

# В МИРЕ МАТЕМАТИКИ И КАЛЬКУЛЯТОРОВ



# В МИРЕ МАТЕМАТИКИ И КАЛЬКУЛЯТОРОВ

Найджел Лэнгдон  
Дженет Кук  
Джон Льюис

ПУТЕШЕСТВИЕ ПЕРВОЕ

## **3 В страну Математика**

ПУТЕШЕСТВИЕ ВТОРОЕ

## **70 В мире калькуляторов**

ПУТЕШЕСТВИЕ ТРЕТЬЕ

## **99 Задачи, головоломки и фокусы с калькуляторами**



Москва  
«Педагогика»  
1990

6502

ББК 32.97  
Л 92

Рецензент и научный редактор  
кандидат физико-математических наук  
*В. В. Леонас*

Рецензент *Р. З. Моторин*,  
учитель математики, отличник просвещения РСФСР

Научно-популярное издание

**Найджел Лэнгдон  
Дженет Кук  
Джон Льюис**

**В МИРЕ МАТЕМАТИКИ И  
КАЛЬКУЛЯТОРОВ**

Заведующая редакцией  
*Л. И. Коровкина*

Редактор  
*М. Ю. Кузнецова*

Художественные редакторы  
*И. И. Беляева  
В. П. Храмов*

Технические редакторы  
*Т. Г. Иванова  
С. Н. Жданова*

Корректоры  
*В. С. Антонова  
А. И. Сорнева*

ИБ 1288

Сдано в набор 18.04.89. Подписано в печать 20.02.90.  
Формат 84×108<sup>1/16</sup>. Бумага офс. № 1. Печать офсет-  
ная. Гарнитура таймс. Усл. печ. л. 15,12. Уч.-изд. л.  
16,65. Усл. кр.-отт. 54,6. Тираж 100 000 экз. Зак.  
№ 502. Цена 1 р. 40 к.

Издательство «Педагогика» Академии педагогиче-  
ских наук СССР и Государственного комитета  
СССР по печати.  
Москва, Лефортовский пер., 8.

Ордена Трудового Красного Знамени Калининский  
полиграфический комбинат Государственного  
комитета СССР по печати. г. Калинин, пр. Ленина,  
5.

**Лэнгдон Н., Кук Дж., Льюис Дж.**  
Л 92 В мире математики и калькуляторов: Пер. с  
англ. — М.: Педагогика, 1990. — 144 с.: ил.  
ISBN 5-7155-0152-0

Книга знакомит с рядом идей и понятий современной мате-  
матики, с общими принципами использования микрокальку-  
ляторов.

Представленные в ней головоломки, рисунки, таблицы, схе-  
мы носят прикладной характер, позволяют осмыслить прочи-  
танное, а также овладеть навыками по работе с вычислитель-  
ной техникой.

Для детей младшего и среднего школьного возраста.

Л 4306000000(4802020000)-087 81-89  
005(01)-90

ББК 32.97

ISBN 5-7155-0152-0

© 1985 Usborne Publishing  
© Русский перевод, Е. В. Зиньковский, И. А. Леонене, 1990

# ПУТЕШЕСТВИЕ ПЕРВОЕ В СТРАНУ МАТЕМАТИКА

Дженет Кук  
Найджел Лэнгдон

Оформление: Ким Бланделл и Сью Мимс



Иллюстрации: Джейн Эндрюс,  
Джереми Бэнкс, Мартин Ньютон,  
Саймон Роулстон, Крис Лайон,  
Айэн Эшмен, Наоми Рид

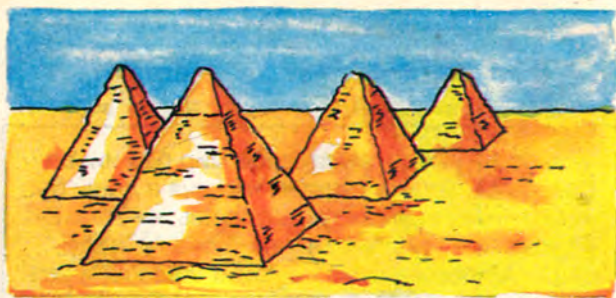
## Что мы встретим и узнаем в стране Математика

Страна Математика . . . . .	5
Числа вокруг нас . . . . .	6
Путешествуем и считаем . . . . .	8
Первый привал: ноль и отрицатель- ные величины . . . . .	10
Второй привал: а ну-ка, подумай! . .	12
Фигуры, везде фигуры! . . . . .	14
Путешествуем и измеряем поверх- ности . . . . .	16
В царстве кругов и окружностей . .	18
Загадки трехмерного мира . . . . .	20
Третий привал: углы и как их зовут .	22
Герцогиня Топология и графы . . .	24
Путешествие в космос к дробям и процентам . . . . .	26
Четвертый привал: отношения и пропорции . . . . .	28
Путешествуем среди ... множеств . .	30
Во владениях королевы Статистики .	32
По графику — пешком и на рафике .	34
Из царства графиков — в страну Аль-джебру . . . . .	36
Пятый привал: учимся геометриче- ским построениям . . . . .	38
На просторе числовых закономер- ностей . . . . .	40
Среди двоичных чисел . . . . .	42
Привал шестой и последний: у прин- цессы Вероятности . . . . .	44
Ответы на загадки . . . . .	47

# Страна Математика

Мы совершим с тобой три увлекательных путешествия, и первое из них — в страну Математика. В этих путешествиях тебе поможет твой друг Калькулятор. А если у тебя его пока нет, просто держи под рукой карандаш и бумагу.

Слово «математика» пришло к нам из древнегреческого языка. По-древнегречески «матанейн» означает «учиться», «приобретать знания». В этом — ключ к тому, что же такое математика. Много тысяч лет люди накапливают математические знания, то есть знания о числах, количествах и количественных отношениях. Без таких знаний древние египтяне, например, не смогли бы построить свои знаменитые пирамиды.

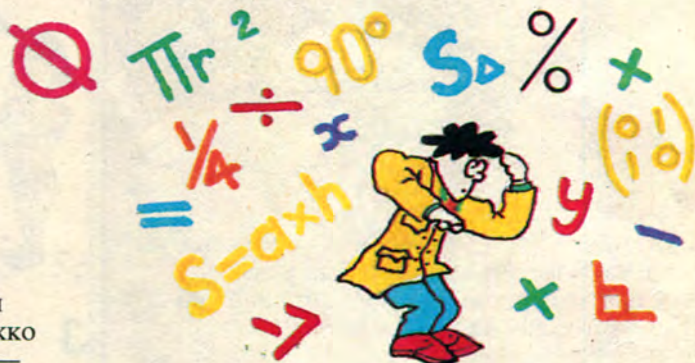


Математика помогает нам познавать и совершенствовать тот мир, в котором мы с вами живем. Запуск на орбиту спутников, строительство автострад, вождение поездов, даже оклейка стен обоями, чем заняты сейчас Ник и Фанни, — все это и многое, многое другое было бы просто невозможно без математических расчетов. Объединяет же различные области приложения математики логика, то есть наука о законах и способах рассуждения. Поэтому математика поможет тебе научиться мыслить яснее и последовательнее.

По всей этой книжке разбросаны всевозможные загадки, головоломки, задачки, решая которые ты сможешь проверить свои знания и смекалку. Ответы на задачки ждут тебя в конце каждого Путешествия.



Человека, не знакомого с математическими символами, они сначала могут даже немножко напугать. В действительности же символы — это всего лишь способ краткой записи простых утверждений. Не думай, что нужно и можно понять всё сразу. В нашем путешествии по Математике мы не будем торопиться, а пойдем от одного пункта к другому, делая привалы и остановки.



В первом путешествии ты встретишь несколько математических загадок, которые помечены красными звездочками. На каждой звездочке проставлено количество очков, которое дается за правильный ответ. Тебе наверняка будет интересно вести подсчет заработанных очков, а когда первое путешествие закончится, на с. 47 ты увидишь специальную табличку. По ней ты сможешь узнать о своих успехах. Тот, кто наберет большую сумму, получит титул Суперматематика!

## Итак, в путь!



# Числа вокруг нас

Можно ли представить себе мир без чисел? Возьми то, что мы делаем изо дня в день: без чисел — ни покупки не сделаешь, ни времени не узнаешь, ни номера телефона не наберешь. А космические корабли, лазеры и все другие технические достижения! Они были бы попросту невозможны, если бы не наука о числах.

## Сколько?

Отвечая на вопрос «сколько?», мы почти всегда называем то или иное число. И тем не менее сами по себе числа могут быть весьма обманчивы.



Все эти ответы правильны. А не можешь ли ты догадаться, что должен был указать каждый из нарисованных на этой картинке, после того как он назвал число?\*

Числа применяются не только для счета, но и для обозначения самых разных вещей и для того, чтобы отличать их друг от друга. Например, все автобусы, следующие по одному и тому же маршруту, обозначаются одним и тем же числом. А вот номерной знак у каждого автобуса свой. По этому знаку можно отличить один автобус от другого.



## Оказывается, мы считаем десятками...

В прошлые времена было много способов счета, но в основе почти каждого из них лежит счет десятками. Это объясняется, вероятно, тем, что людям часто пришлось считать на ... пальцах. Да и сейчас мы иногда ведем счет, используя пальцы.



На языке аборигенов Южной Австралии слово «десять» означает также «две» руки.

## ...а также сотнями и тысячами

Большинство древних способов записи чисел имели различные символы для обозначения единиц, десятков, сотен и тысяч. А ты сможешь сказать, какое число изобразил на этой плите древний египтянин?





На севере Японии живет племя айнов, на древнем языке которых число «десять» обозначается словом «ван» — «двусторонний».



Символы, применяемые для обозначения чисел, мы называем цифрами. А вот древние римляне называли их *digitus* — «дигитус», что значит «палец». 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 — это цифры.

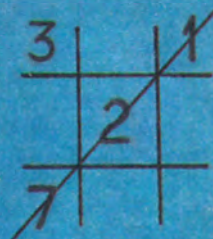
## Числа передают изображение

Получаемые спутниками телевизионные изображения передаются на Землю с помощью чисел. Так, когда советские или американские спутники ведут съемку поверхности нашей планеты, их бортовые компьютеры анализируют каждый крошечный квадратик телевизионного изображения и обозначают этот квадратик — в зависимости от его яркости — с помощью чисел от 0 до 63. Затем эти числа передаются по радиоканалам на Землю, и здесь уже другие компьютеры восстанавливают на их основе полученные со спутников изображения.



## Цифровые «крестики-нолики»

Увлекательный вариант игры в «крестики-нолики» — вариант с цифрами от 0 до 9. В течение одной игры каждую цифру можно использовать только один раз. Побеждает тот, кто первым «закроет» горизонтальный, вертикальный или диагональный ряд из трех чисел, дающих в сумме 10.



## А существует ли «самое большое» число?

Представь себе огромное число, самое огромное, какое ты только можешь придумать. Как ты думаешь, можно прибавить к нему еще единицу?

Конечно, можно. Выходит, какое бы число мы ни назвали, всегда найдется число еще большее. Значит, чисел бесконечно много. В математике бесконечность обозначается знаком  $\infty$ .



Да это как 8, которая лежит себе и спит.

2

Древние римляне использовали символы I, II, C, M. Символы I и X (1 и 10), возможно, перешли в эту систему из еще более древнего способа обозначения чисел, при котором люди вели счет, делая насечки на деревянной палочке. Лишь в средние века ученые, писавшие свои труды на латинском языке, стали изображать четверку как IV (то есть на единицу меньше 5). А это что за число: CM?



А какова величина этого числа?

4

Одна из цифр 2 в этой надписи означает 2000, а другая всего лишь 2. Какая что означает?



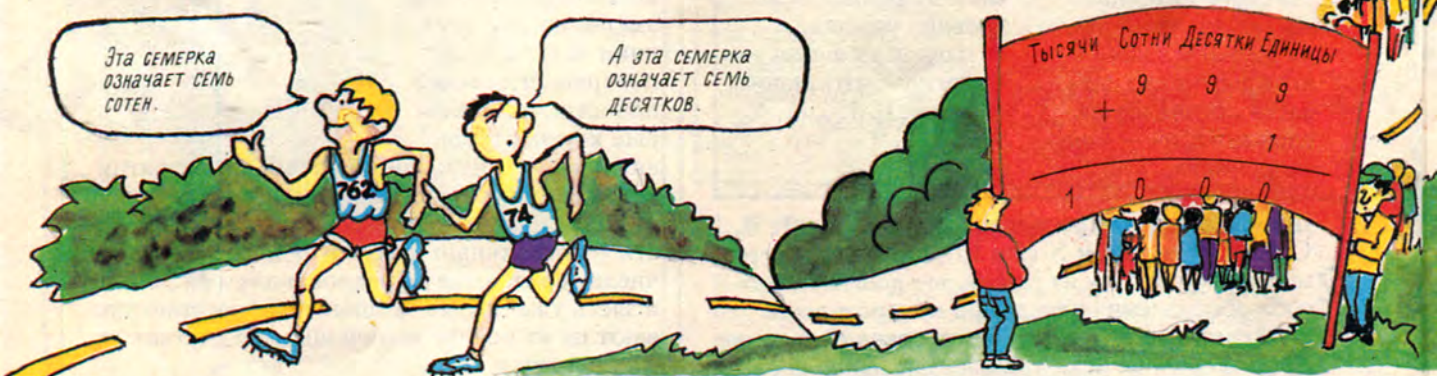
Современная десятичная система счисления сформировалась в Индии к 570 году новой эры. Это самая совершенная из всех систем. С ее помощью можно записать любое число, используя всего десять цифр. Здесь всё зависит от того порядка, в котором эти цифры располагаются. Так, 27 и 72 — это разные числа\*\*.

\*\* О десятичной системе счисления мы продолжим разговор на с. 8—9.

# Путешествуем и считаем

## Как мы считаем

Обычно мы считаем десятками, поэтому такой счет называется десятичной системой счисления\*. Она позволяет записать любое целое число при помощи всего десяти символов, или знаков, которые называются цифрами (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9). Значение же каждой цифры меняется в зависимости от ее позиции в числе. Позицию цифры в числе обычно называют разрядом.



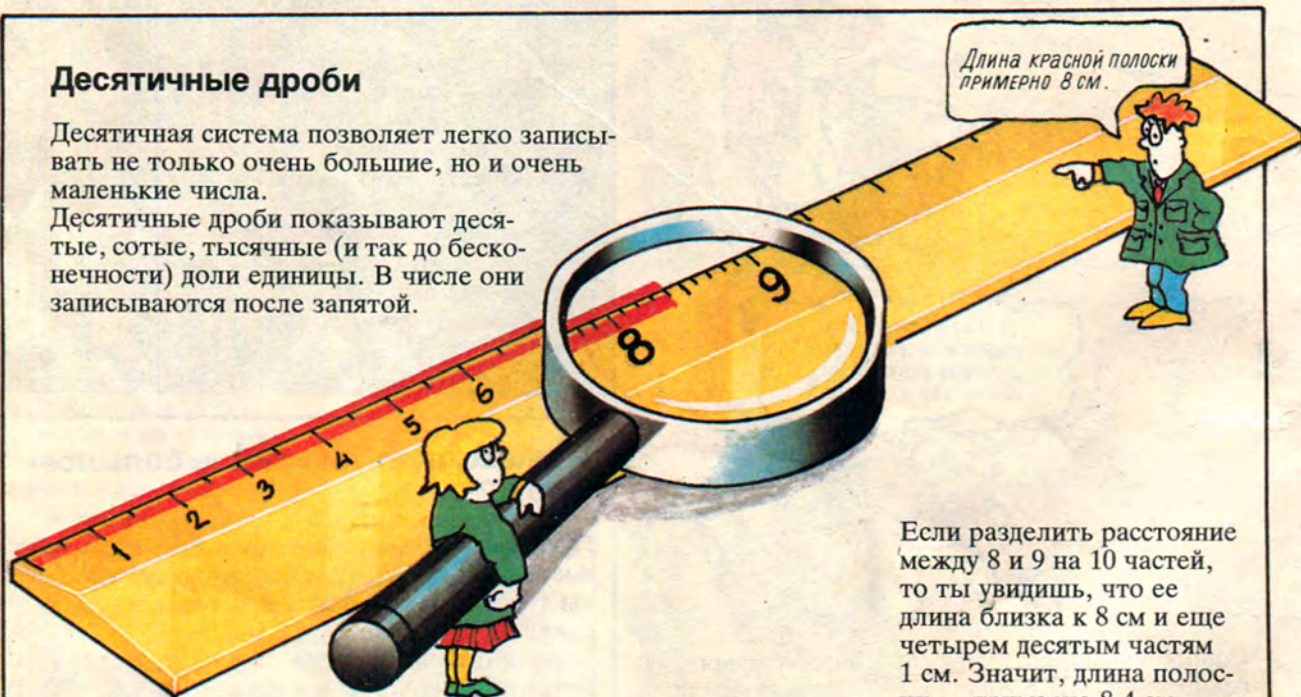
Если смотреть справа налево, первая цифра показывает, сколько в числе единиц, вторая — сколько в числе десятков, и так далее. Прежде

чем переходить к следующему разряду, ты можешь использовать в данном разряде любую цифру от 0 до 9.

## Десятичные дроби

Десятичная система позволяет легко записывать не только очень большие, но и очень маленькие числа.

Десятичные дроби показывают десятые, сотые, тысячные (и так до бесконечности) доли единицы. В числе они записываются после запятой.



Если разделить расстояние между 8 и 9 на 10 частей, то ты увидишь, что ее длина близка к 8 см и еще четвертым десятым частям 1 см. Значит, длина полоски — примерно 8,4 см.

Можно измерить еще точнее, поделив каждое из этих маленьких расстояний на 10 еще более маленьких частей. Тогда длина полоски будет выражаться числом 8,41 см. В свою очередь и эти совсем малюсенькие отрезочки можно поделить на 10 частей, и тогда длина полоски будет определена как 8,409 см или 8,411 см.

\* О других системах счисления ты узнаешь, когда наше путешествие приведет нас к двоичным числам (с. 42—43).



## Правила округления

Чтобы округлить число до трех значащих цифр (то есть до трех старших разрядов), сначала посмотри на четвертую цифру.  
 а) Если она меньше 5, оставляй первые три цифры, а остальные заменяй нулями.  
 б) Если она равна или больше 5, прибавь к стоящей слева от нее цифре единицу и уже потом заменяй остальные цифры нулями.

## Округление

Десятичная система счисления позволяет определять величину с любой необходимой точностью. Но в большинстве случаев нам достаточно точность лишь до трех цифр.

За марафонским пробегом наблюдали 156 432 человека. Но репортеру такая точность обычно не нужна, поэтому он вполне может сказать, что на пробеге было 156 000 зрителей.

2398 72153

А ты сможешь округлить эти числа?

4

## Перенос запятой

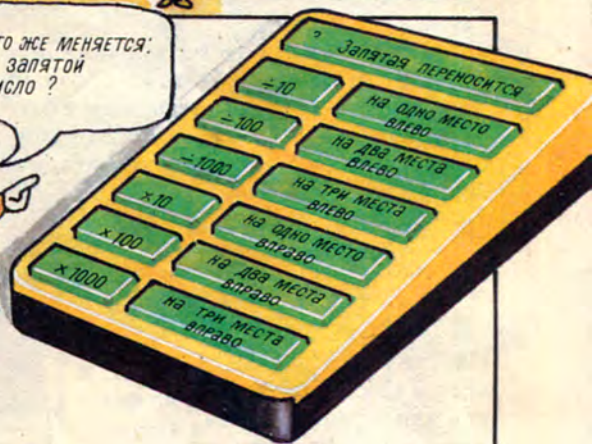
Два числа, которые ты видишь ниже, равны приблизительно 300 и 3, то есть первое в 100 раз больше второго.

$$297.4 \xrightarrow{\times 100} 2.974$$

$$2.974 \xrightarrow{\div 100} 297.4$$

Умножение 2,974 на 100 выглядит так, как будто запятая перескакивает через два знака направо.

Так что же меняется: место запятой или число?



## Деление на десятичные дроби

Когда тебе нужно разделить какое-то число на десятичную дробь, а у тебя нет калькулятора, проще убрать запятые, с тем чтобы оба числа превратились в целые числа.  
 $35 \div 0,7$  есть то же самое, что  $350 \div 7$

Производя умножение или деление на калькуляторе, можно легко ошибиться и нажать не на ту клавишу. Эта табличка подскажет тебе, правилен ли, хотя бы приблизительно, полученный тобой результат.

## Игра в кости

Это игра для двоих. Кубик бросают по очереди.

Бросив кубик, умножь любое число этой таблицы на число, которое у тебя выпало.



2.5	3	0.05
1.5	2	0.75
0.5	1	0.25

Проверь, имеется ли в правой таблице число, равное полученному результату, и закрой его фишкой.



Побеждает тот, кто первый закроет три числа в любой строке.

0.25	2.5	3	15	12	3
6	2	25	0.75	1.5	5
1.5	0.5	1.25	1	6	0.05
1	3	0.25	0.5	2	0.75
0.2	1.5	6	4.5	3	1
1.5	12	2	75	1.5	4

# Первый привал: ноль и отрицательные величины

Что такое ноль? То ли это ничто, то ли это все-таки что-то? А могут ли быть величины меньше нуля? Сейчас ответы на эти вопросы кажутся нам очевидными, а в старину они приводили ученых в замешательство, поэтому знак, означающий ноль, появился в математике сравнительно недавно. В Европу он пришел из Индии лишь в средние века.

Ноли означают, что в данном числе нет ни сотен, ни десятков, ни единиц. Помнишь, мы только что рассказали тебе о разрядах, или позициях цифр в числе?

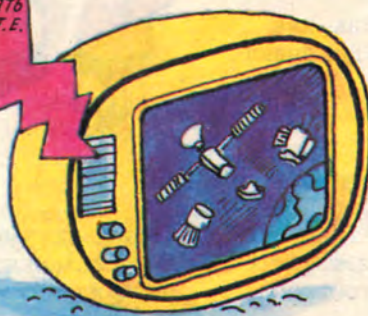
благодаря нолям  
цифра 1 стоит в этом  
числе в разряде тысяч,  
т.е. число равно 1000



Ноль озадачивал математиков прошлого, потому что сам по себе он не обозначает ничего. Говоря математическим языком, ноль обозначает «ничто». И в то же время, находясь рядом с другими цифрами, он может менять величину числа.

Ракетный двигатель должен начать  
работать за 30 с до пуска ракеты, т.е.  
за -30 с от времени пуска.

Иногда время указывается как положительная или отрицательная величина по отношению к какому-то важному событию, например к моменту запуска ракеты в космос.



Ноль может также означать определенный уровень. Например,  $0^{\circ}\text{C}$  — это температура замерзания воды. Отрицательные числа применяются для обозначения величин, находящихся ниже определенного уровня. Так,  $-11^{\circ}\text{C}$  означает температуру, на 11 градусов ниже точки замерзания воды.



## Сложение и вычитание с отрицательными числами

Иногда ребята путаются при сложении и вычитании отрицательных чисел. Тебя же это пусть не смущает: в затруднительных случаях тебе всегда поможет числовая дорожка, которую ты здесь видишь.

При сложении и вычитании смотри на 2 вещи:

$-4$  или  $-4$  или  $4$        $+$        $4$   
 Знак      Знак арифметического  
 числа      действия

Если слева рядом с числом стоит знак "+" или не стоит никакого знака значит это число положительное

$4 + / - 4 /$



## На числовой дорожке

Чтобы узнать результат действия  $-3 - 5$ , встань на полоску  $-3$ . Ты вычитаешь, поэтому повернись налево и сделай 5 шагов вперед. Сделал? Если ты сейчас стоишь на полоске  $-8$ , ты все сделал правильно.

### Правила

Складывая, повернись направо.  
Вычитая, повернись налево.  
Если число положительное, иди вперед.  
Если число отрицательное, иди назад.

Сколько  
будет  
 $6 - 2$  и  
 $-7 + 4$ ?



## Векторы

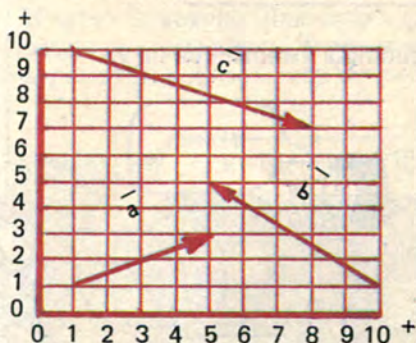
Важную роль отрицательные числа играют при расчетах, в которых используется понятие вектора. Вектор — это отрезок, который имеет не только длину, но и направление. Направление вектора указывается стрелкой.

Ракету, летящую со скоростью 80 км/с, можно изобразить так.

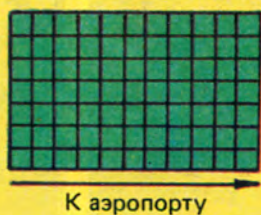
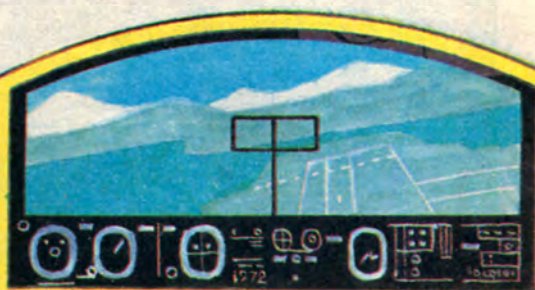
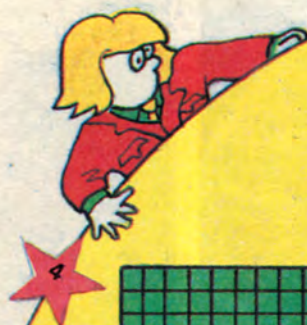
А это ракета, летящая со скоростью 60 км/с. Знак «—» означает, что она движется в сторону, противоположную первой.



Каждый вектор можно обозначить либо двумя буквами (например,  $\overrightarrow{AB}$ , где А — его начало, а В — конец), либо одной буквой (например,  $\vec{a}$ ). Черточка над буквами показывает, что это вектор.



На координатной сетке\* каждый вектор задается двумя числами. Например, вектор  $\vec{a}$  записывается так:  $\vec{a}(4; 2)$ , потому что он направлен на четыре квадрата вперед и на два — вверх. Ну-ка, скажи: как записать векторы  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ?



К аэропорту

### Задача о векторах

Чтобы достичь ближайшего аэропорта, самолет должен лететь в течение часа на восток, однако с севера со скоростью 100 км в час дует ветер.

Укажи, как будет лететь самолет, если пилот будет держать курс строго на восток.

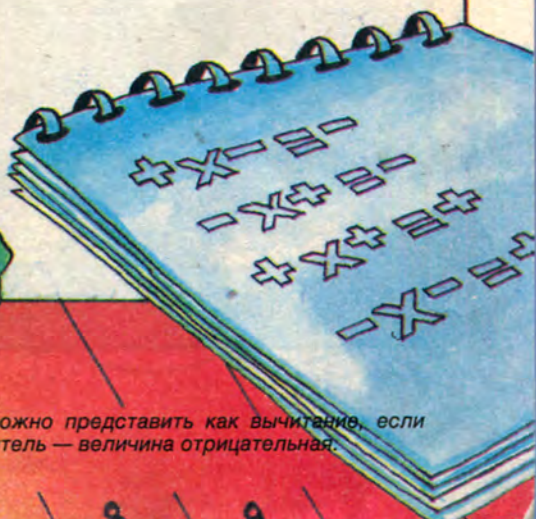
## Умножение

Ты можешь использовать числовую дорожку и для умножения. Ведь умножение — это то же сложение или вычитание\*\* одного и того же числа несколько раз подряд. Единственное различие здесь в том, что при умножении твой путь по числовой дорожке всегда должен начинаться с полоски 0.



$$\begin{aligned} 3 \times 5 &= (0) + 5 + 5 + 5 = 15 \\ 3 \times (-5) &= (0) + (-5) + (-5) + (-5) = -15 \\ -3 \times (-5) &= (0) - (-5) - (-5) - (-5) = 15 \end{aligned}$$

Реши с помощью числовой дорожки

$$\begin{aligned} 2 \times (-3) &= ? \\ -4 \times (-2) &= ? \\ 1 \times 3 &= ? \end{aligned}$$


\* О системе координат и координатной сетке мы будем подробно говорить, когда попадем в царство графиков (с. 34).

\*\* Умножение можно представить как вычитание, если первый сомножитель — величина отрицательная.

# Второй привал: а ну-ка, подумай!

Чтобы стать хорошим математиком, совсем не обязательно быть гением. Для этого нужно лишь одно: научиться свободно обращаться с числами и геометрическими фигурами и распознавать в них различные закономерности. А это намного проще, чем пытаться запоминать наизусть множество разных правил. Сейчас мы дадим тебе несколько «ключиков», с помощью которых легче открывать двери в мир умножения и деления.

Не существует одного-единственного, раз и навсегда установленного способа устного счета. Каждый ищет и выбирает для себя те способы, которые позволяют ему найти правильный ответ с наименьшими трудностями.

Итак, вот несколько «ключиков». Но ты, быть может, сумеешь найти еще более простые способы.

## 2,4 и 8

Умножая какое-либо число на 4, удвой его, а полученный результат снова удвой.

Пример:  $21 \times 4 = ?$

Решение:  $21 \times 2 = 42$

$42 \times 2 = 84$ , следовательно,

$21 \times 4 = 84$

Умножая какое-либо число на 8, удвой его трижды.

Пример:  $12 \times 8 = ?$

$12 \times 2 = 24$

$24 \times 2 = 48$

$48 \times 2 = 96$ , следовательно,

$12 \times 8 = 96$

Деление — это действие, обратное умножению. Значит, чтобы разделить какое-либо число на 4, его нужно разделить на 2, а полученный результат еще раз разделить на 2.

Теперь сообрази, сколько будет  $128 : 8 = ?$

## Умножение на 11

Наверное, проще всего узнать таблицу результатов умножения на 11:

22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, ...

А вот быстрый способ умножения на 11 двузначного числа:

$27 \times 11 = 297$

Сложи 2 и 7 ...

... и вставь результат между этими цифрами.

Теперь попробуй применить этот способ, умножая на 11 другие числа.

Сложи 2 и 7.

И вставь результат между цифрами.

## Умножение на 9

Перед тобой таблица умножения на 9:

$1 \times 9 = 9$   
 $2 \times 9 = 18$   
 $3 \times 9 = 27$   
 $4 \times 9 = 36$   
 $5 \times 9 = 45$   
 $6 \times 9 = 54$   
 $7 \times 9 = 63$   
 $8 \times 9 = 72$   
 $9 \times 9 = 81$   
 $10 \times 9 = 90$

$1 + 8 = 9$

$2 + 7 = 9$

Вот это да! Если ты сложишь обе цифры любого из полученных произведений (результатов), то увидишь, что каждый раз сумма оказывается равной 9. А что произойдет, если на 9 умножать более крупные числа?

$53 \times 9 = 477$

$4 + 7 + 7 = 18$ , а  $1 + 8 = 9$

Мы получаем 9 в два приема, но так или иначе, а сложение цифр результатов все равно дает 9. Этот способ поможет тебе при проверке получаемых ответов, причем не только при умножении, но и делении на 9.

