3 \approx 715 \text{ вар};$   
 $Q_5 \approx 529 \text{ вар}; Q_6 \approx 230 \text{ вар};$   
 $Q_8=2904 \text{ вар}; Q \approx 1760 \text{ вар}.$   
 306.  $I=32,35 \text{ а}; I_1 \approx 20,4 \text{ а};$   
 $I_2=8,57 \text{ а}; I_3=2,5 \text{ а}; I_4=12,24 \text{ а};$   
 $I_5=6,16 \text{ а}; I_7 \approx 23,9 \text{ а};$   
 $P_1 \approx 832,3 \text{ вт}; P_2=587,5 \text{ вт};$   
 $P_3=125 \text{ вт}; P_4=187,5 \text{ вт};$   
 $P_5 \approx 1800 \text{ вт}; P_6=907,7 \text{ вт};$   
 $P_7=1142 \text{ вт}; Q_1=4162 \text{ вар};$   
 $Q_2=440,6 \text{ вар}; Q_4=250 \text{ вар};$   
 $Q_5 \approx 2400 \text{ вар}; Q_6 \approx 379 \text{ вар};$   
 $Q_7 \approx 5140 \text{ вар}; P \approx 5580 \text{ вт};$   
 $Q \approx 4440 \text{ вар}; \cos \varphi \approx 0,783.$

## Глава 7. Трехфазный ток

323.  $I_A=5,5 \text{ а}; P \approx 3,6 \text{ кВт};$   
 $\cos \varphi=0,995.$   
 324.  $I_{1\phi}=7,3 \text{ а}; U_{1\phi} \approx 220 \text{ в};$   
 $P_1 \approx 4380 \text{ вт}.$   
 325.  $U \approx 127 \text{ в}; P=7,62 \text{ кВт}.$   
 326.  $I_N \approx 7,4 \text{ а}.$

327.  $U_{A'}=132,2$  в;  $U_{B'} \approx 97$  в;  
 $U_{C'}=159,8$  в.
328.  $U=220$  в;  $I_A \approx 31,5$  а;  $P \approx 12$  кет.
329.  $U_{AB}=U_{CA}=110$  в;  $U_{BC}=220$  в;  
 $I_A=0$ ;  $I_B=I_C \approx 27,3$  а.
330.  $I_A=55,3$  а;  $I_B \approx 39,7$  а;  
 $I_C=48,1$  а.  
 При перегорании предохранителя:  
 $U_{AB} \approx 88$  в;  $U_{BC} \approx 132$  в;  
 $U_{CA}=220$  в.
331.  $P_1 \approx 77,1$  кет;  $I_{1A} \approx 233$  а;  
 $I_{1\phi} \approx 135$  а.
332.  $I_A=216,3$  а;  $P \approx 45$  кет;  
 $\Delta U=5$  в;  $U_1=125$  в.
333.  $U=127$  в;  $n=50$ ;  $P_A \approx 150$  вт;  
 $P \approx 22,5$  кет.
334.  $I_A \approx 23,5$  а;  $I_B \approx 23,5$  а;  
 $I_C=16,43$  а.
335.  $I_A=518$  а.
336. При соединении звездой:  
 $I_A=6,35$  а;  $P=701$  вт.  
 При соединении треугольником:  
 $I_A \approx 11$  а;  $P=701$  вт.
337.  $C \approx 44,3$  мкф.
338.  $P \approx 82,9$  кет.
340. При соединении звездой:  
 $I_A=6,35$  а;  $P=677$  вт. При  
 соединении треугольником:  
 $I_A=19,03$  а  $\approx 19$  а;  $P \approx 2,03$  кет.
341.  $P \approx 24,74$  кет;  $Q \approx 29$  квар;  
 $S \approx 38,06$  ква.
342.  $P \approx 34,3$  кет;  $Q \approx 16,59$  квар;  
 $S \approx 38,06$  ква.
343.  $r_2=18$  ом;  $x_2=24$  ом.
345.  $r=9,6$  ом;  $x_L=2,8$  ом;  $L \approx$   
 $\approx 8,92$  мГн;  $\cos \varphi=0,96$ ;  $I=22$  а.
347.  $P_1 \approx 45,9$  кет;  $P_2 \approx 79,4$  кет;  
 $P_3=115,4$  кет;  $P_4=110,5$  кет;  
 $P_5 \approx 72,9$  кет;  $S \approx 472$  ква;  
 $\cos \varphi=0,898$ ;  $\varphi=26^\circ 10'$ .
348.  $U_\phi=220$  в;  $U_A=380$  в;  $I_A=2,2$  а;  
 $P=1452$  вт.
349.  $U_1 \approx 230$  в.
350.  $I_N=26,4$  а.
351.  $I_A=20,1$  а;  $U_A=230$  в;  
 $U'_A=220$  в.
353.  $I=252,3$  а;  $U'_A \approx 7280$  в;  
 $U_A \approx 9340$  в.
354.  $I_A=I_B=I_C=I \approx 15,4$  а;  $U \approx$   
 $\approx 220$  в;  $P \approx 5,69$  кет.
357.  $I_A=35,3$  а;  $I_B \approx 29,8$  а;  
 $I_C=30,2$  а.
358.  $I_A=3,06$  а;  $I_B \approx 2,89$  а;  $I_C=$   
 $=3,24$  а.
359.  $I_1=135,3$  а;  $U_\phi \approx 242$  в;  $U_A \approx$   
 $\approx 419$  в;  $24,3$  в;  $\Delta U_\phi=22$  в;  
 $\Delta U \approx 38,1$  в.

360.  $I_A \approx 19,3$  а;  $I_B=10$  а;  $I_C \approx$   
 $\approx 19,3$  а;  $P=3800$  вт;  $S=3800$  ва.
361.  $I_A=29,2$  а;  $I_B \approx 36,4$  а;  
 $I_C=23,5$  а;  $Q \approx -1730$  вар.
362. При наличии нейтрального про-  
 вода:  $U_{A'}=U_{B'}=U_{C'} \approx 127$  в;  
 при отсутствии нейтрального  
 провода:  $U_{A'}=158,6$  в;  $U_{B'}=$   
 $=158,6$  в;  $U_{C'} \approx 76,1$  в.
364.  $I_A=I_B=I_C=4,4$  а;  $U_A=U_B=$   
 $=U_C=231$  в;  $U_{AB}=U_{BC}=$   
 $=U_{CA} \approx 400$  в;  $\Delta U=20$  в.
365. 1)  $U_{A'}=0$ ;  $U_{B'}=U_{C'}=380$  в;  
 $I_A=13,15$  а;  $I_B=I_C=7,6$  а;  
 2)  $U_{B'}=U_{C'}=190$  в;  $I_A=0$ ;  
 $I_B=I_C=3,8$  а.
366.  $I_A \approx 106$  а;  $U_2 \approx 9170$  в;  
 $P_1 \approx 1750$  кет.
367.  $I_{AB} \approx 9,5$  а;  $I_{BC} \approx 7,6$  а;  
 $I_{CA}=19$  а;  $I_A=26,8$  а;  $I_B=3,92$  а;  
 $I_C=26,3$  а;  $Q=-1701$  вар.

## Г л а в а 8. Несинусоидальные токи

374.  $B = \frac{4B_m}{\pi\alpha} \left[ \sin \alpha \sin \omega t + \right.$   
 $\left. + \frac{1}{9} \sin 3\alpha \cdot \sin 3\omega t + \right.$   
 $\left. + \frac{1}{25} \sin 5\alpha \cdot \sin 5\omega t + \right.$   
 $\left. + \frac{1}{49} \sin 7\alpha \cdot \sin 7\omega t + \dots \right].$
375.  $u = \frac{4U_m}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \right.$   
 $\left. + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots + \right.$   
 $\left. + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right).$
376.  $u = \frac{8U_m}{\pi^2} \left( \sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \right.$   
 $\left. + \frac{1}{25} \sin 5\omega t - \frac{1}{49} \sin 7\omega t + \dots \right).$
377.  $i = \frac{2I_m}{\pi} \left( 1 - \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \right.$   
 $\left. - \frac{2}{15} \cos 4\omega t - \frac{2}{35} \cos 6\omega t - \dots \right).$
378.  $I \approx 73,3$  а.
380.  $I=10,24$  а;  $P=1572$  вт.
382.  $i=I_0+I_m \sin (\omega t-\varphi_1)=$   
 $= [0,5+5,64 \sin (\omega t-17^\circ 40')] ]$  а;  
 $I \approx 4$  а;  $P=846$  вт.
386.  $i=[17,9 \sin (\omega t+36^\circ 52') +$   
 $+ 2,56 \sin (3\omega t-70^\circ) +$   
 $+ 0,47 \sin (5\omega t-39^\circ 13')] ]$  а;  
 $U=134,2$  в;  $I=12,83$  а  $\approx 12,8$  а;  
 $P=1317$  вт.



387.  $I_1=47,5 \text{ а}; I_2=41,5 \text{ а}.$
388.  $i_r = \left[ 6,25 \sin \omega t + \right.$   
 $\left. + 1,5 \sin \left( 3\omega t + \frac{\pi}{6} \right) + \right.$   
 $\left. + 0,75 \sin \left( 5\omega t + \frac{\pi}{12} \right) \right] \text{ а};$   
 $i_L = \left[ 10,42 \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) + \right.$   
 $\left. + 3,47 \sin \left( 3\omega t - \frac{\pi}{3} \right) + \right.$   
 $\left. + 0,25 \sin \left( 5\omega t - \frac{5}{12} \pi \right) \right] \text{ а};$   
 $i_C = \left[ 0,106 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) + \right.$   
 $\left. + 0,423 \sin \left( 3\omega t + \frac{2}{3} \pi \right) + \right.$   
 $\left. + 0,353 \sin \left( 5\omega t + \frac{7}{12} \pi \right) \right] \text{ а};$   
 $I_r \approx 4,57 \text{ а}; I_L \approx 7,4 \text{ а};$   
 $I_C \approx 0,397 \text{ а}.$
389.  $i_r = (1,75 + 5,25 \sin \omega t +$   
 $+ 1,75 \sin 3\omega t + 0,58 \sin 5\omega t) \text{ а};$   
 $i_L = [2,77 \sin (\omega t - 90^\circ) +$   
 $+ 0,31 \sin (3\omega t - 90^\circ) +$   
 $+ 0,06 \sin (5\omega t - 90^\circ)] \text{ а};$   
 $i_C = [1,49 \sin (\omega t + 90^\circ) +$   
 $+ 1,49 \sin (3\omega t + 90^\circ) +$   
 $+ 0,83 \sin (5\omega t + 90^\circ)] \text{ а};$   
 $I_r = 4,25 \text{ а}; I_L \approx 1,97 \text{ а}; I_C \approx 1,6 \text{ а}.$
390.  $U_{AX} = U_\phi = 127,9 \text{ в};$   
 $U_{AB} = U_A \approx 209 \text{ в}; \frac{U_A}{U_\phi} = 1,63.$
391.  $U = 129 \text{ в}.$

## Глава 9. Переходные процессы в цепях с сосредоточенными параметрами

392.  $\tau = 0,02 \text{ сек}.$
393.  $\tau = 22 \text{ ом}.$
394. В момент включения  $t=0$  ток равен нулю. Ток достигает конечного значения  $\frac{U}{r}$  через промежуток времени  $t=\infty$  (теоретически). В момент  $t=\tau$   
 $i \approx 0,632 \frac{U}{r}$ , т. е. 63,2% своей конечной величины.
396.  $t \approx 0,00346 \text{ сек}.$
397. В момент  $t=0 \ i=0$  и  $i_{cs} = -\frac{U}{r}$ ;  
 в момент  $t=\infty \ i_{cs}=0$  и  $i=\frac{U}{r}$ .

398.  $t=\tau$ , следовательно, переходные процессы протекают быстрее в цепи с меньшей постоянной времени.
399.  $\tau = 4 \cdot 10^{-4} \text{ сек}.$
400.  $\tau = 0,008 \text{ сек}.$
401.  $r = 400 \text{ ом}.$
402. В момент  $t=0 \ i = \frac{U}{r}$  (т. е. в момент включения можно считать, что конденсатор как бы не существует),  $u=0$ . В момент  $t=\infty \ i=0$  и  $u=U$ .
403. В момент  $t=0 \ i = -\frac{U}{r}$ ; в момент  $t=\infty \ i=0$  и  $u=0$ .
405. В момент  $t=0 \ i_1 = \frac{U}{r_1}$ ;  
 $i_2 = \frac{U}{r_2}$ ;  $i = i_1 + i_2 = \frac{U}{r_1} + \frac{U}{r_2}$ . В момент  $t=\infty \ i_1 = \frac{U}{r_1}$ ;  $i_2=0$  и  $i=i_1$ .
407.  $\tau = 0,000417 \text{ сек}.$
410. 1)  $i_{cs} t=0 = 9,95 \text{ а};$  2)  $i_{cs} t=0 = 8,09 \text{ а};$  3)  $i_{cs} t=0 = 4,07 \text{ а};$   
 4)  $i_{cs} t=0 = 0.$
411.  $W = \frac{LI^2}{2}.$
412.  $\tau = 0,625 \text{ сек}.$
414.  $U = 6000 \text{ в}.$

## Глава 10. Электрические измерения

419. 0,002%.
420.  $r_{ш} \approx 0,00015 \text{ ом}.$
421.  $r_\partial = 999,7 \text{ ом}.$
422.  $I \approx 4,45 \text{ а}.$
423. 1)  $\frac{r_A}{r_{ш}} = 9$  или  $r_A = 9r_{ш};$   
 2)  $r_A = 99r_{ш}.$
424.  $r_{ш}'' = 1 \text{ ом}.$
425.  $I_V = 0,012 \text{ а}; P_V = 1,44 \text{ вт}.$
426.  $r_\partial = 30\,000 \text{ ом}.$
427.  $U_1 = 120 \text{ в}; U_2 = 100 \text{ в}.$
428.  $r_{ш1} \approx 0,0301 \text{ ом}; r_{ш2} \approx 0,003 \text{ ом};$   
 $r_{ш3} \approx 0,0015 \text{ ом}; r_{ш4} \approx 0,00075 \text{ ом};$   
 $C_A = 0,00003 \text{ а/дел}; C_{A1} = 0,01 \text{ а/дел};$   
 $C_{A2} = 0,1 \text{ а/дел}; C_{A3} = 0,2 \text{ а/дел};$   
 $C_{A4} = 0,4 \text{ а/дел}; r_{\partial 1} = 4000 \text{ ом};$   
 $r_{\partial 2} = 49\,000 \text{ ом}; C_{V1} = 0,02 \text{ в/дел};$   
 $C_{V2} = 1 \text{ в/дел}.$
430. 1)  $r_1 = 55 \text{ ом};$  2)  $r_2 = 55,76 \text{ ом}.$

$$431. I_{\Gamma} = \frac{I(r_2 r_3 - r_1 r_4)}{r_{\Gamma}(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (r_1 + r_3)(r_2 + r_4)}.$$

$$432. r_x = r_V \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_2} \right) = r_V \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - 1 \right).$$

Этим же методом можно воспользоваться для измерения сопротивления вольтметра, если вместо  $r_x$  включить известное сопротивление  $r$ . Тогда

$$r_V = \frac{\alpha_2 r}{\alpha_1 - \alpha_2}.$$

$$433. r_A = 200 \text{ ом}.$$

$$434. r_x = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} (r_{\Gamma} + r_{обр}) - r_{\Gamma}.$$

Если сопротивление  $r_{\Gamma}$  незначительно по сравнению с  $r_{обр}$  и  $r_x$ , то им можно пренебречь, тогда

$$r_x = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} r_{обр}.$$

$$435. r_{ш1} = \frac{1}{9} \text{ ом}; \quad r_{ш2} = \frac{1}{19} \text{ ом};$$

$$r_{ш3} = \frac{1}{99} \text{ ом}; \quad r_{\partial 1} = 9 \text{ ом}; \quad r_{\partial 2} = 19 \text{ ом};$$

$$r_{\partial 3} = 99 \text{ ом}; \quad C_{A1} = 0,01 \text{ а/дел};$$

$$C_{A2} = 0,02 \text{ а/дел}; \quad C_{A3} = 0,1 \text{ а/дел}.$$

$$436. P'_1 = 1863 \text{ вт}; \quad P''_1 = 571 \text{ вт};$$

$$P''_1 = 527 \text{ вт}; \quad Q'_1 = 1185 \text{ вар};$$

$$Q''_1 = 989 \text{ вар}.$$

$$438. \text{ При } 75 \text{ в } r_1 = 1500 \text{ ом};$$

$$r_2 = r_3 = 2500 \text{ ом}; \quad C_1 = 7,5 \text{ вт/дел};$$

$$C_2 = 15 \text{ вт/дел (постоянная ваттметра определена с учетом трех-}$$

$$\text{фазной системы); при } 150 \text{ в}$$

$$r_1 = 4000 \text{ ом}; \quad r_2 = r_3 = 5000 \text{ ом};$$

$$C_1 = 15 \text{ вт/дел}; \quad C_2 = 30 \text{ вт/дел};$$

$$\text{при } 300 \text{ в } r_1 = 9000 \text{ ом};$$

$$r_2 = r_3 = 10\,000 \text{ ом}; \quad C_1 = 30 \text{ вт/дел};$$

$$C_2 = 60 \text{ вт/дел}; \text{ постоянная ватт-}$$

$$\text{метра без добавочных сопротивле-}$$

$$\text{ний } C_1 = 3 \text{ вт/дел}; \quad C_2 = 6 \text{ вт/дел};$$

$$1) P = 7,2 \text{ кВт};$$

$$2) P_2 = 1,5 \text{ кВт}.$$

$$440. I_A = 5 \text{ а}; \quad I_B \approx 2,59 \text{ а}; \quad I_C \approx 2,59 \text{ а};$$

$$P_I = 953 \text{ вт}; \quad P_{II} \approx 147 \text{ вт};$$

$$P = 1100 \text{ вт}.$$

$$441. P_{II} \approx 484 \text{ вт}.$$

$$442. P_I = -279 \text{ вт}; \quad P_{II} = 279 \text{ вт}.$$

$$443. \text{ а) } P = 261 \text{ вт}; \quad \text{б) } P = 196 \text{ вт}.$$

$$444. 10 \text{ а}; \quad 1 \text{ р. } 26 \text{ к}.$$

$$446. P = 204 \text{ кВт}.$$

$$448. I_1 = 168 \text{ а}; \quad U_1 = 3300 \text{ в}; \quad P =$$

$$= 396 \text{ кВт}; \quad \cos \varphi = 0,714.$$

$$449. P = 3200 \text{ кВт}; \quad \cos \varphi = 0,893.$$

450. Как известно из курса электротехники, при неправильной полярности одного из измерительных трансформаторов вектор тока в соответствующей обмотке ваттметра будет повернут на  $180^\circ$  относительно вектора тока в другой его обмотке. Таким образом, измерение активной мощности по методу двух ваттметров может привести к неверным результатам.

$$451. P = 495 \text{ вт}; \quad C_K = 900 \text{ вт} \cdot \text{сек/об}.$$

$$453. C_K = 1800 \text{ вт} \cdot \text{сек/об};$$

$$C = 1784 \text{ вт} \cdot \text{сек/об}; \quad \gamma_0 \approx 0,897\%;$$

$$k \approx 0,991.$$

## Глава 11. Катушки со стальными сердечниками и трансформаторы

$$460. k = 25.$$

$$461. w_1 = 800.$$

$$462. U_{2x} = 400 \text{ в}.$$

$$463. I_2 = 1500 \text{ а}; \quad \delta_1 \approx 3,76 \text{ а/мм}^2;$$

$$\delta_2 \approx 3,61 \text{ а/мм}^2.$$

$$464. E'_1 = 10\,500 \text{ в}; \quad E_1 \approx 10\,000 \text{ в};$$

$$E'_1 = 9500 \text{ в}; \quad E_2 \approx 231 \text{ в}.$$

$$465. w_1 \approx 355; \quad w_2 \approx 112.$$

$$466. U_2 = 1204 \text{ в}; \quad B_c \approx 3,204 \text{ тл}.$$

$$472. \eta_1 = 96,25\%; \quad \eta_2 = 95,35\%.$$

$$473. \eta_1 = 97,75\% \text{ при номинальной нагрузке и } \cos \varphi_2 = 1; \eta_2 = 97,2\% \text{ при номинальной нагрузке и } \cos \varphi = 0,8.$$

$$476. I_1 \approx 5,7 \text{ а}; \quad P_K = 59 \text{ вт}.$$

$$481. \eta_1 = 99,13\%; \quad \eta_2 = 99,21\%.$$

$$482. B_c \approx 1,4540 \text{ тл}; \quad u_a \approx 1,36\%;$$

$$u_p \approx 5,33\%; \quad E_2 \approx 3150 \text{ в}.$$

$$483. w_1 = 4937; \quad w_2 = 190; \quad u_a = 1,5\%;$$

$$u_p = 5,29\%.$$

$$484. r_K = 3,469 \text{ ом}; \quad k_r = 1,0014;$$

$$r_1 \approx 2,02 \text{ ом}; \quad r_2 \approx 0,07 \text{ ом};$$

$$\eta = 95,52\%.$$

$$487. U_2 = 5698 \text{ в при индуктивной нагрузке}; \quad U_2 = 6144 \text{ в при емкостной нагрузке}; \quad U_2 = 5901 \text{ в при активной нагрузке}.$$

$$488. \Delta U\% \approx 1,18\% \text{ при активной нагрузке}; \quad \Delta U\% = 5,39\% \text{ при индуктивной нагрузке}; \quad \Delta U\% \approx -3,5\% \text{ при емкостной нагрузке}.$$

$$489. \Delta U\% \approx 4,43\% \text{ при индуктивной нагрузке}; \quad \Delta U\% \approx -1,9\% \text{ при емкостной нагрузке}.$$

494.  $\cos \varphi_x = 0,476$ ;  $w_2 \approx 91$ .  
 495.  $w_1 \approx 805$ ;  $w_2 = 671$ ;  $\eta = 99,52\%$ .  
 496.  $P_c \approx 62$  вт;  $\cos \varphi_x = 0,199$ ;  $z_k \approx 0,1366$  ом;  $r_k = 0,0592$  ом;  $x_k = 0,1232$  ом;  $\cos \varphi_k = 0,433$ ;  $\eta = 96\%$ .

## Глава 12. Асинхронные двигатели

497.  $q_1 = 3$ ;  $q_2 = 4$ ;  $Q_1 = 9$ ;  $Q_2 = 12$ .  
 498.  $q_1 = 2$ .  
 499.  $Z_1 = 48$ .  
 500.  $q_1 = 4$ .  
 501.  $q_1 = 4$ .  
 502.  $Z = 48$ .  
 503.  $Z_1 = 24$ .  
 504.  $Z_1 = 24$ .  
 505.  $q_1 = 2$ .  
 506.  $q_1 = 3$ .  
 507.  $q_1 = 2$ .  
 508.  $Z_2 = 24$ .  
 509.  $Z_2 = 36$ .  
 510.  $q_1 = 4$ .  
 517.  $E_1 = 220$  в;  $E_2 \approx 86,1$  в.  
 518.  $E_{2s} \approx 2,58$  в.  
 519.  $E_1 = 127$  в;  $E_2 \approx 49,7$  в.  
 520.  $p = 6$ ;  $s = 4\%$ .  
 521.  $n_{2k} = 2850$  об/мин.  
 522.  $P_2 \approx 75$  ватт;  $\eta \approx 0,897$ ;  $s = 2\%$ .  
 523.  $\cos \varphi_1 = 0,732$ ;  $P_2 \approx 4$  ватт;  $n_2 = 930$  об/мин;  $\eta = 78,4\%$ .  
 524.  $P_{эм} = 59$  ватт;  $P_{г2} = 1,77$  ватт.  
 529.  $I_1 = I_x = 7,85$  а.  
 530.  $\cos \varphi_1 = 0,863$ ;  $\eta \approx 85,9\%$ .

## Глава 13. Синхронные машины

542.  $u_a = 1,374\%$ ;  $u_p \approx 20,6\%$ .  
 544.  $U = 8300$  в.  
 548.  $r_a \approx 1,007$  ом;  $x_c \approx 4,02$  ом.  
 549.  $P = 1200$  ватт.  
 550.  $M \approx 13\,170$  кгМ.  
 554.  $P_{II} = 3000$  ватт;  $\cos \varphi_{II} = 0,924$ .

## Глава 14. Машины постоянного тока

562.  $y_1 = 4$ ;  $y_2 = 3$ ;  $y = 1$ ;  $y_k = 1$ .  
 563.  $y_1 = 3$ ;  $y_2 = 2$ ;  $y = 1$ ;  $y_k = 1$ .  
 564.  $y_1 = 8$ ;  $y_2 = 7$ ;  $y = 1$ ;  $y_k = 1$ .  
 565.  $y_1 = 10$ ;  $y_2 = 9$ ;  $y = 1$ ;  $y_k = 1$ .  
 566.  $y_1 = 10$ ;  $y_2 = 8$ ;  $y = 2$ ;  $y_k = 2$ ;  $2a = 8$ .  
 567.  $y_1 = 9$ ;  $y_2 = 7$ ;  $y = 2$ ;  $y_k = 2$ ;  $2a = 8$ .  
 568.  $y_1 = 5$ ;  $y_2 = 3$ ;  $y = 2$ ;  $y_k = 2$ ;  $2a = 8$ .  
 569.  $y_1 = 3$ ;  $y_2 = 3$ ;  $y = 6$ ;  $y_k = 6$ .  
 570.  $y_1 = 4$ ;  $y_2 = 4$ ;  $y = 8$ ;  $y_k = 8$ .

572.  $y_1 = 4$ ;  $y_2 = 4$ ;  $y = 8$ ;  $y_k = 8$ .  
 573.  $y_1 = 5$ ;  $y_2 = 4$ ;  $y = 9$ ;  $y_k = 9$ .  
 574. Простая последовательная обмотка.  
 575. Простая параллельная обмотка.  
 580.  $Z = 37$ ;  $\Phi \approx 0,0411$  вб.  
 581.  $\Phi \approx 0,0375$  вб.  
 584.  $I \approx 239$  а;  $I_{як} \approx 242,9$  а;  $E \approx 240$  в;  $r_{я} \approx 0,0412$  ом;  $R_g \approx 61,2$  ом.  
 585.  $4,25\%$ .  
 587.  $E = 234$  в;  $r_{я} = 0,7$  ом;  $r = 11$  ом.  
 588.  $U = 220$  в;  $E = 223,6$  в;  $I_{я} = 811$  а;  $i_g = 11$  а;  $\eta_g \approx 0,97$ .  
 590.  $I_{я} = 112,2$  а;  $U \approx 110$  в;  $i_g = 2,2$  а;  $I = 110$  а;  $P_g = 12,1$  ватт.  
 592.  $P_{сп} = 119,1$  ватт.  
 593.  $\eta_{эп} = 87,2\%$ ;  $\eta_k = 81,6\%$ .  
 594.  $i_g = 10$  а;  $R_g = 25$  ом;  $I_{я} = 210$  а;  $E = 259,5$  в;  $r_{я} \approx 0,0453$  ом.  
 604.  $n \approx 589$  об/мин.  
 605.  $M = 0,877$  кгМ;  $P_{я1} = 20$  ватт;  $P_{я2} = 5$  ватт;  $P'_2 = 1,08$  ватт;  $P'_2 = 530$  ватт.  
 606.  $i_g = 1,1$  а;  $I_{я} = 8,9$  а;  $P_{я} = 79,2$  ватт;  $P_g = 121$  ватт;  $E = 101,1$  в.  
 607.  $P_{эм} = 29,05$  ватт;  $P_2 = 25$  ватт.  
 608.  $i_g = 1,1$  а;  $I_{я} = 8,9$  а;  $P_g = 121$  ватт;  $P_{я} = 47,5$  ватт;  $E = 104,7$  в;  $P_{эм} \approx 932$  ватт.  
 609.  $P_{я} = 648$  ватт;  $P_g = 198$  ватт;  $P_{сп} = 1484$  ватт;  $\eta = 76,9\%$ .  
 610.  $P_{сп} = 470$  ватт;  $P_2 \approx 5030$  ватт;  $\eta = 83,3\%$ .  
 611.  $M = 0,891$  кгМ.  
 612.  $I_{я} = 675$  а;  $r_{я} \approx 0,0163$  ом;  $M_2 = 293$  кгМ;  $P_2 \approx 135,4$  ватт;  $P_{сп} \approx 5670$  ватт.  
 613.  $r_{я} \approx 0,0201$  ом;  $P_2 \approx 151,9$  ватт.  
 614.  $n = 951$  об/мин.  
 615.  $r_p \approx 20$  ом.  
 618.  $n_x = 642$  об/мин;  $n_k \approx 499$  об/мин;  $P_{я} = 2268$  ватт.  
 619.  $n_d = 695$  об/мин;  $\Delta n_d\% = 4,17\%$ .  
 621.  $n_1 = 538$  об/мин.  
 623.  $I_x = 13,3$  а.  
 624.  $P_1 = 22$  ватт;  $\eta_k \approx 86,4\%$ ;  $M_2 \approx 31,9$  кгМ.  
 625.  $P_2 \approx 11\,570$  ватт;  $P_1 \approx 13\,720$  ватт;  $I_{я} \approx 55$  а;  $P_{я} = 1845$  ватт;  $E = 216,5$  в.  
 626.  $I = 150$  а;  $E \approx 503$  в;  $P_2 = 74$  ватт;  $M_2 = 60,1$  кгМ.  
 627.  $r_{я} \approx 0,036$  ом;  $M = 218,6$  кгМ;  $E \approx 202$  в.  
 628.  $\Phi \approx 0,0428$  вб;  $I_k \approx 300$  а.