Ну-ка, сообрази: можно ли разделить 684 на 9 без остатка?

## Женщина-компьютер

Даже в наш век электронных компьютеров и калькуляторов поражаешься, с какой скоростью способен работать человеческий мозг. А мозг женщины по имени Шакунтала Деви, наверное, самый быстрый. Шакунтала живет в городе Бангалор, в Индии, но много времени проводит в поездках по разным странам мира, где она демонстрирует свои способности.

Однажды, когда она выступала в штате Техас (США), ее спросили: «Какое число, умноженное само на себя 23 раза, даст в результате

9167486769200391580986609275853801624831066801443086  
2240712651642793465704086709659327920576748080679002  
2783016354924852380335745316935111903596577547340075  
681688305620821016129132845546805780158806771



И через 50 секунд Шакунтала дала правильный ответ! Чтобы проверить его, ученые использовали мощный компьютер. Через минуту работы компьютер подтвердил: Шакунтала не ошиблась. Но перед этим в компьютер потребовалось ввести более 13 тысяч команд!

### Умножение на 10

Умножая на десять, просто добавь справа ноль.

$$\begin{array}{r} 25 \times 10 \\ 250 \end{array}$$

Умножая на сто, добавляй справа два ноля: потому что умножить на 100 означает то же, что умножить дважды на 10.

$$\begin{array}{r} 32 \times 100 \\ 3200 \end{array}$$

А как ты будешь умножать на 1000?

### Умножение на 15

Умножая на 15, вспомни, что 15 — это 10 плюс еще половина от 10.

Пример:  $32 \times 15$

Решение:  $32 \times 10 = 320$

$$32 \times 5 = 160$$

Сложи произведения: получится 480

Значит,  $32 \times 15 = 480$

Теперь найди решения:

а)  $8 \times 15 = ?$

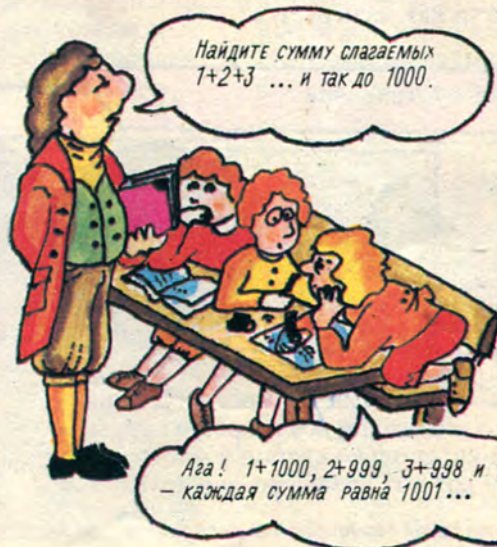
б)  $36 \times 15 = ?$

в)  $92 \times 15 = ?$

## Учителю приходилось трудно

Когда учитель Карла Гаусса хотел, чтобы в классе хотя бы час стояла тишина, он задавал ученикам разные задачки, требовавшие сложных расчетов.

Одноклассники Карла подолгу корпели над своими грифельными досками. А у Карла, которому тогда было всего 9 лет, ответы были готовы уже через несколько секунд. Карл Гаусс, родившийся в 1777 году, стал одним из величайших математиков всех времен и народов. А тогда, будучи еще мальчиком, он нашел красивый «ключик» к отысканию этой суммы. Попробуй сообразить, что это был за «ключик». А может, ты назовешь и искомую сумму?



# Фигуры, везде фигуры!

Математику часто называют наукой о числах. Но это еще и наука о различных геометрических фигурах\* и о том, как эти фигуры можно классифицировать, то есть объединять в те или иные группы.

Всё в мире обладает формой, представляет собой какую-то фигуру, будь то снежинка или небоскреб. Проще всего классифицировать фигуры, образованные прямыми линиями. О них и пойдет сейчас речь.

Как высоко это дерево?  
Сколько на нем листьев?  
Какой они формы?  
Нужно ли нам определить породу дерева или узнать, какая у человека группа крови, — в этом и многом другом нам помогает классификация различных элементов на основе тех признаков, которые являются для них общими.

## Классификация фигур

Фигуры различают и именуют в зависимости от количества имеющихся у них сторон и углов. Все изображенные здесь фигуры — это многоугольники, то есть замкнутые плоские фигуры, ограниченные отрезками прямых линий.

Нарисованные здесь фигуры называются «треугольник», «четырёхугольник», «пятиугольник» и «шестиугольник». Скажи, пожалуйста, какая из этих фигур как называется?

## многоугольники

Правильным называется многоугольник, у которого все углы и все стороны равны. Отгадай-ка: сколько сторон у многоугольника, который вот-вот превратится в круг?

2

## Семейство треугольников

Треугольники можно классифицировать в зависимости от их сторон.

Если у треугольника все три стороны равны друг другу, он называется равносторонним



А ты можешь нарисовать треугольник со сторонами 5 см, 3 см и 8 см?



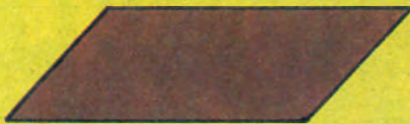
Разносторонним называется треугольник, длины всех трех сторон которого различны



Треугольник, у которого две стороны равны, называется равнобедренным

## Прямоугольники и квадраты

Не так-то просто разбить на группы четырехугольники.



Параллелограммом называется четырехугольник, у которого противоположные стороны параллельны\*\*.



Прямоугольник — это параллелограмм, у которого все углы прямые\*\*\*.

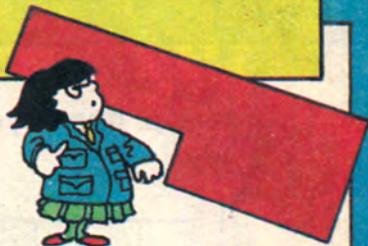


а квадрат — это прямоугольник, у которого все стороны равны.

## Равные фигуры



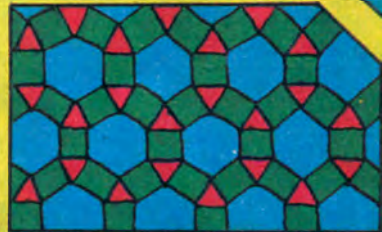
Скажи-ка, эти две фигуры — одинаковые или нет? Если взять коричневую фигуру, перевернуть ее и положить на зеленую, окажется, что они полностью совпадают. Значит, они равные. На математическом языке равными называются фигуры, все соответственные стороны и углы которых равны.



Эта фигура не совпадает с теми, что нарисованы слева, но формы их одинаковы. Данная фигура — увеличенная копия зеленой и коричневой. Математики называют такие фигуры подобными.

## Совмещение фигур

Если располагать различные геометрические фигуры рядом друг с другом в определенной последовательности, можно получить очень красивые орнаменты. Такие орнаменты любили древние римляне, украшавшие ими стены и потолки своих домов.



Какие три правильных многоугольника были использованы в этой мозаике?

\*\* Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

\*\*\* Если ты не знаешь, что такое «прямой угол», можешь забежать немножко вперед, на с. 22.

# Путешествуем и измеряем поверхности



Какой из островов больше, Пуэрто-Рико или Ямайка? Величина поверхности фигуры называется ее площадью. Как ты сейчас видишь, площадь правильных фигур рассчитывается очень легко. А вот точно определить площадь неправильных фигур иногда почти невозможно, поэтому расчеты здесь зависят от того, какова требуемая нам степень точности.

Площадь суши в двух этих клетках равна примерно 1 км<sup>2</sup>

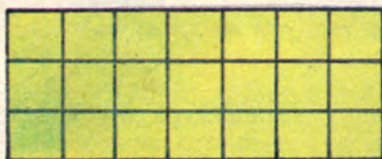
Чтобы сделать приблизительный подсчет площади острова, можно поделить его на клетки площадью 0,5 км<sup>2</sup>. Подсчитав затем количество клеток, полностью или в основном лежащих в пределах острова, мы найдем, что площадь острова равна примерно 16 км<sup>2</sup>.

Можно получить и более точный результат, если подогнать в клетки более мелкие участки острова, занимающие лишь часть той или иной клетки.

## Площади прямоугольников

$$S = a \cdot b$$

a



b

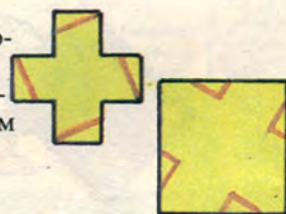
В прямоугольниках число клеток быстро подсчитывается путем умножения длины на ширину. Площадь этого прямоугольника:  $7 \times 3 = 21$  клетка.

Отсюда формула для расчета площади прямоугольника выглядит так:  $S = a \times b$ .

## Преобразование крестообразных фигур

Часто площадь сложной фигуры проще подсчитать, если преобразовать ее в более простую фигуру путем перестановки ее частей. При этом площадь остается неизменной, меняется лишь взаимное расположение частей фигуры.

Если этот крест разрезать вдоль красных линий, можно преобразовать его в квадрат, как это показано на правом рисунке, и рассчитать его площадь по знакомой нам формуле  $S = a \cdot b$ .



Скопируй эти два креста на отдельный лист бумаги, затем вырежи их и разрежь по красным линиям. Теперь попробуй подогнать получившиеся части друг к другу — и ты увидишь, что из них также можно составить квадраты.

## Единицы измерения

Площадь небольших плоских предметов, таких, как кафельная плитка, измеряется в квадратных сантиметрах (кв. см или 1 см<sup>2</sup>)



Квадратными метрами / кв. м или м<sup>2</sup> / измеряется площадь пола в любом помещении.

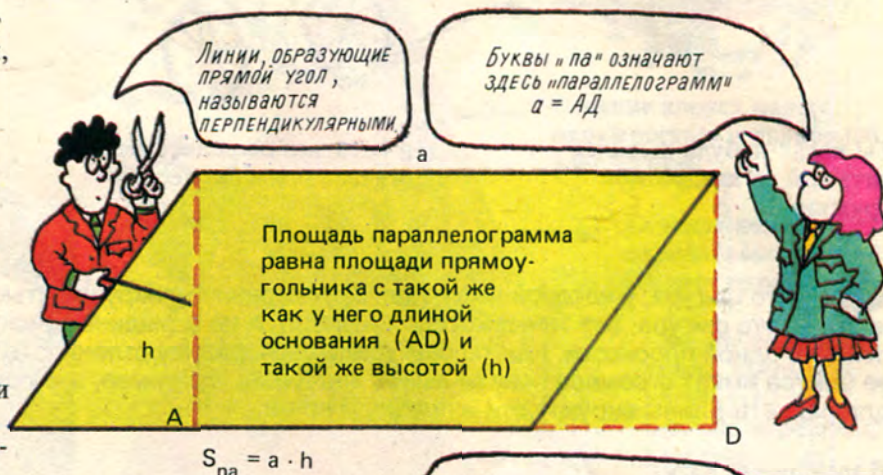


## Формула площади

Ты помнишь, что преобразование фигуры не меняет ее площади, поэтому, измеряя площадь различных фигур, можно пользоваться формулой, применявшейся нами с тобой для прямоугольников.

### 1. Параллелограммы

Скопируй на отдельный лист бумаги этот параллелограмм, отрежь от него треугольник вдоль пунктирной линии  $h$  и приставь с другой стороны. Какую фигуру ты получил, если прямые  $AD$  и  $h$  пересекаются под прямым углом? Молодец, это действительно прямоугольник!



### 2. Треугольники

Возьми лист бумаги и начерти любой треугольник, какой тебе нравится. Затем, используя большую из сторон треугольника в качестве основания, начерти прямоугольник, как это показано на правом рисунке.

Ты видишь, что высота прямоугольника ( $h_{\square}$ ) равна высоте треугольника ( $h_{\Delta}$ ).

### 3. Четырехугольники

Любой четырехугольник можно разрезать на два треугольника, а затем уже по ним рассчитать его площадь.



$S_{\text{че}}$  = площадь треугольника А плюс площадь треугольника В

В гектарах /то есть в квадратах длиной и шириной в 100 м / измеряют, например, площадь земельных участков.

Определяя площадь острова, географ сделает это в квадратных километрах /кв.км или км<sup>2</sup>/.

### Загадка на спортплощадке

Перед тобой план спортгородка. Как вычислить его площадь?

# В царстве кругов и окружностей



Ты когда-нибудь пытался пить чай из квадратной кружки



...или кататься на велосипеде с шестиугольными колесами

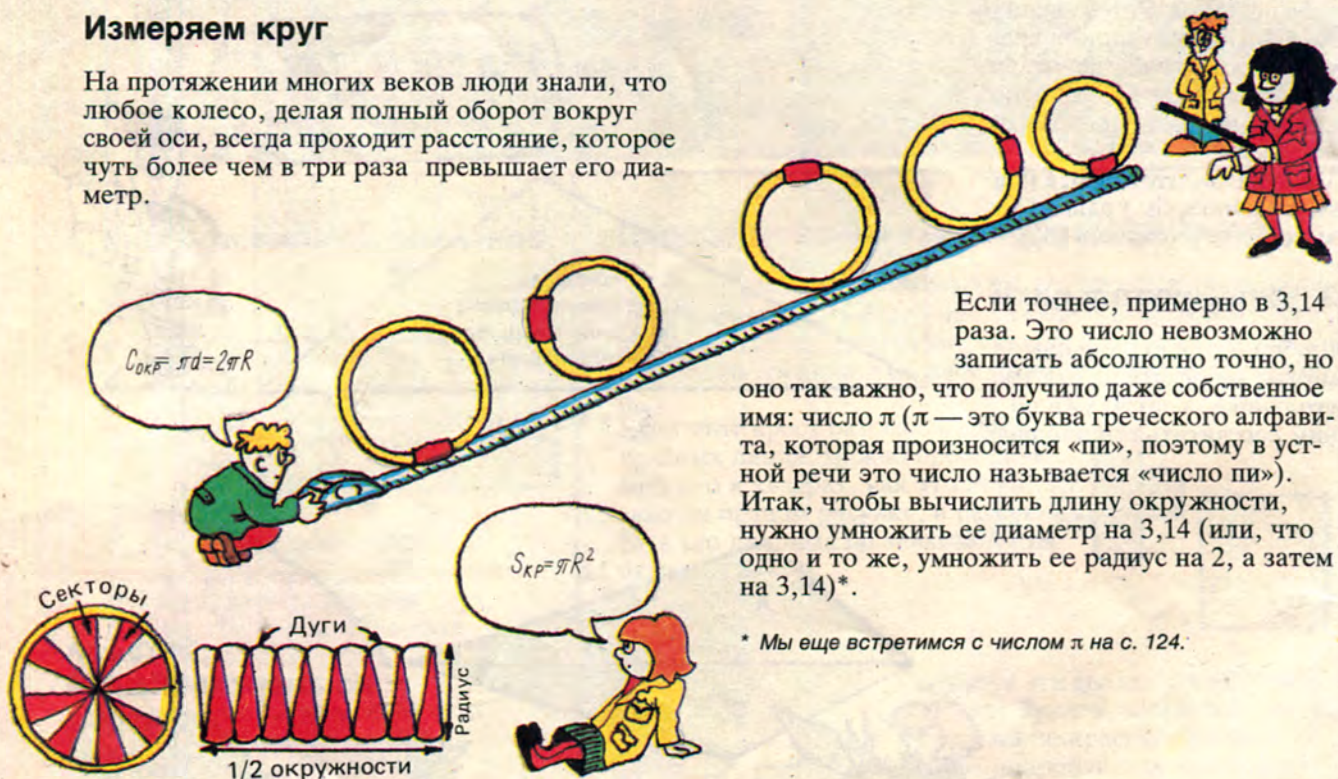


...или звонить по телефону с треугольным диском?

Круг — это фигура, у которой нет углов. Круг ограничен окружностью. В свою очередь окружность — это фигура, все точки которой находятся на одинаковом расстоянии от ее центра и лежат в одной плоскости. Как ты сам убедишься, равноудаленность всех точек окружности от ее центра имеет огромное практическое значение. Например, это помогает вывести формулу для расчета длины окружности и площади круга.

## Измеряем круг

На протяжении многих веков люди знали, что любое колесо, делая полный оборот вокруг своей оси, всегда проходит расстояние, которое чуть более чем в три раза превышает его диаметр.



Если разрезать круг на маленькие секторы, его можно «развернуть» в фигуру, близкую к прямоугольнику: половина дуг окажется на верхней стороне этого прямоугольника, а половина — на нижней.

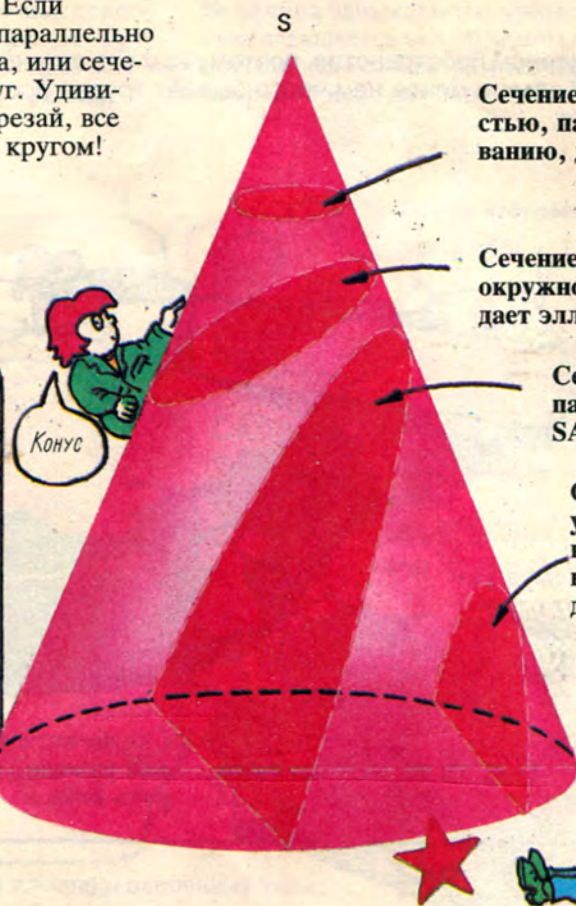
Длина такого прямоугольника будет почти равна половине окружности, а его высота будет приблизительно равняться радиусу круга. Отсюда получается, что площадь круга равна  $\pi R \times R$ , или  $\pi R^2$ .

\* Мы еще встретимся с числом  $\pi$  на с. 124.



## Цилиндр, конус и шар

Что общего между этими телами? Если цилиндр и конус разрезать строго параллельно их основанию, поверхность разреза, или сечение, будет представлять собою круг. Удивительнее всего шар. Его как ни разрежай, все равно полученная плоскость будет кругом!



Сечение конуса плоскостью, параллельной основанию, дает окружность.

Сечение конуса между окружностью и параболой дает эллипс.

Сечение конуса параллельно прямой SA дает параболу.

Сечение конуса под углом, превышающим угол наклона параболы, дает гиперболу.

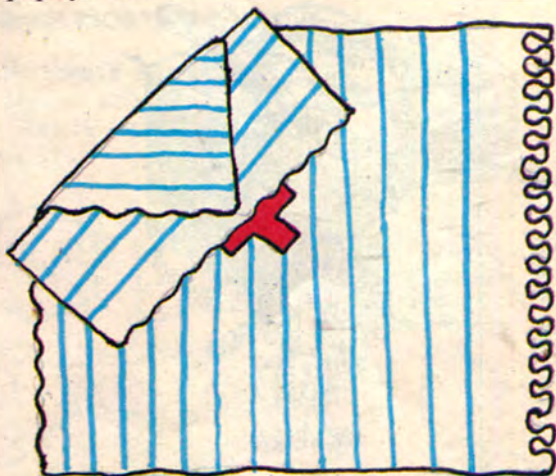
Как разрезать конус, чтобы в сечении получился треугольник?

Гипатия была знаменитым греческим математиком. Она жила в городе Александрия в конце IV — начале V века до нашей эры. Много времени Гипатия посвятила изучению кривых, которые получаются в результате различных сечений конуса.

Ей удалось обнаружить, что, рассекая конус, кроме окружности можно получить еще три других вида кривых и что, подобно окружности, все они могут быть описаны своими собственными формулами.

## Как нарисовать круг при помощи прямых линий?

1. Отрежь от листа бумаги широкую полоску, а примерно в середине оставшейся части листа нарисуй крестик.
  2. Положи отрезанную полоску так, как это показано на рисунке справа, и загни угол листа поверх полоски.
  3. Повтори это раз двадцать, каждый раз кладя полоску под разными углами по отношению к крестику и каждый раз немного поворачивая полоску вокруг центра крестика.
- Заметил ли ты, что в результате этих действий получилась фигура, очень близкая к кругу?



Полукруг

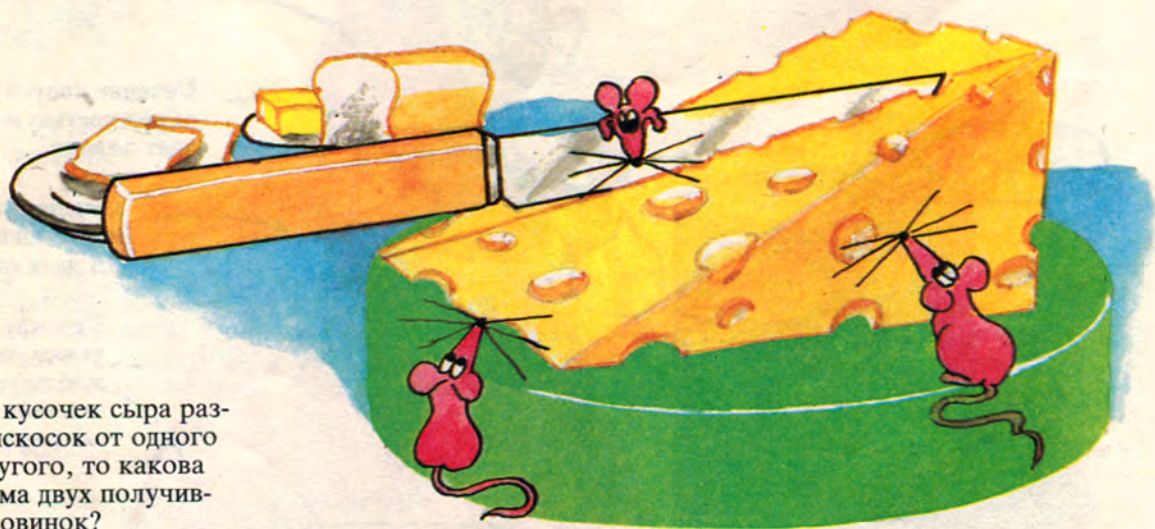
Сектор

Хорда

Касательная

# Загадки трехмерного мира

Мы живем в трехмерном пространстве, поэтому нам все время приходится иметь дело с объемными фигурами. И тем не менее нам часто бывает трудно представлять их мысленно, а ошибиться здесь легко.



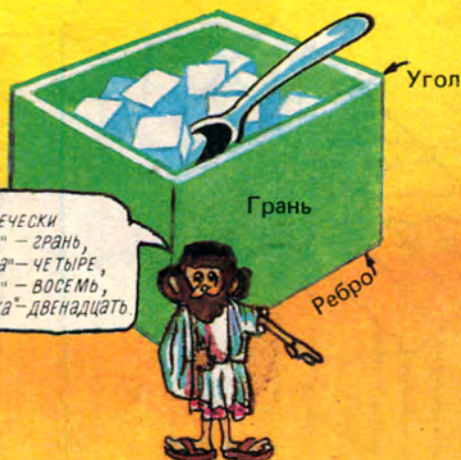
Если этот кусочек сыра разрезать наискосок от одного угла до другого, то какова будет форма двух получившихся половинок?

Скажи-ка, эти отрезки одинаковые по длине или разные? Попробуй измерить их и проверить себя.

## Многогранники

На протяжении многих веков математиков волнуют загадки различных объемных фигур. Легче других поддаются изучению и классификации так называемые многогранники.

Возьми любое твердое тело с плоскими поверхностями и посчитай: сколько у него граней? Сколько ребер? Сколько углов?



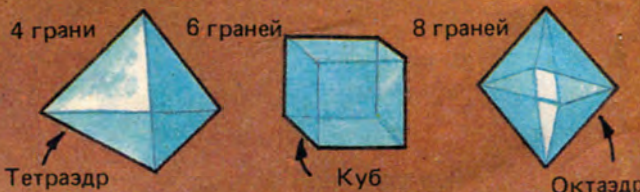
По-гречески  
"тетра" — четыре,  
"окто" — восемь,  
"додека" — двенадцать.

В XVIII веке было установлено, что для любого многогранника число граней плюс число углов минус число ребер всегда равно 2. Ну-ка, проверь это сам!

У этого куска сыра — 5 граней, 6 углов и 9 ребер.

## Правильные многогранники

Хотя многогранники могут иметь самые разные формы и размеры, еще две тысячи лет назад было доказано, что правильных многогранников всего только пять.



## Как определять объемы

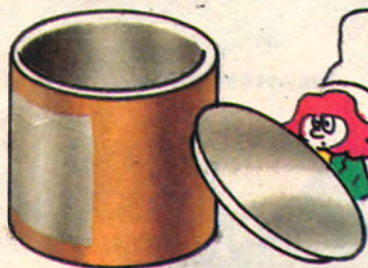
Подобно тому как человеку трудно мысленно представлять себе трехмерные предметы, ему непросто определять, какое же пространство они занимают. Вычислять объемы тел тебе поможет математика.



Этот аквариум имеет кубовидную форму (она называется параллелепипед). Его объем можно рассчитать по формуле  $V=a \times b \times c$  (объем=длина  $\times$  ширина  $\times$  высота).

Чтобы наполнить аквариум одним слоем воды, потребуется 18 кубов, поскольку его длина — 6 кубов, а ширина — 3 куба.

Иначе можно сказать, что объем равен площади основания тела, умноженной на его высоту. Таким способом ты можешь определить объем любого геометрического тела, любые продольные сечения которого одинаковы (продольным называется сечение, параллельное основанию тела). Попробуй-ка сам придумать формулу для расчета объема цилиндра!\*



У каждого из этих геометрических тел грани одинаковой формы, все ребра одинаковой длины и все углы одинаковой величины.

12 граней



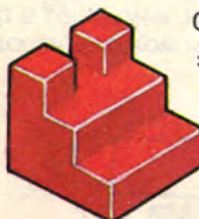
Додекаэдр

20 граней



Икосаэдр

Величина занимаемого предметом пространства называется его объемом. Объемы небольших предметов измеряются в кубических сантиметрах.  $1 \text{ куб. см} = 1 \text{ см} \times 1 \text{ см} \times 1 \text{ см} = 1 \text{ см}^3$ .

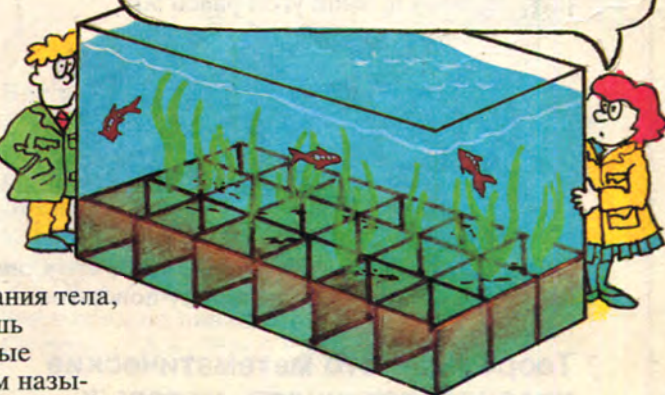


Объем изображенного здесь куба —  $1 \text{ см}^3$ .



Сколько куб. см содержится в этих телах?

Чтобы наполнить аквариум до краёв, нужно 4 слоя, поэтому его объем  $4 \text{ куба} \times 18 \text{ кубов} = 72 \text{ куба}$ .



## Сложи шесть кубиков

Из шести пар этих многогранников можно сложить шесть кубиков. Какой многогранник здесь лишний?



\* Подсказка: площадь круга равна  $\pi R^2$ .

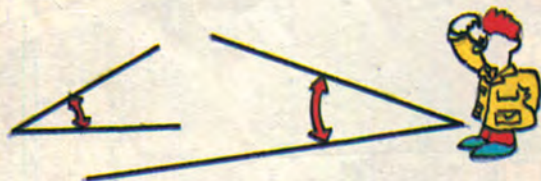
# Третий привал: углы и как их зовут

Многие думают, что углы — это просто фигуры, образуемые двумя пересекающимися прямыми линиями. В действительности же понятие угла часто используется для описания поворотов (например, поворота ключа в замке) и других движений. Величину угла, то есть величину поворота или вращения вокруг оси, измеряют в градусах. Градусы обозначаются значком  $^{\circ}$ . Для измерения величины углов ты можешь использовать транспортир\*.

## Прямые углы



Углы квадратов и прямоугольников — это особые углы, которые называются прямыми. Полный поворот вокруг оси составляет  $360^{\circ}$ . Четыре прямых угла составляют полный поворот, поэтому прямой угол равен  $90^{\circ}$ .

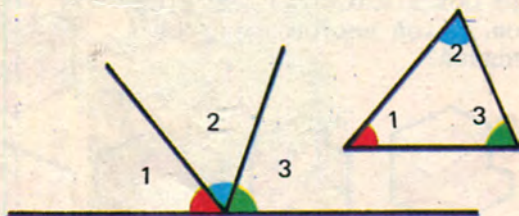


Оба эти углы равны  $30^{\circ}$ , отсюда ясно, что длина их сторон не влияет на величину поворота.

## Теоремы — это математические правила, истинность которых можно доказать

Вот несколько важнейших теорем, которые касаются углов.

### Углы треугольника



Начерти любой треугольник, пометь его углы разными цветами, отрежь их и сложи вместе. Видишь, они выстраиваются на прямой линии, образуя развернутый угол. Значит, сумма углов треугольника равна  $180^{\circ}$ .

Эта теорема лежит в основе доказательств многих других геометрических теорем.

## Названия углов



Вершины прямых углов иногда отмечаются квадратиками. Вершиной угла называется точка, в которой «встречаются» его стороны.



Угол, меньший  $90^{\circ}$ , называется острым углом.



Невыпуклый угол — это угол, больший  $180^{\circ}$ .



Тупой угол — это угол между  $90^{\circ}$  и  $180^{\circ}$  (его называют также выпуклым).



Сложив вместе два прямых угла, мы получим угол, равный  $180^{\circ}$  ( $90^{\circ} + 90^{\circ}$ ). Стороны такого угла образуют прямую линию, а называется он «развернутый угол».

### Внутренние углы многоугольников



Любой многоугольник можно разделить на несколько треугольников, поэтому тебе будет всегда легко определить общую величину его углов. Например, шестиугольник делится на четыре треугольника, а это значит, что углы шестиугольника в сумме равны  $720^{\circ}$ . А теперь скажи: сколько градусов содержит каждый угол правильного шестиугольника?\*

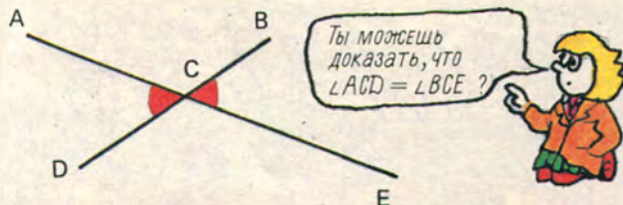
\* О том, как пользоваться транспортиром, ты узнаешь на с. 39.

\*\* О правильных фигурах мы рассказали на с. 14.

## Еще две теоремы об углах

Так как в этих теоремах речь идет о разных углах, нам необходимо научиться обозначать углы. Для этого применяется три способа, причем слово «угол» часто заменяется значком  $\angle$ . Так, справа среди других углов есть угол с вершиной В. Его можно обозначить так:  $\angle В$ , то есть обозначить его по вершине;  $\angle (ab)$ , то есть по его сторонам\*\*\*;  $\angle ABC$ , или  $\angle ABD$ . В двух последних случаях буква, обозначающая вершину угла, обязательно ставится посередине.

### Теорема о вертикальных углах



Вертикальные углы всегда равны. Доказательство:

Образованные в месте пересечения двух прямых линий четыре угла в сумме равны  $360^\circ$ :

$\angle ACD + \angle ACB = 180^\circ$ , так как DCB — это прямая.

$\angle ECB + \angle ACB = 180^\circ$ , так как ACE — также прямая.

Отсюда  $\angle ACD = \angle ECB$ .

## Измерение в градусах



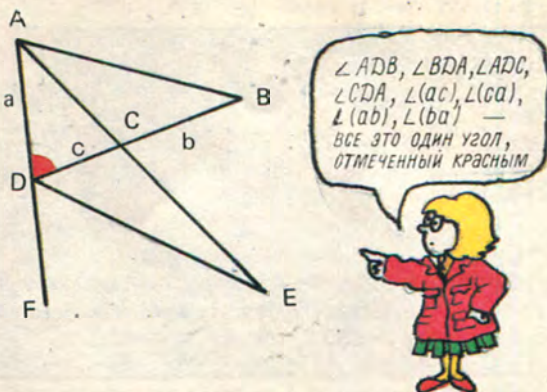
Первые астрономы жили в Вавилоне. Они разработали календарь, согласно которому год делился на 12 месяцев. В каждом месяце их календаря было 30 дней (это значит, что в году у них насчитывалось 360 дней). Не исключено, что именно поэтому круг был разделен ими на 360 градусов. И сегодня, 4000 лет спустя, мы продолжаем пользоваться этой системой для измерения направлений и углов.

### Навигация и азимуты



Штурманы кораблей и самолетов отмечают направление своего курса с помощью азимута. Азимут — это отсчитываемый по часовой стрелке угол между направлением на север и направлением курса.

Самолет, катер и теплоход следуют по азимутам  $251^\circ$ ,  $68^\circ$  и  $317^\circ$ . У кого какой азимут?



### Теорема о внешнем угле треугольника



Внешний угол треугольника (например,  $\angle FDE$ ), равен сумме двух его внутренних углов ( $\angle DAE$  и  $\angle AED$ ), не смежных с этим внешним углом.

Доказательство:

$\angle DAE + \angle AED + \angle ADE = 180^\circ$ , поскольку это углы одного треугольника.

$\angle FDE + \angle ADE = 180^\circ$ , поскольку они образуют прямую линию ADF.

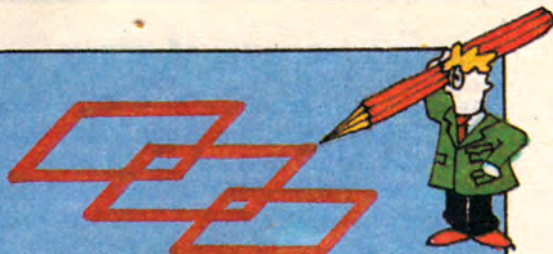
Отсюда  $\angle A + \angle E = \angle FDE$ .

\*\*\* Стороны угла, в свою очередь, обозначаются либо одной строчной буквой (например, сторона a), либо по точкам, лежащим на этой стороне (например, сторона AB).

# Герцогиня Топология и графы



Ты когда-нибудь пытался нарисовать домик, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя им дважды вдоль одной и той же линии?

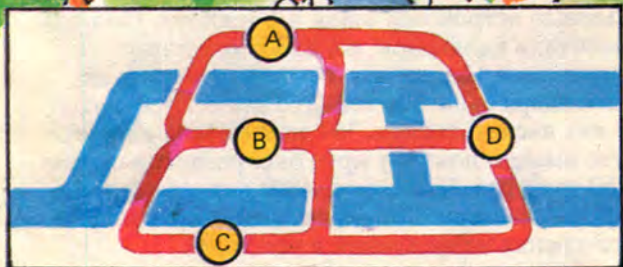


У таких головоломок есть много вариантов. Их можно решать математически, применяя правила топологии. О них сейчас мы и расскажем.

## Семь мостов Кёнигсберга\*



Более 200 лет назад похожей проблемой заинтересовался знаменитый математик Леонард Эйлер. В ту пору жители Кёнигсберга любили говорить, что никто не может осмотреть центр их города, пройдя при этом по каждому из семи его мостов лишь по одному разу



Л. Эйлер начертил схематическую карту города и обозначил его четыре части, отделенные друг от друга водой, буквами А, В, С и D. Затем он пометил карандашом все возможные способы перехода по мостам из одной части города в другие.



Это помогло ему доказать, что пройти по каждому мосту только один раз действительно невозможно. Сейчас схемы, подобные схеме, нарисованной Л. Эйлером, называются графами, отправные точки «путешествия» — вершинами, а «маршруты» между ними — дугами или ребрами. Граф, который можно начертить, не проходя по одному и тому же ребру дважды, называется уникурсальным (буквально, «однопутным»).

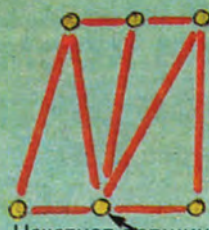
\* Теперь этот город называется Калининград.

## Давай-ка разберемся с графами



Четная вершина

Если все вершины четные или нечетных вершин одна или две, граф уникурсален



Нечетная вершина

Фигура не уникурсальна, если у нее более двух нечетных вершин



Изучая задачу о мостах, Л. Эйлер обнаружил, что для определения уникурсальности графа его совсем не обязательно рисовать. Достаточно подсчитать, сколько у графа четных или нечетных вершин.

Вершина называется четной, если в ней сходится четное число ребер, и нечетной, если число таких ребер нечетное.

## Топология в нашей жизни



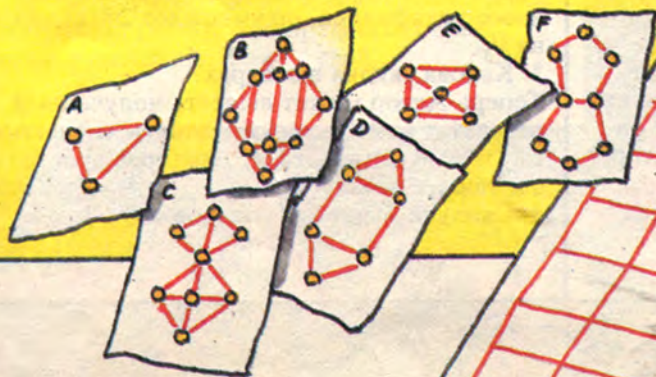
Открытия Л. Эйлера положили начало совершенно новой математической науке — топологии. Ее значение огромно, потому что благодаря ей можно решать самые разные проблемы. Одна из важных областей применения топологии — проектирование автострад и их пересечений. Например, на таком загруженном перекрестке, как этот, машины должны иметь возможность менять направление своего движения, не пересекая путь другим машинам.

## Топологическая головоломка

Взгляни направо и начерти такую же таблицу. Подсчитай и проставь в соответствующих клетках число четных и нечетных вершин у каждого из этих графов. Какие из них уникурсальны? А можешь ли ты начертить граф, у которого только одна вершина нечетная?



Число четных вершин	Число нечетных вершин	Уникурсальна ли фигура
4	3	0
		Да



# Путешествие в космос к дробям и процентам



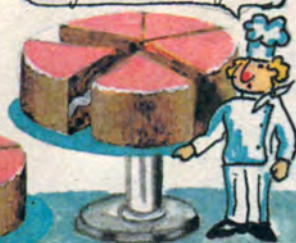
Ты опоздал на  $\frac{3}{4}$  часа.



Когда я был на полпути отсюда, у меня лопнула камера.



$\frac{2}{5}$  означает  $2 \times \frac{1}{5}$ .



Очень часто в разговоре мы пользуемся дробями, даже не осознавая этого. Ты легко можешь представить величину любой дроби, потому что она всегда сравнивает саму себя с 1.

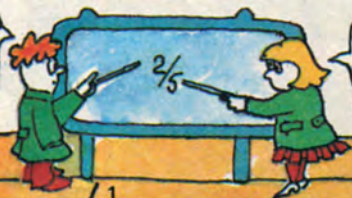
Это  $\frac{1}{5}$  торта, потому что 5 таких кусочков (частей) составляют целый торт.

## Как представить себе величину дроби

Каждая дробь состоит из двух элементов: числителя и знаменателя.

Чем больше знаменатель дроби, тем меньше ее части.

Числитель означает количество частей.



Знаменатель показывает величину каждой части.

Что больше,  $\frac{1}{10}$  или  $\frac{1}{5}$ ?



## Проценты

Проценты — это сотые части целого\*. Попробуй решить задачи на проценты, которые содержатся в этом маленьком рассказе\*\*. Астор — механик по ремонту луноходов. Вместе с другими землянами он живет и работает в Лунном городе. Сегодня у Астора выходной и он собрался за покупками. Сначала он идет в сберкассу, куда два года назад положил 1200 соляров.

## Сберегательная касса

За каждый год хранения сберкассы выплачивает вкладчикам 3%, то есть  $\frac{3}{100}$  от суммы их вклада. Чтобы подсчитать, сколько денег он получит за год хранения своего вклада, Астор должен умножить 1200 соляров на  $\frac{3}{100}$ .

1. Так на сколько соляров увеличился вклад Астора спустя один год?

2. А сколько денег на его счете сейчас, то есть спустя 2 года?

Далее путь Астора лежит в магазин космической одежды «Ариес». Для лучших работников Лунного города в магазине объявлена скидка в 20%, или на  $\frac{1}{5}$  ( $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ ).

Астор — лучший механик. Чтобы подсчитать, какую же скидку он получит при покупке нового скафандра, он умножает 240 соляров на  $\frac{1}{5}$ .

3. Какова скидка в солярах?

Теперь Астор может вычесть полученный результат из 240 соляров и узнать, сколько же ему нужно заплатить. Но быстрее просто вычислить 80%.

4. Сколько будет  $240 \text{ соляров} \times 80\%$ ?

\* Слово «процент» произошло от латинского *percentum* — одна сотая.

\*\* Другие загадки с процентами ты найдешь на с. 70—71.

## Преобразование дробей



Часто оказывается полезным заменить знаменатель дроби, чтобы облегчить расчеты.

Дроби можно преобразовывать, либо умножая, либо деля их числитель и знаменатель на одно и то же число.

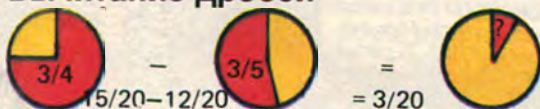
## Сложение дробей

При сложении дробей вначале нужно привести их к одному и тому же знаменателю, то есть сделать так, чтобы они были выражены в одних и тех же частях целого. Для этого нужно использовать правило преобразования дробей, о котором говорилось выше.



И  $\frac{1}{2}$  и  $\frac{1}{3}$  можно выразить в шестых частях. Не забудь, что при этом необходимо изменить и числители!

## Вычитание дробей

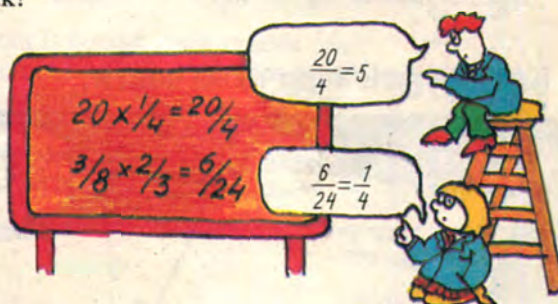


Эти дроби можно привести к общему знаменателю, выразив их в двадцатых частях.

## Половинка половинки

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Тебе может показаться, что умножение всегда превращает умножаемое число в еще большее. Но если ты умножаешь на дробь, это не так!

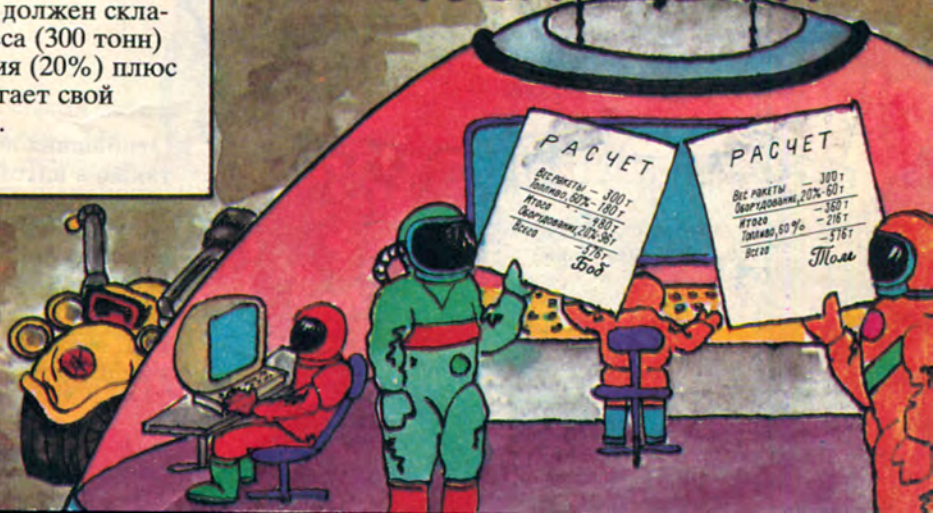


Умножая дроби, вначале умножь числитель на числитель, затем знаменатель на знаменатель, а затем сократи полученную дробь, если это возможно. (Сокращением дроби называется деление ее числителя и знаменателя на одно и то же число.)

Из магазина Астор идет в Космический центр и встречает там своих друзей, Боба и Тома, которые собираются лететь на Марс. Боб — ученый, он будет изучать марсианский климат. А Том — инженер, он отвечает за обеспечение ракеты топливом. Друзья жарко спорят. Дело в том, что по правилам Космического центра общий вес ракеты должен складываться из ее собственного веса (300 тонн) плюс вес научного оборудования (20%) плюс вес топлива (60%). Боб предлагает свой вариант расчета, а Том — свой.

Общий вес ракеты у них получается один и тот же, но Боб хочет, чтобы сначала подсчитали вес топлива, а Том — вес оборудования. Ты, конечно, видишь, из-за чего они спорят?

## КОСМОЦЕНТР



# Четвертый привал: отношения и пропорции

Готовя апельсиновый напиток, ты можешь налить в кувшин, скажем, 2 стакана концентрированного апельсинового сока и 5 стаканов воды. Таким образом, ты смешиваешь ингредиенты, то есть составные части напитка, в отношении 2 к 5 (пишется 2:5). Можно брать большее или меньшее количество каждого ингредиента, но, если пропорции при этом не меняются, вкус напитка также не изменится. Пропорция — это равенство двух или нескольких отношений. Пример:  $2:5 = 4:10 = 1:2\frac{1}{2}$ . Это значит, что...

...ты мог бы налить в 2 кувшина 4 стакана сока и 10 стаканов воды...

...или приготовить полкувшина напитка из 1 стакана сока и  $2\frac{1}{2}$  стаканов воды. Вкус останется тем же.



## Как решать задачи на части

1. Подсчитай общее количество частей.  
2. Найди величину каждой части.  
3. Подсчитай сколько кому причитается.

Получается 10 частей  $(5 + 3 + 2)$ .

Каждая часть равна  $180:10 = 18$  слиткам.

Рой получит  $18 \times 5 = 90$  слитков.  
Алиса получит  $18 \times 3 = 54$  слитка.  
Гарри получит  $18 \times 2 = 36$  слитков.

Три пирата нашли старый клад и хотят по справедливости разделить добычу — 180 слитков золота. Шкипер Рой — главарь, поэтому он требует, чтобы ему досталось больше, чем его помощнице Алисе и матросу Гарри.

Алиса считает, что Гарри всего лишь матрос, поэтому ей должно причитаться больше, чем ему. В конце концов все соглашаются поделить добычу в отношении 5:3:2. Чтобы каждый забрал свое, им нужно сделать расчеты, которые ты видишь на желтом листке.

## Сравнение отношений

В какой материи больше шерсти?

Тебе, наверное, будет легче сравнивать отношения, если отношение 55:45 ты запишешь в более простом виде, как 11:9.

Виелла  
Шерсть : 55%  
Хлопок : 45%

Клайделла  
Шерсть : 2 части  
Хлопок : 5 частей

Ты видишь, что в ткани виелла из 20 частей 11 приходится на шерсть. В клайделле же всего 4 части приходится на шерсть (также из 20). Значит, в виелле шерсти больше.

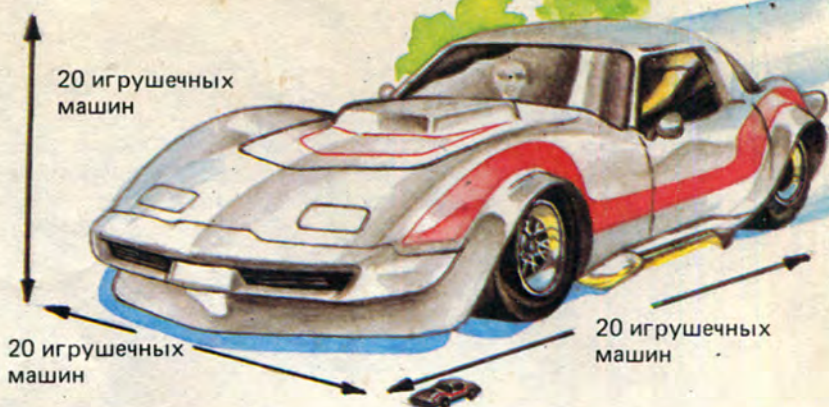
Масштаб этой карты 1:25 000. Это значит, что 1 см карты соответствует 25 000 см земной поверхности. А чему соответствует 1 м карты?

Отношения используются также в аптеках при изготовлении лекарств и лечебных напитков. Этот рецепт доктор Айболит прописал мартышке. А ты сможешь приготовить коктейль для слоненка, зная, что одного молока ему надо 5 стаканов?

Коктейль  
Мед — 40 г.  
Какао — 3 ложки.  
Молоко — 1 стакан.  
Яичный желток — 2 шт.

## Отношения и объемы

Этот игрушечный автомобиль был сделан в отношении 1:20 по сравнению с настоящим. Но 20 игрушечных машин будет мало даже для того, чтобы заполнить багажник настоящей, не то что сравниться с ней по объему. В чем же дело?



Разгадка здесь в том, что отношение 1:20 — это отношение между каждым из 3 измерений двух машин\*. Игрушечная машина — это  $\frac{1}{20}$  настоящей в длину,  $\frac{1}{20}$  — в ширину и  $\frac{1}{20}$  — в высоту.

Значит, чтобы заполнить такое же пространство, какое заполняет настоящая машина, тебе потребуется  $20 \times 20 \times 20$  игрушечных. Иными словами, отношение объемов этих двух машин составляет 1:8000.

### Загадки

В графине А — 1 литр сока, а в графине В — 2. Почему графин В не выше вдвое, чем графин А?



Банка В доверху наполнена ста леденцами. Скажи: хватит ли двухсот леденцов, чтобы заполнить банку А, если она точно такая же по форме, но вдвое больше банки В по размерам?

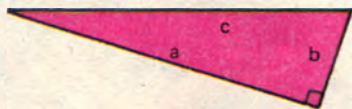


## Отношение сторон треугольников

Чтобы не ошибиться при строительстве пирамиды, древние египтяне прежде всего размечали на земле ее основание в виде квадрата. Прямые углы такого квадрата они «чертили» с помощью ... веревки. Но веревка была не простая. На ней завязывали узлы, делившие ее на 12 равных частей. Веревку натягивали в виде треугольника со сторонами, отношение между которыми равнялось 3:4:5. Угол, противоположный самой длинной стороне, всегда оказывался прямым. Почему? Это объясняет теорема Пифагора, самая популярная, быть может, из всех теорем.



### Теорема Пифагора



6 : 12 : 13



9 : 12 : 15



7 : 8 : 10

Пифагор — знаменитый древнегреческий математик, живший в VI веке до нашей эры. Он обнаружил, что если один из углов треугольника прямой и если обозначить стороны такого треугольника буквами а, b, с, то  $c^2 = a^2 + b^2$ , т. е. квадрат стороны, лежащей против прямого угла, равен сумме квадратов двух других сторон.

Вверху даны отношения сторон трех различных треугольников. Прямой угол имеется лишь у одного из них. У какого? Чтобы ответить на этот вопрос, используй теорему Пифагора\*\*.

\* О трех измерениях мы уже рассказывали тебе на с. 20—21.

\*\* С теоремой Пифагора ты вновь встретишься на с. 74 и 121.

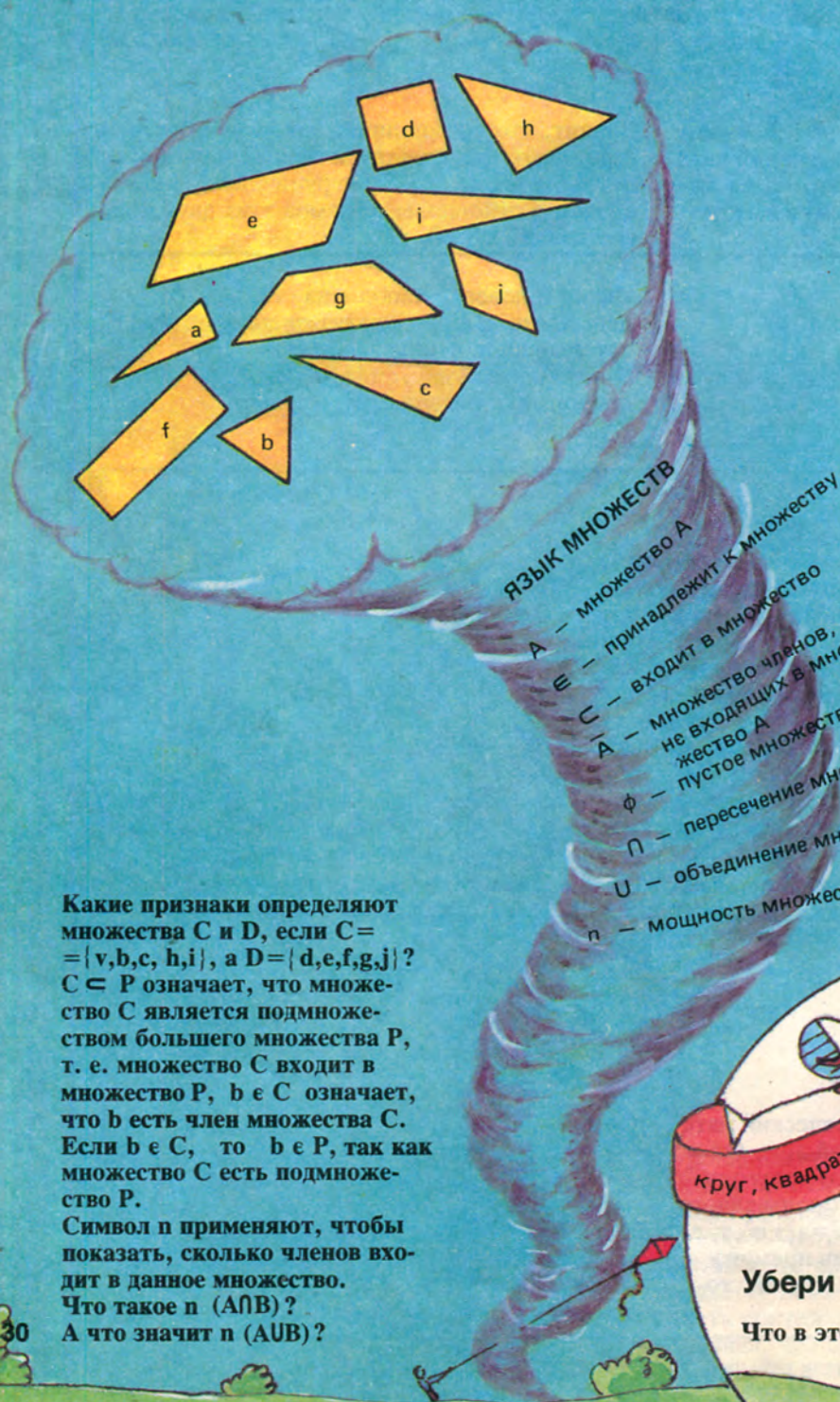
# Путешествуем среди ... множеств

Сейчас мы прибыли с тобой в еще одну удивительную область Математики — область, которую населяют ... множества. Самые различные математические проблемы связаны с объединением чисел и фигур в особые группы, которые называются «множества». Что же они из себя представляют? Чтобы множества было легче изучать, математики придумали специальные символы, ты их увидишь на этой странице.

Эти фигуры можно объединить в разные множества, среди них — множество треугольников, множество четырехугольников, множество равнобедренных многоугольников, множество многоугольников с прямыми углами и т. д. Вместе с тем все они входят в одно множество — множество многоугольников, которое можно обозначить буквой  $P$ .

Если  $A$  есть множество равнобедренных фигур, то  $A = \{b, d, j\}$ .

Если  $B$  есть множество фигур с прямыми углами, то  $B = \{a, d, f, h\}$ .



Какие признаки определяют множества  $C$  и  $D$ , если  $C = \{v, b, c, h, i\}$ , а  $D = \{d, e, f, g, j\}$ ?  $C \subseteq P$  означает, что множество  $C$  является подмножеством большего множества  $P$ , т. е. множество  $C$  входит в множество  $P$ ,  $b \in C$  означает, что  $b$  есть член множества  $C$ . Если  $b \in C$ , то  $b \in P$ , так как множество  $C$  есть подмножество  $P$ .

Символ  $n$  применяют, чтобы показать, сколько членов входит в данное множество.

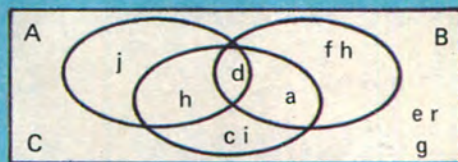
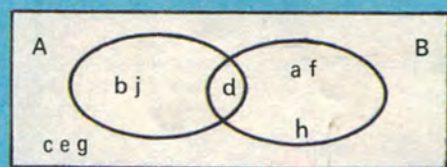
Что такое  $n(A \cap B)$ ?

А что значит  $n(A \cup B)$ ?



## Диаграмма Венна

Некоторые из множеств, показанных на предыдущей странице, пересекаются друг с другом, потому что, например, фигура  $d$  принадлежит как множеству  $A$ , так и множествам  $B$  и  $D$ . В 1880 г. Джон Венн придумал простой способ изображения отношений, существующих между различными множествами, который теперь называют диаграммами Венна.



На этой диаграмме Венна показаны множества  $A$  и  $B$ . Пересечение —  $A \cap B$ , поэтому  $d \in A \cap B$ . Любой элемент, не являющийся членом множества  $A$  или членом множества  $B$ , изображается вне их границ.

Это диаграмма Венна для множеств  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Пересечение —  $A \cap B \cap C$ . Элемент  $a$  является одновременно элементом множества  $B$  и элементом множества  $C$ , но не входит в множество  $A$ , поэтому  $a \in A \cap B \cap C$ .

А что представляет собой множество  $A \cap B \cap C$ ?

## Матрицы

	Н	Л	П	М	Д	Т
Н	0	2	1	0	0	0
Л	2	0	1	1	1	0
П	1	1	0	0	1	0
М	0	1	0	0	1	1
Д	0	1	1	1	0	1
ГК	0	0	0	1	1	0



Некоторые виды информации о множествах проще представлять в матричной форме, чем в простых перечнях или на диаграммах Венна. На матрице вверху показано число беспересадочных рейсов между некоторыми городами. При небольшом количестве маршрутов их легко определить просто по карте. Когда же дело касается значительных объемов информации, матрица оказывается очень кстати.

## Головоломка в пути

Этой женщине нужно попасть в Нью-Йорк. Прямых рейсов между Гонконгом и Нью-Йорком нет, поэтому служащий аэропорта предложил ей маршрут с пересадками. Закрой листочком бумаги матрицу и карту и попробуй отгадать, что это за маршрут, если он обозначается так:

$ГЛМП \{ЛУП\} Н-Й$

## За пределами чисел



Множество  $Z$  есть множество целых чисел. Таких чисел в нем бесконечно много. (Это можно записать так:  $n(Z) = \infty$ )

В множестве  $T$  также содержится бесконечное число чисел, следовательно,  $n(T) = \infty$ . Но в  $T$  не входят первые девять чисел, поэтому на первый взгляд это выглядит так, как будто  $\infty - 9 = \infty$ . Похоже, что это либо невозможно, либо в наших рассуждениях есть какая-то ошибка. Правила, служащие для описания бесконечных множеств, пока не до конца изучены.

# Во владениях королевы статистики

Статистика — один из разделов математики. Она помогает нам накапливать и анализировать информацию и предсказывать вероятность различных событий. Статистики, то есть специалисты в этой области математики, получают информацию путем сбора различных данных, например путем опроса определенного числа людей, которые в целом представляют все интересующее статистиков население. Такая группа людей называется выборкой. Результаты опросов могут быть представлены разными способами, речь о которых идет ниже.

## Обследование на курорте

Линда работает в организации по обслуживанию туристов. Сейчас она проводит обследование отдыхающих на одном из курортов Америки. Тем, кто оказался в ее выборке, она задает вопросы типа: Откуда вы приехали? Какими видами транспорта вы при этом пользовались? Что вам здесь нравится? Ответы она обобщает пятью различными способами, о которых мы тебе сейчас расскажем.



## Круговая, или секторная, диаграмма Гистограмма (столбиковая диаграмма)

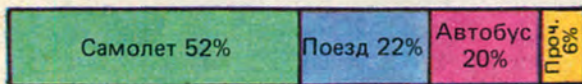
Из каких стран приехали отдыхающие? Этот круг разделен на секторы, величина которых соответствует доле отдыхающих, приехавших из различных стран.



Чтобы рассчитать угол каждого сектора, Линда сначала определяет, какую часть среди всех отдыхающих составляют туристы из каждой страны. Так, американцев среди них  $\frac{125}{500}$  ( $\frac{1}{4}$ ). Значит, угол их сектора равен  $\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$ . Попробуй сам подсчитать углы других секторов.

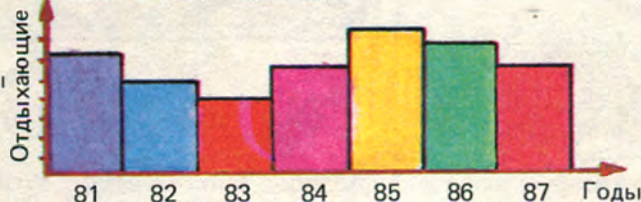
## Блок-диаграмма

Какими видами транспорта отдыхающие приезжают на курорт?