## Глава 15. Электрические сети

631.  $s \approx 25 \text{ мм}^2$ .  
 634. 1)  $s=50 \text{ мм}^2$ ; 2)  $s=120 \text{ мм}^2$ ;  
 3)  $s=35 \text{ мм}^2$ ; 4)  $s=70 \text{ мм}^2$ .  
 635. 1)  $I=266 \text{ а}$ ;  $P \approx 139,9 \text{ кВт}$ ;  
 2)  $I=160 \text{ а}$ ;  $P=84,15 \text{ кВт}$ ;  
 3)  $I=357 \text{ а}$ ;  $P=187,7 \text{ кВт}$ ;  
 4)  $I=235 \text{ а}$ ;  $P=123,6 \text{ кВт}$ .  
 636.  $\phi=51,7^\circ$ .  
 637. На  $46,6\%$ .  
 640.  $s=70 \text{ мм}^2$ .  
 641.  $s=16 \text{ мм}^2$ .  
 642.  $s \approx 70 \text{ мм}^2$ .  
 643.  $s=70 \text{ мм}^2$ .  
 644.  $s=2,5 \text{ мм}^2$ .  
 652.  $s_1=240 \text{ мм}^2$ ;  $s_2=50 \text{ мм}^2$ ;  
 $s_3=70 \text{ мм}^2$ ;  $s_4=16 \text{ мм}^2$ .  
 655.  $s_1=95 \text{ мм}^2$ ;  $s_2=25 \text{ мм}^2$ ;  
 $s_3=35 \text{ мм}^2$ .  
 656.  $s_1=50 \text{ мм}^2$ ;  $s_2=6 \text{ мм}^2$ ;  
 $s_3=16 \text{ мм}^2$ ;  $s_4=25 \text{ мм}^2$ .  
 657.  $I_A=55 \text{ а}$ ;  $I_B=63 \text{ а}$ ;  $s=25 \text{ мм}^2$ .  
 658.  $I_A=64,12 \text{ а}$ ;  $I_B=53,88 \text{ а}$ ;  
 $\Delta U_{AC} \approx 10,08 \text{ в}$ ;  $\Delta U_{BC}=6,08 \text{ в}$ .  
 663.  $s=50 \text{ мм}^2$ .  
 664.  $s=35 \text{ мм}^2$ .  
 665.  $s=16 \text{ мм}^2$ .  
 666.  $s=10 \text{ мм}^2$ .  
 667.  $s=10 \text{ мм}^2$ ; сечение нейтрального провода  $s_0=6 \text{ мм}^2$ .  
 668.  $s=16 \text{ мм}^2$ .  
 669.  $s=10 \text{ мм}^2$ ; сечение нейтрального провода  $s_0=6 \text{ мм}^2$ .  
 670.  $s=10 \text{ мм}^2$ .  
 671.  $s=240 \text{ мм}^2$ .  
 672.  $s=500 \text{ мм}^2$ ; экономия меди  $28\%$ .  
 673. При расположении питающего пункта в начале линии  $s=95 \text{ мм}^2$ . При расположении питающего пункта по середине линии  $s' \approx 16 \text{ мм}^2$  и  $s''=25 \text{ мм}^2$ .  
 674.  $s=10 \text{ мм}^2$ .  
 675.  $s=50 \text{ мм}^2$ .  
 676.  $s=25 \text{ мм}^2$ .  
 678.  $s \approx 25 \text{ мм}^2$ .  
 679.  $s_1=185 \text{ мм}^2$ ;  $s_2=35 \text{ мм}^2$ ;  
 $s_3=95 \text{ мм}^2$ ;  $s_4=50 \text{ мм}^2$ .  
 680.  $s \approx 25 \text{ мм}^2$ .

## Глава 16. Электрическое освещение

687.  $F_A=288 \text{ лм}$ .  
 688.  $F_A \approx 8460 \text{ лм}$ .  
 689.  $I \approx 6750 \text{ св}$ .  
 690.  $\eta_A=11 \text{ лм/вт}$ .  
 691.  $w=0,84 \text{ вт/св}$ .

693.  $F_A=7000 \text{ лм}$ ;  $I_0=557 \text{ св}$ ;  
 $w \approx 0,72 \text{ вт/св}$ .  
 694.  $\eta_A=12,2 \text{ лм/вт}$ ;  $w=1,03 \text{ вт/св}$ .  
 695.  $P_A=40 \text{ вт}$ .  
 696.  $I=250 \text{ св}$ .  
 697.  $F_A=5160 \text{ лм}$ ;  $P_A=300 \text{ вт}$ ;  
 $w=0,73 \text{ вт/св}$ .  
 698. 1017 час.  
 699.  $F_1 \approx 727 \text{ лм}$ .  
 700.  $E=2500 \text{ лк}$ ;  $R=1500 \text{ лм/м}^2$ .  
 701.  $S=80 \text{ см}^2$ ;  $F_{отр}=11,04 \text{ лм}$ ;  
 $R=1380 \text{ лм/м}^2$ .  
 702.  $B \approx 3,99 \text{ нт}$ ;  $R=12,53 \text{ лм/м}^2$ .  
 703.  $E=2 \text{ лк}$ .  
 704.  $E=20,4 \text{ лк}$ ;  $I_0=326,4 \text{ св}$ .  
 705.  $E=18,45 \text{ лк}$ .  
 706.  $F \approx 974 \text{ лм}$ .  
 707.  $F_{св}=2379 \text{ лм}$ .  
 708.  $u=0,44$ .  
 709.  $u=0,42$ .  
 711.  $u_1 \approx 0,57$ ;  $u_2 \approx 0,41$ .  
 715.  $h \approx 6,02 \text{ м}$ .

## Глава 17. Электропривод

720.  $\eta_n \approx 87,3\%$ .  
 721.  $\eta_{1/2}=0,831$ .  
 723. Двигатель обращается в генератор с током нагрузки в  $160 \text{ а}$ .  
 729.  $r_p \approx 0,262 \text{ ом}$ .  
 730.  $r_n \approx 0,387 \text{ ом}$ .  
 736.  $r_p \approx 0,202 \text{ ом}$ .  
 745. При токе  $I=350 \text{ а}$  двигатель сможет работать непрерывно в течение 12 мин. При токе  $I=300 \text{ а}$  двигатель сможет работать непрерывно в течение 16 мин. При токе  $I=250 \text{ а}$  двигатель сможет работать в течение 26 мин. При токе  $I=200 \text{ а}$  двигатель сможет работать в течение 36 мин. При токе  $I=185 \text{ а}$  двигатель сможет работать в течение 52 мин. При токе  $I=150 \text{ а}$  двигатель сможет работать в течение 94 мин. При токе  $I=120 \text{ а}$  двигатель сможет работать длительно в течение любого промежутка времени.  
 746.  $P_2 \approx 30,9 \text{ кВт}$ .  
 747.  $I_3 \approx 49 \text{ а}$ .  
 748.  $I_3 \approx 24,3 \text{ а}$ .  
 749. 1)  $P_3=51,5 \text{ кВт}$ .  
 2) При суммировании времени в знаменателе учитывается время ускорения с коэффициентом  $0,75$ , а время покоя с коэффициентом  $0,5$ ;  
 $P_3=66,6 \text{ кВт}$ .

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ЕДИНИЦАМИ АБСОЛЮТНОЙ ПРАКТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ МКСА И АБСОЛЮТНОЙ СИСТЕМЫ СГС

Величина	В системе МКСА				В системе СГС			1 единица СГС равна
	Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение			
		русское	международное		русское	международное		
Механическая сила . . . . .	ньютон	<i>н</i>	<i>N</i>	дина	<i>дин</i>	dyn	$10^{-5}$ н	
Работа и энергия . . . . .	джоуль	<i>дж</i>	<i>J</i>	эрг	<i>эрг</i>	erg	$10^{-7}$ дж	
Мощность . . . . .	ватт	<i>вт</i>	<i>W</i>	—	—	—	$10^{-7}$ вт	
Электрический заряд . . . . .	кулон	<i>к</i>	<i>C</i>	—	—	—	$\frac{1}{c_0} \cdot 10$ к	
Электрическое напряжение, э.д.с., разность электрических потенциалов . . . . .	вольт	<i>в</i>	<i>V</i>	—	—	—	$c_0 \cdot 10^{-8}$ в	
Напряженность электрического поля . . . . .	—	<i>в/м</i>	<i>V/m</i>	—	—	—	$c_0 \cdot 10^{-6}$ в/м	
Электрическая емкость . . . . .	фарада	<i>ф</i>	<i>F</i>	—	—	—	$\frac{1}{c^2} \cdot 10^9$ ф	
Электрический ток . . . . .	ампер	<i>а</i>	<i>A</i>	—	—	—	$\frac{1}{c_0} \cdot 10$ а	
Электрическое сопротивление . . . . .	ом	<i>ом</i>	$\Omega$	—	—	—	$c_0^2 \cdot 10^{-9}$ ом	
Магнитный поток . . . . .	вебер	<i>вб</i>	<i>Wb</i>	максвелл gauss	<i>мкс</i> <i>гс</i>	Mx Gs	$10^{-8}$ вб	
Магнитная индукция . . . . .	—	<i>вб/м<sup>2</sup></i>	<i>Wb/m<sup>2</sup></i>				$10^{-4}$ вб/м <sup>2</sup>	
Индуктивность и взаимная индуктивность . . . . .	генри	<i>гн</i>	<i>H</i>	—	—	—	$c_0^2 \cdot 10^{-9}$ гн	
Магнитодвижущая сила (намагничивающая сила) . . . . .	ампер	<i>а</i>	<i>A</i>	гильберт	гб	Gb	$\frac{1}{4\pi} \cdot 10$ а	
Напряженность магнитного поля . . . . .	—	<i>а/м</i>	<i>A/m</i>	эрстед	э	Oe	$\frac{1}{4\pi} \cdot 10^3$ а/м	

Примечание.  $c_0 = 2,998 \cdot 10^{10} \approx 3 \cdot 10^{10}$  — числовое значение скорости света в вакууме, выраженной в сантиметрах в секунду.

**ДЛИТЕЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ НАГРУЗКИ НА ПРОВОДА И ШНУРЫ  
С МЕДНЫМИ ЖИЛАМИ С РЕЗИНОВОЙ И ПОЛИХЛОРВИНИЛОВОЙ  
ИЗОЛЯЦИЕЙ**

Сечение токопро- водящей жила, мм <sup>2</sup>	Токовые нагрузки, а					
	провода, проложенные открыто	провода, проложенные в одной трубе*				
		два одно- жильных	три одно- жильных	четыре одно- жильных	один двух- жильный	один трех- жильный
0,5	11	—	—	—	—	—
0,75	15	—	—	—	—	—
1	17	16	15	14	15	14
1,5	23	19	17	16	18	15
2,5	30	27	25	25	25	21
4	41	38	35	30	32	27
6	50	46	42	40	40	34
10	80	70	60	50	55	50
16	100	85	80	75	80	70
25	140	115	100	90	100	85
35	170	135	125	115	125	100
50	215	185	170	150	160	135
70	270	225	210	185	195	175
95	330	275	255	225	245	215
120	385	315	290	260	295	250
150	440	360	330	—	—	—
185	510	—	—	—	—	—
240	605	—	—	—	—	—
300	695	—	—	—	—	—
400	830	—	—	—	—	—

\* При определении числа проводов, проложенных в одной трубе, нулевой рабочий провод четырехпроводной системы трехфазного тока в расчет не принимается.

### ПРИЛОЖЕНИЕ 3

#### ДЛИТЕЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ НАГРУЗКИ НА ПРОВОДА С АЛЮМИНИЕВЫМИ ЖИЛАМИ С РЕЗИНОВОЙ И ПОЛИХЛОРВИНИЛОВОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ

Сечение токопроводящей жилы, мм <sup>2</sup>	Токовые нагрузки, а			
	провода, проложенные открыто	провода, проложенные в одной трубе *		
		два одножильных	три одножильных	четыре одножильных
2,5	24	20	19	19
4	32	28	28	23
6	39	36	32	30
10	55	50	47	39
16	80	60	60	55
25	105	85	80	70
35	130	100	95	85
50	165	140	130	120
70	210	175	165	140
95	255	215	200	175
120	295	245	220	200
150	340	275	255	—
185	390	—	—	—
240	465	—	—	—
300	535	—	—	—
400	645	—	—	—

\* При определении числа проводов, проложенных в одной трубе, нулевой рабочий провод четырехпроводной системы трехфазного тока в расчет не принимается.