Такой способ представления данных называется блок-диаграммой. Чтобы начертить блок-диаграмму, прямоугольник разбивают на части, принимая его длину за 100%.

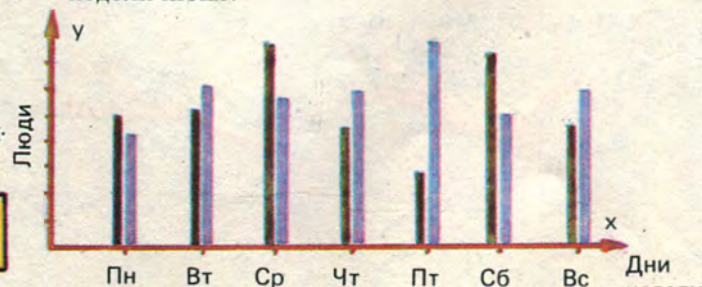
Сколько отдыхающих жило в гостинице «Зенит» в 1981—1987 гг.?



Каждый столбик этой гистограммы показывает, сколько человек отдыхало в «Зените» в каждом году.

## График частотности

Сколько людей посещало пляж в первые две недели июня?



Преимущество таких графиков в том, что на одном и том же графике можно отобразить данные за несколько недель. Попробуй отгадать: в какие дни шел дождь, а в какие было особенно жарко?

Получаемые статистиками данные используются государственными учреждениями для разработки долгосрочных планов; специалистами, изучающими спрос на различные товары, для определения объемов их производства и т.д.



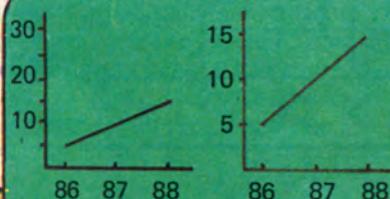
## График разброса

Есть ли зависимость между возрастом людей и тем, сколько раз в неделю они ходят в кино?

График разброса используется для отображения информации, которая на первый взгляд кажется хаотичной. Такие графики помогают увидеть определенные закономерности и тенденции.



Здесь Линда отметила возраст каждого зрителя и сколько раз он был в кино. Что же показывает этот график?



## Три вида средних величин

Часто требуется определить среднюю величину той или иной группы чисел. В зависимости от стоящих перед ними задач статистики используют три вида средних величин: моду, медиану и среднее арифметическое.

Продавцу важно знать самый распространенный, то есть «средний», размер ноги, чтобы держать под рукой как можно больше обуви именно этого размера. Здесь среднее — это мода, то есть число, чаще всего встречающееся в данной совокупности чисел.



В этом аттракционе отдыхающие бьют молотом по особому устройству, и, если сила удара выше средней, раздается звонок. Создатель этого аттракциона записал результаты 99 человек и расположил их в ряд от самого низкого до самого высокого. Затем он нашел медиану: результат, стоявший в этом ряду строго посередине, то есть на 50-м месте. Этот результат он и принял за среднюю силу удара. Медиана — это число, стоящее в середине упорядоченного множества чисел.



Найдем среднее арифметическое крабов, пойманных ребятами. Для этого сложим всех крабов в каждой кучке  $10+5+6$  и поделим полученный результат на число кучек, то есть

$$\frac{10+5+6}{3} = 7.$$



## Статистика не лжет. Но ... лгуны пользуются ею!

Всегда будь внимателен, когда видишь рекламные материалы или разные сообщения «об успехах», если в них используются статистические приемы обработки данных. Статистика иногда может быть обманчивой.

На этих двух графиках абсолютно одна и та же информация. Но когда одному классу очень захотелось показать, что у них быстро растет кружок друзей природы, выбрали график справа. Как ты думаешь, в чем тут дело?

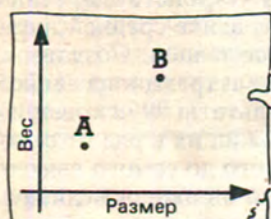
# По графику — пешком и на рафике

Тебе когда-нибудь приходилось задумываться над связью между размером пакета с молоком и его весом? Чем больше пакет, тем он тяжелее. Есть много различных величин, связанных друг с другом подобным же образом: скорость машины и пройденный ею путь, возраст дерева и его высота и т. д. Великий французский математик Рене Декарт (1596—1650) изобрел так называемую систему координат, благодаря которой такие связи наглядно видны на графиках.

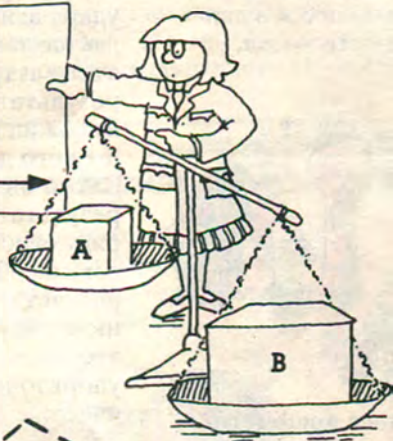
## Система координат

Система координат особенно хороша тем, что благодаря ей два свойства могут быть обозначены всего одной точкой. А нанеся на график несколько точек, их можно сравнивать между собой.

График внизу позволяет тебе сделать несколько утверждений об А и В:



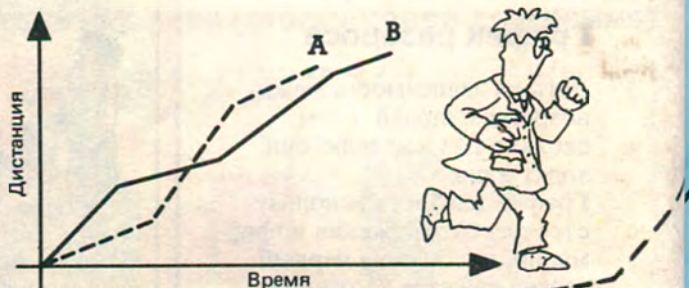
В больше А  
А меньше В  
В тяжелее А  
А легче В



Кто есть кто на этом графике?



Анжей и Билл соревновались в беге. Кто победил? О чем еще говорит этот график?



## Как чертить графики

Положение точки на графике определяется двумя координатами: координатой  $x$  и координатой  $y$ .

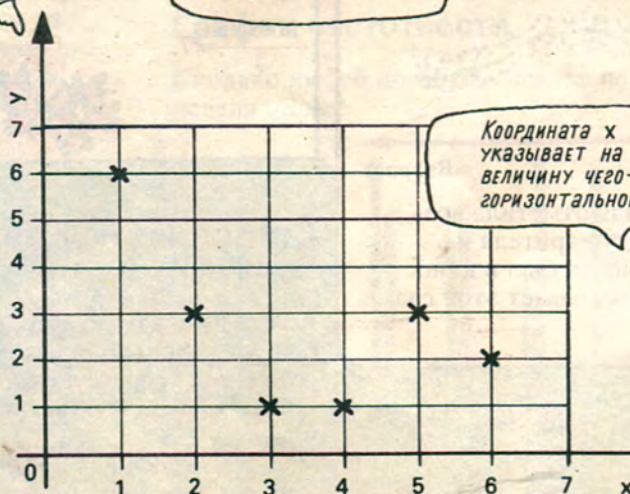
Чтобы нанести координаты 6 и 4, сначала нужно дойти до отметки 6 на горизонтальной оси, а затем подняться на 4 отметки вверх параллельно вертикальной оси.

А ты можешь теперь определить координаты всех точек, нанесенных на этот график? Координата  $y$  указывает на величину чего-то по вертикальной оси.

Координата  $x$  указывает на величину чего-то по горизонтальной оси.



Координата  $y$  указывает на величину чего-то по вертикальной оси.



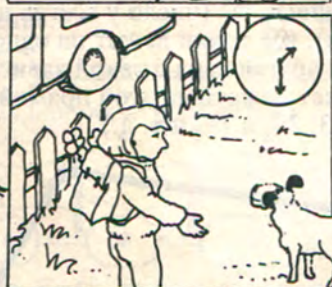
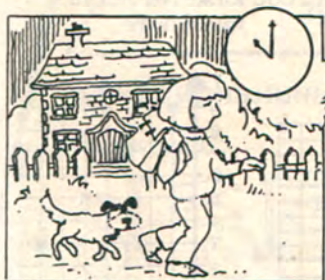
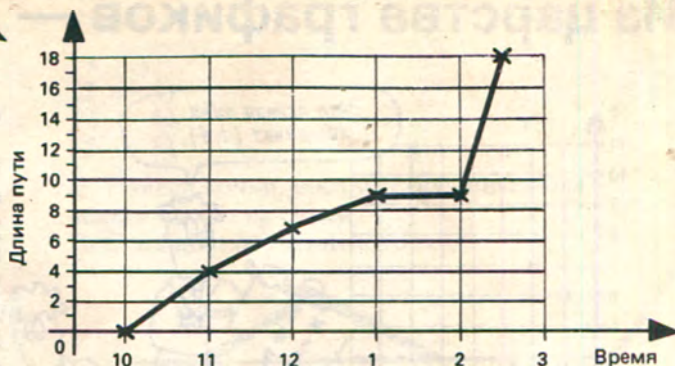
Координата  $x$  указывает на величину чего-то по горизонтальной оси.



## Загадка в картинках

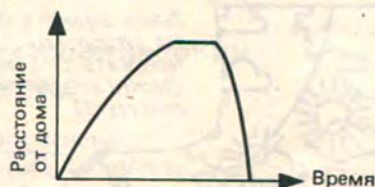
6

Мэри совершила поход, о котором нам рассказывают 6 картинок и график справа. Крестиками на графике отмечено, какое расстояние Мэри преодолела к определенному часу. Сможешь ли ты восстановить на картинках недостающую информацию?



## Как «читать» графики?

Самое главное при чтении графика — это внимательно смотреть, что обозначено на его осях.



На этом графике изображен тот же поход Мэри, что и на верхнем графике. Но наименование осей различно. Этот график показывает длину не всего ее пути, а расстояния от того места, из которого она вышла.

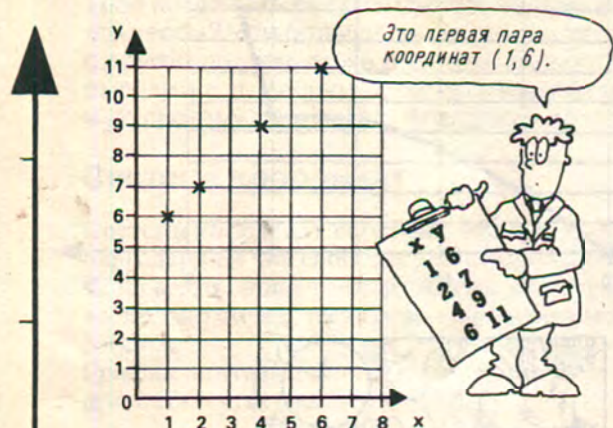
**Внимание!!**  
Не спеши с выводами!

Представь, что перед тобой график, судя по которому чем больше у людей размер обуви, тем лучше они решают математические задачи. Означает ли это, что чем больше ноги, тем выше математические способности?

Нужно всегда помнить о том, что причиной связи между двумя явлениями могут быть какие-то дополнительные факторы.



# Из царства графиков — в страну Аль-джебру



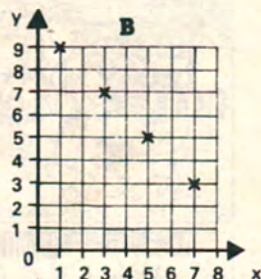
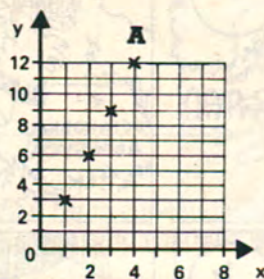
Взгляни на два столбца чисел на листке вверху. Каждое число справа на 5 больше числа слева. Эти пары чисел представлены на верхнем графике.

Поскольку зависимость между числами каждой пары одинакова (число  $y$  всегда на 5 больше числа  $x$ ), все точки лежат на одной прямой. Любая другая пара с такой зависимостью также будет лежать на этой прямой (например: — 2 и 3;  $2\frac{1}{2}$  и  $7\frac{1}{2}$  и т. д.).

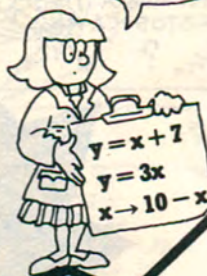
## Отражение зависимостей

Если тебе нужно сказать, что все числа  $y$  на 5 больше, чем числа  $x$ , ты можешь написать:  $y = x + 5$ . Линия, соединяющая точки на левой координатной сетке, называется графиком уравнения  $y = x + 5$ .

Другой способ выражения этой зависимости:  $x \rightarrow x + 5$ . Обычно это читается так: « $x$  соответствует  $x$  плюс 5». Можешь выбрать для себя тот способ, который тебе кажется легче.



Задача: каким уравнениям соответствуют эти три графика?



## Как решать уравнения

Каждое из уравнений, которое ты видишь выше, описывает зависимость между многими и многими парами чисел. Зная значение  $x$ , ты всегда найдешь значение  $y$ , и наоборот.

Допустим, два угла в сумме равны  $180^\circ$ , причем один из них равен  $110^\circ$ , а другой нам не известен:

$$110^\circ + c = 180^\circ. \text{ Значит, } c = 180^\circ - 110^\circ.$$

Мы показали тебе, как строится график  $y = x + 5$ . Точно так же можно построить график  $d = c + 110^\circ$ . Стоит лишь взглянуть на него, и ты легко определишь, чему равно  $c$  при  $d = 180$ .

Этот способ позволяет затрачивать на расчеты минимум времени. Есть и другие способы. Два из них ты видишь на следующей странице. В качестве примера взяты уравнения

$$2y - 7 = 11 \text{ и } \frac{5(P-32)}{9} = 20$$

$$C = \frac{5(F-32)}{9}$$

Это формула преобразования градусов по шкале Цельсия в градусы по шкале Фаренгейта и наоборот.

Скобки говорят о том, что прежде, чем умножить на 5, ты должен из величины  $F$  вычесть 32.

Ты можешь выразить в графической форме любую зависимость, представленную теми двумя способами, которые мы тебе только что показали. Чтобы построить график  $y=x+3$ , сделай последовательно следующее (смотри направо):

1. Составь перечень пар с данной зависимостью:

x	y
1	4
3	6
5	8

2. Нанеси точки, соответствующие этим парам чисел, на сетку.

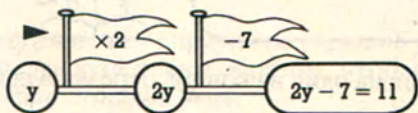
3. Соедини полученные точки.

Решение  
уравнения

$$2y - 7 = 11$$

### Функциональный метод

Объяснение:



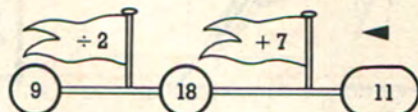
Значение  $y$  удваивается, а из полученного произведения вычитается 7.

Ответ: 11.

Решение:



Чтобы узнать, какое значение  $y$  приводит к ответу 11, иди обратным путем:



Ответ:  $y=9$ .

### Алгебраический метод

Объяснение:

Чтобы получить 11, от  $2y$  нужно отнять 7.

Решение:

Если  $2y - 7 = 11$ , то  
 $2y = 11 + 7$ , следовательно,  
 $2y = 18$ , а  
 $y = 9$ .

Ответ:  $y=9$ .

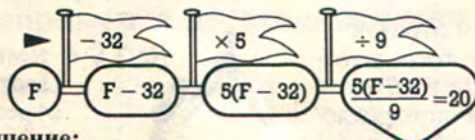
Слово «алгебра» пришло к нам из книги, написанной около 830 года до нашей эры знаменитым узбекским математиком Мухаммедом ал-Хорезми. В этой книге он дал свой метод решения уравнений, метод «восстановления» (по-арабски — «аль-джебр»)\*\*.

Решение  
уравнения

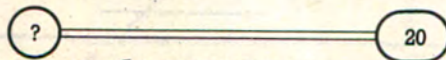
$$\frac{5(F - 32)}{9} = 20$$

### Функциональный метод

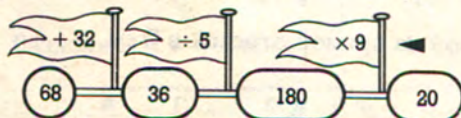
Объяснение:



Решение:



Вновь иди обратным путем:



Ответ:  $F=68$ , то есть если температура по Цельсию равна  $20^{\circ}\text{C}$ , то по Фаренгейту она равна  $68^{\circ}$ .

### Алгебраический метод

Объяснение:

Чтобы получить 20, из  $F$  нужно вычесть 32, оставшееся число умножить на 5, а полученное разделить на 9.

Решение:

Если  $\frac{5(F - 32)}{9} = 20$ , то  
 $5(F - 32) = 20 \times 9$ , следовательно,  
 $5(F - 32) = 180$ , а  
 $F - 32 = \frac{180}{5} = 36$ .

Если  $F - 32 = 36$ , то  
 $F = 32 + 36 = 68$

Ответ:  $F=68$

\*\* Если тебе посчастливится найти книгу В. Левшина и Э. Александровой «Путешествие по Карликании и Аль-джебре», обязательно прочти ее: там тебя ждет много новых открытий.

# Пятый привал

Что же такое геометрия? Это наука, которая изучает пространственные отношения и формы тел, а свое название она получила от древнегреческих слов «гео» — «Земля» и «метео» — «измеряю». Начала геометрии обнаруживаются в вавилонских клинописных табличках и египетских папирусах (III тысячелетие до н. э.). Конструирование самолетов, сооружение зданий, запуск спутников и огромное множество других проектов зависят от точности геометрических построений.



## Как построить отрезок заданной длины

Начерти отрезок длиннее того, который тебе требуется. Разведи циркуль до требуемой длины.



Поставь иглу циркуля на один из концов отрезка и пересек отрезок дугой.

Прежде чем начать, проверь, все ли нужно у тебя под рукой.



## Как начертить треугольник со сторонами 5 см, 3 см и 7 см

1. Построй на прямой отрезок в 7 см.



2. Разведи ножки циркуля на 3 см, поставь иглу на один из концов отрезка и проводи дугу, как показано на рисунке.

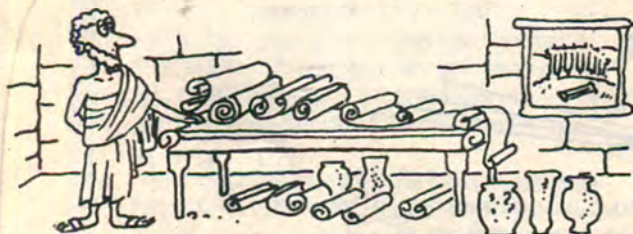
3. Разведи циркуль на 5 см и проводи вторую дугу, поставив иглу на другой конец отрезка.



4. Соедини концы отрезка с точкой пересечения дуг и измерь длины сторон получившегося треугольника.



## Евклид



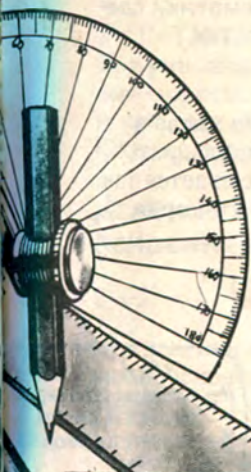
Евклид — один из самых знаменитых древнегреческих геометров. Его удивительно точные для того времени чертежи позволили ему сделать целый ряд замечательных открытий. О двух из них ты узнаешь из чертежей и текстов, помещенных справа.



Хорда

Углы, стороны которых опираются на концы хорды\* и вершины которых лежат на окружности по одну сторону от этой хорды, равны.

\* Хордой называется отрезок, соединяющий две точки окружности (см. один из чертежей на с. 19).



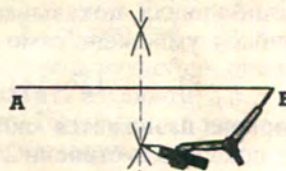
## Деление отрезка пополам

1. Разведи циркуль на расстояние, превышающее половину отрезка.



2. Установив ножку циркуля на одном из концов отрезка, проводи выше и ниже его две дуги.

3. Не меняя расстояния между ножками циркуля (т. е. тем же расстановкой циркуля), повтори эту операцию, установив предварительно его иглу на другом конце отрезка



4. Соедини точки пересечения дуг прямой линией. Она разделит отрезок AB точно пополам.

## Деление угла пополам

1. Установи ножку циркуля на вершине угла и проводи две дуги таким образом, чтобы они пересекали стороны угла.



2. Установив циркуль сначала на одной, а затем на другой точке пересечения дуг со сторонами угла, проводи две новые дуги, как показано ниже.



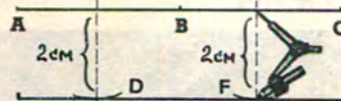
3. Прямая, проходящая через вершину угла и точку пересечения этих новых дуг, делит угол пополам.

## Как чертить параллельные линии (например, с расстоянием между ними в 2 см)

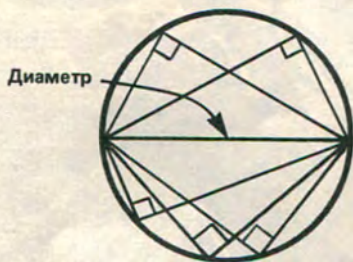
1. Отметь на прямой три точки: A, B и C.



2. Раздели AB и BC пополам.



3. На полученных линиях отложи по 2 см, как показано на рисунке, и соедини точки D и F прямой.



Если хорда проходит через центр окружности, т. е. является ее диаметром, любой из таких углов равен  $90^\circ$ , на какой бы точке окружности ни находилась его вершина.

Простейший способ проверить эти теоремы — начертить несколько окружностей, хорд и углов и измерить эти углы транспортиром.

1. Положи основание транспортира вдоль одной из сторон угла.  
2. Совмести риску транспортира с вершиной угла.



3. Проверь величину угла по той отметке на транспортире, через которую проходит вторая сторона этого угла.

# На просторе числовых закономерностей

Изучая со времен Пифагора (550 г. до нашей эры) числовые закономерности, математики сделали много открытий. Сейчас мы расскажем тебе о некоторых таких закономерностях.

## Квадраты чисел

Маленькая цифра <sup>2</sup>, стоящая правее и выше какого-либо числа, показывает, что это число должно быть умножено само на себя.

$$2^2=4 \quad 9^2=81 \quad 12^2=144$$

Эта операция называется «возведение в степень», а показатель степени 2 обычно именуют квадратом, потому что возведение во вторую степень можно продемонстрировать при помощи квадрата:

## Три в квадрате равно девяти



$$3^2=9$$

Три в квадрате равно девяти.

Возвести в квадрат можно любое число, но вот ответ иногда может показаться неожиданным.



$$\frac{1}{2}^2 = \frac{1}{4}$$

Сколько будет  $2^3$ ?

## Квадратный корень

Квадратный корень из какого-либо числа  $a$  представляет собой новое число  $b$ , квадрат которого равен числу  $a$ . Это записывается так:  $\sqrt{a}=b$ .  $\sqrt{\quad}$  — это знак квадратного корня.

Пример:  $\sqrt{25}=5$ , так как  $5^2=5 \times 5=25$ .

## Возведение в степень

Многие вычисления связаны с умножением чисел самих на себя, часто показатели степени больше 2. Один миллион — это

$$1\,000\,000=10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10=10^6$$

$a^p=b$   
 $a$  — ОСНОВАНИЕ СТЕПЕНИ,  
 $p$  — ПОКАЗАТЕЛЬ СТЕПЕНИ,  
 $b$  — РЕЗУЛЬТАТ ВОЗВЕДЕНИЯ  
В СТЕПЕНЬ.



Показатель 6 означает, что число 10 умножается само на себя 6 раз.  $2^5=32$ , так как  $2^5=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ .

Показатель степени 3 обычно называют кубом.

## Простые числа

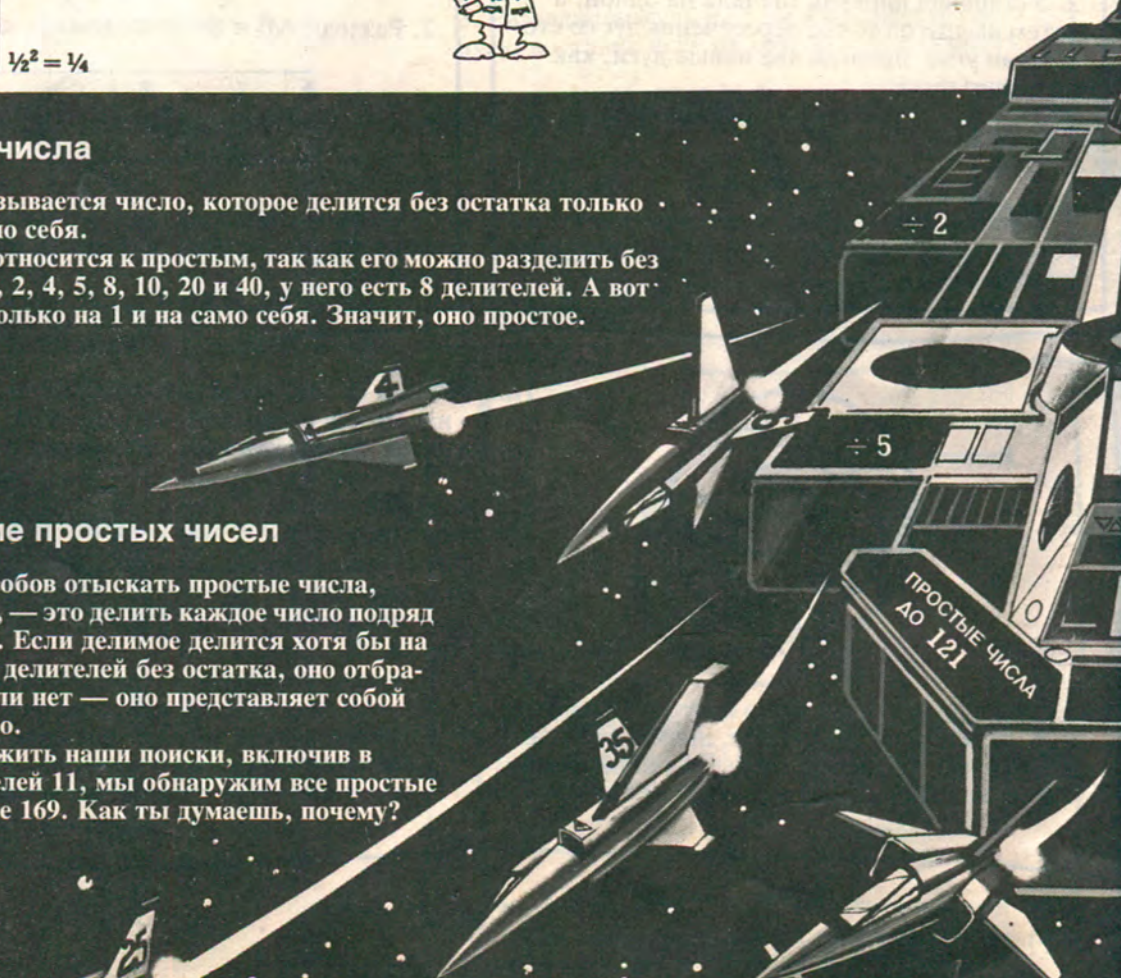
Простым называется число, которое делится без остатка только на 1 и на само себя.

Число 40 не относится к простым, так как его можно разделить без остатка на 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 и 40, у него есть 8 делителей. А вот 41 делится только на 1 и на само себя. Значит, оно простое.

## Отыскание простых чисел

Один из способов отыскать простые числа, меньшие 121, — это делить каждое число подряд на 2, 3, 5 и 7. Если делимое делится хотя бы на один из этих делителей без остатка, оно отбрасывается, если нет — оно представляет собой простое число.

Если продолжить наши поиски, включив в набор делителей 11, мы обнаружим все простые числа меньше 169. Как ты думаешь, почему?



## Умножение степеней с одинаковыми основаниями

$$2^5 \times 2^3 = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) = 2^8$$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остается без изменения, а показатели складываются. Сколько будет  $2^7 \times 2^2$ ?

## Деление степеней с одинаковыми основаниями

$$2^5 : 2^3 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2^2$$

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание остается без изменения, а показатели вычитаются.

$$2^3 : 2^5 = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = 2^{-2}, \text{ или } \frac{1}{2^2}$$

Отрицательный показатель степени говорит о том, что перед тобой обратное число. Обратное число представляет собой дробь, числитель которой равен 1.

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

А ты можешь записать  $10^{-5}$  в виде обратного числа?

## Стандартный вид числа

Ученым часто приходится иметь дело как с очень большими, так и очень маленькими числами. Так, расстояние от Земли до ближайшей к нам звезды, звезды Альфа в созвездии Центавра, — около 40 350 000 000 000 000 м, а длина волны света уличных фонарей с натриевыми лампами — 0,000 000 589 м. Записывать числа в таком виде очень неудобно: они громоздки, их трудно охватить взглядом, а вот ошибку в них сделать легко. На помощь приходит здесь запись числа в так называемом стандартном виде.

Стандартный вид — это всегда число от 1 до 10, умноженное на 10 в той или иной степени. Так как 40 350 000 000 000 000 — это то же, что и  $4,035 \times 10\,000\,000\,000\,000\,000$ , данное число можно записать как  $4,035 \times 10^{16}$ . Подобным же образом длина волны света натриевой лампы записывается как  $5,89 \times 10^{-7}$ .



## Формулы для отыскания простых чисел

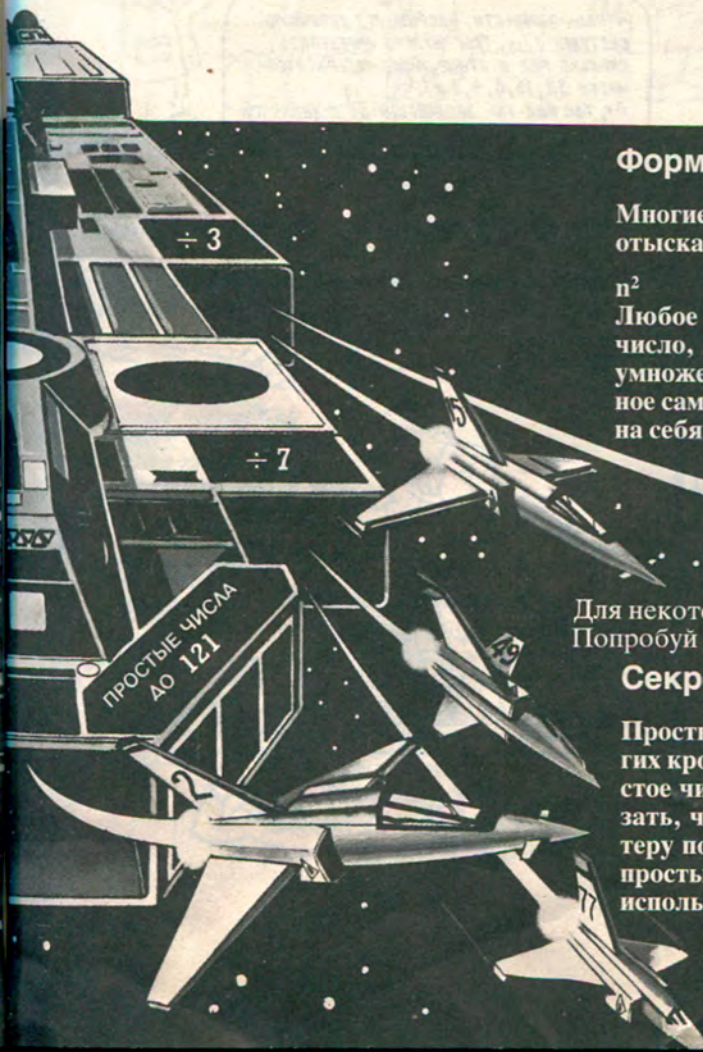
Многие математики пытались вывести формулу для отыскания простых чисел.

$p^2$	$-p$	$+$	$41$	$=$	$P$
Любое число, умноженное само на себя	Вычитаем это число	Прибавляем	41	Сумма есть	простое число

Для некоторых чисел эта формула верна, но не при  $p=41$ . Попробуй сделать расчеты сам — и ты увидишь, почему.

## Секретные шифры

Простые числа можно обнаружить только путем долгих кропотливых расчетов. Недавно было найдено простое число, содержащее 25 692 цифры. Чтобы доказать, что оно простое, быстросействующему компьютеру потребовалось несколько недель. Как видишь, простые числа ловко прячутся, и поэтому их стали использовать в секретных шифрах.



# Среди двоичных чисел

Компьютеры и электронные калькуляторы могут справляться с невероятно сложными задачами, но вот делать расчеты непосредственно в нашей десятичной системе счисления они не могут. Информацию для переработки они должны получать в виде последовательностей электрических сигналов. Каждый такой сигнал — это либо состояние «включено», либо состояние «выключено». Поэтому для них используется система счисления, имеющая только две цифры: 1 («включено») и 0 («выключено»). Такая система счисления называется двоичной или бинарной.

## Как «работает» двоичная система счисления

Двоичная система счисления «работает» точно так же, как и десятичная система счисления: значение каждой цифры зависит от ее позиции в числе. Но в десятичной системе счисления цифры показывают количество единиц, десятков, сотен, тысяч и т. д. (см. с. 6). В двоичной же системе счисления цифры показывают количество единиц, двоек, четверок, восьмерок и т. д. В двоичной системе счисления можно записать любое число, пользуясь лишь 1 и 0. Чтобы узнать значение следующей позиции, тебе нужно просто удвоить значение предыдущей позиции. По существу, в двоичной системе счисления значение каждой позиции — это степень числа 2, а в десятичной системе счисления — степень числа 10\*.

Итак,  $23_{10}$  записывается как  $10111_2$ . При этом  $10_{10}$ , стоящие ниже и справа от этих чисел, указывают, в какой степени счисления они записаны.

Пример: как записать 23 в двоичной системе

16 8 4 2 1



1 0 1 1 1

$1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

$16 + 4 + 2 + 1 = 23$

Чтобы перевести, например, в двоичную систему  $37_{10}$ , тебе нужно определить, сколько раз в этом числе содержится числа 32, 16, 8, 4, 2 и 1. Ну, так как ты запишешь 37 в двоичной системе счисления?

## Перевод двоичных чисел в десятичные



Итак,  $1011010_2 = 90_{10}$ . А ты переведешь  $1100101_2$  в десятичное число?

Пример:  $1011010_2$

64 32 16 8 4 2 1



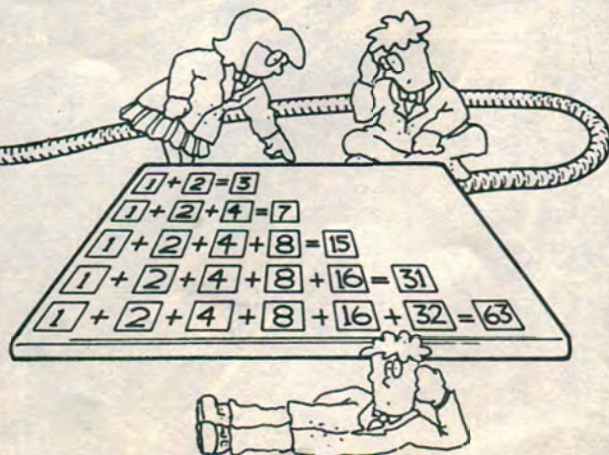
1 0 1 1 0 1 0

$64 + 16 + 8 + 2 = 90$

Если тебе нужно перевести двоичное число в десятичное, поставь справа налево над всеми цифрами значения их разрядов и сложи значения тех разрядов, под которыми стоит 1.

## На единицу меньше (головоломка)

Можешь ли ты найти сумму слагаемых  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$ , не прибегая к сложению?



## Сложение двоичных чисел

Можно производить расчеты с двоичными числами, не переводя их в десятичные.

Ниже ты видишь, как нужно складывать  $1101_2$  и  $101_2$ .

Две единицы равны 2, значит, эту двойку нужно перенести в следующий разряд.

... а две восьмерки равны шестнадцати

Две четверки равны восьмерке.

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1101 \\ + 101 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1101 \\ + 101 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1101 \\ + 101 \\ \hline 010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1101 \\ + 101 \\ \hline 10010 \end{array}$$

## Вычитание двоичных чисел

Вычитая одно двоичное число из другого, тебе часто придется отнимать от 0 единицу.

Пока никаких проблем!

А ты вычти четверку из восьмерки (т.е. из двух четверок), которая стоит в следующем разряде!

Разве можно вычесть 4 из ничего?

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1011 \\ - 101 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1011 \\ - 101 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1011 \\ - 101 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8421 \\ 1011 \\ - 101 \\ \hline 110 \end{array}$$

## Компьютерные послания



Почему обязательно трижды? Разве одного повтора каждой цифры недостаточно?



Один из таких методов — передача каждой цифры трижды, то есть три раза подряд. Например, вместо  $1100111$  нужно передать  $111\ 111\ 000\ 000\ 111\ 111\ 111$ . Принявший число  $10100001011110000$  сразу понял, что при его передаче было допущено две ошибки. Какие?

Когда один компьютер посылает сообщение другому при помощи 1 и 0, мы должны быть уверены в правильности полученной информации. Значит, для выявления возможных ошибок нам требуются какие-то методы.

## Другие системы счисления

В сущности, можно использовать любые системы счисления. Так, при вычислениях по основанию 4 тебе надо будет считать разряды 1, 4, 16 ( $4 \times 4$ ), 64 ( $4 \times 4 \times 4$ ) и т. д.

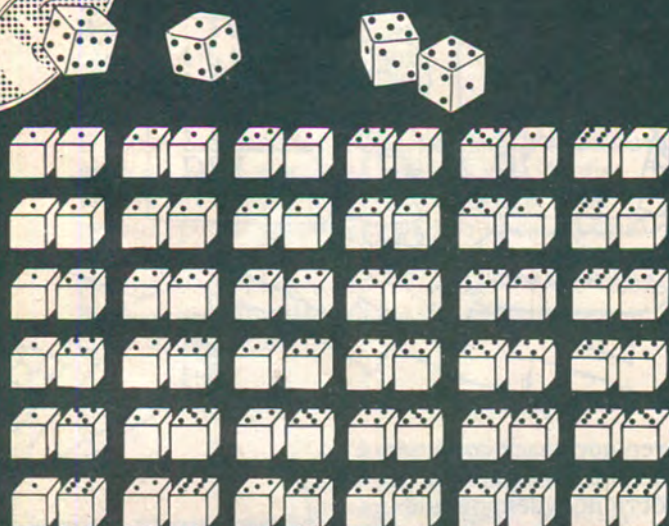
Считая минуты и секунды, мы пользуемся шести — десятичной системой счисления. Скольким минутам равняются 1920 секунд?



# Привал шестой и последний: у принцессы Вероятности

Исследования вероятностей — одна из увлекательнейших областей математики. С помощью этих исследований мы имеем возможность заглянуть в будущее. Нет, законы вероятности не могут дать точного прогноза будущих событий, но они подсказывают нам, какие из этих событий наиболее вероятны. Сейчас мы объясним тебе, как рассчитывается вероятность.

Подбрось в воздух монетку. Она может с равным успехом упасть либо на орла, либо на решку. Значит, вероятность того, что выпадет решка, — 50 на 50, или  $\frac{1}{2}$ .



## Пара дублей

Каковы шансы выбросить два дубля подряд?



Каждый раз, когда у тебя выпадает дубль на первой паре кубиков, дубль может выпасть и на второй паре с вероятностью, также равной  $\frac{1}{6}$ . Значит, шансы выбросить два дубля подряд равны  $\frac{1}{36}$  ( $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$ ).

## Одинаковые очки, или дубли

Во многих играх нужно бросать по два игральных кубика. Какова при этом вероятность выпадения дубля?

Чтобы рассчитать вероятность какого-либо события, сначала нужно определить количество возможных вариантов.

а) Есть 36 вариантов выпадения двух кубиков, и все они равновероятны.

б) 6 из этих вариантов — дубли. Значит, вероятность их выпадения (6 из 36) равна  $\frac{1}{6}$ .

Чтобы проверить точность этих прогнозов, загляни на с. 47.



## Правило 1

Когда исход зависит от нескольких событий, нужно умножать вероятности друг на друга.

## Дерево вероятностей

Вероятность того, что в семье будет два сына, равна  $\frac{1}{4}$ . Существует четыре варианта последовательного появления в семье двух детей (рождение сына или дочери каждый раз равновероятно). Эти варианты показаны с помощью «дерева», которое оказывается весьма полезным помощником в исследовании вероятностей, позволяя обнаруживать любые возможные варианты.



## Шансы на выигрыш

Ты можешь подсчитать свои шансы на выигрыш в этой игре, применяя один из двух способов:

- а) В колоде 52 карты, включая 4 туза и 12 «картинок». Это значит, что из 52 карт 16 — выигрышные, а вероятность выигрыша равна  $\frac{16}{52}$ , или  $\frac{4}{13}$ .
- б) 4 туза — это вероятность  $\frac{4}{52}$ , или  $\frac{1}{13}$ . 12 «картинок» — это еще  $\frac{12}{52}$ , или  $\frac{3}{13}$ . Отсюда общая вероятность выигрыша:  $\frac{1}{13} + \frac{3}{13} = \frac{4}{13}$ .

## Шкала вероятностей

Для обозначения вероятности наступления того или иного события математики применяют шкалу от 0 до 1. Часто для определения этой вероятности они прибегают к статистике.



1 означает, что данное событие наступит с полной определенностью, а 0 относится к событию столь невероятному, что его считают просто невозможным.



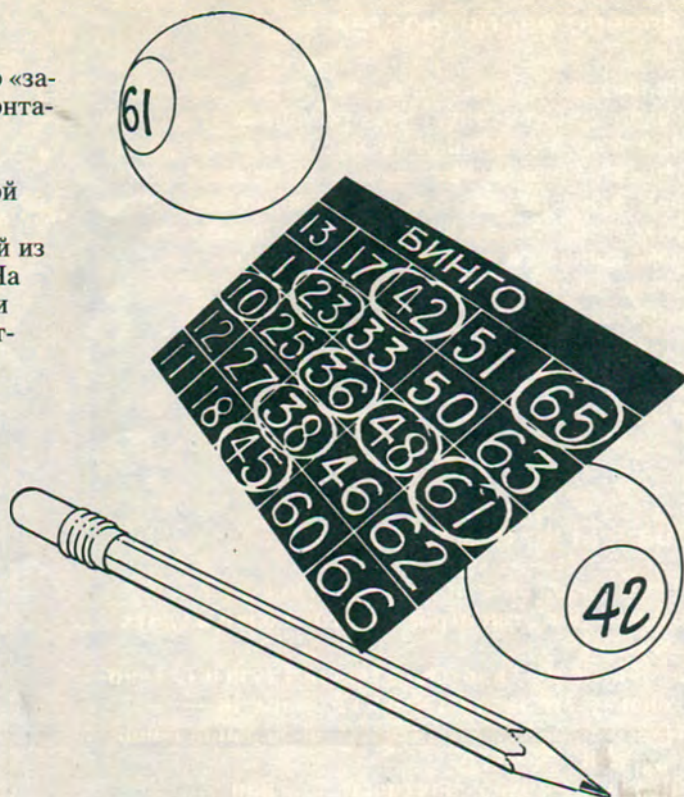
## Бинго

Игра в бинго похожа на игру в лото, только «закрывать» линию в бинго можно и по горизонтали, и по вертикали.

В этой игре уже было вынито 10 номеров.

Какова вероятность закрыть линию на этой карточке при первом же новом номере?

После 10 номеров остается еще 89, каждый из которых может быть вынут следующим. На этой карточке можно закрыть линию, если выпадет 25 или 33. Значит, искомая вероятность равна  $\frac{2}{89}$ .



## В одном месяце

Знаешь ли ты следующее: в группе из трех человек вероятность того, что двое из них родились в одном и том же месяце, равна  $\frac{24}{100}$  или 24%?

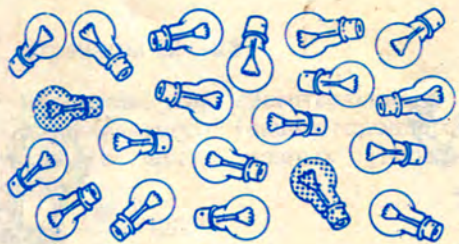


Сначала тебе нужно высчитать шансы их рождения в разные месяцы. Ник родился в марте, всего же в году 12 месяцев, значит,  $\frac{11}{12}$  шанса за то, что Фанни родилась не в марте. Если так оно и есть,  $\frac{10}{12}$  шанса за то, что месяцы их рождения не совпадают с месяцем рождения Алена.

Общая вероятность их рождения в разные месяцы равна  $\frac{11}{12} \times \frac{10}{12} = \frac{110}{144} = 0,76$  (76%).

## Контроль качества

На ламповом заводе каждый день делают десятки тысяч лампочек, и проверить каждую просто невозможно. Поэтому из них делают выборку, которую и отправляют на контроль. Если в выборке на каждые десять лампочек приходится одна бракованная, считается, что среди всех лампочек  $\frac{1}{10}$  — брак.



В случае с лампочками вероятность 1 бракованного изделия на 1000 может быть приемлемой. Но при создании самолетов такое соотношение совершенно недопустимо, ведь речь идет о человеческих жизнях!

# Ответы на загадки

## Страницы 6 — 7

### Сколько?

Слова после чисел: километров (200), час самолетом (1), часов машиной (5), часов на велосипеде (20).

### ...сотнями и тысячами

1. 2233
2. 13
3. 900
4. Двойка слева означает 2000, а двойка справа означает 2.

## Страницы 8 — 9

### Загадки на смекалку

0,8 больше, чем 0,396

0,5; 0,50 и 0,500 — все это одна величина.

Добавочные ноли просто означают, что данное число — это ровно 0,5 (а не 0,49 или 0,501).

### Округление

2400 и 7,22

### Деление на десятичные дроби

Хотя кажется, что «движется» запятая, в действительности все дело в том, что меняются позиции (разряды) цифр.

## Страницы 10 — 11

### Сложение и вычитание с отрицательными числами

$$6-2=4; -7+4=-3; 2 \times (-3)=-6; \\ -4 \times (-2)=8; 1 \times 3=3.$$

### Векторы

Вектор  $b$   $(-6; +4)$ , вектор  $c$   $(+8; -3)$ .

## Страницы 12 — 13

2, 4 и 8.

$$128:8=16$$

### Умножение на 9

Да, 684 делится на 9 без остатка  $(6+8+4=18$  и  $1+8=9)$ .

### Умножение на 10

Умножая на 1000, добавь три ноля.

### Умножение на 15

а) 120; в) 540; с) 1380.



### Учителю приходилось трудно

Запиши слагаемые дважды: сначала  $1+2+\dots+1000$ , а под ними — те же слагаемые в обратном порядке:  $1000+999+\dots+1$ :

$$\begin{array}{r} 1+2+3+\dots+998+999+1000 \\ +1000+999+998+\dots+3+2+1 \end{array}$$

$$1001+1001+1001+\dots+1001+1001+1001$$

Удвоенная сумма этих чисел равна  $1000 \times 1001 = 1001000$ , отсюда ответ: 500500.



## Страницы 14 — 15

### Правильные многоугольники

Количество сторон у многоугольника, который «вот-вот превратится в круг», стремится к бесконечности.

### Семейство треугольников

Нарисовать треугольник со сторонами 5 см, 3 см и 9 см невозможно, так как длина третьей стороны не может быть больше суммы двух других сторон.

### Совмещение фигур

Этот орнамент составлен из квадратов, а также правильных треугольников и шестиугольников.

## Страницы 16 — 17

### Площади прямоугольников

$S=a \times b$ . Это означает, что площадь прямоугольника = длина  $\times$  ширина.

### Загадка на спортплощадке

Один из способов нахождения площади такого спортгородка — это разделить его на два прямоугольника и треугольник. Затем, применяя соответствующие формулы, нужно найти площади этих фигур и сложить полученные результаты.

## Страница 19

Треугольник можно получить сечением конуса плоскостью, проходящей через точки А, В, С. Стороны такого треугольника, разумеется, не будут кривыми.

## Страницы 20—21

Длина обоих отрезков одинакова, но первый отрезок благодаря стрелкам на его концах кажется длиннее.

### Как определять объемы

Геометрическое тело слева имеет объем  $17 \text{ см}^3$ , а геометрическое тело справа —  $14 \text{ см}^3$ .

Чтобы найти объем цилиндра, умножь его высоту на площадь основания. Итак, формула объема цилиндра:  $h\pi R^2$ .

### Сложение кубиков

Лишний здесь — кубик 5.

## Страницы 22—23

### Внутренние углы многоугольников

У правильного (равностороннего) шестиугольника шесть равных углов, поэтому каждый

$$\text{угол} = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$$

### Теорема о вертикальных углах

$\angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$ , так как DCB — прямая.

$\angle DCE + \angle ACD = 180^\circ$ , так как ACE — также прямая. Отсюда  $\angle ACB = \angle DCE$ .

### Теорема о внешнем угле треугольника

$\angle AED + \angle EAD + \angle ADE = 180^\circ$ , так как это углы треугольника,  $\angle AED + \angle DEG = 180^\circ$ , так как они образуют развернутый угол AEG. Отсюда  $\angle DEG = \angle A + \angle ADE$ .

### Навигация и азимут

$317^\circ$  — это азимут катера,  $251^\circ$  — азимут теплохода, а  $68^\circ$  — азимут самолета.

## Страница 25

Уникурсальные графы A, B, F и G.

## Страница 26

### Как представить величину дроби

$1/3$  больше, чем  $1/10$ .

### Проценты

1. Через год проценты на вклад A составят 36 соляров.

2. Следовательно, через год его вклад увеличится на 36 соляров и составит 1236 соляров. Значит, через два года у него будет

$$1236 + \frac{1236 \times 3}{100} = 1236 + 37,08 = 1273,08 \text{ соляра.}$$

3. Скидка составит 48 соляров.

4.  $240 \text{ соляров} \times 80\% = 192 \text{ соляра.}$

## Страницы 28—29

### Коктейль для слоненка

Молока слоненку нужно в 5 раз больше. Значит, и других ингредиентов должно быть в 5 раз больше: меду — 200 г, какао — 15 ложек, яичных желтков — 10 шт.

### Масштаб карты

1 м карты — это 25000 м, или 25 км земной поверхности.

### Загадки с объемами

Бутыль B вдвое больше бутылки A по объему, а высота — это лишь одно из трех измерений.

Нет. Для этого потребуется в 8 ( $2 \times 2 \times 2$ ) раз больше леденцов, чем в первой банке, то есть 800 штук.

### Теорема Пифагора

Прямой угол — у треугольника со сторонами 9, 12 и 15, потому что  $9^2 + 12^2 = 15^2$ .

## Страницы 30—31

Множество C = множество треугольников.

Множество D = множество четырехугольников.

$A \cap B = \{d\}$ , т. е. элемент d принадлежит и множеству A и множеству B, поэтому  $p(A \cap B) = 1$ .

$A \cup B = \{a, b, d, f, h, j\}$ , элементы, принадлежащие либо множеству A, либо множеству B, поэтому  $p(A \cup B) = 6$ .

### Убери лишнее

Часто у нас оказывается несколько возможностей исключения лишних элементов из множеств. В данном случае «лишним» может быть либо круг (у остальных фигур стороны образованы прямыми отрезками), либо куб (как трехмерная фигура).

### Диаграмма Венна

$$A \cap B \cap C = \emptyset$$

### Головоломка в пути

Гонконг и Москва, и Лондон или Париж, и Нью-Йорк.



## Страницы 32—33

### Секторная диаграмма

Другие углы (с округлением до целых):

$$\text{Американцы} = \frac{125}{500} \times 360^\circ = 90^\circ$$

$$\text{Французы} = \frac{108}{500} \times 360^\circ = 78^\circ$$

$$\text{Немцы} = \frac{100}{500} \times 360^\circ = 72^\circ$$

$$\text{Англичане} = \frac{92}{500} \times 360^\circ = 66^\circ$$

$$\text{Другие} = \frac{75}{500} \times 360^\circ = 54^\circ$$

Ты можешь проверить правильность своих вычислений, сложив величины всех углов: их сумма должна равняться  $360^\circ$ .

### График разброса

Этот график показывает, что в кино реже ходят малыши и пожилые люди.

Среднее арифметическое, мода и медиана.

Среднее арифметическое — 350, мода — 380, медиана — 365.

Статистика не лжет, но...

На правом графике графические расстояния между годами сужены, а расстояния между числами, отражающими членство в кружке, увеличены. Это и создает на графике иллюзию быстрого роста.

## Страницы 34—35

### Система координат

Старушка — С, мальчик — А, мужчина — В.

Победил Анжей, а график показывает также, что сначала впереди был Билл.

### Как чертить графики?

Эти координаты: 1 и 6, 2 и 3, 3 и 1, 4 и 1, 5 и 3, 6 и 2.

### Загадка в картинках

На 2-й картинке: 11 часов, на 3-й — 7 и на 5-й — 9.

## Страницы 36 — 37

### Описание связей

А — это  $y=3x$ , В — это  $y=10-x$ , С — это  $y=x+7$ .

## Страницы 38 — 39

Этот угол равен  $100^\circ$ .

## Страницы 40 — 41

### Возведение в степень

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$2^7 \times 2^2 = 2^9$$

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5}$$

### Стандартный вид числа

$$7,84 \times 10^{11}$$

$$7,62453 \times 10^{-7}$$

### Отыскание простых чисел

Любое число, кроме простых чисел, меньше 169 ( $169=13^2$ , а 13 — это первое простое число, следующее за 11), делится на 2, 3, 5, 7 и 11. Значит, при помощи первых пяти простых чисел ты можешь отыскать любое простое число, меньшее, чем квадрат шестого простого числа, и так далее.

## Страницы 42 — 43

$$37_{10} = 100101_2$$

$$1100101_2 \times 101_{10}$$

На единицу меньше

Значение каждого разряда цифр в двоичной системе счисления всегда равно сумме значений всех предыдущих разрядов плюс единица. Следовательно, чтобы решить эту головоломку, нужно умножить 64 на 2 и вычесть 1.

### Компьютерные послания

Это число  $101110_2$ . Его безошибочная передача с тройным повторением должна выглядеть так: 111 000 111 111 000. Если передавать каждую цифру только два раза, этого достаточно, чтобы выявить, была допущена ошибка или нет. Но для того чтобы определить, какова ошибка, двойного повторения мало.

### Другие системы счисления

$$1920 \text{ секунд} = 32 \text{ минутам}$$

## Страница 46

### В один месяц

В этой задачке исход зависит от ряда событий, поэтому все вероятности здесь нужно умножить друг на друга.

Итак, сколько же ты набрал очков?

50 и больше: ты суперматематик!

35 и больше: прекрасный результат!

От 20 до 34: довольно хороший результат, но при большем внимании и очков у тебя было бы больше.

Меньше 20: не расстраивайся, постарайся быть более сосредоточенным — и ты увидишь, как улучшатся твои результаты.

ПУТЕШЕСТВИЕ ВТОРОЕ



# В МИР КАЛЬКУЛЯТОРОВ

Джон Льюис  
(под редакцией Хелен Дэвис)



Что тебя ждет  
и о чем ты узнаешь  
в этом путешествии



Какие бывают калькуляторы? . . . . .	52	Какая у тебя реакция? . . . . .	72
Знакомимся с простым калькулятором . . . . .	54	Спасай Электрянина! . . . . .	74
Учимся арифметическим действиям . . . . .	56	Число $\pi$ и происшествие на берегу океана . . . . .	76
А теперь в путь: авторалли! . . . . .	58	Калькулятор для научных расчетов . . . . .	78
Путешествие внутрь калькулятора . . . . .	60	Какая у калькуляторов логика? . . . . .	80
Остановка на Луне: какой у калькулятора код? . . . . .	62	Хитрости углов и треугольников . . . . .	82
Опять внутрь калькулятора . . . . .	64	Привал у корней с возведением в степень . . . . .	84
На привале: фокусы с числами . . . . .	65	Путешествие с улиткой. Очень большие и очень маленькие числа . . . . .	86
Путешествие в горы. Твой помощник — память калькулятора . . . . .	66	Новое путешествие в Королевство Статистики . . . . .	88
В метеоритном потоке. Еще один вид памяти . . . . .	68	Остановка для перестановки . . . . .	90
Схватка на планете Занор. Вычисление процентов . . . . .	70	Головоломки королевы Статистики . . . . .	92
Привал у квадратного корня. . . . .		Что еще умеет калькулятор? . . . . .	94
		Ответы на загадки . . . . .	95

Оформление: Грэхем Раунд и Ким Бланделл

Иллюстрации: Грэхем Раунд, Грэхем Смит, Мартин Ньютон, Гэри Рис, Мартин Солсбери

Консультант по математике: Найджел Лэнгдон



# Какие бывают калькуляторы?

Калькуляторы бывают разные, от самых простых, на которых можно выполнять лишь элементарные арифметические действия, до очень сложных, предназначенных для научных математических расчетов. Есть также калькуляторы, служащие для выполнения конкретных видов вычислений, например калькуляторы для бухгалтеров и калькуляторы для инженеров, калькуляторы для пилотов, помогающие им

прокладывать курс современных авиалайнеров, и так далее.

На следующих страницах мы расскажем, как делать расчеты на простых калькуляторах, а затем (на с. 78—94) — как пользоваться калькуляторами для научных расчетов. Ты найдешь здесь также множество задачек, головоломок и игр, которые помогут тебе научиться безошибочно делать самые разные вычисления.

## Калькуляторы для научных расчетов

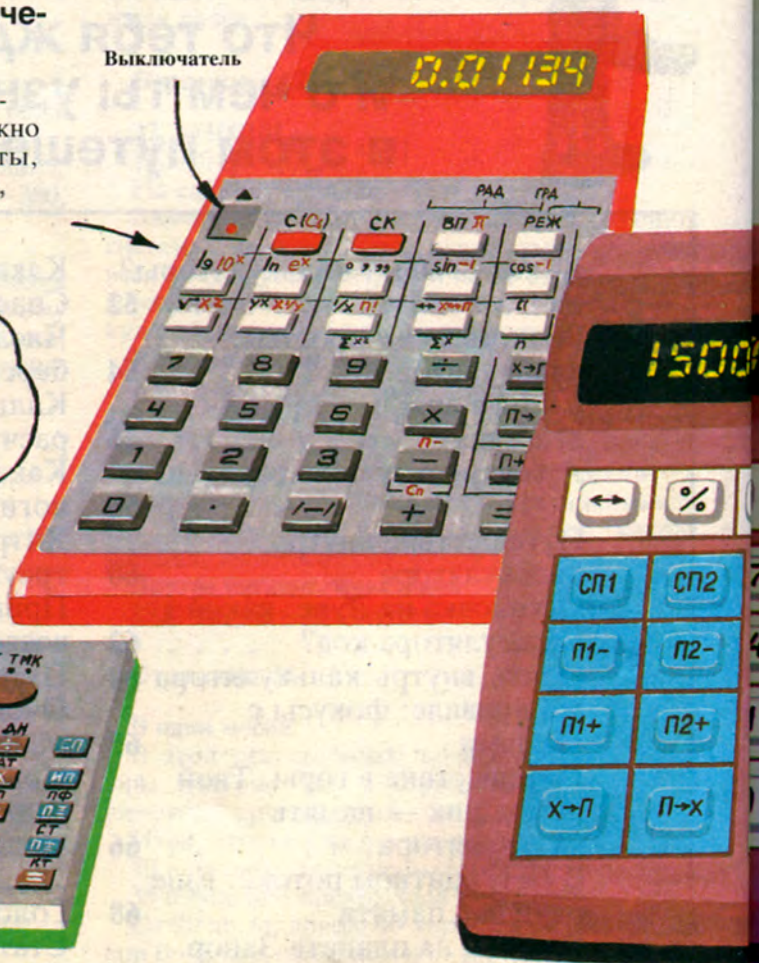
У таких калькуляторов имеется много специальных клавиш, используя которые можно быстро делать достаточно сложные расчеты, например, вычислять логарифмы, синусы, косинусы и т. п.



Какое самое большое число ты можешь получить, используя клавиши с цифрами 1, 2, 3, 4, 5, а также клавиши „х“ и „=“? (Учти, что на каждую клавишу можно нажимать только один раз. Ответ на с. 95).

Этот калькулятор может не только считать. У него есть календарь, который показывает число и день недели, а также часы, секундомер и будильник!

Выключатель



## Простой калькулятор

Простой калькулятор служит нам для повседневных расчетов, например для сложения чисел или отыскания процентов. В такие калькуляторы иногда встраивают дополнительные программы: музыкальные, игровые и другие. Некоторые из них снабжены часами со звуковой сигнализацией.

## Настольные калькуляторы для бухгалтерских расчетов

Таковыми калькуляторами удобно пользоваться, например, экономистам и бухгалтерам. Эти калькуляторы снабжены клавишами для расчета доходов, убытков, процентов на вклады, амортизационных отчислений и т. д.

## Программируемые калькуляторы

Программируемые калькуляторы могут «запоминать» команды на проведение длинных и сложных расчетов и всякий раз, когда это нам нужно, использовать эти команды снова и снова. Набор команд, или инструкций, называется программой. Ты будешь сам составлять программы, вводя их в калькулятор путем нажатия на соответствующие клавиши. Можно использовать и уже готовые программы, содержащи-

еся в маленьких устройствах, которые называются модулями расширения памяти. Модули вставляются в специальные гнезда на тыльной стороне калькуляторов. В каждом модуле «записаны» команды по проведению конкретных расчетов, например расчетов прочности мостов, расчетов курса корабля и т. д. Такие модули скоро начнет выпускать наша промышленность.



## Выбор калькулятора

Прежде всего нужно решить, какой калькулятор тебе требуется: простой, программируемый и т. д. Если ты остановился на простом калькуляторе, подумай, какие действия тебе придется совершать на нем чаще всего. Так, если тебе нужно будет часто рассчитывать проценты, проверь, имеется ли на приобретаемом тобой калькуляторе клавиша «%». Некоторые калькуляторы снабжены памятью, в которой ты сможешь хранить, пока они тебе не потребуются, различные числа.