### ПРИЛОЖЕНИЕ 4

#### ДЛИТЕЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ НАГРУЗКИ НА ПРОВОДА С МЕДНЫМИ ЖИЛАМИ С РЕЗИНОВОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЗАЩИТНЫХ ОБОЛОЧКАХ И КАБЕЛИ С МЕДНЫМИ ЖИЛАМИ С РЕЗИНОВОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ В СВИНЦОВОЙ, ПОЛИХЛОРВИНИЛОВОЙ И НЕГОРЮЧЕЙ РЕЗИНОВОЙ ОБОЛОЧКАХ, БРОНИРОВАННЫЕ И НЕБРОНИРОВАННЫЕ

Сечение токопрово- дящей жи- лы, мм²	Токовые нагрузки (а) * на провода и кабели				
	одножильные	двухжильные		трехжильные	
	при прокладке				
	в воздухе	в воздухе	в земле	в воздухе	в земле
1,5	23	19	33	19	27
2,5	30	27	44	25	38
4	41	38	55	35	49
6	50	50	70	42	60
10	80	70	105	55	90
16	100	90	135	75	115

Продолжение приложения 4

Сечение токопроводящей жилы, мм <sup>2</sup>	Токовые нагрузки (а) * на провода и кабели				
	одножильные	двухжильные		трехжильные	
	при прокладке				
	в воздухе	в воздухе	в земле	в воздухе	в земле
25	140	115	175	95	150
35	170	140	210	120	180
50	215	175	265	145	225
70	270	215	320	180	275
95	325	260	385	220	330
120	385	300	445	260	385
150	440	350	505	305	435
185	510	405	570	350	500
240	605	—	—	—	—

\* Токовые нагрузки относятся к проводам и кабелям как с заземляющей жилой, так и без нее.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

**ДЛИТЕЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ НАГРУЗКИ НА КАБЕЛИ  
С АЛЮМИНИЕВЫМИ ЖИЛАМИ С РЕЗИНОВОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ  
В СВИНЦОВОЙ, ПОЛИХЛОРВИНИЛОВОЙ И НЕГОРЮЧЕЙ РЕЗИНОВОЙ  
ОБОЛОЧКАХ, БРОНИРОВАННЫЕ И НЕБРОНИРОВАННЫЕ**

Сечение токопроводящей жилы, мм <sup>2</sup>	Токовые нагрузки (а) на кабели				
	одножильные	двухжильные		трехжильные	
при прокладке					
в воздухе	в воздухе	в земле	в воздухе	в земле	
2,5	23	21	34	19	29
4	31	29	42	27	38
6	38	38	55	32	46
10	60	55	80	42	70
16	75	70	105	60	90
25	105	90	135	75	115
35	130	105	160	90	140
50	165	135	205	110	175
70	210	165	245	140	210
95	250	200	295	170	255
120	295	230	340	200	295
150	340	270	390	235	335
185	395	310	440	270	385
240	465	—	—	—	—



**ПРИЛОЖЕНИЕ 6**

**ДЛИТЕЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ НАГРУЗКИ НА КАБЕЛИ С МЕДНЫМИ  
ЖИЛАМИ С БУМАЖНОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ, ПРОПИТАННОЙ  
МАСЛОКАНИФОЛЬНОЙ И НЕСТЕКАЮЩЕЙ МАССАМИ, В СВИНЦОВОЙ  
ИЛИ АЛЮМИНИЕВОЙ ОБОЛОЧКЕ, ПРОКЛАДЫВАЕМЫЕ В ЗЕМЛЕ**

Сечение токо- проводящей жилы, мм <sup>2</sup>	Токовые нагрузки (а)* на кабели					
	одножильные до 1 кв	двухжиль- ные до 1 кв	трехжильные			четырёх- жильные до 1 кв
			до 3 кв	6 кв	10 кв	
	при максимальной допустимой температуре жил					
	80°	80°	80°	65°	60°	80°
2,5	—	45	40	—	—	—
4	80	60	55	—	—	50
6	105	80	70	—	—	60
10	140	105	95	80	—	85
16	175	140	120	105	95	115
25	235	185	160	135	120	150
35	285	225	190	160	150	175
50	360	270	235	200	180	215
70	440	325	285	245	215	265
95	520	380	340	295	265	310
120	595	435	390	340	310	350
150	675	500	435	390	355	395
185	755	—	490	440	400	450
240	880	—	570	510	460	—
300	1000	—	—	—	—	—
400	1220	—	—	—	—	—
500	1400	—	—	—	—	—
625	1520	—	—	—	—	—
800	1700	—	—	—	—	—

\* Токовые нагрузки на одножильные кабели даны для работы при постоянном токе.

**ДЛИТЕЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ НАГРУЗКИ НА КАБЕЛИ С МЕДНЫМИ  
ЖИЛАМИ С БУМАЖНОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ, ПРОПИТАННОЙ  
МАСЛОКАНИФОЛЬНОЙ И НЕСТЕКАЮЩЕЙ МАССАМИ, В СВИНЦОВОЙ  
ИЛИ АЛЮМИНИЕВОЙ ОБОЛОЧКЕ, ПРОКЛАДЫВАЕМЫЕ В ВОЗДУХЕ**

Сечение токо- проводящей жилы, мм <sup>2</sup>	Токовые нагрузки (а)* на кабели					
	одножильные до 1 кВ	двухжиль- ные до 1 кВ	трехжильные			четырёх- жильные до 1 кВ
			до 3 кВ	6 кВ	10 кВ	
	при максимальной допустимой температуре жил					
	80°	80°	80°	65°	60°	80°
2,5	40	30	28	—	—	—
4	55	40	37	—	—	35
6	75	55	45	—	—	45
10	95	75	60	55	—	60
16	120	95	80	65	60	80
25	160	130	105	90	85	100
35	200	150	125	110	105	120
50	245	185	155	145	135	145
70	305	225	200	175	165	185
95	360	275	245	215	200	215
120	415	320	285	250	240	260
150	470	375	330	290	270	300
185	525	—	375	325	305	340
240	610	—	430	375	350	—
300	720	—	—	—	—	—
400	880	—	—	—	—	—
500	1020	—	—	—	—	—
625	1180	—	—	—	—	—
800	1400	—	—	—	—	—

\* Токовые нагрузки на одножильные кабели даны для работы при постоянном токе.

**ДЛИТЕЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ НАГРУЗКИ НА КАБЕЛИ С АЛЮМИНИЕВЫМИ ЖИЛАМИ С БУМАЖНОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ, ПРОПИТАННОЙ МАСЛОКАНИФОЛЬНОЙ И НЕСТЕКАЮЩЕЙ МАССАМИ, В СВИНЦОВОЙ ИЛИ АЛЮМИНИЕВОЙ ОБОЛОЧКЕ, ПРОКЛАДЫВАЕМЫЕ В ЗЕМЛЕ**

Сечение токо- проводящей жилы, мм²	Токовые нагрузки (а)* на кабели					
	одножильные до 1 кв	двухжиль- ные до 1 кв	трехжильные			четырёх- жильные до 1 кв
			до 3 кв	6 кв	10 кв	
	при максимальной допустимой температуре жил					
	80°	80°	80°	65°	60°	80°
2,5	—	35	31	—	—	—
4	60	46	42	—	—	38
6	80	60	55	—	—	46
10	110	80	75	60	—	65
16	135	110	90	80	75	90
25	180	140	125	105	90	115
35	220	175	145	125	115	135
50	275	210	180	155	140	165
70	340	250	220	190	165	200
95	400	290	260	225	205	240
120	460	335	300	260	240	270
150	520	385	335	300	275	305
185	580	—	380	340	310	345
240	675	—	440	390	355	—
300	770	—	—	—	—	—
400	940	—	—	—	—	—
500	1080	—	—	—	—	—
625	1170	—	—	—	—	—
800	1310	—	—	—	—	—

\* Токовые нагрузки на одножильные кабели даны для работы при постоянном токе.

**ДЛИТЕЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ НАГРУЗКИ НА КАБЕЛИ С АЛЮМИНОВЫМИ ЖИЛАМИ С БУМАЖНОЙ ИЗОЛЯЦИЕЙ, ПРОПИТАННОЙ МАСЛОКАНИФОЛЬНОЙ И НЕСТЕКАЮЩЕЙ МАССАМИ, В СВИНЦОВОЙ ИЛИ АЛЮМИНИЕВОЙ ОБОЛОЧКЕ, ПРОКЛАДЫВАЕМЫЕ В ВОЗДУХЕ**

Сечение токо- проводящей жилы, мм <sup>2</sup>	Токовые нагрузки (а)* на кабели					
	одножильные до 1 кв	двухжиль- ные до 1 кв	трехжильные			четырёх- жильные до 1 кв
			до 3 кв	6 кв	10 кв	
	при максимальной допустимой температуре жил					
	80°	80°	80°	65°	60°	80°
2,5	31	23	22	—	—	—
4	42	31	29	—	—	27
6	55	42	35	—	—	35
10	75	55	46	42	—	45
16	90	75	60	50	46	60
25	125	100	80	70	65	75
35	155	115	95	85	80	95
50	190	140	120	110	105	110
70	235	175	155	135	130	140
95	275	210	190	165	155	165
120	320	245	220	190	185	200
150	360	290	255	225	210	230
185	405	—	290	250	235	260
240	470	—	330	290	270	—
300	555	—	—	—	—	—
400	675	—	—	—	—	—
500	785	—	—	—	—	—
625	910	—	—	—	—	—
800	1080	—	—	—	—	—

\* Токовые нагрузки на одножильные кабели даны при постоянном токе.

**ДЛИТЕЛЬНО ДОПУСТИМЫЕ НАГРУЗКИ НА ГОЛЫЕ МЕДНЫЕ,  
АЛЮМИНИЕВЫЕ И СТАЛЕАЛЮМИНИЕВЫЕ ПРОВОДА**

Медные провода			Алюминиевые провода			Сталеалюминиевые провода	
Марка	Токовая нагрузка, а		Марка	Токовая нагрузка, а		Марка	Токовая нагрузка вне помещений, а
	вне помещений	внутри помещений		вне помещений	внутри помещений		
М-4	50	25	А-10	75	55	АС-16	105
М-6	70	35	А-16	105	80	АС-25	135
М-10	95	60	А-25	135	110	АС-35	170
М-16	130	100	А-35	170	135	АС-50	220
М-25	180	140	А-50	215	170	АС-70	275
М-35	220	175	А-70	265	215	АС-95	335
М-50	270	220	А-95	325	260	АС-120	380
М-60	315	250	А-120	375	310	АС-150	445
М-70	340	280	А-150	440	370	АС-185	515
М-95	415	340	А-185	500	425	АС-240	610
М-120	485	405	А-240	610	—	АС-300	700
М-150	570	480	А-300	680	—	АС-400	800
М-185	645	550	А-400	830	—	АСО-332	745
М-240	770	650	А-500	980	—	АСО-480	925
М-300	890	—	А-625	1140	—	АСУ-300	710
М-400	1085	—	—	—	—	АСУ-400	865
МП-240	950	—	—	—	—	—	—
МП-300	1050	—	—	—	—	—	—

## ПРИЛОЖЕНИЕ 11

ПОПРАВочНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ НА ТЕМПЕРАТУРЫ ЗЕМЛИ И ВОЗДУХА ДЛЯ ТОКОВЫХ НАГРУЗОК  
НА КАБЕЛИ, НА ГОЛЫЕ И ИЗОЛИРОВАННЫЕ ПРОВОДА И НА ПИНЫ

Расчетная температура среды, град.	Нормированная температура жил, град.	Поправочные коэффициенты при фактической температуре среды											
		-5°	0°	+5°	+10°	+15°	+20°	+25°	+30°	+35°	+40°	+45°	+50°
15	80	1,14	1,11	1,08	1,04	1,00	0,96	0,92	0,88	0,83	0,78	0,73	0,68
25	80	1,24	1,20	1,17	1,13	1,09	1,04	1,00	0,95	0,90	0,85	0,80	0,74
25	70	1,29	1,24	1,20	1,15	1,11	1,05	1,00	0,94	0,88	0,81	0,74	0,67
15	65	1,18	1,14	1,10	1,05	1,00	0,95	0,89	0,84	0,77	0,71	0,63	0,55
25	65	1,32	1,27	1,22	1,17	1,12	1,06	1,00	0,94	0,87	0,79	0,71	0,61
15	60	1,20	1,15	1,12	1,06	1,00	0,94	0,88	0,82	0,75	0,67	0,57	0,47
25	60	1,36	1,31	1,25	1,20	1,13	1,07	1,00	0,93	0,85	0,76	0,66	0,54
15	55	1,22	1,17	1,12	1,07	1,00	0,93	0,86	0,79	0,71	0,61	0,50	0,36
25	55	1,41	1,35	1,29	1,23	1,15	1,08	1,00	0,91	0,82	0,71	0,58	0,41
15	50	1,25	1,20	1,14	1,07	1,00	0,93	0,84	0,76	0,66	0,54	0,37	—
25	50	1,48	1,41	1,34	1,26	1,18	1,09	1,00	0,89	0,78	0,63	0,45	—

## ПРИЛОЖЕНИЕ 12

## ПОПРАВочНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ НА ЧИСЛО РАБОТАЮЩИХ КАБЕЛЕЙ, ЛЕЖАЩИХ РЯДОМ В ЗЕМЛЕ

Расстояние в свету, мм	Значения поправочных коэффициентов при числе кабелей					
	1	2	3	4	5	6
100	1,00	0,90	0,85	0,80	0,78	0,75
200	1,00	0,92	0,87	0,84	0,82	0,81
300	1,00	0,93	0,90	0,87	0,86	0,85

## ИНДУКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ С МЕДНЫМИ ПРОВОДАМИ

Среднее геометри- ческое расстояние между проводами, мм	Индуктивное сопротивление (ом/км) проводов марок												
	M-6	M-10	M-16	M-25	M-35	M-50	M-70	M-95	M-120	M-150	M-185	M-240	M-300
400	0,371	0,355	0,333	0,319	0,308	0,297	0,283	0,274	—	—	—	—	—
600	0,397	0,381	0,358	0,345	0,336	0,325	0,309	0,300	0,292	0,287	0,280	—	—
800	0,415	0,399	0,377	0,363	0,352	0,341	0,327	0,318	0,310	0,305	0,298	—	—
1000	0,429	0,413	0,391	0,377	0,366	0,355	0,341	0,332	0,324	0,319	0,313	0,305	0,298
1250	0,443	0,427	0,405	0,391	0,380	0,369	0,355	0,346	0,338	0,333	0,327	0,319	0,312
1500	—	0,438	0,416	0,402	0,391	0,380	0,366	0,357	0,349	0,344	0,338	0,330	0,323
2000	—	0,457	0,435	0,421	0,410	0,398	0,385	0,376	0,368	0,363	0,357	0,349	0,342
2500	—	—	0,449	0,435	0,424	0,413	0,399	0,390	0,382	0,377	0,371	0,363	0,356
3000	—	—	0,460	0,446	0,435	0,423	0,410	0,401	0,393	0,388	0,382	0,374	0,367
3500	—	—	0,470	0,456	0,445	0,433	0,420	0,411	0,403	0,398	0,392	0,384	0,377
4000	—	—	0,478	0,464	0,453	0,441	0,428	0,419	0,411	0,406	0,400	0,392	0,385
4500	—	—	—	0,471	0,460	0,448	0,435	0,426	0,418	0,413	0,407	0,399	0,392
5000	—	—	—	—	0,467	0,456	0,442	0,433	0,425	0,420	0,414	0,406	0,399
5500	—	—	—	—	—	0,462	0,448	0,439	0,431	0,426	0,420	0,412	0,405
6000	—	—	—	—	—	0,468	0,454	0,445	0,437	0,432	0,426	0,418	0,411