# Знакомимся с простым калькулятором

Ты видишь здесь простой калькулятор. На каждую из его клавиш нанесены обозначения, которые показывают, какое действие производится в результате нажатия на нее. Эти действия называются операциями или функциями. Сложение, умножение, возведение в квадрат, отыскание процентов и т. д. — все это операции.

Твой калькулятор может несколько отличаться от этого по внешнему виду. Возможно также, что в нем предусмотрено меньшее или большее количество операций или что некоторые из клавиш имеют другое обозначение. В этих случаях тебе нужно внимательно ознакомиться с правилами эксплуатации, которые прилагаются к каждому калькулятору.

## Индикатор

Индикаторы большинства простых калькуляторов способны показывать одновременно максимум 8 цифр, хотя при вычислении их может использоваться больше.

Клавиши для работы с регистром памяти

Решая уравнение, ты можешь ввести в регистр памяти промежуточный результат и продолжать вычисления.

Клавиша вычисления обратного числа

Ею пользуются, когда единицу нужно разделить на число, указанное на индикаторе. Эта операция называется вычислением обратного числа.

Клавиша возведения в квадрат

На нее нажимают, чтобы возвести в квадрат некоторое число, то есть умножить это число само на себя.

Клавиша вычисления квадратного корня

Квадратный корень какого-либо числа есть новое число, которое, будучи помноженным само на себя, даст первое число (см. с. 40). При нажатии на эту клавишу выполняется операция вычисления квадратного корня.

Клавиша числа  $\pi$

Нажав на эту клавишу, мы получим на индикаторе число 3,1415927. Это число, обозначаемое греческой буквой  $\pi$  (пи), используют для нахождения длины окружности и площади круга (см. с. 18).

Клавиша изменения знака

Она применяется для превращения положительных чисел в отрицательные и наоборот. На некоторых калькуляторах эта клавиша обозначена латинскими буквами **CS** или значком «+/-».

Клавиша вычисления процентов

Клавиша десятичной запятой

Клавиша окончания вычислений

Нажав на эту клавишу, мы получим на индикаторе результат вычислений.

Ты можешь назвать свой возраст в минутах?



Попробуй получить на индикаторе 50, нажимая лишь клавиши «7», «5», «+», «-» и «=». (Ответ на с. 95).



## Выключатель

Одновременно с выключением в калькуляторе «пропадают» все те числа, которыми он до этого оперировал\*. Чтобы не расходовать зря батарейки, выключай калькулятор сразу после окончания вычислений\*\*.



Клавиша сброса (гашения)

Нажатием на эту клавишу ты «гасишь» все то, что до этого было в калькуляторе; значит, ты можешь приступить к новым вычислениям. Внимание! На некоторых калькуляторах эта клавиша обозначена буквами AC.

Клавиша сброса (гашения) последнего ввода

Ею пользуются, например, для исправления ошибки. При нажатии на нее гасится только то число (или команда), которое было введено последним. На некоторых калькуляторах эта клавиша обозначена как «C» или «CE».

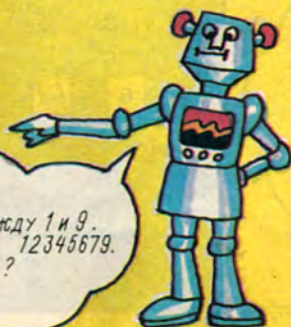
Клавиша деления

Клавиша умножения

Клавиша вычитания

Клавиша сложения

Выбери какое-нибудь число между 1 и 9. Умножь его на 9, а затем на 12345679. Что ты видишь на индикаторе?



## Как работает индикатор



Каждая цифра на индикаторе высвечивается при помощи семи полосок, которые расположены в форме цифры 8. Посылаемые калькулятором электрические сигналы заставляют эти полоски или загораться, или менять свой цвет. Благодаря тому что в каждом конкретном случае эти сигналы посылаются различным полоскам, мы можем получать изображения всех цифр, от 0 до 9.



В различных калькуляторах используются различные способы высвечивания цифр на индикаторе. В зависимости от этого цифры могут светиться красным или зеленым цветом, а могут быть и черными. Черные цифры состоят из «жидких кристаллов», которые приобретают черный цвет под воздействием электрических сигналов. Индикаторы на жидких кристаллах — самые экономичные, так как они потребляют меньше энергии, чем другие.

## Питание

Большинство калькуляторов получает питание от батареек. Есть батарейки, которые могут работать в течение целых пяти лет. А некоторые виды батареек можно перезаряжать. Выпускаются также калькуляторы, работающие и от батареек, и от сети переменного тока.



Источником питания для этого калькулятора служит солнечный свет или свет от обыкновенной электрической лампы. Падая на панель солнечной батареи, свет превращается в электрическую энергию.

\* У некоторых калькуляторов память при их выключении не гасится.

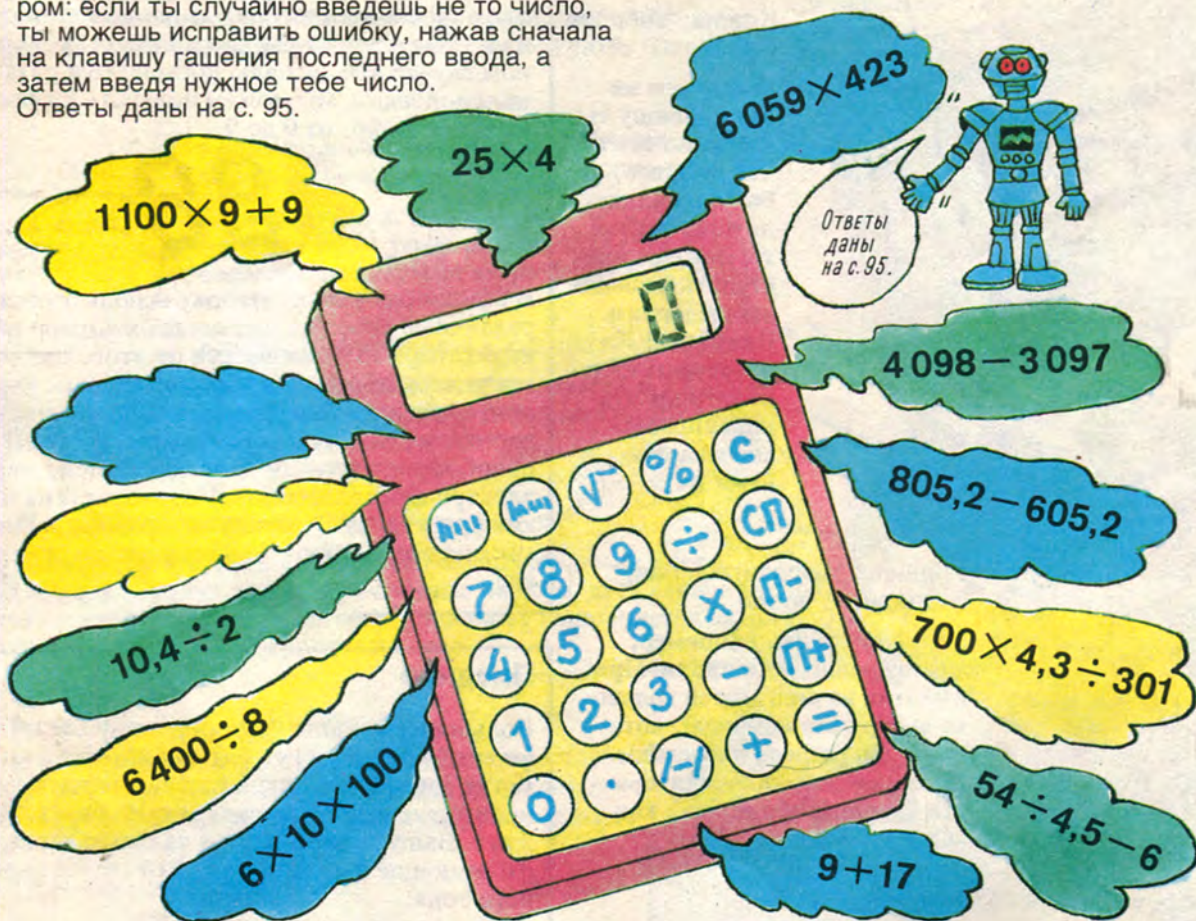
\*\* Некоторые калькуляторы выключаются автоматически — через определенный промежуток времени (например, через 5 мин) после последнего нажатия на любую клавишу. Таким образом экономится энергия батарей.

# Учимся арифметическим действиям

Чтобы «почувствовать» новый калькулятор, реши несколько простых примеров, используя клавиши «+», «-», «×», «÷». Нажатие на клавиши цифр называется их вводом в калькулятор. Решая ту или иную задачу, введи в калькулятор первое число, нажми на клавишу соответствующей операции, введи второе число и нажми на клавишу «=». Прежде чем начать новое вычисление, нажми на клавишу сброса, с тем чтобы очистить калькулятор от предыдущих вводов.

Производя вычисления, следи за индикатором: если ты случайно введешь не то число, ты можешь исправить ошибку, нажав сначала на клавишу гашения последнего ввода, а затем введя нужное тебе число.

Ответы даны на с. 95.



Ответы даны на с. 95.



Цифры и знаки в квадратиках обозначают клавиши на которые надо нажимать, решая задачи. А цифры результата мы изображаем в этой книге так, как они высвечиваются на индикаторе.

5 + 3 = 8 ← РЕЗУЛЬТАТ

## Отрицательные числа

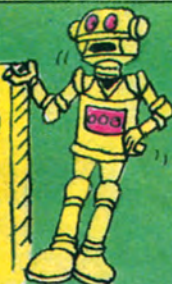
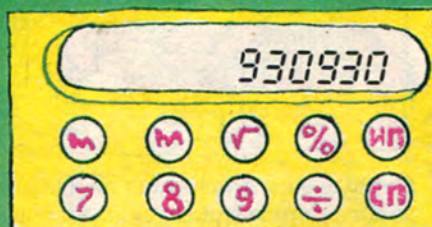
6 - 4 = -2

Числа меньше нуля называются отрицательными. Обрати внимание на то, что перед отрицательным числом всегда ставится знак «минус» («-»). Например, -6. Отрицательное число можно ввести в калькулятор, используя клавишу изменения знака «-», «+/-» или «CS», как это показано выше.

## Учись замечать ошибки

На калькуляторе легко получить неправильный результат и даже не обратить на это внимания. Иногда это происходит оттого, что мы просто нажимаем не на ту клавишу. Поэтому всегда полезно сделать в уме приблизительный подсчет, с тем чтобы проверить результат, который получился с помощью калькулятора.

### Как делать приблизительные подсчеты



$$1000 \times 90 = 90000$$

Допустим, ты умножаешь 1023 на 91 и калькулятор показывает результат: 930930. Чтобы быстро его проверить, округли числа до ближайшей десятки, сотни или тысячи. В данном случае округли 1023 до 1000, а 91 — до 90.

Умножь в уме 1000 на 90 — и ты получишь 90000. Выходит, результат, показанный калькулятором, слишком велик, и тебе следует повторить ввод данных. Правильный результат: 93093.

### Еще примеры

Реши эти примеры на калькуляторе и проверь результаты, сделав приблизительные подсчеты. Правильные ответы см. на с. 95.

$$\begin{aligned} 512 \times 359 \\ 971 \times 28 \\ 1594 + 273 \\ 6123 \div 57 \end{aligned}$$



Числа для  
приблизительных  
подсчетов.

$$\begin{aligned} 500 \times 400 \\ 1000 \times 30 \\ 1600 + 300 \\ 6000 \div 60 \end{aligned}$$

### Фокус с днем рождения

Сейчас мы научим тебя фокусу, благодаря которому ты всегда сможешь «отгадать» день рождения любого человека. Попроси кого-нибудь из своих друзей ввести в калькулятор число, соответствующее дате его рождения. Допустим, он родился 7 сентября 1978 г. Значит, он введет число 7. Затем скажи ему:\*

«Умножь это число на 20, прибавь 3 и умножь на 5.

Прибавь число, означающее месяц, в котором ты родился, опять умножь полученную сумму на 20, прибавь 3 и умножь на 5.

Прибавь к этому число, состоящее из двух последних цифр года, в котором ты родился».

Теперь возьми у друга калькулятор и вычти из числа, показанного на индикаторе, 1515. Полученное число — это и есть день, месяц и год его рождения, если читать слева направо.

7	x	2	0	
+	3	x	5	
+	9	x	2	0
+	3	x	5	
+	7	8	=	
72493				
-	1	5	1	5
=	70978			

\* Если у тебя калькулятор, предназначенный для научных расчетов, тебе, возможно, после каждого действия нужно будет нажимать на клавишу «=».

# А теперь в путь: авторалли!

Мы отправляемся с тобой в авторалли — соревнование, в котором побеждает тот, кто умеет не только хорошо управлять машиной, но и хорошо считать. Ты штурман машины, и твоя задача — определить, сможет ли экипаж закончить гонку в отведенное для этого время.

**А**

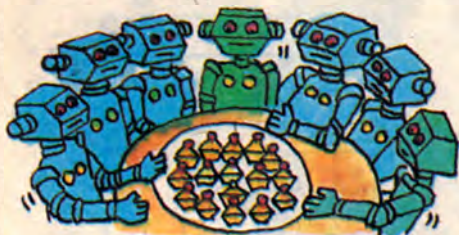
Расстояние от пункта А до следующего контрольного пункта — 19,5 км. Необходимо пройти эту дистанцию за полчаса.

**В**

Первые 9 км пролегают по извилистой дороге с крутыми спусками и подъемами. На преодоление этого участка уйдет 11,25 мин.

Пересекая болотистый луг, машина увязнет, поэтому на прохождение 7 км между пунктами В и С будет затрачено 16 мин.

## Округление результатов\*

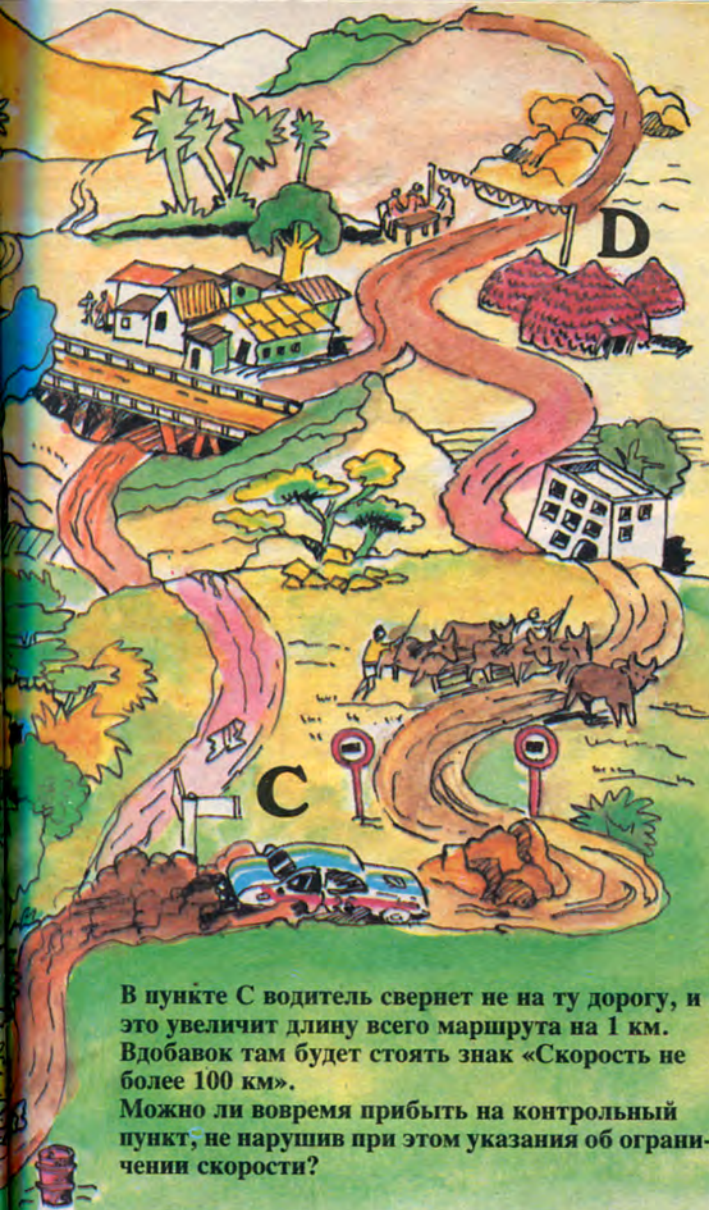


Ответ, выдаваемый калькулятором, часто оказывается значительно более точным, чем нам требуется. Вот 17 пирожных, которые нужно разделить между 7 роботами. Калькулятор укажет, что каждому из них должно достаться по 2,2857142 пирожного.

Разрезать пирожные с такой точностью просто невозможно, поэтому нам и не нужны все цифры, стоящие после запятой. Но и просто отмахнуться от них тоже нельзя. Здесь-то и потребуются округленный результат.

Часто нам достаточно делить с точностью до одного знака после запятой. В таких случаях смотри на цифру, которая следует за ним: если это 5 или больше, прибавь к первому знаку 1; если это 4 или меньше, оставь первый знак без изменения.

В нашем примере результат можно округлить до 2,3. Значит, каждый робот получит примерно  $2\frac{1}{3}$  пирожного.



В пункте С водитель свернет не на ту дорогу, и это увеличит длину всего маршрута на 1 км. Вдобавок там будет стоять знак «Скорость не более 100 км». Можно ли вовремя прибыть на контрольный пункт, не нарушив при этом указания об ограничении скорости?

## Как действовать штурману

Прежде всего тебе нужно определить, сколько же километров предстоит преодолеть от пункта С до пункта D. Для этого вычти дистанцию AC из общей длины дистанции и прибавь 1 км, который придется проехать из-за неправильного выбора дороги.

Затем определи, сколько осталось времени. Ты знаешь, за какое время будут пройдены первые два участка. Значит, сколько минут останется на прохождение оставшегося пути? Полученный результат нужно выразить в часах ( $\div 60$ ), тогда ты сможешь рассчитать скорость в км/ч. Теперь, разделив оставшееся расстояние (в км) на оставшееся время (в часах), ты сможешь сказать, с какой же скоростью нужно ехать на последнем участке пути, чтобы вовремя пройти контрольный пункт. Не будет ли нарушено при этом ограничение скорости? (Ответ см. на с. 95.)

Имей в виду, что рассчитанная тобой скорость — это средняя скорость. Пройти всю дорогу с ней невозможно: где-то тебе придется ехать медленнее, а где-то — быстрее.

Одновременно с нами из пункта А стартует еще одна машина, которая придет на контрольный пункт на 5 мин раньше нашей. Какова будет ее средняя скорость на всей дистанции? (Ответ см. на с. 95.)

## Арифметические действия с дробями



Эти клавиши необходимо нажать, чтобы перевести  $1/2$  в десятичную дробь



Большинство калькуляторов могут производить операции только с десятичными дробями, поэтому все другие дроби нужно переводить в десятичные. Для этого числитель дроби следует разделить на ее знаменатель.

При действиях со смешанными дробями, то есть с теми, в которые входят целая часть и дробная часть, например  $3\frac{11}{16}$ , тебе нужно позаботиться только о дробной части, не меняя при этом целой части ( $11 \div 16 = 0,6875$ , значит,  $3\frac{11}{16} = 3,6875$ ).

$$\begin{array}{ccc} 1/10 & 21\frac{2}{3} & 9/8 \\ & & 15/16 \\ 5/17 & & 3\frac{5}{8} \quad 7\frac{3}{4} \end{array}$$

Ты можешь превратить эти дроби в десятичные? (Ответы см. на с. 95.)

Пока ты не окончил арифметических действий, числа **округлять** нельзя: вычисление нужно делать, используя все цифры, стоящие после десятичной запятой.

# Путешествие внутрь калькулятора

## 1. Сканирующее (следающее) устройство

Дозорные — сканеры неотрывно следят за сигналами от клавиш, хватая мальчиков-сигнальчиков и отправляя их к дядькам-кодировщикам.

Ты помнишь, как в сказке Владимира Федоровича Одоевского «Городок в табакерке» Миша и мальчик-колокольчик путешествовали по музыкальному городу? А мы с тобой отправляемся в путешествие по городку в калькуляторе вместе с мальчиками-сигнальчиками, решая попутно пример, сколько будет  $23+7$ . Итак, вперед.

## 4. Флаговый регистр

Сюда дядьки-кодировщики отправляют на временное хранение закодированные ими сигналы о том, какое действие с числами должен совершить калькулятор.

## 6. Постоянная память

А это место хранения тех инструкций, которые указывают калькулятору, как складывать, вычитать, находить проценты, — словом, как осуществлять все те операции, для которых он предназначен. Эти инструкции называются программами, они закладываются в постоянную память калькулятора при его создании.

## 2. Блок кодирования

Здесь дядьки-кодировщики узнают у мальчиков, о каких числах и операциях они анализируют, и отправляют числа и операции дальше, закодировав их так, чтобы других местах могли понять, кто к ним пожаловал.

## ...Со скоростью света!

Нажимаем клавиши «2» и «3» и мчимся с мальчиками-сигнальчиками к воротам города, где нас уже ждут дозорные — сканеры ①. От них мы попадаем к дядькам-кодировщикам ② и дальше, в регистр X ③.

Нажимаем «+», дозорные — сканеры ① опять подхватывают сигнал, передают его на кодировку ②, и оттуда он попадает на хранение во флаговый регистр ④.

Нажали «7», семерка тоже кодируется и, попав в регистр Y ⑤, выталкивается в регистр Y ⑤ первое число, то есть 23.



# Остановка на Луне: какой у калькуля- тора код?

Калькулятор может «понимать» только два сигнала: «есть электрический импульс» и «нет электрического импульса». С помощью этих сигналов можно передавать всего две цифры: 1 (есть импульс) и 0 (нет импульса), поэтому система счисления, в которой вводится, хранится и обрабатывается в калькуляторах самая различная информация, называется двоичной\*.



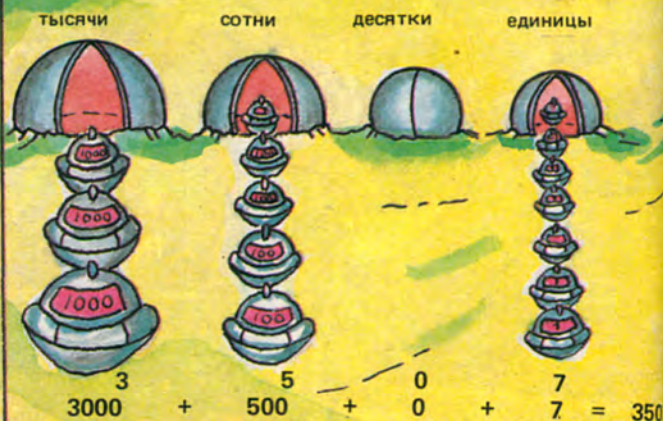
Сочетаниями сигналов управляют крошечные устройства, которые называются транзисторами. Они действуют как стражники: когда нужно — пропускают импульсы, когда нет — преграждают им путь.

## Системы счисления или цифровые коды

Обычно мы пользуемся десятичной системой счисления (десятичным кодом) с цифрами от 0 до 9. Различие между десятичным и двоичным кодами мы тебе сейчас покажем.

### Десятичный код

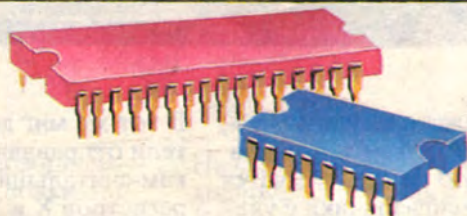
В десятичном коде десять цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Когда мы пишем какое-либо число, каждая цифра в нем занимает определенную позицию (которая называется также разрядом), указывая количество единиц в этом разряде. Крайняя цифра справа указывает на количество единиц, следующая — на количество десятков и т. д., то есть с каждым новым разрядом «цена» цифры увеличивается в десять раз. Так, в числе 3507 содержится 7 единиц, 0 десятков, 5 сотен и 3 тысячи.



Сложенные вместе, они и дают три тысячи пятьсот семь.

## Еще кое-что о транзисторах

Внутри каждого калькулятора находятся сотни тысяч транзисторов. Соединенные друг с другом, они образуют электрические цепи. По этим цепям мчатся электрические импульсы. Цепи с транзисторами наносятся при помощи особых химических процессов на маленькие кристаллы кремния. Такие кристаллы называются чипами, а нанесенные на них цепи — интегральными схемами.

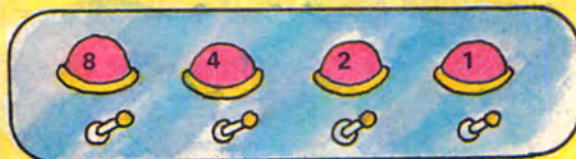


Чипы помещают в пластиковую оболочку. По металлическим ножкам, которые выглядят из оболочки, электрический ток попадает на чип, пробегает по нему и мчится дальше.

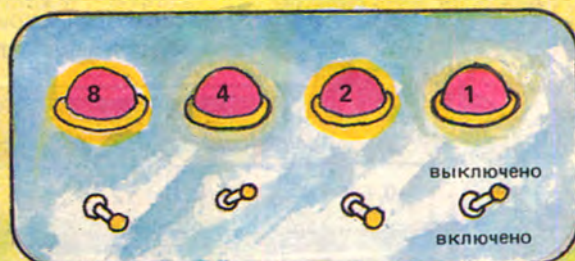
\* О десятичной системе счисления см. также с. 8, а о двоичной — с. 42—43.

## Декодирование двоичного кода

Вот простой способ декодирования, то есть перевода двоичных чисел в десятичные.



Представь себе панель с лампочками, на которых написано: 8, 4, 2, 1. Если рычажок опущен вниз («включено»), над ним загорается лампочка. Это значит, что на этом месте в двоичном числе стоит 1.



Чтобы перевести двоичное число (например, 1010) в десятичное, включи справа налево все лампочки, соответствующие единицам двоичного числа. Сложив числа на загоревшихся лампочках, ты получишь значение этого двоичного числа в десятичной системе.

Попробуй сам перевести в десятичные следующие двоичные числа:

0011	1111	0101
0111	1100	1001

Ответы даны на с. 95.

## Двоичный код

В двоичном коде всего две цифры. Если смотреть на двоичное число справа налево, крайняя цифра справа показывает число единиц, а «цена» каждой последующей позиции увеличивается вдвое. Так, в двоичном числе 1011 содержится одна единица, одна двойка, ноль четверок и одна восьмерка.

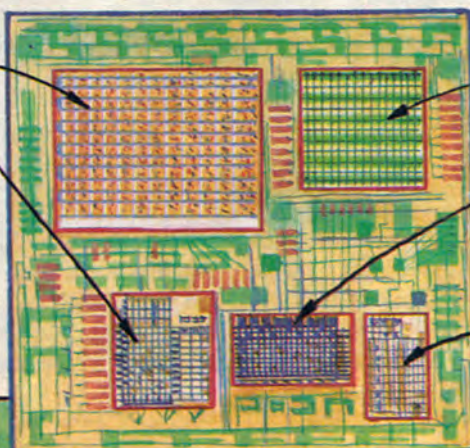


В сумме эти числа равны десятичному числу 11 или  $10_{10}$ . Значит,  $1011_2$  — это  $11_{10}$ . Значит, любое число можно записать как в десятичной, так и в двоичной системе счисления.

Это чип в натуральную величину

Постоянная память  
Блок кодирования

Для простейших калькуляторов достаточно одного-единственного чипа. Справа показан такой чип в многократном увеличении. Как видишь, такой чип содержит различные устройства, каждое из которых предназначено для выполнения определенных операций.



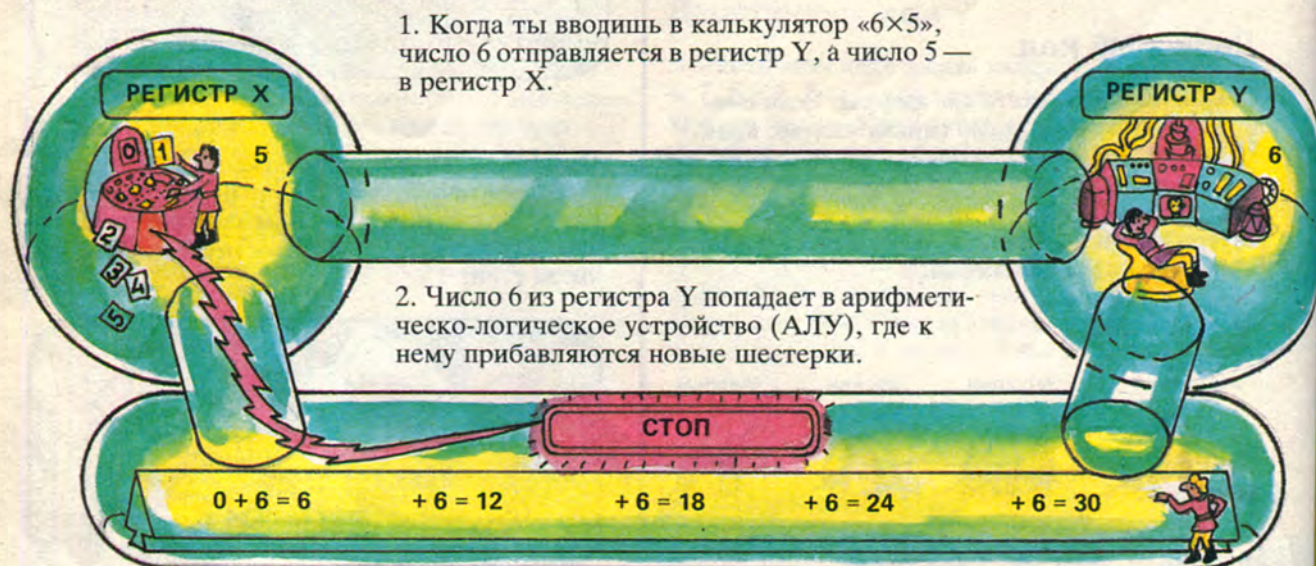
Регистры x, y и флаговый

Арифметико-логическое устройство

Блок декодирования

# Опять внутрь калькулятора

Сейчас мы откроем тебе маленькую тайну: всё, что делает калькулятор, он делает только путем сложения. Это единственное математическое действие, которое он может совершать. Умножение, извлечение корня, возведение в степень и все другие вычисления производятся им путем сложения различных чисел в соответствии с особыми правилами, которые закладываются в его постоянную память. Давай совершим еще одно путешествие внутрь калькулятора и посмотрим, как он умножает 6 на 5.



3. Число в регистре X указывает на то, сколько раз шестерки нужно прибавлять друг к другу. С каждым прибавлением шестерки число, находящееся в регистре X, уменьшается на 1.

4. Как только число в регистре X превращается в ноль, АЛУ получает приказ прекратить сложение: вычисление окончено.

Каждое производимое калькулятором вычисление разбивается на простые этапы, включающие в себя только сложение. Правила, по которым производятся такие поэтапные вычисления, называются алгоритмами. Их разрабатывают при создании калькулятора инженеры

и математики. Алгоритм умножения чисел прост, особенно если его сравнить с алгоритмом вычисления корней или с алгоритмом других сложных действий, которые могут иметь сотни этапов.

## Кто быстрее?

Калькулятор работает так быстро, что мы просто не замечаем те этапы, которые требуются ему для получения результата. И тем не менее, если ты легко считаешь в уме, ты можешь опередить его. Попроси своего товарища решить примеры, которые приведены справа, при помощи калькулятора, а сам попробуй решить их в уме. Начинать вам нужно одновременно. Ну что, удалось тебе обогнать калькулятор? Ответы можешь проверить на с. 95.

4 × 12	4 × 7 + 5
9 + 46	9 + 8 - 3
175 - 50	73 - 17 + 16
70 × 5	244 ÷ 2 + 15
108 ÷ 12	2 × 2 + 46

# На привале: фокусы с числами



## Фокус с числом 13

С какого бы числа ты ни начинал приводимые ниже действия, результат всегда будет один: 13.

Задумай любое трехзначное число, например 853.

Введи его в калькулятор.

8 5 3

Затем введи его еще раз.

8 5 3

Раздели на 7.

÷ 7

Раздели на задуманное число.

÷ 8 5 3

Раздели на 11 и нажми на клавишу «=».

÷ 1 1

Попробуй проделать этот фокус с любыми другими трехзначными числами.

= 13

## Угадай задуманное число

Предложи приятелю задумать какое-нибудь число. Пусть он запишет его на листке бумаги, но тебе не называет. Дай ему калькулятор и попроси сделать следующее:

«Введи в калькулятор задуманное число» (например, 53).

«Умножь его на 2».

«Прибавь 4».

«Раздели на 2».

«Прибавь 7».

«Умножь на 8».

«Вычти 12».

«Раздели на 4».

«Вычти 11».



5 3

x 2

+ 4

÷ 2

+ 7

x 8

- 1 2

÷ 4

- 4

÷ 2

= 53

Теперь возьми у него калькулятор.

Вычти из числа на экране 4 и раздели результат на 2. Полученное число всегда будет равно тому, которое задумал твой приятель.

- 4

÷ 2

Вот еще несколько фокусов с калькулятором



## Волшебная девятка

С какого числа ни начинай это вычисление, его результатом всегда будет 9.

Запиши любое четырехзначное число, например 5279. Переставь цифры этого числа таким образом, чтобы получилось новое четырехзначное число, например 9752.

Из этих двух чисел введи в калькулятор то, которое окажется больше: 9752.

9 7 2 5

Вычти из него меньшее и запиши результат:

-

5 2 7 9

= 4446

Нажми «сброс» и сложи друг с другом цифры этого результата:

c 4 + 4 + 4 + 6

Если в полученном после этого числе окажется две цифры, вновь сложи их друг с другом:

= 18

c 1 + 8

= 9

Попробуй этот фокус с другими четырехзначными числами. Ты убедишься, что результат всегда будет равен 9.

## «Калькуляторные» слова

Если перевернуть калькулятор вверх ногами, цифры на экране не будут выглядеть как буквы латинского алфавита. Кто учит в школе английский, легко прочтет на калькуляторе слово GOOSE (гусь), кто учит немецкий — слово SIE (вы). А какие «калькуляторные» слова ты можешь сам «написать» на его экране?



\* Если твой калькулятор предназначен для научных расчетов, возможно, что после каждого действия нужно будет нажимать на клавишу «=».

# Путешествие в горы. Твой помощник — память калькулятора

При расчетах нам часто приходится запоминать или записывать промежуточные результаты, с тем чтобы использовать их в дальнейших вычислениях. У многих калькуляторов для этого имеется специальное запоминающее устройство — регистр памяти, в котором можно хранить различные числа. Операции с регистром памяти производят при помощи специальных клавиш. Если на твоём калькуляторе клавиши для работы с регистром памяти имеют иное

обозначение, уточни, как с ними нужно обращаться, в приложенном к нему «Руководстве по эксплуатации».

Регистр памяти — это дополнительный «склад» для хранения чисел, подсоединенный к регистру X (см. с. 60—61). Пока в него не введут то или иное число, в нем хранятся только ноли. У большинства простых калькуляторов при их выключении регистр памяти очищается автоматически.

**П+**

При помощи этих клавиш в регистр памяти вводится число, изображенное на индикаторе калькулятора. Если там уже было какое-то число, то новое прибавляется к нему.

**П-**

Нажимая на эти клавиши, ты вычитаешь число, изображенное на индикаторе калькулятора, из числа, хранящегося в регистре памяти.

**ИП**

Это клавиша из регистра памяти («Из Памяти», «Memory Recall»). С ее помощью хранящееся там число высвечивается на индикаторе калькулятора, что дает тебе возможность использовать его в твоих расчетах. В то же время из регистра памяти это число не исчезает, поэтому, если тебе нужно, ты можешь продолжать пользоваться им.

**СП**

Это клавиша сброса, или стирания числа из регистра памяти («Сброс Памяти», «Memory Clear»). У некоторых калькуляторов их нет, и, чтобы очистить регистр памяти, нажимают последовательно клавиши «ИП» и «П-» (а у других калькуляторов — клавишу обычного сброса «С» и затем «ИП»).

## 1 Как пользоваться клавишами регистра памяти

**8 4 П+ 84**

Чтобы ввести в регистр памяти какое-либо число, введи его в калькулятор, затем нажми на клавишу «П+». Перед этим проверь, очищен ли регистр памяти.

## 2

**С ИП 84**

Нажми на клавишу «С», чтобы очистить индикатор калькулятора. После этого, нажав на клавишу «ИП», проверь, сохранилось ли в регистре памяти введенное туда число (оно должно высветиться на индикаторе).

## 3

**С 6 П+  
ИП 90**

Чтобы к хранящемуся числу прибавить новое число, введи его в калькулятор и нажми на клавишу «П+». Нажав на «ИП», увидишь результат на индикаторе.

## 4

**С 1 0 П-  
ИП 80**

При вычитании какого-либо числа из числа, хранящегося в регистре памяти, введи вычитаемое в калькулятор и нажми на клавишу «П-». Чтобы вывести результат на индикатор калькулятора (оно теперь хранится в регистре памяти), нажми на клавишу «ИП».

## 5

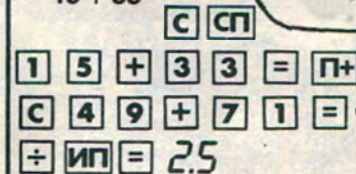
**СП ИП 0**

Очисти память, нажав на клавишу «СП». Если теперь нажать на «ИП», на индикаторе должен появиться ноль.

## Как пользоваться регистром памяти

На этих примерах мы покажем тебе, как проще решать задачи с несколькими арифметическими действиями, используя при этом регистр памяти калькулятора. Помни, что в регистре памяти можно хранить только одно число, поэтому тщательно продумывай последовательность своих действий. При делении и вычитании сначала реши вторую часть примера и введи результат в регистр памяти. Затем уже решай первую часть и дели полученный результат на число, хранящееся в регистре памяти. При вычитании вычитай его из результата решения первой части. Пример таких действий ты видишь справа. Прежде чем начать вычисления, проверь, очищен ли регистр памяти калькулятора.

$$1 \frac{49 + 71}{15 + 33}$$



Перед тем как вводить результат в регистр памяти, не забудь нажать на клавишу  $\equiv$

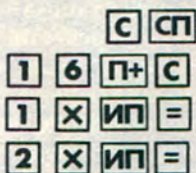


Проведя эти расчеты, сначала вычисли знаменатель и введи результат в регистр памяти. Затем найди числитель и раздели его на число, введенное тобой ранее в регистр памяти.

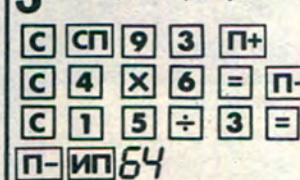


2

Нажимай на эти клавиши.



$$3 \ 93 - (4 \times 6) - (15 \div 3)$$



Нажимай на эти клавиши.



## Таблица умножения на 16

Нажимай на эти клавиши.

Чтобы то и дело не вводить в калькулятор одно и то же число, можно воспользоваться регистром памяти. Например, составляя таблицу умножения на 16, введи в регистр памяти число 16, а затем при каждом умножении нажимай на клавишу «ИП».

Нажимай на эти клавиши.

Один из способов решения этого примера: введи в регистр памяти 93, а затем, производя действия, заключенные в скобки, вычитай получаемые результаты из 93, используя клавишу «П-». Чтобы получить окончательный результат, нажми на клавишу «ИП».

## Ты идешь в горы

Твой рюкзак вместе с палаткой, спальным мешком и альпинистским снаряжением весит 11,75 кг. Еще тебе нужно положить: спиртовку, кружку, ложку (2 кг); два мешочка с рисом (по 430 г каждый); семь пакетов суповых концентратов (по 85 г каждый); три пачки чая (по 113 г каждая); пять пакетиков с сухим молоком (по 21 г каждый).

Но ведь нужно еще взять с собой шоколад! Каждая плитка весит 103 г. Сколько плиток ты можешь взять, если за плечами у тебя не должно быть больше 17 кг? Ответ см. на с. 95.



# В метеоритном потоке.

## Еще один вид памяти

Многие простые калькуляторы снабжены памятью иного рода, которая называется константной. Этой памятью можно пользоваться в автоматическом режиме, и для этого не нужно нажимать на какую-то специальную клавишу. Чтобы узнать, можно ли делать вычисления с константой на твоём калькуляторе, загляни в «Руководство по эксплуатации». Константная память помогает в тех случаях, когда нужно повторить одну и ту же операцию несколько раз.

Вот примеры вычисления с константой.

### Как пользоваться константой

1

1	1	-	8	=	3
	1	3	=	5	
	5	0	=	42	
2	4	3	=	235	

Предположим, тебе требуется вычесть 8 из 11, 13, 50 и 243. Когда ты вводишь в калькулятор «11-8», «-8» отправляется на хранение в константную память, и теперь, чтобы вычитать 8 из других чисел, после ввода каждого из них тебе достаточно нажимать на клавишу «=».


2

7	+	3	=	4	-	2	=
1	=			6	=		
9	-	7	=	5	x	6	=
		=		2	=		

В большинстве калькуляторов при делении константой может быть делитель, при вычитании — вычитаемое, при сложении — второе слагаемое, а при умножении — первый множитель. Как обстоит дело с твоим калькулятором, тебе подскажет решение этих примеров.

### Перевод миль в километры

15 миль	1	.	6	0	9
45 миль		x	1	5	=
66 миль			4	5	=
105 миль			6	6	=
	1	0	5	=	



В одной сухопутной миле 1,609 км. Значит, чтобы перевести мили в километры, нужно умножить число миль на 1,609. Когда ты будешь выполнять первое действие, число 1,609 попадет в константную память. Теперь, чтобы перемножить с ним остальные числа, достаточно, вводя их в калькулятор, нажимать на клавишу «=»\*.

### Обратный отсчет

2	5	-	1	=	24
				=	23
				=	22

Ракета, в которой ты летишь в космос, должна стартовать через 25 секунд. Для отсчета оставшегося времени введи в калькулятор «2:-1», а затем через каждую секунду нажимай на клавишу «=».

### Пересчет

+	1	=
		=
		=
		=

Чтобы подсчитать число машин, проходящих мимо твоего дома, тебе достаточно ввести в калькулятор «+1» и с каждой проходящей машиной нажимать на клавишу «=». Этот способ удобен в тех случаях, когда нам требуется пересчитывать много различных предметов.

\* Если в твоём калькуляторе константой является второй множитель, при решении первого действия просто переставь множители:  $15 \times 1,609$ .



## В метеоритном потоке

В космосе два звездолета. Одним командуешь ты, другим — твой друг. Неожиданно оба корабля попадают в метеоритный поток. Чтобы спасти звездолеты от столкновений с метеоритами, придется пускать в дело лазерные пушки. Ты прорвешься сквозь поток, если уничтожишь 151 метеорит, 19 скоплений метеоритов, 5 болидов\*\* и 1 скопление болидов. Твой друг должен уничтожить 252 метеорита, 17 их скоплений, 6 болидов и 1 скопление болидов. За каждый метеорит дается 20 очков, за их скопление — 330, за болид — 550, за их скопление — 5000. Вы спасаете звездолеты, правильно подсчитав свои очки. Если у ваших калькуляторов есть регистр памяти, попробуйте обойтись без карандаша и бумаги. Если подсчет неправильный, начинай сначала. Кто из вас быстрее выйдет из метеоритного потока? Какова разница в ваших очках? (Ответы на с. 95.)

### Клавиша изменения знака



Нажимай на эти клавиши.

$$50 - \frac{4 \times 6}{2}$$

4	x	6	
÷	2	=	12
-/-	+	50	= 38

Если у твоего калькулятора нет регистра памяти, при решении подобных примеров используй клавишу изменения знака, благодаря которой положительные числа можно превращать в отрицательные и наоборот. Сначала вычисли, чему равно вычитаемое, и нажми на клавишу изменения знака, чтобы число на экране превратилось в отрицательное. Теперь прибавь к нему число 50.  $-12 + 50$  дает такой же результат, что и  $50 - 12$ .

\*\* Болидом называется крупный метеорит.

### СООБЩЕНИЯ ОБ ОШИБКЕ



Большинство калькуляторов снабжены специальными устройствами, обеспечивающими вывод на индикатор сообщения об ошибках. Так, нельзя делить число на ноль. Если попытаться это сделать, калькулятор сразу предупредит тебя об ошибке, высветив на индикаторе букву E (первая буква английского слова error, «ошибка») или мигающий 0. Это же сообщение об ошибке появляется в тех случаях, когда результат вычислений состоит из большего количества цифр, чем то, которое умещается на индикаторе калькулятора. Например, индикатор не может показать результат умножения 5 000 000 на 20 000 или деления 0,000 006 на 1000.

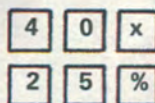
# Схватка на планете Занор. Вычисление процентов

Почти на всех калькуляторах есть клавиша «%». Значит, вычисление процентов, а также вычисление процентных увеличений и уменьшений с помощью калькулятора не составляет почти никакого труда.

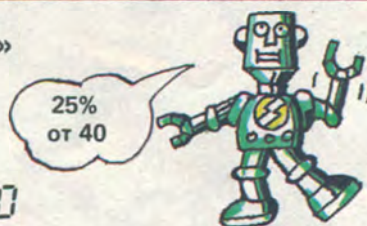
Проценты — это разновидность дробей. Например, 3% от 40 — это то же, что  $3/100$  от 40. 25% от 70 — это  $25/100 = 1/4$  от 70. Клавиши, на которые нужно нажимать при подобных расчетах, показаны справа\*.

\* Мы уже рассказали тебе о процентах и дробях на с. 26—27.

## Клавиша «%»



10



Для вычисления процентов от какого-либо числа нужно ввести в калькулятор это число, умножить его на искомое количество процентов и нажать на клавишу «%».

## Процентные увеличения и уменьшения

Вот некоторые примеры расчета процентных увеличений и уменьшений с помощью калькулятора. Сталкиваться с ними нам приходится довольно часто. Например, сколько теперь стоит товар, прежняя цена которого снижена на 20%? Сколько денег получит токарь, если ему полагается надбавка за экономию в размере 7% от заработной платы? На разных калькуляторах подобные примеры решаются по-разному. Чтобы узнать, как делать их на твоём калькуляторе, попробуй решить следующие задачи.

1

1	5	+	или	1	5	x
1	0	%		1	0	%
=					+	

На некоторых калькуляторах нажимать на клавишу "=" не нужно.

Вот два способа увеличить число 15 на 10%.  
Ответ должен равняться 16,5.

2

8	0	-	или	8	0	x
7	5	%		7	5	%
=					-	

На некоторых калькуляторах на клавишу "=" нажимать не нужно.

А это два способа уменьшить число 80 на 75%.  
Ответ: 20.

## Перевод дробей в проценты

Нажимай на эти клавиши

Результаты

3 ÷ 4 %

75 %

2 ÷ 3 %

66.7 %

5 ÷ 8 %

62.5 %

На некоторых калькуляторах клавишу «%» можно использовать для перевода дробей в проценты. Как это делается, показано выше. А что получается на твоём калькуляторе?

## Задача с головными уборами

Попробуй подсчитать, какой процент роботов носит синие головные уборы, какой — красные, а какой — желтые. Проценты округли до целых чисел, а ответы найдешь на с. 96. В сумме эти ответы должны дать 100%. У нас же получается только 99%. Дело в том, что при округлении результаты несколько уменьшились.



## Как спасти планету Занор?

На планету Занор напали смертельно опасные зеленые споры. Ученые Занора отчаянно пытаются найти средство борьбы с ними, а зеленые споры уже покрыли пятую часть поверхности планеты. С каждым днем захватываемая ими поверхность увеличивается на 33%. Сколько дней осталось у ученых, до того как зеленые споры захватят всю планету Занор?

### Маленькая подсказка

Захватить всю планету — это значит покрыть 100% ее поверхности. Сейчас зеленые споры покрывают  $\frac{1}{5}$  поверхности планеты, то есть 20%. Значит, нужно ввести в калькулятор 20 и увеличивать это число на 33% до тех пор, пока

оно не станет лишь чуть-чуть меньше 100. Сколько раз ты сделаешь операцию увеличения на 33%, столько дней осталось до того, как зеленые споры захватят всю планету. Проверь себя, сверившись с ответом на с. 96.

### Как находить проценты без помощи клавиши «%»

Если на твоём калькуляторе нет клавиши «%», то для вычисления процентов ты можешь обойтись и без нее. Допустим, нам нужно найти 20% от 16.

$$20\% = \frac{20}{100} = 0,2$$

Сначала переведем проценты в десятичную дробь, разделив их на 100. Проще всего это сделать, переместив десятичную запятую на два знака влево:  $20\% = 0,2$ .

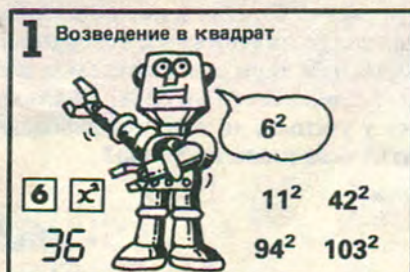
Теперь умножим 16 на эту десятичную дробь:

1	6	x	0	.	2	=	3.2
---	---	---	---	---	---	---	-----

Попробуй, не прибегая к помощи клавиши «%», найти следующие величины: 25% от 5 800, 35% от 675, 115% от 50, 46% от 900. Ответы на с. 96.

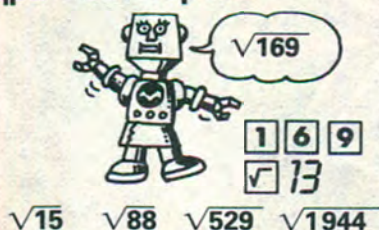
# Привал у квадратного корня. Какая у тебя реакция?

На этом привале ты научишься двум вещам: как проверить свою реакцию и как пользоваться клавишами возведения в квадрат и извлечения квадратного корня. Возвести число в квадрат значит умножить его само на себя\*. Для обозначения этого действия правее и выше данного числа ставится маленькая цифра. Например,  $4^2$ . Соответствующая клавиша калькулятора имеет обозначение « $x^2$ ». Извлечение квадратного корня — это действие, обратное возведению в квадрат. На клавише оно обозначается так: « $\sqrt{\phantom{x}}$ » или « $\sqrt{x}$ ».

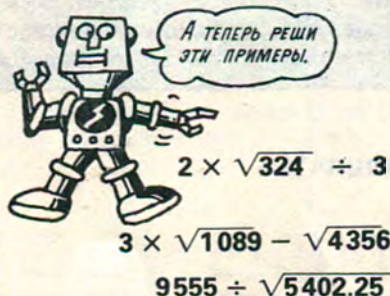


Чтобы возвести число в квадрат, введи его в калькулятор и нажми на клавишу « $x^2$ ». На клавишу « $=$ » нажимать не нужно. Попробуй возвести в квадрат те числа, которые ты видишь выше, и проверь себя, заглянув на с. 94.

## Квадратный корень



Для вычисления квадратного корня какого-либо числа введи в калькулятор это число и нажми на клавишу « $\sqrt{\phantom{x}}$ ». Реши приведенные выше примеры и сверь ответы (с. 96).



Выполняя такие действия, можно находить квадратный корень, не прерывая последовательности вычислений. Однако не забывай, что сначала в калькулятор нужно ввести само число, а затем уже нажимать на клавишу « $\sqrt{\phantom{x}}$ ».

## Занятные квадраты

Вот несколько сюрпризов, которые ты можешь заметить при возведении чисел в квадрат.

### Сюрприз повторяющихся чисел

$$5^2 = 25 \quad 6^2 = 36 \quad 25^2 = 625$$

При возведении в квадрат этих чисел получаем результаты, последние цифры которых повторяют эти числа.

Среди всех чисел между 25 и 1000 есть еще только три таких же числа. Попробуй найти их и проверь себя на с. 94. Подсказка: ты заметил, что все эти числа оканчиваются на 5 или 6?

## Какая у тебя реакция?

Как быстро ты можешь поймать падающий предмет? А твой товарищ?

**1**

Попроси товарища взять в руку линейку и держать ее отметкой «0 см» вниз. Протяни свою руку так, чтобы большой и указательный пальцы находились на уровне нулевой отметки, но не касались самой линейки. Пусть теперь товарищ отпустит линейку, не предупреждая об этом тебя.



Отметка "0"

\* О возведении чисел в квадрат и другие степени, а также о квадратных корнях мы рассказали на с. 40—41.

2

А это можешь  
решить?

$$\begin{aligned} 0.2^2 \\ 0.65^2 \\ 0.83^2 \\ 0.9^2 \end{aligned}$$



3

$$1734 \div 17^2 - 5$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 7 & 3 & 4 \\ \div & 1 & 7 & x^2 \\ - & 5 & = & 7 \end{array}$$

4

Нажимай  
на эти  
клавиши.

$$\begin{aligned} 7^2 \\ 7 \times = 49 \\ 18^2 \\ 18 \times = 324 \end{aligned}$$



Если число меньше 1, возведи его в квадрат значит сделать его еще меньше. Попробуй решить эти примеры и сравни свои ответы с ответами на с. 94.

Это примеры того, как делить и умножать на число в квадрате.

Если на твоём калькуляторе нет клавиши « $x^2$ », возводить в квадрат можно либо обычным умножением, либо используя вычисления с константой\*\*.

## Назад, к основанию квадрата

Сейчас мы покажем тебе одну любопытную закономерность. Делая приведенные ниже вычисления, ты всегда придешь к тому, с чего начал, — к основанию квадратной степени.

Введи в калькулятор какое-нибудь число, возведи его в квадрат и введи результат в регистр памяти (или запиши его).  
Теперь введи число на 1 больше первоначального и возведи его в квадрат.  
Вычти из этого результата квадрат первого числа (он записан в регистре памяти).  
Вычти из результата 1 и раздели получившееся число на 2.  
Попробуй, что у тебя получится с другими числами.

$$\begin{array}{cccc} 4 & 1 & x^2 & \\ \Pi+ & & & \\ C & 4 & 2 & \\ x^2 & & & \\ - & \Pi & & \\ - & 1 & \div & \\ 2 & = & 47 & \end{array}$$

## Фокус с $5^2$

Введи в калькулятор любое число, оканчивающееся на 5. Возведи его в квадрат и введи результат в регистр памяти.  
Теперь опять введи в калькулятор первое число, но без цифры 5. Умножь его на число, которое больше этого на 1, и запиши ответ на бумаге.

$$\begin{array}{cc} 6 & 5 \\ x^2 & \Pi+ \end{array}$$

$$C \ 6 \times 7 = 42$$

Припиши к нему 25 ( $25=5^2$ ). Полученное число — это квадрат числа, с которого ты начал. Чтобы проверить себя, нажми на клавишу «ИП», а затем на клавишу « $\sqrt{\quad}$ ».

2



Расстояние  
от начала падения

## Как рассчитать время реакции

Допустим, что линейка успела пролететь 19,5 см. Время реакции — это время, за которое линейка пролетела данное расстояние. Все тела падают на землю под воздействием силы тяжести с одинаковым ускорением  $980 \text{ см/с}^2$ . Значит, ты можешь рассчитать время, используя следующую формулу:

$$\text{Время}^2 = 2 \frac{\text{расстояние}}{\text{ускорение}}$$

Как только линейка начнет падать, поймай ее и запиши, на какой отметке окажутся твой большой и указательный пальцы. Это и будет расстояние, на которое успеет упасть линейка.

Нажимай на эти клавиши

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 9 & 0 & 5 & \div & 9 & 8 & 0 & \times & 2 \\ = & 0.0397959 & & & & & & & & \end{array}$$

Это время в квадрате. Значит, время  $= 0.0397959 = 0.2 \text{ с}$ . Откровенно говоря, это неважная реакция. А твоя реакция лучше? А реакция твоего товарища?

\*\* О константе см. с. 68.

Теперь лети спасти Электрянина, а заодно реши еще несколько головоломок с возведением в квадрат.

## Головоломки с возведением в квадрат

С помощью клавиш « $x^2$ » и « $\sqrt{\quad}$ » легко узнавать величину сторон треугольников, не прибегая к измерениям. Вспомним теорему Пифагора\*. Она гласит: квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов его катетов\*\*



А сейчас попробуй сам решить несколько головоломок (ответы на с. 96).

### Худышка Салли и антенна



Рядом с огородом Худышки Салли стоит шестиметровая антенна. Какова длина растяжек антенны, если расстояние между их нижними концами тоже равно 6 м?

### Реши по дороге



Джим и Боб попрощались и отправились в путь. Джим пошел на север, а Боб — на восток. Когда Джим прошел 8 км, между ним и Бобом было 16 км. Какое расстояние прошёл Боб?

## Спасай Электринина!

Злой тиран Планеты Турр захватил в плен астронавта с планеты Электра и бросил его в камеру с водой. Как только вода коснется Электринина, он погибнет, ведь в его теле течет не кровь, а электричество! Вода из большой трубы наполнит камеру через 9 мин. Но злой тиран знает, что твой звездолет уже спешит на помощь Электринину, поэтому он открывает еще одну трубу, которая может наполнить камеру за 24 мин. Ты сможешь прилететь лишь через 6 мин после того, как тиран откроет обе трубы. Успеешь ли ты спасти Электринина?

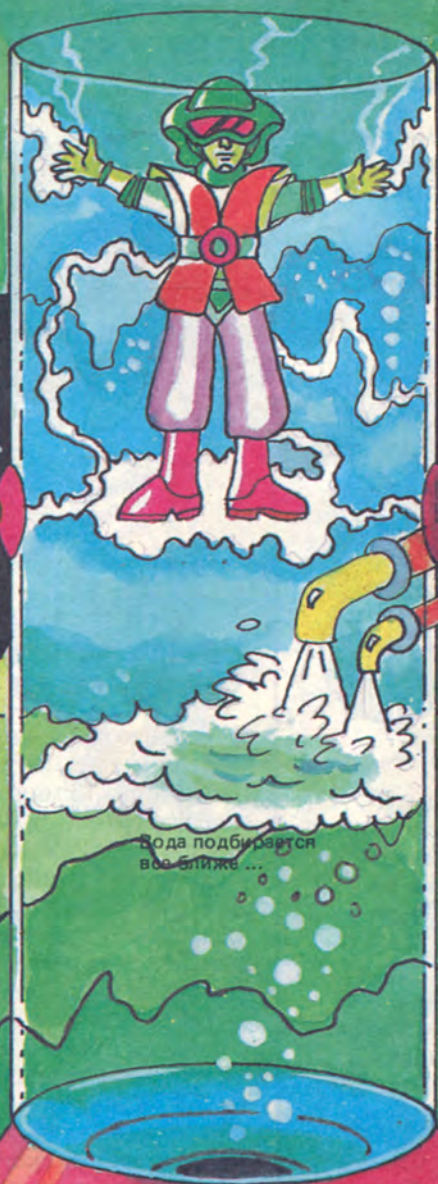


### Несколько подсказок

Вот один из способов узнать, за какое время камеру наполнят обе трубы. Пусть на это потребуется  $n$  минут. Тогда за 1 мин вода заполнит  $1/n$  камеры. Ты знаешь, что большая труба может заполнить камеру за 9 мин. Значит, за 1 мин она заполняет  $1/9$ , а малая —  $1/24$  камеры. Отсюда  $1/n = 1/9 + 1/24$ . Для решения подобных задач у некоторых калькуляторов есть клавиша « $1/x$ », при нажатии на которую деление единицы на то или иное число совершается автоматически. Эта клавиша назы-

\* О теореме Пифагора см. на с. 29.

\*\* Гипотенуза — это сторона прямоугольного треугольника, противоположная его прямому углу. Катеты — это стороны, образующие его прямой угол.



Вода подбрасывается  
все ближе...

вается клавишей обратного числа. Вот как ею можно пользоваться:

9 1/x + 2 4 1/x =

0.1527778

Если  $1/n = 0,1527778$ , то  $n = \frac{1}{0,1527778}$

Чтобы узнать  $n$ , нужно еще раз нажать «1/x». Это и будет то время, за которое обе трубы заполнят камеру. Ну как, ты успел спасти Электрика? Сверься с ответом на с. 9. Если на твоём калькуляторе нет клавиши обратного числа, то тебе нужно будет каждый раз делить единицу на соответствующее число и заносить полученный результат в регистр памяти.

## Еще об обратных числах

Результат деления единицы на какое-либо число называется на математическом языке обратным числом. Так, числом, обратным 2, является 0,5.



На некоторых калькуляторах обратные числа можно находить при помощи автоматической константы. Нажав указанные выше клавиши, ты можешь проверить, как работает твой калькулятор\*.

## Фокус с обратными числами



Сначала познакомься с понятием кратного числа: число, которое делится на какое-либо число  $a$  без остатка, называется кратным этому числу  $a$ . Например, 22, 33, 99 — это числа, кратные числу 11, так как они делятся на 11 без остатка.

Теперь попробуй отыскать числа, обратные 11, и числа, обратные кратным 11. Все они содержат две повторяющиеся цифры. Исключение: число 77.

## Преобразование математических выражений

$$\frac{7}{1,1 + 2,5}$$

Допустим, у твоего калькулятора нет клавиш для работы с регистром памяти. Чтобы решать на нем примеры, подобные этому, можно использовать клавишу обратного числа. Для этого нужно сделать следующие преобразования:

$$\frac{7}{1,1 + 2,5} = 7 \times \frac{1}{1,1 + 2,5}$$

1 . 1 + 2 5  
= 1/x x 7 = 1.9

Иными словами, можно сначала найти знаменатель дроби, потом — обратное ему число, а затем умножить это число на 7.

\* Если у тебя получится не 0,5, а 1, это значит, что автоматическая константа твоего калькулятора дает не обратное число, а результат деления числа на него самого.

# Число $\pi$ и происшествие на берегу океана

На некоторых калькуляторах есть клавиша, обозначенная греческой буквой  $\pi$  (пи). Ты уже встречался с этим числом на с. 16 и встретишься еще раз на с. 122. Число  $\pi$  было открыто древнегреческими математиками, а применяется оно для расчета длин окружностей и площадей кругов. Это число бесконечно. Округленное до семи десятичных знаков, оно равно 3,1415927.