**ПРИЛОЖЕНИЕ 14**

**ИНДУКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ  
С АЛЮМИНИЕВЫМИ ПРОВОДАМИ**

Среднее геометрическое расстояние между проводами, мм	Индуктивное сопротивление (ом/км) проводов марок								
	A-16	A-25	A-35	A-50	A-70	A-95	A-120	A-150	A-185
600	0,358	0,345	0,336	0,325	0,315	0,303	0,297	0,288	0,279
800	0,377	0,363	0,352	0,341	0,331	0,319	0,313	0,305	0,298
1000	0,391	0,377	0,366	0,355	0,345	0,334	0,327	0,319	0,311
1250	0,405	0,391	0,380	0,369	0,359	0,347	0,341	0,333	0,328
1500	—	0,402	0,391	0,380	0,370	0,358	0,352	0,344	0,339
2000	—	0,421	0,410	0,398	0,388	0,377	0,371	0,363	0,355

**ПРИЛОЖЕНИЕ 15**

**ИНДУКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ  
СО СТАЛЕАЛЮМИНИЕВЫМИ ПРОВОДАМИ**

Среднее геометрическое расстояние между проводами, мм	Индуктивное сопротивление (ом/км) проводов марок									
	AC-35	AC-50	AC-70	AC-95	AC-120	AC-150	AC-185	AC-240	АСУ-300	АСУ-400
3000	0,429	0,418	0,408	0,397	0,391	0,384	0,377	0,369	—	—
3500	0,438	0,427	0,417	0,406	0,400	0,398	0,386	0,378	—	—
4000	0,446	0,435	0,425	0,414	0,408	0,401	0,394	0,386	—	—
4500	—	—	0,433	0,422	0,416	0,409	0,402	0,394	—	—
5000	—	—	0,440	0,429	0,423	0,416	0,409	0,401	—	—
5500	—	—	0,446	0,435	0,429	0,422	0,415	0,407	—	—
6000	—	—	—	—	—	—	—	0,413	0,402	0,393
6500	—	—	—	—	—	—	—	—	0,407	0,398
7000	—	—	—	—	—	—	—	—	0,412	0,403
7500	—	—	—	—	—	—	—	—	0,417	0,408
8000	—	—	—	—	—	—	—	—	0,421	0,412
8500	—	—	—	—	—	—	—	—	0,424	0,415
9000	—	—	—	—	—	—	—	—	0,427	0,420



**АКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРОВОДОВ СТАЛЬНЫХ МНОГОПРОВО-  
ЛОЧНЫХ ДЛЯ ВОЗДУШНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧ**  
(ГОСТ 5800—51)

Ток по проводу, а	Активное сопротивление (ом/км) проводов марок				
	ПМС-25, ПС-25	ПМС-35, ПС-35	ПМС-50, ПС-50	ПМС-70, ПС-70	ПМС-95, ПС-95
1	5,25	3,66	2,75	1,70	1,55
1,5	5,26	3,66	2,75	1,70	1,55
2	5,27	3,66	2,75	1,70	1,55
3	5,28	3,67	2,75	1,70	1,55
4	5,30	3,69	2,75	1,70	1,55
5	5,32	3,70	2,75	1,70	1,55
6	5,35	3,71	2,75	1,70	1,55
7	5,37	3,73	2,75	1,70	1,55
8	5,40	3,75	2,76	1,70	1,55
9	5,45	3,77	2,77	1,70	1,55
10	5,50	3,80	2,78	1,70	1,55
15	5,97	4,02	2,80	1,70	1,55
20	6,70	4,40	2,85	1,72	1,55
25	6,97	4,89	2,95	1,74	1,55
30	7,10	5,21	3,10	1,77	1,56
35	7,10	5,36	3,25	1,79	1,56
40	7,02	5,35	3,40	1,83	1,57
45	6,92	5,30	3,52	1,88	1,57
50	6,85	5,25	3,61	1,93	1,58
60	6,70	5,13	3,69	2,07	1,58
70	6,60	5,00	3,73	2,21	1,61
80	6,50	4,89	3,70	2,27	1,63
90	6,40	4,78	3,68	2,29	1,67
100	6,32	4,71	3,65	2,33	1,71
125	—	4,60	3,58	2,33	1,83
150	—	4,47	3,50	2,38	1,87
175	—	—	3,45	2,29	1,89
200	—	—	—	2,19	1,88

**ВНУТРЕННЕЕ ИНДУКТИВНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ (ом/км) ПРОВОДОВ.  
СТАЛЬНЫХ МНОГОПРОВОЛОЧНЫХ ДЛЯ ВОЗДУШНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧ**  
(ГОСТ 5800—51)

Ток по проводу, а	Марки проводов				
	ПМС-25, ПС-25	ПМС-35, ПС-35	ПМС-50, ПС-50	ПМС-70, ПС-70	ПМС-95, ПС-95
1	0,54	0,33	0,23	0,16	0,08
1,5	0,55	0,34	0,23	0,16	0,08
2,0	0,55	0,35	0,24	0,17	0,08
3	0,56	0,36	0,25	0,17	0,08
4	0,59	0,37	0,25	0,18	0,08
5	0,63	0,40	0,26	0,18	0,08
6	0,67	0,42	0,27	0,19	0,08
7	0,70	0,45	0,27	0,19	0,08
8	0,77	0,48	0,28	0,20	0,08
9	0,84	0,51	0,29	0,20	0,08
10	0,93	0,55	0,30	0,21	0,08
15	1,33	0,75	0,35	0,23	0,08
20	1,63	1,04	0,42	0,25	0,09
25	1,91	1,32	0,49	0,27	0,09
30	2,01	1,56	0,59	0,30	0,09
35	2,06	1,64	0,69	0,33	0,09
40	2,09	1,69	0,80	0,37	0,10
45	2,08	1,71	0,91	0,41	0,11
50	2,07	1,72	1,00	0,45	0,11
60	2,00	1,70	1,10	0,55	0,13
70	1,90	1,64	1,14	0,65	0,15
80	1,79	1,57	1,15	0,70	0,17
90	1,73	1,50	1,14	0,72	0,20
100	1,67	1,43	1,13	0,73	0,22
125	—	1,29	1,04	0,73	0,31
150	—	1,27	0,95	0,73	0,34
175	—	—	0,94	0,71	0,35
200	—	—	—	0,69	0,35

**ПРИЛОЖЕНИЕ 18**

**ВНЕШНИЕ ИНДУКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ЛИНИЙ  
СО СТАЛЬНЫМИ ПРОВОДАМИ**

Среднее геометрическое расстояние между проводами, мм	Внешнее индуктивное сопротивление $x'_0$ (ом/км) провода при расчетном диаметре									
	3,5 мм марки ПСО-3,5 (ж-3,5)	4 мм марки ПСО-4 (ж-4)	5 мм марки ПСО-5 (ж-5)	6 мм марки ПСО-6 (ж-6)	5,6 мм марок ПС-25, ПМС-25	7,8 мм марок ПС-35, ПМС-35	9,2 мм марок ПС-50, ПМС-50	11,5 мм марок ПС-70, ПМС-70	12,6 мм марок ПС-95, ПМС-95	
400	0,341	0,332	0,318	0,307	0,311	0,290	0,281	—	—	
600	0,368	0,359	0,345	0,334	0,336	0,317	0,308	0,295	—	
800	0,384	0,375	0,361	0,350	0,354	0,333	0,324	0,311	0,303	
1000	0,398	0,389	0,375	0,364	0,368	0,347	0,338	0,325	0,317	
1250	—	0,403	0,389	0,378	0,381	0,361	0,352	0,339	0,331	
1500	—	0,414	0,400	0,389	0,393	0,372	0,363	0,350	0,342	
2000	—	—	—	—	0,412	0,391	0,382	0,369	0,361	
2500	—	—	—	—	0,426	0,405	0,396	0,383	0,375	
3000	—	—	—	—	0,437	0,405	0,406	0,394	0,386	

**ПРИЛОЖЕНИЕ 19**

**АКТИВНЫЕ И ВНУТРЕННИЕ ИНДУКТИВНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ  
(ом/км) СТАЛЬНЫХ ОДНОПРОВОЛОЧНЫХ ПРОВОДОВ  
РАЗЛИЧНЫХ МАРК**

Ток по проводу, а	Марки проводов							
	ПСО-3,5 (ж-3,5)		ПСО-4 (ж-4)		ПСО-5 (ж-5)		ПСО-6 (ж-6)	
	$r_0$	$x''_0$	$r_0$	$x''_0$	$r_0$	$x''_0$	$r_0$	$x''_0$
0,5	14,9	1,04	11,5	0,69	—	—	—	—
1	15,2	2,27	11,8	1,54	—	—	—	—
1,5	15,7	4,24	12,3	2,82	7,90	2,13	—	—
2	16,1	6,45	12,5	4,38	8,35	3,58	7,20	3,95
3	17,4	9,6	13,4	7,90	9,50	6,45	7,70	5,53
4	18,5	11,9	14,3	9,70	10,80	8,10	8,85	7,20
5	20,1	14,1	15,5	11,5	12,30	9,70	10,10	8,40
6	21,4	16,3	16,5	12,5	13,80	11,20	10,70	9,15
7	21,5	16,5	17,3	13,2	15,00	12,30	11,10	9,55
8	21,7	16,7	18,0	14,2	15,40	13,30	11,80	9,85
9	21,8	16,9	18,1	14,3	15,20	13,10	11,40	9,90
10	21,9	17,1	18,1	14,3	14,60	12,40	11,50	10,30
15	20,2	18,3	17,3	13,3	13,60	11,40	11,30	10,30
20	—	—	—	—	12,70	10,50	11,00	9,70
25	—	—	—	—	—	—	10,70	9,20

## КОЭФФИЦИЕНТ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОСВЕТИТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК

Светильник	Глубокоэлю- чатый эмали- рованный (Г%)		Универсаль без затенителя (У)		Универсаль с матирован- ным затените- лем (Ум)		Шар молочного стекла (Шм)		Любetta цельного стекла (Лп)		Плафон однолам- повый (П)	
Коэффициент отражения по- толлка, (Q <sub>п</sub> , %)	30	50	70	30	50	70	30	50	70	30	50	70
Коэффициент отражения стен, (Q <sub>ст</sub> , %)	10	30	50	10	30	50	30	50	70	30	50	70
Показатель помещения	Коэффициент использования, %											
0,5	19	21	25	21	17	14	8	9	12	13	14	20
0,6	24	27	31	27	22	19	10	12	16	17	17	24
0,7	29	31	34	32	26	23	12	14	18	20	18	26
0,8	32	34	37	35	28	25	14	16	20	21	20	28
0,9	34	36	39	38	30	27	16	17	21	23	21	30
1,0	36	38	40	40	32	29	17	19	22	24	22	31
1,1	37	39	41	42	33	30	17	19	23	25	23	33
1,25	39	41	43	44	35	31	19	21	24	26	25	35
1,5	41	43	46	46	36	32	21	23	27	30	27	37
1,75	43	44	48	48	38	33	22	25	29	32	30	39
2,0	44	46	49	50	40	35	24	27	30	34	31	41
2,25	46	48	51	52	42	37	25	28	31	36	32	42
2,5	48	49	52	54	44	39	27	29	33	37	34	44
3,0	49	51	53	55	45	40	28	31	35	39	36	45
3,5	50	52	54	56	46	41	28	31	35	39	36	45
4,0	51	52	55	57	47	42	30	33	37	41	38	47
5,0	52	54	57	58	48	43	31	35	38	43	39	49
							32	37	40	46	41	50

## УДЕЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ ОБЩЕГО РАВНОМЕРНОГО ОСВЕЩЕНИЯ \*

Расчетная высота $H_p$ , м	$E$ , лк $S$ , м <sup>2</sup>	Универсаль без затенителя (при любой окраске стен и потолков)								
		5	10	20	30	50	75	100	150	200
2—3	10—15	3,1	5,8	10	14	21	28	34	52	68
	15—25	2,5	4,7	8,5	11,3	17	24	29	43	58
	25—50	2,2	4	7	9,4	14	20	24	36	48
	50—150	1,9	3,6	6,3	8,5	12,2	17	19	29	38
	150—300	1,7	3,2	5,7	7,5	11,3	16	19	28	37
	>300	1,6	3	5,4	7	10,7	15	18	26	35
3—4	10—15	4,1	7	12	16	24	34	44	66	88
	15—20	3,5	6	10,3	13,6	21	29	38	56	75
	20—30	2,9	5,2	8,7	12,2	18	25	32	48	64
	30—50	2,4	4,2	7	9,9	14,6	21	26	38	51
	50—120	2	3,6	5,9	8	12,2	17,4	21	31	42
	120—300	1,7	3,2	5,2	7	11,3	15	19	28	37
	>300	1,6	2,7	4,7	6,6	10,3	14	17	25	34
4—6	10—17	4,9	8,3	14	20	31	45	58	86	115
	17—25	3,9	6,6	11,3	15,5	25	35	46	68	91
	25—35	3,2	5,5	9,4	13	21	30	38	56	75
	35—50	2,8	4,7	8	11,3	18	25	31	47	62
	50—80	2,3	3,9	6,6	9,4	14	21	26	38	51
	80—150	1,9	3,1	5,5	8	11,7	16,4	23	34	45
	150—400	1,6	2,6	4,7	6,6	10,3	14,6	20	30	40
	>400	1,4	2,3	4,2	5,9	9,4	13	18	26	35
6—8	25—35	4	6,5	11,6	16,5	26	39	52	78	104
	35—50	3,2	5,4	9,9	14,6	22	33	44	66	88
	50—65	2,7	4,6	8,5	12,2	19	28	38	57	75
	65—90	2,3	4	7,5	10,8	16,5	24	32	48	64
	90—135	2,1	3,5	6,1	8,5	13,6	21	28	42	56
	135—250	1,7	2,8	5,1	7	11,3	17	24	36	48
	250—500	1,4	2,4	4,3	6,1	9,9	15	20	30	40
	>500	1,3	2,3	3,8	5,2	9	14	19	28	37

\* Г. М. Кнорринг. Справочник для проектирования электрического освещения. Госэнергиздат, 1960.

ПРИЛОЖЕНИЕ 22

УДЕЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ ОБЩЕГО РАВНОМЕРНОГО ОСВЕЩЕНИЯ

Расчетная высота $H_p, м$	$E, лк$ $S, м^2$	Универсаль с полуматовым затенителем (при любой окраске стен и потолков)								
		5	10	20	30	50	75	100	150	200
2—3	10—15	4,2	7,5	13	18	26	36	45	67	90
	15—25	3,4	6,2	10,8	14,6	22	30	35	52	69
	25—50	2,8	5,1	9	11,3	17,4	25	31	45	61
	50—150	2,4	4,4	7,5	9,4	15	22	25	37	50
	150—300	2,2	4	6,8	8,5	13	19	22	32	43
	>300	2	3,8	6,4	8	12,2	17,4	20	30	40
3—4	10—15	5,3	9	15	21	31	47	58	87	115
	15—20	4,3	7,7	13	17	27	41	47	71	94
	20—30	3,8	6,6	10,8	15	23	34	39	57	77
	30—50	3	5,3	9	12,2	19,3	26	31	47	62
	50—120	2,5	4,3	7,2	9,9	15,5	22	27	41	54
	120—300	2,3	3,9	6,3	8,5	13	19	23	35	46
	>300	2	3,5	5,6	7,5	12,2	16	20	30	40
4—6	10—17	6,2	10,3	17,4	24	40	58	72	108	140
	17—25	4,9	8,2	14,4	21	32	47	59	89	118
	25—35	4,1	7	12,2	17	27	39	49	73	98
	35—50	3,6	6	10,3	15	22	30	39	59	78
	50—80	2,9	4,9	8,5	11,7	17,4	25	34	50	67
	80—150	2,3	4	6,8	9,4	15	21	30	45	59
	150—400	1,9	3,3	5,9	8,5	12,2	18	25	37	50
	>400	1,8	2,8	5,2	7,5	10,8	16	22	32	44

ПРИЛОЖЕНИЕ 23

УДЕЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ ОБЩЕГО РАВНОМЕРНОГО ОСВЕЩЕНИЯ

Расчетная высота $H_p, м$	$E, лк$ $S, м^2$	Люблетта цельного молочного стекла (при $q_n=70\%$ и $q_{ст}=50\%$ )								
		5	10	20	30	50	75	100	150	200
2—3	10—15	3,5	6,1	10,3	14,6	22	30	35	51	69
	15—25	2,9	5	8,9	12	18	25	30	47	59
	25—50	2,4	4,3	7,7	10	15	20	25	37	49
	50—150	2	3,6	6,5	8,8	13	17,4	21	31	41
	150—300	1,8	3,2	5,7	7,5	11,3	15	18	27	36
	>300	1,7	3	5,4	7	10,3	14	16	24	32

Расчетная высота $H_p, м$	$E, лк$ $S, м^2$	Люцетта пельного молочного стекла (при $Q_n=70\%$ и $Q_{ст}=50\%$ )								
		5	10	20	30	50	75	100	150	200
3—4	10—15	3,8	6,8	11,5	16	24	35	47	69	93
	15—20	3,4	6	10,3	14,6	20	29	39	59	78
	20—30	2,9	5,3	9	12,7	17,4	25	34	50	67
	30—50	2,4	4,5	7,7	10,5	14,6	22	29	43	58
	50—120	2	3,8	6,5	8,6	12	18,3	24	36	48
	120—300	1,8	3,1	5,6	7	10,3	15,5	20	30	40
	>300	1,6	2,8	4,9	6,1	9,4	13	18	27	36
4—6	10—17	4,5	7,9	12,8	21	31	46	60	90	120
	17—25	3,7	6,4	10,5	16	26	38	49	73	97
	25—35	3,1	5,5	9,4	13	22	32	42	62	84
	35—50	2,8	4,8	8,3	11	18	27	36	54	72
	50—80	2,3	4,1	7,3	9,4	15	24	31	47	62
	80—150	2	3,5	5,8	8,1	13	20	26	40	52
	150—400	1,7	2,9	4,8	6,7	10,8	16,5	23	33	45
	>400	1,5	2,4	4	5,7	9,4	14	19	27	37

## ПРИЛОЖЕНИЕ 24

## УДЕЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ ОБЩЕГО РАВНОМЕРНОГО ОСВЕЩЕНИЯ

Расчетная высота $H_p, м$	$E, лк$ $S, м^2$	Люцетта пельного молочного стекла (при $Q_n=50\%$ и $Q_{ст}=30\%$ )								
		5	10	20	30	50	75	100	150	200
2—3	10—15	4	7,3	13	17,4	26	36	43	63	85
	15—25	3,4	6,1	10,6	14	22	28	35	53	70
	25—50	2,8	5,1	9	11,7	18	23	30	44	59
	50—150	2,4	4,3	7,5	10	15	19,2	24	36	48
	150—300	2	3,8	6,5	8,7	12,7	17	21	31	42
	>300	1,8	3,4	6,1	8	12	16	19	29	38
3—4	10—15	5,2	9	14,8	23	34	50	64	96	128
	15—20	4,3	7,5	12,2	18	27	40	51	74	100
	20—30	3,6	6,4	10,7	14,5	22	32	42	62	83
	30—50	3	5,3	9	12	18	26	34	51	68
	50—120	2,4	4,3	7,5	9,9	14,2	22	29	43	58
	120—300	2	3,6	6,1	8,1	12	18	24	36	48
	>300	1,7	3,1	5,3	6,8	9,9	15	21	31	41
4—6	10—17	6,3	10	21	28	48	70	94	140	180
	17—25	4,9	8,2	16	23	38	55	72	108	140
	25—35	4	6,7	12,7	18	30	43	56	84	110
	35—50	3,4	5,7	10	14	24	35	46	68	90
	50—80	2,8	4,9	8,3	11,3	19	28	38	57	76
	80—150	2,3	4	6,7	9,2	14,6	23	32	48	64
	150—400	2,0	3,3	5,5	7,5	12,8	20	27	40	53
	>400	1,7	2,8	4,6	6,6	10	17	22	32	43

## УДЕЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ ОБЩЕГО РАВНОМЕРНОГО ОСВЕЩЕНИЯ

Расчетная высота $H_p, м$	$E, лк$ $S, м^2$	Светильники: ОДР (при любой окраске стен и потолков), ОДОР и АОД (при $Q_{\text{д}}=70\%$ и $Q_{\text{ст}}=50\%$ )													
		Лампы БС: 30, 40, 80 вт; ТБС: 40 вт							Лампы ДС: 30, 40, 80 вт; ТБС: 30, 80 вт; ХБС: 30, 40 вт						
		75	100	150	200	300	400	500	75	100	150	200	300	400	500
2—3	10—15	8,2	10,9	16,4	21,8	33	43	55	9,1	12,2	18,2	24,4	36	49	61
	15—25	7	9,4	14	18,8	29	37	47	7,8	10,4	15,6	20,8	31	41	52
	25—50	6,2	8,3	12,4	16,6	25	33	41	6,9	9,2	13,8	18,4	27	37	46
	50—150	5,4	7,2	10,8	14,4	21	29	35	5,9	7,9	11,8	15,8	23	31	39
	150—300	4,9	6,5	9,8	13	19	26	32	5,3	7,1	10,6	14,2	21	28	35
	>300	4,5	6	9	12	18	24	30	5	6,6	10	13,2	20	26	33
3—4	10—15	11,8	15,8	23,6	32	47	63	78	13,2	17,6	26,4	35	53	70	88
	15—20	9,5	12,7	19	25,4	38	51	63	10,7	14,3	21,4	29	43	57	71
	20—30	8,1	10,8	16,2	21,6	32	43	54	9,1	12,2	18,2	24,4	36	49	61
	30—50	7	9,3	14	18,6	28	37	47	7,7	10,3	15,4	20,6	31	41	51
	50—120	6	8	12	16	24	32	40	6,7	9	13,4	18	27	36	45
	120—300	5,2	6,9	10,4	13,8	21	27	34	5,8	7,7	11,6	15,4	23	31	38
	>300	4,7	6,3	9,4	12,6	19	25	31	5,2	6,9	10,4	13,8	21	27	34
4—6	10—17	16,5	22	33	44	66	88	110	19	25	38	50	76	100	126
	17—25	12,7	17	25,4	34	51	68	85	14	19	28	38	56	76	94
	25—35	10,5	14,2	21	28,4	42	57	70	11,8	15,8	23,6	32	47	63	79
	35—50	8,7	11,6	17,4	23,2	35	46	58	9,6	12,9	19,2	26	38	51	64
	50—80	7,3	9,7	14,6	19,4	29	39	48	8,0	10,7	16	21,4	32	43	53
	80—150	6,4	8,6	12,8	17,2	25	34	42	7,2	9,6	14,4	19,2	29	38	48
	150—400	5,5	7,4	11	14,8	22	29	37	6,1	8,2	12,2	16,4	24	33	41
	>400	5,0	6,6	10	13,2	20	26	33	5,5	7,4	11	14,8	22	29	37

Примечание. Осветительные люминесцентные лампы разделяются по цветности на четыре типа: 1) дневного света — ДС, 2) белого света — БС, 3) холодного белого света — ХБС, 4) теплого белого света — ТБС.



ПРИЛОЖЕНИЕ 26

КРИВЫЕ СИЛЫ СВЕТА СВЕТИЛЬНИКОВ С УСЛОВНОЙ ЛАМПОЙ  
 $F_L = 1000 \text{ лм}$

Угол направления светового луча $\alpha$ , град.	Глубокоизлучатель эмалированный (ГЭ)	Универсаль без затенителя (У)	Универсаль с затенителем (Ум)	Шар молочного стекла (Шм)	Люцетта цельного стекла (Лц)	Плафон одноламповый (П)	Альфа (А)
0	263	235	177	63	141	59	175
5	269	234	177	63	142	59	175
15	259	229	174	64	144	61	164
25	237	206	162	63	144	63	160
35	214	185	142	62	146	63	154
45	179	167	121	61	133	62	145
55	91	140	100	60	88	61	122
65	30	114	76	59	51	61	38
75	12	16	42	58	50	61	15
85	1	3	11	56	46	61	2
90	—	—	6	55	45	61	—
95	—	—	3	54	45	61	—
105	—	—	—	53	47	61	—
115	—	—	—	50	47	58	—
125	—	—	—	47	47	52	—
135	—	—	—	44	45	39	—
145	—	—	—	42	40	18	—
155	—	—	—	38	37	7	—
165	—	—	—	34	37	—	—
175	—	—	—	33	36	—	—
180	—	—	—	33	35	—	—

ПРИЛОЖЕНИЕ 27

ЗОНАЛЬНЫЕ ТЕЛЕСНЫЕ УГЛЫ

Интервал меридионального угла, град.		Телесный угол, стерадиан
в нижней полусфере	в верхней полусфере	
0—10	170—180	0,096
10—20	160—170	0,284
20—30	150—160	0,463
30—40	140—150	0,628
40—50	130—140	0,774
50—60	120—130	0,897
60—70	110—120	0,992
70—80	100—110	1,057
80—90	90—100	1,092

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ ДЛЯ ПОДСЧЕТА ОСВЕЩЕННОСТЕЙ

$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\alpha^\circ$	$\cos^2 \alpha$	$\cos^3 \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\alpha^\circ$	$\cos^2 \alpha$	$\cos^3 \alpha$	$\alpha^\circ$
1,00	0,0	0	1,0	1,0	0,694	1,04	46	0,482	0,335	44
0,99985	0,0175	1	0,999	0,999	0,682	1,07	47	0,465	0,317	43
0,9994	0,0349	2	0,998	0,998	0,669	1,11	48	0,447	0,299	42
0,998	0,0524	3	0,997	0,996	0,656	1,15	49	0,430	0,282	41
0,997	0,0699	4	0,995	0,993	0,643	1,19	50	0,413	0,265	40
0,996	0,0875	5	0,992	0,988	0,629	1,23	51	0,395	0,249	39
0,994	0,105	6	0,989	0,983	0,615	1,28	52	0,379	0,233	38
0,992	0,123	7	0,985	0,978	0,602	1,33	53	0,362	0,218	37
0,990	0,1405	8	0,981	0,971	0,588	1,38	54	0,345	0,203	36
0,988	0,1584	9	0,975	0,963	0,573	1,43	55	0,329	0,189	35
0,985	0,176	10	0,970	0,955	0,559	1,48	56	0,312	0,175	34
0,982	0,194	11	0,963	0,946	0,544	1,54	57	0,296	0,161	33
0,978	0,212	12	0,957	0,936	0,530	1,60	58	0,280	0,149	32
0,974	0,230	13	0,949	0,925	0,515	1,66	59	0,265	0,137	31
0,970	0,249	14	0,941	0,913	0,500	1,73	60	0,250	0,125	30
0,966	0,268	15	0,933	0,901	0,485	1,80	61	0,235	0,113	29
0,961	0,277	16	0,924	0,888	0,469	1,88	62	0,220	0,103	28
0,956	0,306	17	0,914	0,874	0,454	1,96	63	0,206	0,0936	27
0,951	0,325	18	0,904	0,860	0,438	2,05	64	0,192	0,0843	26
0,945	0,344	19	0,894	0,845	0,423	2,14	65	0,178	0,0755	25
0,939	0,364	20	0,883	0,830	0,407	2,25	66	0,165	0,0673	24
0,933	0,384	21	0,872	0,814	0,391	2,35	67	0,152	0,0596	23
$\sin \alpha$			$\sin^2 \alpha$	$\sin^3 \alpha$	$\sin \alpha$		$\alpha^\circ$	$\sin^2 \alpha$	$\sin^3 \alpha$	$\alpha^\circ$

$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\alpha^\circ$	$\cos^2 \alpha$	$\cos^3 \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\alpha^\circ$	$\cos^2 \alpha$	$\cos^3 \alpha$	$\alpha^\circ$
0,927	0,404	22	0,859	0,797	0,375	2,47	68	0,140	0,0526	22
0,920	0,424	23	0,847	0,780	0,358	2,60	69	0,128	0,0460	21
0,913	0,444	24	0,834	0,762	0,342	2,75	70	0,117	0,0400	20
0,906	0,466	25	0,821	0,744	0,325	2,90	71	0,106	0,0345	19
0,899	0,488	26	0,808	0,725	0,309	3,08	72	0,0955	0,0295	18
0,891	0,509	27	0,794	0,707	0,292	3,27	73	0,0855	0,0250	17
0,882	0,532	28	0,779	0,688	0,275	3,48	74	0,0759	0,0209	16
0,874	0,554	29	0,764	0,669	0,259	3,73	75	0,0670	0,0173	15
0,866	0,577	30	0,750	0,649	0,242	4,01	76	0,0586	0,0142	14
0,857	0,601	31	0,735	0,630	0,225	4,33	77	0,0506	0,0114	13
0,848	0,625	32	0,719	0,610	0,208	4,70	78	0,0432	0,00899	12
0,838	0,649	33	0,703	0,590	0,191	5,14	79	0,0363	0,00686	11
0,829	0,675	34	0,687	0,570	0,173	5,67	80	0,0301	0,00520	10
0,819	0,700	35	0,671	0,550	0,156	6,31	81	0,0244	0,00379	9
0,809	0,726	36	0,655	0,529	0,139	7,11	82	0,0193	0,00268	8
0,798	0,753	37	0,637	0,509	0,122	8,14	83	0,0148	0,00181	7
0,788	0,781	38	0,621	0,489	0,1045	9,51	84	0,0109	0,00115	6
0,777	0,810	39	0,604	0,469	0,0872	11,43	85	0,00700	0,000561	5
0,766	0,839	40	0,587	0,449	0,0697	14,30	86	0,00486	0,000339	4
0,754	0,869	41	0,569	0,430	0,0523	19,08	87	0,00274	0,000144	3
0,743	0,900	42	0,552	0,410	0,0349	28,64	88	0,00122	0,0000425	2
0,731	0,932	43	0,534	0,391	0,0174	57,29	89	0,000306	0,0000053	1
0,719	0,966	44	0,517	0,372	0,0	—	90	0,0	0,0	0
0,707	1,0	45	0,500	0,353	—	—	—	—	—	—
$\sin \alpha$			$\sin^2 \alpha$	$\sin^3 \alpha$	$\alpha^\circ$	$\sin \alpha$		$\sin^2 \alpha$	$\sin^3 \alpha$	$\alpha^\circ$

**ЛАМПЫ НАКАЛИВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ОСВЕТИТЕЛЬНЫЕ ОБЩЕГО НАЗНАЧЕНИЯ (ГОСТ 2239—60)**

[illegible]

Типы ламп	Номинальные величины				предельные величины		D (не более)	L *	H *	Типы цоколей (ГОСТ 2520—51)
	напряжения, в	мощности, вт	светового потока, лм	световой отдачи, лм/вт	мощности, вт (не более)	светового потока, лм (не менее)				
НБ 220-100 НГ 220-150 НГ 220-200 НГ 220-300 НГ 220-500 НГ 220-750 НГ 220-1000 НГ 220-1500	220	400 150 200 300 500 750 1000 1500	1240 1900 2700 4350 8100 13400 18200 28000	12,4 12,7 13,5 14,5 16,2 17,5 18,2 18,7	106 159 212 318 530 795 1060 1590	1150 1740 2500 4000 7500 12100 16900 26000	81 97 112 152 167	170±5 200±6 232±8 300±9 335±10	90±4 130±4 153±5 180±6 225±8 250±9	P 27-2   P 40-1   P 40-2
НБК127-40 НБК127-60 НБК127-75 НБК127-100	127	40 60 75 100	490 820 1080 1560	12,3 13,7 14,4 15,6	42,5 63,5 79,0 106,0	450 760 1000 1450	46 51 56 61	87±3* 93±3* 97±3* 102±3*		P 27-1
НБК220-40 НБК220-60 НБК220-75 НБК220-100	220	40 60 75 100	430 700 950 1380	10,8 11,7 12,7 13,8	42,5 63,5 79,0 106,0	390 650 880 1280	46 51 56 61	87±3* 93±3* 97±3* 102±3*		

\* В проверяемой группе у 10% ламп допускают удвоенные положительные допусковые отклонения (при оставлении отрицательных допускаемых отклонений без изменений).

ТЕХНИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ ЗАКРЫТЫХ ОБДУВАЕМЫХ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА СЕРИЙ МТК С КОРОТКОЗАМКНУТЫМ РОТОРОМ ДЛЯ ЧАСТОТЫ 50 гц

Величина	Тип электро-двигателя	15% ПВ					25% ПВ					Коэффициент полезного действия, %			
		Мощность на валу, кВт	Скорость вращения, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффициент полезного действия, %	Мощность на валу, кВт	Скорость вращения, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффициент полезного действия, %		
				220 в	380 в	500 в				220 в	380 в			500 в	
1	МТК14-6	2,7	837	13,1	7,6	5,8	0,82	65,5	2,2	883	11,1	6,4	4,9	0,76	68,5
	МТК12-6	4,0	852	18,5	10,7	8,1	0,82	69,0	3,5	875	16,6	9,6	7,3	0,78	70,5
2	МТК21-6	6,2	880	27,1	15,7	11,9	0,81	73,5	5,0	910	23,1	13,4	10,2	0,75	75,0
	МТК22-6	9,0	880	38,3	22,2	16,9	0,81	76,0	7,5	905	33,3	19,3	14,7	0,76	77,5
3	МТК31-6	13,5	896	53,7	31,1	23,6	0,83	79,0	11,0	920	45,6	26,4	20,1	0,78	81,0
	МТК31-8	9,3	657	39,7	23,0	17,5	0,82	74,5	7,5	682	33,0	19,1	14,5	0,76	78,0
4	МТК41-8	13,5	665	58,7	34,0	25,8	0,78	77,0	11,0	685	49,7	28,8	21,9	0,73	79,0
	МТК42-8	19,5	667	79,8	46,2	35,1	0,81	79,0	16,0	685	68,3	39,6	30,1	0,76	80,5
5	МТК51-8	26,5	675	106	61,3	46,6	0,81	80,5	22,0	692	90,8	52,6	40,0	0,77	82,5
	МТК52-8	33,5	681	129	74,5	56,6	0,83	82,0	28,0	695	112	64,6	49,1	0,79	83,5

Величина	Тип электро- двигателя	40% ПВ						60% ПВ					
		Мощность на валу, кВт	Скорость вращения, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффициент полезного действия, %	Мощность на валу, кВт	Скорость вращения, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффициент полезного действия, %
				220 в	380 в	500 в				220 в	380 в	500 в	
1	МТК11-6	1,8	910	9,8	5,7	4,3	69,0	1,5	926	9,2	5,3	4,0	68,0
	МТК12-6	2,8	907	14,5	8,4	6,4	72,0	2,3	923	13,3	7,7	5,9	72,0
2	МТК21-6	4,2	925	20,7	12,0	9,1	75,5	3,5	938	19,0	11,0	8,4	75,0
	МТК22-6	6,3	922	29,9	17,3	13,2	77,5	5,0	938	26,8	15,5	11,8	77,5
3	МТК31-6	9,5	930	41,3	23,9	18,2	81,5	7,5	945	36,4	21,1	16,0	81,5
	МТК31-8	6,5	693	30,2	17,5	13,3	79,5	5,3	705	27,6	16,0	12,2	79,5
4	МТК41-8	9,5	695	45,9	26,6	20,2	79,5	8,0	705	41,8	24,2	18,4	79,5
	МТК42-8	13,0	700	60,2	34,9	26,5	81,5	10,5	710	54,6	31,6	24,0	81,0
5	МТК51-8	17,5	705	77,6	45,0	34,2	83,0	14,5	713	70,1	40,6	30,8	83,0
	МТК52-8	22,0	708	93,3	54,0	41,1	84,0	19,0	715	87,0	50,3	38,2	84,0

Величина	Тип электро-двигателя	100% ПВ						1 час						Кратность по отношению к номинальным величинам при 25% ПВ				Маховой момент потора, кг·м <sup>2</sup>
		Мощность на валу, кВт	Скорость вращения, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффициент полезного действия, %	Мощность на валу, кВт	Скорость вращения, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффициент полезного действия, %	М <sub>макс</sub> М <sub>25%ПВ</sub>	М <sub>пуск</sub> М <sub>25%ПВ</sub>	I <sub>пуск</sub> I <sub>25%ПВ</sub>		
				220 в	380 в	500 в				220 в	380 в	500 в						
1	МТК14-6 МТК12-6	1,1 1,8	947 940	8,6 12,3	5,0 7,1	3,80 5,40	52 55	64,0 70,0	1,8 2,8	940 907	9,9 14,5	5,7 8,4	4,30 6,40	69,0 72,0	2,6 2,6	2,6 2,6	3,3 3,6	0,16 0,25
2	МТК24-6 МТК22-6	2,5 3,6	955 955	17,4 24,2	10,1 14,0	7,70 10,60	52 52	72,0 75,0	4,2 6,3	925 922	20,7 29,9	12,0 17,3	9,10 13,20	70,5 77,5	3,1 3,1	2,9 3,0	4,3 4,4	0,39 0,55
3	МТК34-6 МТК34-8	6,0 3,7	955 720	33,7 24,5	19,5 14,2	8,0 10,8	58 51	80,0 77,0	9,5 6,0	930 698	44,3 29,0	23,9 16,8	18,20 12,80	74,5 68,5	3,4 3,0	3,2 2,9	5,1 4,5	1,00 1,00
4	МТК44-8 МТК42-8	5,3 7,0	722 723	37,1 48,2	21,5 27,9	16,4 20,48	48 48	77,5 79,0	9,2 13,0	697 700	45,0 60,3	26,1 34,9	19,80 26,50	67,5 81,5	3,2 3,3	3,0 3,1	4,5 4,8	1,78 2,60
5	МТК54-8 МТК52-8	10,0 14,0	726 725	61,0 76,0	32,6 40,3	8,0 10,58	53 58	84,0 83,0	17,5 24,0	705 704	77,7 99,5	45,0 57,5	34,20 43,80	71,83,0 75,84,0	3,1 3,2	2,8 2,8	5,0 5,2	4,20 5,50



ТЕХНИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА, ЗАКРЫТЫХ ОБДУВАЕМЫХ, СЕРИИ МТ, С ФАЗНЫМ РОТОРОМ ДЛЯ ЧАСТОТЫ 50 гц

Величина	Тип электро- двигателя	15%, ПВ						25%, ПВ						Напряже- ние между концами ротора, в				
		Мощность на валу, кВт	Скорость враще- ния, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффи- циент мощности	Коэффи- циент полезного дей- ствия, %	Ток ротора, а	Мощность на валу, кВт	Скорость враще- ния, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффи- циент мощности	Коэффи- циент полезного дей- ствия, %	Ток ротора, а	
				220 в	380 в	500 в						220 в	380 в					500 в
1	МТ 11-6 МТ 12-6	2,7 4,2	855 885	14,3 20,0	8,3 11,6	6,3 8,8	0,78 0,79	63,0 69,5	16,3 15,5	2,2 3,5	885 910	12,4 17,8	7,2 10,3	5,5 7,8	0,72 0,73	64,0 70,5	12,8 12,2	135 204
2	МТ 21-6 МТ 22-6	6,5 9,5	922 928	30,2 42,0	17,5 24,3	13,3 18,5	0,75 0,76	75,0 78,0	28,0 28,8	5,0 7,5	940 945	25,7 36,1	14,9 20,9	11,3 15,9	0,68 0,69	74,5 78,5	20,6 21,6	164 227
3	МТ 31-6 МТ 31-8	13,2 9,3	944 688	54,5 42,3	32,1 24,5	24,5 18,6	0,76 0,75	82,0 76,5	43,6 36,0	11,0 7,5	953 702	49,0 36,7	28,4 21,2	21,6 16,1	0,71 0,69	82,5 77,5	35,6 28,0	200 185
4	МТ 41-8 МТ 42-8	13,2 18,0	708 713	59,0 78,5	34,1 45,3	25,9 34,4	0,73 0,73	80,5 82,5	57,3 52,5	11,0 16,0	715 718	53,2 73,4	30,8 42,5	23,4 32,3	0,67 0,69	81,0 82,5	46,7 46,3	155 222
5	МТ 51-8 МТ 52-8	26,5 36,0	716 720	110 142	63,8 82,0	48,5 62,3	0,75 0,78	84,0 85,0	86,2 90,5	22,0 30,0	723 725	97,6 124	56,5 71,6	43,0 54,4	0,70 0,74	84,5 86,0	70,5 74,3	197 257
6	МТВ-611-10 МТВ-612-10 МТВ-613-10	55,0 75,0 100	568 572 574	228 288 386	132 172 223	100 131 170	0,75 0,77 0,78	85,5 86,0 88,0	195 195 198	45 60 80	575 578 580	200 250 330	115 145 190	87 110 145	0,70 0,72 0,72	85,0 87,0 88,5	155 153 155	185 245 320
7	МТВ-711-10 МТВ-712-10 МТВ-713-10	125 155 200	580 582 582	520 645 805	300 373 465	228 284 355	0,71 0,70 0,72	89,0 90,0 91,0	290 282 300	100 125 160	584 587 587	440 555 685	255 320 395	195 245 300	0,67 0,66 0,68	89,0 90,0 91,0	230 225 235	275 345 420

Величина	Тип электро-двигателя	40% ПВ						60% ПВ						Напряжение между клеммами ротора, в				
		Мощность на валу, кВт	Скорость вращения, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффициент мощности	Коэффициент полезного действия, %	Ток ротора, а	Мощность на валу, кВт	Скорость вращения, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффициент мощности	Коэффициент полезного действия, %	Ток ротора, а	
				220 в	380 в	500 в						220 в	380 в					500 в
1	MT 11-6	1,8	910	11,4	6,6	5,0	0,64	64,5	10,2	1,5	925	10,7	6,2	4,7	0,58	63,0	8,4	135
	MT 12-6	2,5	940	15,2	8,8	6,7	0,62	69,5	8,5	2,0	955	14,3	8,3	6,3	0,54	67,5	6,8	204
2	MT 21-6	4,2	950	23,8	13,8	10,5	0,62	74,5	17,3	3,4	960	22,1	12,8	9,7	0,55	73,0	14,0	164
	MT 22-6	6,3	957	33,0	19,1	14,5	0,64	78,0	18,1	5,0	966	30,4	17,6	13,4	0,56	77,0	14,4	227
3	MT 31-6	8,8	962	43,2	25,0	19,0	0,65	82,0	28,0	7,0	970	39,7	23,0	17,5	0,57	81,0	22,5	200
	MT 31-8	6,3	712	33,5	19,4	14,8	0,63	78,0	23,0	5,0	720	30,8	17,8	13,5	0,55	77,0	18,0	185
4	MT 41-8	8,8	722	48,0	27,8	21,1	0,60	80,0	36,5	7,0	728	45,2	26,2	19,9	0,52	77,5	29,0	155
	MT 42-8	13,0	724	66,5	38,5	29,3	0,62	82,5	37,0	10,5	729	61,7	35,7	27,1	0,55	81,0	29,6	222
5	MT 51-8	17,5	728	86,4	50,0	38,0	0,63	84,0	55,0	14,5	732	81,5	47,2	35,9	0,56	83,0	45,5	197
	MT 52-8	23,5	730	107	62,0	47,1	0,67	85,5	56,5	19,0	734	97,5	56,5	42,9	0,60	85,0	45,6	257
6	MTB 611-10	36,0	581	178	103	78	0,62	85,5	122	28,0	586	161	93,0	71,0	0,54	85,5	94,0	185
	MTB 612-10	48,0	582	225	130	99	0,65	87,0	120	35,0	588	200	115	87,0	0,54	86,0	87,0	247
	MTB 613-10	65,0	584	290	168	128	0,67	88,0	125	43,0	590	250	145	110	0,52	87,0	82,0	320
7	MTB 711-10	80,0	588	390	225	171	0,61	89,0	182	52,0	592	335	193	147	0,47	87,0	115	275
	MTB 712-10	100	590	500	290	220	0,58	90,0	178	65,0	593	435	250	190	0,45	88,0	115	345
	MTB 713-10	125	590	595	343	260	0,61	91,0	182	86,0	593	525	303	230	0,48	89,5	125	420

Величина	Тип электро-двигателя	100% ПВ										1 час										Кратность макс-мального момента к номинальному при 25% ПВ	Напряжение между клеммами ротора, в	Маховой момент ротора, кг·м²
		Мощность на валу, кВт		Скорость вращения, об/мин	Коэффициент мощности			Коэффициент полезного действия, %	Ток ротора, а		Мощность на валу, кВт		Скорость вращения, об/мин	Линейный ток статора (а) при напряжении			Коэффициент полезного действия, %	Ток ротора, а						
					220 в	380 в	500 в							220 в	380 в	500 в								
1	МТ 11-6 МТ 12-6	1,1 1,7	945 960	10,0 13,8	5,8 8,0	4,4 6,1	0,49 0,49	58,5 65,5	5,8 5,7	1,8 2,5	910 940	11,4 15,2	6,6 8,8	5,0 6,7	0,64 0,62	64,5 69,5	10,2 8,5	2,3 2,5	135,0, 17 204,0, 27					
2	МТ 21-6 МТ 22-6	2,3 3,6	972 978	20,6 28,3	11,9 16,4	9,0 12,5	0,43 0,46	68,0 77,0	9,6 10,3	4,2 6,3	950 957	23,8 33,0	13,8 19,1	10,5 14,5	0,62 0,64	74,5 78,0	17,3 18,1	2,9 2,8	164,0, 41 227,0, 57					
3	МТ 31-6 МТ 31-8	5,0 3,6	980 728	36,6 28,7	21,2 16,6	16,1 12,6	0,46 0,45	77,5 73,0	16,0 12,8	8,8 6,3	962 712	43,2 33,5	25,0 19,4	19,0 14,8	0,65 0,63	82,0 78,0	28,0 23,0	3,1 2,6	200,1, 05 185,1, 05					
4	МТ 41-8 МТ 42-8	5,0 7,0	735 735	42,2 56,1	24,4 32,5	18,5 24,7	0,42 0,42	73,5 77,5	20,7 19,5	8,8 13,0	722 724	48,0 66,7	27,8 38,5	21,2 29,2	0,60 0,62	80,0 82,5	36,5 37,0	2,9 3,0	155,1, 86 222,2, 70					
5	МТ 51-8 МТ 52-8	10,0 14,0	738 738	74,3 88,6	43,0 51,3	32,6 39,0	0,44 0,50	80,0 82,5	30,8 32,5	17,5 23,5	728 730	86,4 107	50,0 62,0	38,0 47,1	0,63 0,67	84,0 85,5	55,0 56,5	3,0 3,0	197,4, 40 257,5, 70					
6	МТВ 611-10 МТВ 612-10 МТВ 613-10	24 30 36	588 590 592	154 190 239	89,0 110,8 138	68,5 83,5 105	0,48 0,49 0,46	85,0 85,0 86,0	80,0 75,0 68,0	45,0 60,0 80,0	575 578 580	200 250 330	115 145 190	87,0 110 145	0,70 0,72 0,72	85,0 87,0 88,5	155 154 155	3,0 3,0 3,0	185 17 245 21 320 25					
7	МТВ 711-10 МТВ 712-10 МТВ 713-10	Не изготавливаются. Следует применять электродвигатели МТВ с независимой вентиляцией (продуваемые).										100 125 160	584 587 587	255 320 395	195 245 300	0,67 0,66 0,68	89,0 90,0 91,0	230 225 235	2,8 2,8 2,8	275 41 345 51 420 60				

# ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРЕХФАЗНЫХ ДВУХОБОМОТОЧНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ (ГОСТ 401—41)

Номиналь- ная мощность, квз	Верхний предел но- минальных напряже- ний обмоток, кв		Потери, вт		Номинальный коэффициент полезного действия, %	Изменения напряжения при номиналь- ной нагрузке и $\cos \varphi_2 = 1$ , %	Напряжение ко- роткого замыка- ния в процентах от номинального напряжения	Ток холостого хода в процен- тах от номиналь- ного тока
	высшего напряже- ния	нижнего напряже- ния	холостого хода при но- минальном напряжении	короткого замыкания при номиналь- ной нагрузке				
5	6,3	0,400	60	185	95,33	3,8	5,5	10
10	6,3	0,400	105	335	95,79	3,45	5,5	10
	10	0,400	140	335	95,47	3,45	5,5	10
20	6,3	0,400	180	600	96,25	3,1	5,5	9
	10	0,400	220	600	96,06	3,1	5,5	10
30	6,3	0,400	250	850	96,46	2,95	5,5	8
	10	0,400	300	850	96,31	2,95	5,5	9
50	6,3	0,525	350	1325	96,75	2,75	5,5	7
	10	0,400	440	1325	96,59	2,75	5,5	8
	35	0,400	540	1325	96,40	2,85	6,5	9
75	6,3	0,525	490	1875	96,94	2,6	5,5	6,5
	10	0,400	590	1875	96,82	2,6	5,5	7,5
100	6,3	0,525	600	2400	97,09	2,5	5,5	6,5
	10	0,525	730	2400	96,96	2,5	5,5	7,5
	35	0,525	900	2400	96,81	2,6	6,5	8
135	6,3	0,525	830	3070	97,19	2,4	5,5	6,5
	10	0,525	1000	3150	97,02	2,46	5,5	7,5
180	6,3	0,525	1000	4000	97,30	2,35	5,5	6
	10	0,525	1200	4100	97,14	2,4	5,5	7
	10	3,15	1500	4100	96,97	2,4	5,5	8
	35	10,5	1500	4100	96,97	2,45	6,5	8

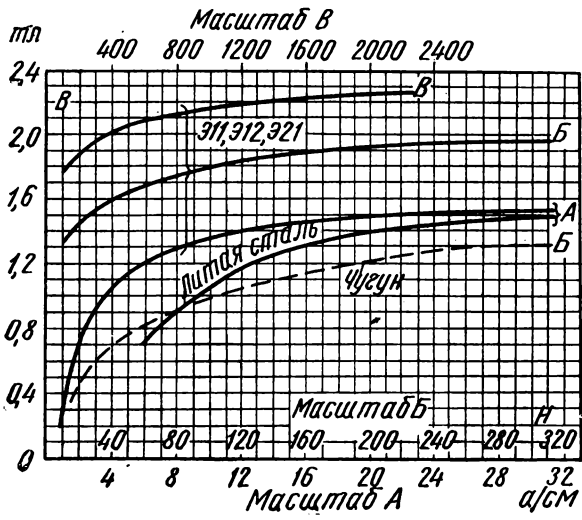
Номинальная мощность, $\text{kB}$	Верхний предел номинальных напряжений обмоток, $\text{kB}$		Потери, $\text{вт}$		Номинальный коэффициент полезного действия, %	Изменения напряжения при номинальной нагрузке и $\cos \varphi_2 = 1$ , %	Напряжение короткого замыкания в процентах от номинального напряжения	Ток холостого хода в процентах от номинального тока
	высшего напряжения	нижнего напряжения	холостого хода при номинальном напряжении	короткого замыкания при номинальной нагрузке				
240	6,3	0,525	1 400	4 900	97,44	2,17	5,5	6
	10	0,525	1 600	5 100	97,28	2,25	5,5	7
320	6,3	0,525	1 600	6 070	97,65	2,05	5,5	6
	10	0,525	1 900	6 200	97,54	2,05	5,5	7
	10	3,15	2 300	6 200	97,41	2,05	5,5	7,5
420	35	10,5	2 300	6 200	97,41	2,15	6,5	7,5
	10	0,525	2 100	7 700	97,72	1,96	5,5	6,5
560	10	0,525	2 500	9 400	97,87	1,8	5,5	6
	10	6,3	3 350	9 400	97,77	1,8	5,5	6,5
	35	10,5	3 350	9 400	97,77	1,85	6,5	6,5
750	10	0,525	4 100	11 900	97,91	1,73	5,5	6
1 000	10	6,3	4 900	15 000	98,05	1,64	5,5	5
	35	10	5 100	15 000	98,03	1,7	6,5	5,5
1 350	10	6,3	6 000	19 500	98,15	1,59	5,5	5
	35	10,5	6 500	19 500	98,11	1,65	6,5	5,5
1 800	10	6,3	8 000	24 000	98,25	1,47	5,5	4,5
	35	10,5	8 300	24 000	98,24	1,53	6,5	5
2 400	10	6,3	9 200	31 500	98,33	1,45	5,5	4,5
	35	10,5	10 000	31 500	98,3	1,51	6,5	5
3 200	10	6,3	11 000	37 000	98,52	1,3	5,5	4
	38,5	10,5	11 500	37 000	98,51	1,4	7	4,5
	121	38,5	16 600	39 500	98,28	1,78	10,5	4,5
4 200	10	6,3	14 000	47 000	98,57	1,27	5,5	4
	35	10,5	14 500	47 000	98,56	1,4	7	4,5

Номиналь- ная мощность, кВт	Верхний предел но- минальных напряже- ний обмоток, кВ		Потери, Вт		Номинальный коэффициент полезного действия, %	Изменения на- пряжения при номиналь- ной нагрузке и cos φ₂ = 1, %	Напряжение ко- роткого замыка- ния в процентах от номиналь- ного напряже- ния	Ток холостого хода в процен- тах от номиналь- ного тока
	высшего напряже- ния	низшего напряже- ния	холостого хода при но- минальном напряжении	короткого замыкания при номиналь- ной нагрузке				
5 600	10	6,3	18 000	56 000	98,7	1,11	5,5	4
	38,5	10,5	18 500	57 000	98,67	1,3	7,5	4,5
	121	38,5	25 500	62 500	98,45	1,67	10,5	4,5
7 500	38,5	11	24 000	75 000	98,7	1,25	7,5	3,5
	121	38,5	33 000	77 000	98,55	1,58	10,5	4
10 000	38,5	11	29 000	92 000	98,8	1,2	7,5	3
	121	38,5	38 500	97 500	98,66	1,53	10,5	3,5
15 000	38,5	11	39 000	122 000	98,93	1,1	8	3
	121	38,5	50 000	133 000	98,79	1,44	10,5	3,5
20 000	38,5	11	48 000	148 000	99,3	1	8	2,5
	121	38,5	60 000	163 000	98,9	1,37	10,5	3
31 500	38,5	11	73 000	180 000	99,2	0,9	8	2,2
	121	38,5	86 000	200 000	99,1	1,19	10,5	2,7
40 500	38,5	11	94 000	222 000	99,22	0,9	8,5	2,3
	121	11	115 000	222 000	99,17	0,9	10,5	10,5
60 000	121	11	150 000	300 000	99,26	1,0	11,5	3,6

ХАРАКТЕРИСТИКА ОДНОФАЗНЫХ ДВУХБОМОТОЧНЫХ ТРАНСФОРМАТОРОВ  
(ГОСТ 401—41)

Номиналь- ная мощность, кВа	Верхний предел но- минальных напряже- ний обмоток, кВ		Потери, кВт		Номинальный коэффициент полезного действия, %	Изменение на- пряжения при номинальной нагрузке и cos φ <sub>2</sub> = 1, %	Напряжение ко- роткого замыка- ния в процентах от номиналь- ного напряже- ния	Ток холостого хода в процен- тах от номиналь- ного тока
	высшего напряже- ния (ВН)	низшего напряже- ния (НН)	холостого хода при но- минальном напряжении	короткого замыкания при номиналь- ной нагрузке				
5 000	38,5 110	11 11	14 18	45 47	98,83 98,62	1,18 1,49	8 10,5	4 4
6 667	38,5 121	11 11	17 24	53,5 56	98,95 98,81	1,08 1,39	8 10,5	3,5 3,5
10 500	38,5 121	11 38,5	23,5 29,5	77 81,5	99,05 98,96	1,01 1,33	7,5 10,5	3,3 3,3
13 500	121	38,5	33,5	98,5	99,03	1,28	10,5	3,3
20 000	121	38,5	47	129	99,13	1,20	10,5	2,85
30 000	121	10,5	66	172	99,21	1,12	10,5	2,5
40 000	121	15,75	84	216	99,25	1,09	10,5	2,5

Примечание. Для определения потерь в трехфазной группе указанные в таблице потери следует умно-  
жить на 3.





---

## О Г Л А В Л Е Н И Е

	<i>Стр.</i>
Предисловие . . . . .	3
Глава первая. Электрические цепи постоянного тока . . . . .	5
Глава вторая. Электрическое поле . . . . .	50
Глава третья. Магнитное поле . . . . .	59
Глава четвертая. Электрические цепи переменного тока . . . . .	81
Глава пятая. Применение символического метода к расчету цепей переменного тока . . . . .	155
Глава шестая. Круговые диаграммы . . . . .	192
Глава седьмая. Трехфазный ток . . . . .	208
Глава восьмая. Несинусоидальные токи . . . . .	259
Глава девятая. Переходные процессы в цепях с сосредоточенными параметрами . . . . .	279
Глава десятая. Электрические измерения . . . . .	291
Глава одиннадцатая. Катушки со стальными сердечниками и трансформаторы . . . . .	319
Глава двенадцатая. Асинхронные двигатели . . . . .	354
Глава тринадцатая. Синхронные машины . . . . .	371
Глава четырнадцатая. Машины постоянного тока . . . . .	381
Глава пятнадцатая. Электрические сети . . . . .	421
Глава шестнадцатая. Электрическое освещение . . . . .	471
Глава семнадцатая. Электропривод . . . . .	492
Ответы . . . . .	517
Приложения . . . . .	527

---

*Раскатов Афанасий Иванович*

ЗАДАЧНИК ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ И ЭЛЕКТРО-  
ОБОРУДОВАНИЮ, 3-е изд., испр. и доп. М. «Высшая  
школа», 1964 г.

564 с. с илл.

6П2.1

\* \* \*

Научный редактор канд. техн. наук *М. Б. Майкопар*

Редактор *Г. А. Сильвестровиц*

Обложка художника *В. Н. Иванова*

Технические редакторы *Л. А. Дороднова, Н. Н. Баранова*

Корректор *А. В. Канатова*

---

Т-03619. Сдано в набор 7/Х 1963 г. Подп. к печ. 9/III 1964 г.

Формат бум. 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>—35,25 п. л. В 1 п. л. 35 000 экз.

Уч.-изд. 30,76 л. Уч. № 3/6667, Тираж 50 000 экз.

Цена 87 коп. Заказ № 936.

---

Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова  
Главполиграфпрома Государственного комитета Совета Министров  
СССР по печати. Москва, Ж-54, Валовая, 28.

Цена 87 коп.



ВЫСШАЯ ШКОЛА • 1964