У калькуляторов, снабженных клавишей  $\pi$ , это число хранится в специальной памяти. Стоит нажать на клавишу, и число  $\pi$  появится на индикаторе. Если на твоём калькуляторе такой клавиши нет, вводи в него это число сам. Обычно для расчетов достаточно использовать число  $\pi$  с точностью всего до двух десятичных знаков после запятой: 3,14.

## Вычисление длины окружности

Окружность

$$2 \times \pi \times 3 = 18.8 \text{ м}$$

Длина окружности равна  $2\pi R$ , где  $R$  — радиус окружности, то есть расстояние от центра круга до любой из точек, лежащих на его окружности. Чтобы вычислить длину окружности с радиусом 3 м, нужно нажимать на клавиши, показанные выше.

## Вычисление площади круга

Площадь круга

$$\pi \times 5^2 = 78.5 \text{ м}^2$$

Площадь круга равна  $\pi R^2$ . А это клавиши, нажимая на которые мы находим площадь круга с радиусом 5 м. Если на твоём калькуляторе нет клавиши « $x^2$ », сначала введи в калькулятор число, означающее величину радиуса, затем умножь его само на себя, а затем на число  $\pi$ .

## Прогулка по экватору



Представь, что ты отправился на прогулку по экватору. Сколько шагов тебе придется сделать, чтобы обойти Землю вокруг? Будем считать, что длина одного твоего шага равна 0,5 м, а радиус Земли — 6370 км. Ответ дан на с. 94.

## Робот на велосипеде



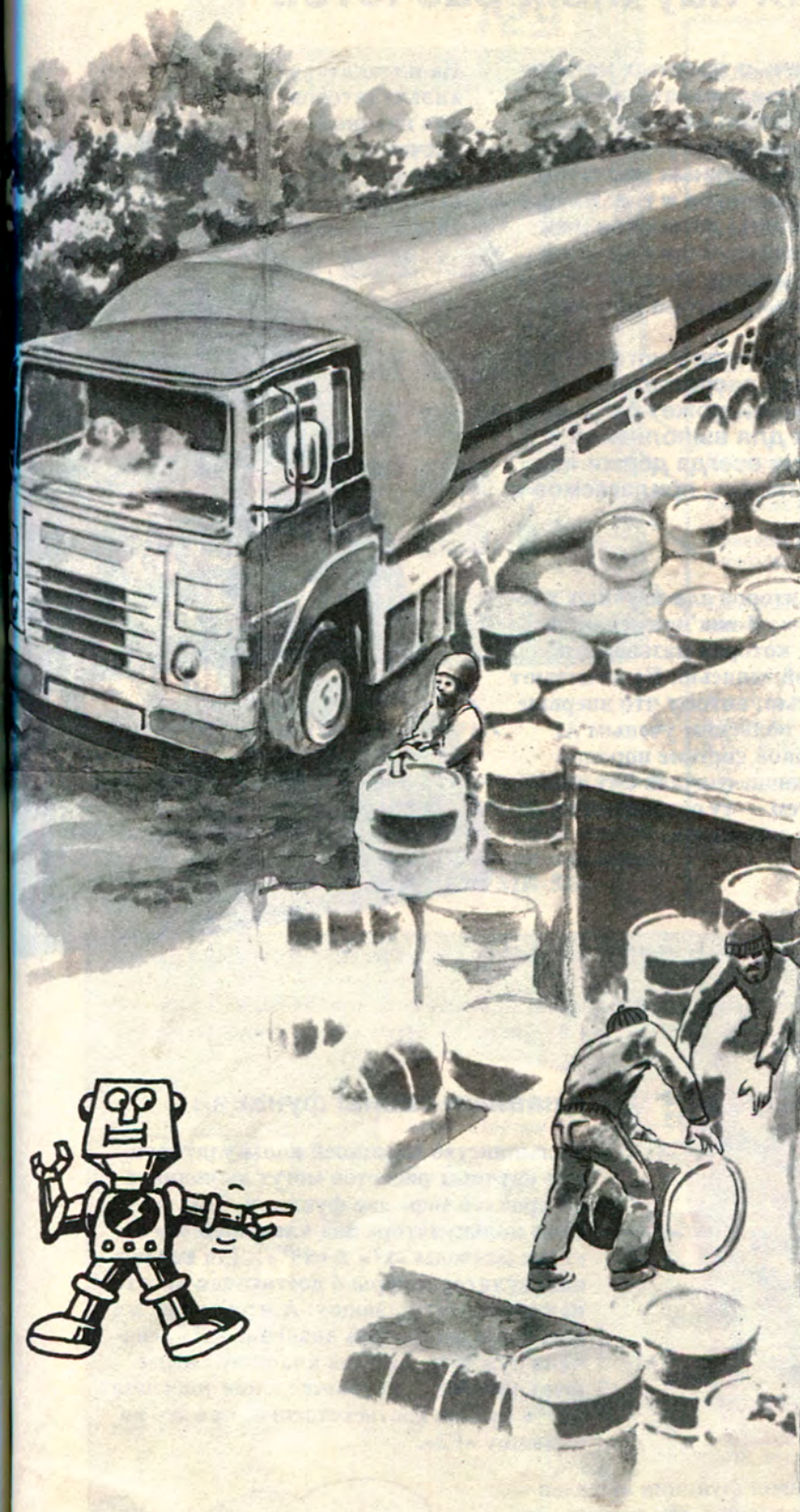
Диаметр колеса этого велосипеда — 66 см. Сколько оборотов оно должно сделать, чтобы проехать 1 км? Помни, что 1 км = 100 000 см. Если колесо делает за 1 мин 120 оборотов, какова скорость робота-велосипедиста (в км/ч)?

## Происшествие на берегу океана

У бензовоза, ехавшего вдоль берега океана, заглох мотор. Если через 12 мин шоферу не удастся уехать, поднимающийся прилив зальет берег, опрокинет машину и утащит ее в пучину моря. Вместе с бензовозом погибнет 10 т бензина, будет загрязнен океан. На помощь приходят рабочие с грузовика, на котором оказалось 50 пустых бочек. Диаметр основания каждой бочки — 0,5 м, высота — 1 м. Бензин можно заливать в бочки через шланг со скоростью 900 л/мин. Если опорожнить цистерну, еще один грузовик сможет отбуксировать бензовоз в безопасное место. Хватит ли 50 бочек, чтобы перелить весь бензин? Успеют ли рабочие сделать это? Сравни свои ответы с ответами на с. 96.

## Это важно знать!

Формула для расчета объема одной бочки:  $\pi R^2 \times h$ , где  $h$  — высота бочки. По этой формуле ты вычислишь объем в кубических метрах. Умножь полученный результат на 1000, и ты получишь объем в литрах.



## Шары

С помощью числа  $\pi$  вычисляются также площади поверхностей и объемы шаров.

### Площадь поверхности шара

$$4 \times \pi$$

$$\times 2 \times R^2 = 50.3 \text{ м}^2$$



Вот формула для вычисления площади поверхности шара:  $S = 4\pi R^2$ . А выше ты видишь, как применять эту формулу при радиусе шара, равном 2 м.

### Объем шара

$$4 \div 3 \times \pi \times R^3 = 904.8 \text{ м}^3$$



Формула для вычисления объема шара:  $V = 4/3\pi R^3$ . Маленькая цифра 3 сверху и справа от  $R$  означает « $R$  в кубе», то есть  $R$ , трижды умноженное само на себя. В качестве примера мы приведем здесь вычисление на калькуляторе объема шара с радиусом 6 м.

### Мыльный пузырь



Какова площадь поверхности этого мыльного пузыря, если длина его окружности равна 63 мм? Ответ см. на с. 96.

# Калькулятор для научных расчетов

До сих пор в нашей книге шла речь о простых калькуляторах. Но есть калькуляторы, предназначенные для выполнения более сложных расчетов: научных, инженерных, статистических и др. Такие калькуляторы так и называются: калькуляторы для научных расчетов, калькуляторы для инженерных расчетов и т. д. Их преимущество в том, что многие расчеты делаются ими автоматически, на основе соответствующих правил. Эти правила называются программами. Они закладываются в постоянную память калькулятора при его создании\*.

На калькуляторах для научных расчетов много дополнительных клавиш, которые могут располагаться и обозначаться по-разному. Различной может быть и последовательность их нажатия для выполнения одной и той же операции, поэтому всегда держи под рукой «Руководство по эксплуатации», прилагаемое к калькулятору.

У некоторых калькуляторов для научных расчетов нет клавиши «=». В них применяется особая система ввода, которая называется обратной бескобочной записью. Ее называют также польской записью, потому что впервые она была предложена польским ученым А. Лукашевичем. При такой системе порядок ввода в калькулятор иной: сначала ему сообщают оба числа, а затем — ту операцию, которую требуется с ними совершить.

На индикаторах калькуляторов для научных расчетов, как правило, может высвечиваться 10 и более цифр.



## Клавиши смены функций

Большинство клавиш калькуляторов для научных расчетов могут выполнять по крайней мере две функции. Так, на этом калькуляторе над клавишей «6» стоят символы  $x^y$  и  $x^{1/y}$ . Для ввода в калькулятор цифры 6 достаточно просто нажать на эту клавишу. А чтобы с ее же помощью вычислить значение  $x^y$ , сначала нужно нажать на клавишу смены функций «F1». Для вычисления значения  $x^{1/y}$  нужно, соответственно, нажать на клавишу «F2».

Если символ функции выделен красным цветом, это значит, что для ее ввода нужно сначала нажать на клавишу «F2», которая также помечена красным.

Какие цифры здесь пропущены?  
 $93 \times 8 \dots = 7 \dots 8$ ?  
 (Ответ см. на с. 94).

\* О постоянной памяти мы рассказывали тебе, когда путешествовали по городку в калькуляторе (с. 60—61).





## Клавиши памяти у калькуляторов для научных расчетов

У многих калькуляторов для научных расчетов имеется специальная клавиша, предназначенная для обмена числами между индикатором (то есть регистром X) и регистром памяти. Эта клавиша обозначается по-разному, например  $\leftrightarrow$  или  $h_u$ . На с. 64 мы уже знакомили тебя с клавишами памяти. Однако у них могут быть и иные обозначения, особенно на калькуляторах зарубежного производства. Познакомься с одним из вариантов таких обозначений:

Клавиша ввода числа в память

Клавиша вызова числа из памяти

Клавиша ввода в память нового числа и суммирования его с числом, уже хранящимся там

Клавиша обмена числа, изображенного на индикаторе калькулятора, с числом в памяти

## Долговременная память

Память некоторых калькуляторов для научных расчетов, даже когда они выключены, может хранить введенные в нее числа в течение многих недель и даже месяцев. Таков, например, советский калькулятор «Электроника МК-52».

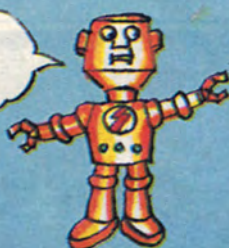
У этого калькулятора нет клавиши очистки памяти. Находящееся в памяти число гасится автоматически при вводе в нее нового числа с помощью клавиши «STO». Еще один вариант — нажать клавишу «C», а затем «STO». В этом случае в памяти будет храниться 0 (ноль).

## Константная память в калькуляторе для научных расчетов\*\*

В таком калькуляторе константа не может действовать автоматически. Чтобы пользоваться ею, нужно нажимать на особую клавишу «К».

—	2	к	
	5	=	3
	9	=	7

Нажимай на эти клавиши.



Если клавиши «К» нет, попробуй эти клавиши

2	—	—	
	5	=	3
	9	=	7

Чтобы ввести в константную память какое-либо число или действие, сначала введи их в регистр X, а затем нажми на клавишу «К». Теперь ты можешь пользоваться константой, как в этом примере.

У некоторых калькуляторов нет специальной клавиши для константы, поэтому, чтобы проводить вычисления с константой, попробуй дважды нажимать на клавиши операции, как показано выше. Если не получается, загляни в «Руководство по эксплуатации» и проверь, как нужно работать с константой на твоём калькуляторе.

\* Примеры вычислений с константой мы приводили на с. 68—69.

# Какая у калькуляторов логика

Когда вычисление состоит из нескольких действий, результаты могут оказаться разными. Например, в итоге вычисления  $4+3 \times 2$  можно получить и 14 (если сначала сложить  $4+3$ ), и 10 (если начать с умножения 3 на 2). Чтобы избежать подобных недоразумений, математики разработали следующее правило: сначала сделай деление и умножение, а затем — сложение и вычитание. Такой порядок вычислений называется алгебраической логикой.

В некоторых калькуляторах алгебраическая логика вступает в действие автоматически. Чтобы проверить свой калькулятор, введи в него « $4+3 \times 2=$ ». Если он работает на основе алгебраической логики, ответ будет «10». Чтобы показать, что требуемый нам порядок вычислений должен отличаться от алгебраической логики, применяются скобки. Заключенные в них действия должны проводиться первыми.

1

$$(137 + 7) \div 16$$

В этом примере скобки показывают, что сначала нужно сделать сложение, а затем разделить сумму на 16.

2



Для проведения вычислений со скобками калькуляторы для научных расчетов снабжены клавишами «(и)». Выше показано, как ими пользоваться. Если ты нажмешь на клавишу «)», то есть «Скобки закрыть», то сначала будут проведены вычисления, заключенные в скобки, а уж затем последующие расчеты.

## Тренировка со скобками

Давай проведем тренировку, которая поможет тебе освоиться с клавишами [(«(»)]». Помни, что если в примере больше одной пары скобок, математические действия между этими парами должны выполняться в соответствии с алгебраической логикой. Калькулятор, действующий на основе алгебраической логики, сделает это автоматически, поэтому ты можешь вводить в него приводимые здесь примеры так, как они записаны. Если же алгебраическая логика в калькуляторе не предусмотрена, тебе нужно позаботиться о ее соблюдении самому. Для этого вводи в него нужные тебе действия с соответствующими перестановками.



1.  $(30 - 8) \div 3$

2.  $2(4 + 6)$

3.  $(7 + 3) \times (3 \times 2) - 2$

4.  $(72 \div 12) + 8 \times (3 + 8)$

5.  $3 + 4 \div (7 - 5)$

6.  $5 + (6 - 2) \times (8 + 3)$

7.  $(8^2 - 50) \times (6 + 49)$

8.  $(17^2 - 14^2) + (7 \times 21)$

9.  $(15 - 5) + (152 - 9)$

Ответы  
на стр. 97



Если перед скобками стоит какое-либо число, а знак действия при этом не указан, значит, это действие — умножение. Так, при решении примера  $2(4+6)$  после ввода «2» нужно ввести «Х».

Если в твоём калькуляторе нет клавиш [(«(»)] все эти примеры можно решать, вводя в него сначала те действия, которые заключены в скобки. Затем, если это необходимо, заноси промежуточный результат в регистр памяти калькулятора.

## Скобки внутри скобок

$$9 - 28 \div (70 \div (4 \times 2 + (3 - 1)))$$

В этом примере ты видишь скобки внутри скобок. Такие вычисления называются вычислениями с многоуровневыми скобками. Если твой калькулятор снабжен клавишами [«(», «)»], но алгебраическая логика в нем не предусмотрена, начинать нужно с ввода в него всех заключенных в скобки действий в той последовательности, как это показано ниже. Калькулятор сам

позаботится о решении этих действий в нужном порядке, то есть сначала произведет действия внутри упрятанных глубже всех первых скобок, затем — во вторых и уж затем — в третьих. После этого тебе нужно сделать остальные, стоящие за скобками, вычисления, соблюдая при этом алгебраическую логику. Некоторым калькуляторам для научных расчетов по силам вычисления с шестью парами «скобок внутри скобок» и больше. На индикаторе такого калькулятора появляется при этом изображение скобки вместе с числом, указывающим на то, какую по счету их пару ты вводишь в калькулятор в данный момент.

1

$$9 - 28 \div (70 \div (4 \times 2 + (3 - 1)))$$

9	-	2	8	÷	(	7	0
÷	(	4	×	2	+	(	3
-	1	)	)	)	=	5	

В калькулятор, работающий по принципу алгебраической логики, этот пример можно ввести точно в той последовательности, в какой он записан, а уж калькулятор сам решит его в нужном порядке.

2

↖ ————— ↗  
Дополнительные скобки

9	-	(	2	8	÷	(	7
0	÷	(	4	×	2	+	(
3	-	1	)	)	)	=	5

Но допустим, в твоём калькуляторе алгебраическая логика не предусмотрена. Чтобы решить этот пример, тебе достаточно ввести дополнительную пару скобок, как это показано выше.

## Другие примеры вычислений со скобками

Вот несколько тренировочных примеров на вычисления с многоуровневыми скобками. Если твой калькулятор не может производить вычисления в соответствии с алгебраической логикой автоматически, не забудь вводить, где это нужно, дополнительные скобки. Решив эти примеры, проверь себя (ответы даны на с. 95).

1.  $5 + 6(7 - (2 \times 3))$

2.  $73(40^2 - (23 \times (64 \div 4))) + 7 \times (50 - (5 \times 8))$

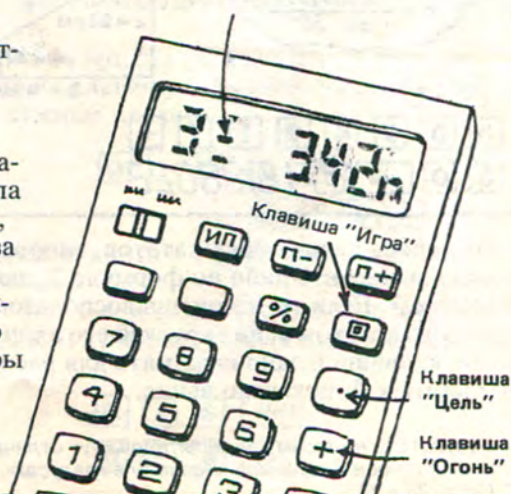
3.  $(9 + 4) \div 3(7 \div (2 + 8))$

## Калькулятор с игровой программой

В этот калькулятор наряду с обычными математическими функциями заложена игровая программа «Скоростная стрельба». Чтобы играть в эту игру, калькулятор нужно перевести в особый режим, нажав на клавишу «Игра».

Как только ты нажмешь на клавишу «Игра», на индикаторе калькулятора справа налево побегут числа. Сначала 1, затем — 2 и т. д. Задача — «выбить» бегущее число, пока оно не разрушит одно из трех расположенных слева защитных укреплений. На панели имеется клавиша «Цель», на которую нужно нажать 3 раза, целясь в тройку, 9 раз — целясь в девятку и т. п. После этого нужно сразу нажать на клавишу «Огонь». Когда бегущие цифры все-таки разрушат все 3 защитных укрепления, игру можно начинать сначала.

Защитные укрепления



# Хитрости углов и треугольников

Клавиши «tg» (тангенс), «sin» (синус) и «cos» (косинус) предназначены для проведения расчетов, связанных с измерениями прямоугольных треугольников. С их помощью ты можешь вычислять длину сторон таких прямоугольников, зная длину лишь одной из них и величину одного из острых углов. Для определения тангенса, синуса и косинуса какого-либо угла достаточно ввести в калькулятор для научных расчетов величину этого угла (например, 50°) и нажать на соответствующую клавишу.

5	0	tg	1.1917536
5	0	sin	0.7660444
5	0	cos	0.6427876

На индикаторе некоторых калькуляторов результаты таких вычислений могут появляться лишь через 2—3 с\*.

Вот три математические формулы, используя которые ты можешь делать различные вычисления, связанные с прямоугольными треугольниками.



1.  $\frac{\text{Противолежащий катет}}{\text{Прилежащий катет}} = \text{тангенс угла } \alpha$
2.  $\frac{\text{Противолежащий катет}}{\text{Гипотенуза}} = \text{синус угла } \alpha$
3.  $\frac{\text{Прилежащий катет}}{\text{Гипотенуза}} = \text{косинус угла } \alpha$

А сейчас мы расскажем тебе, как пользоваться этими формулами.

**1**

Противолежащий катет / Прилежащий катет = тангенс угла  $\alpha$

$\alpha = 30^\circ$   
 $b = 4 \text{ см}$

$\angle \alpha$  этого треугольника равен  $30^\circ$ , а прилежащий катет  $b = 4 \text{ см}$ . Чтобы определить противолежащий катет  $a$ , нужно использовать формулу 1.

**2**

Противолежащий катет = тангенс угла  $\alpha$  \* Прилежащий катет

$\alpha = 30^\circ$   
 $b = 4 \text{ см}$

3 0 tg X 4 =  
2.3094011

Зная в формуле 1 значения двух величин и сделав в ней соответствующие перестановки, ты можешь вычислить противолежащий катет  $a$ :  $a = \text{tg } 30^\circ \times 4 \text{ см}$  (прилежащий катет  $b$ ).

**3**

$a : c = \sin \alpha$ , откуда  
 $c = \frac{a}{\sin 30^\circ}$

$a = 2.3 \text{ см}$   
 $b = 4 \text{ см}$   
 $\alpha = 30^\circ$

2 .  
3 0 9 4 0 1 1 ÷  
3 0 sin = 4.6188022

Зная теперь длину обоих катетов, гипотенузу можно вычислить либо по формуле 2, либо по формуле 3. Если ты захочешь воспользоваться для этого катетом  $a$ , не округляй его длину. На какие клавиши нужно нажимать для расчетов по формуле 2, показано выше.

**Проверь свои вычисления**

$a = 2.3 \text{ см}$   
 $b = 4 \text{ см}$   
 $c = 4.6 \text{ см}$   
 $\alpha = 30^\circ$

2 . 3 x^2 + 4 x^2 =  
✓ 4.6141088 то есть 4,6

А теперь можешь проверить себя, используя теорему Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$ . На какие клавиши нужно нажимать для этого, показано выше.

\* Результаты на твоём калькуляторе могут отличаться от тех, что приводятся выше. Ты поймешь, в чем тут дело, прочтя на следующей странице «Расчеты в градусах».

\*\* См. с. 29 и 74.

## Задача для яхтсмена

Когда на море шторм, от берега лучше держаться подальше — того и гляди разобьешься! Яхтсмен определил, что луч маяка, падая на яхту, образует с поверхностью моря угол  $40^\circ$ . Скала, на которой стоит маяк, возвышается над морем на 30 м, а высота самого маяка — 45 м. На каком расстоянии от скалы находится яхта? Сверх свой ответ с ответом на с. 97.



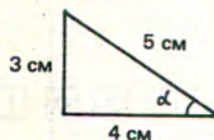
### Подсказка

Маяк стоит по отношению к поверхности моря под прямым углом.

### Расчеты в градусах

Обычно углы измеряют в градусах ( $^\circ$  — это обозначение градуса). Но их можно измерять и в других единицах, подобно тому как длину можно измерять в километрах или милях. Другими единицами измерения углов являются радианы и грады.  $1 \text{ радиан} = 57,3^\circ$ ,  $1 \text{ град} = 0,9^\circ$ , то есть сотой части прямого угла. На некоторых научных калькуляторах имеется специальный переключатель с буквами Р, ГРД и Г. Изменяя положение переключателя, ты производишь смену единиц измерения, при этом на экране появляются буквы Р (радианы), или Г (градусы), или ГРД (грады). Таким образом ты можешь видеть, к расчетам в каких единицах готов калькулятор. Прежде чем начать соответствующие вычисления, обязательно убедись, что на экране нужна тебе единица измерения углов. Градусы делятся на минуты и секунды. Некоторые калькуляторы снабжены дополнительной клавишей, позволяющей вводить в него как градусы, так и минуты и секунды.

### Обратные вычисления



Зная длину сторон прямоугольного треугольника, можно вычислить его углы. Стороны этого треугольника равны 3 см, 4 см и 5 см.  $\angle \alpha$  можно узнать при помощи любой из тех трех формул, с которыми мы тебя уже познакомили. Возьмем формулу 1:

$$\frac{\text{противоположный катет (3 см)}}{\text{прилежащий катет (4 см)}} = \operatorname{tg} \alpha$$

Вычислив  $\operatorname{tg} \alpha$ , ты можешь вычислить  $\angle \alpha$ , нажав на клавишу обратной операции « $\operatorname{tg}^{-1}$ ». Вот нужные клавиши:

**0** **.** **7** **5**  **$\operatorname{tg}^{-1}$**   
**36.869898**

$\angle \alpha$  можно найти и с помощью синуса или косинуса.  
 $\sin \alpha = 3/5 = 0,6$ , а  $\cos \alpha = 4/5 = 0,8$ . Значит, чтобы найти  $\angle \alpha$ , нужно нажать на следующие клавиши:

**0** **.** **6**  **$\sin^{-1}$**   
**0** **.** **8**  **$\cos^{-1}$**

# Привал у корней с возведением в степень

Когда мы несколько раз умножаем какое-либо число само на себя, это называется возведением в степень. Так, перемножая пять четверок ( $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$ ), ты тем самым возводишь 4 в пятую степень\*. Показатель степени подсказывает нам, сколько раз данное число участвует в перемножении. Записывается это так:  $4^5$ . Возведение во вторую степень — это то же, что возведение в квадрат, а в третью — то же, что возведение в куб.

У большинства калькуляторов имеется клавиша возведения в степень, которая обозначена так: « $x^y$ »\*\*.  $x$  — это число, которое ты возводишь в степень, а  $y$  — показатель степени.

Для решения этой задачи вначале выполни все действия внутри скобок, затем возведи результат в степень 7. Выше было показано, как это можно сделать, используя клавиши скобок (см. с. 81).

1  $4^5$

4  $x^y$  5 = 1024



Выше ты видишь клавиши для вычисления  $4^5$ . Используя клавишу « $x^y$ », попробуй узнать, сколько будет:  $9^8$ ,  $15^3$ ,  $6^1$ ,  $12^4$ ,  $5^7$ . Ответы ты увидишь на с. 97.

2  $9^3 + 17 - 4^4$

9  $x^y$  3 + 17 - 4  $x^y$  4 = 490



Как правило, возведение в степень можно делать по ходу решения того или иного примера.

3  $((75 - 30) \div 5)^7$

( ( 7 5 - 3 0 )  
÷ 5 )  $x^y$  7 =  
4782969



Чтобы вычислить эту сумму, сначала проведи вычисления в скобках, а затем полученный результат возведи в седьмую степень. На рисунке показано как это сделать, используя клавиши «(» и «)» (см. с. 81).

## Отрицательные показатели степени

Число  $4^{-3}$  называется числом с отрицательным показателем степени. На калькуляторе такие числа можно вычислять с помощью клавиши изменения знака.

4  $x^y$  3  $\frac{1}{x}$  = 0.015625

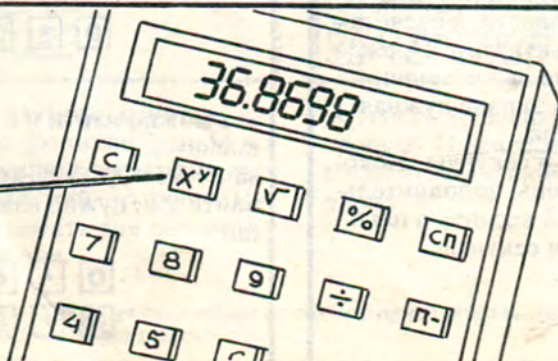
Фактически  $4^{-3}$  — это то же, что  $1/4^3$ , поэтому  $4^{-3}$  можно вычислить и так: вычислить  $4^3$ , а затем разделить 1 на полученный результат, используя клавишу обратного числа:

4  $x^y$  3 =  $\frac{1}{x}$  0.015625

$3^{-4}$   $5^{-2}$   $4^{-1}$   $6^{-5}$

Чему равны эти числа? Ответы см. на с. 97.

## Извлечение корней

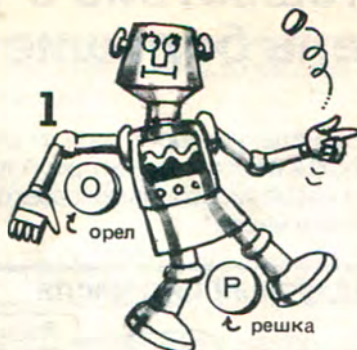


## Стоит ли рисковать?



Ответ на этот вопрос может дать математика. С ее помощью можно рассчитать величину риска и шансы на выигрыш. Вот пример. Возьми монету и подбрось ее пять раз подряд. Каковы шансы, что все пять раз она упадет решкой вверх?

У монеты две стороны. Значит, есть один шанс из двух, что первой выпадет решка, то есть шансы равны  $\frac{1}{2}$ . Возможны комбинации при двух подбрасываниях.

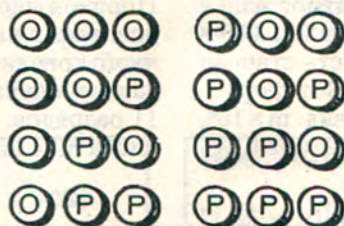


2



При двух подбрасываниях возможно 4 варианта выпадения орла и решки. Лишь один из них — РР. Значит, шансы на то, что решка выпадет два раза подряд, равны  $\frac{1}{4}$ . Возможны комбинации при трех подбрасываниях.

3



При трех подбрасываниях возможно восемь вариантов выпадения орла и решки. Шансы на выпадение решки три раза подряд равны  $\frac{1}{8}$ .

4

Дробь  $\frac{1}{4}$  можно представить как  $\frac{1}{2^2}$ , а  $\frac{1}{8}$  — как  $\frac{1}{2^3}$ . С каждым новым подбрасыванием монеты число возможных комбинаций выпадения орла и решки удваивается, то есть число комбинаций — это 2 в степени, равной числу подбрасываний. Значит, шансы на то, что решка выпадет пять раз подряд, равны  $\frac{1}{2^5}$ . Чтобы узнать это число, нужно нажать вот на эти клавиши:

**1 ÷ 2 x<sup>y</sup> 5 =**

Итак, каковы у тебя шансы? (Ответ на с. 97.)

## Калькуляторы в космосе

Для космонавтов создаются особые калькуляторы, способные проводить очень сложные расчеты.



Эти калькуляторы можно программировать. По существу это маленькие компьютеры, а на их индикаторах могут высвечиваться не только числа, но и слова.

Один из таких калькуляторов программируется на вычисление того, с какими станциями на

Земле космонавты могут поддерживать связь на каждом этапе полета; когда можно начинать связь и как долго она может поддерживаться. Другой калькулятор предназначен для расчета вариантов вхождения космического корабля в атмосферу при его возвращении на Землю.

# Путешествие с улиткой.

## Очень большие и очень маленькие числа

Простой калькулятор не может справиться с числами, в которых столько цифр, что они не умежаются на его индикаторе. А вот калькуляторы для научных расчетов могут оперировать с такими числами, используя своего рода «сокращенную запись», которая называется стандартным видом числа\*.

**1 Стандартный вид числа**

$4000000 \times 221000$

Результат

8.84 11

Такой результат появится на индикаторе калькулятора, если умножить 4 000 000 на 221 000. Читается это как  $8,84 \times 10^{11}$ . Это и есть стандартный вид числа 884 000 000 000. Вот формула перевода чисел в стандартный вид:  $m \times 10^n$ , где  $m$  — это мантисса,  $10^n$  — экспонента, а  $n$  — порядок этого числа.

**2**

8.84 11

Мантисса Порядок числа

8 8 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Порядок числа показывает, на сколько разрядов нужно передвинуть десятичную запятую, чтобы опять придать числу его обычный вид. В данном случае запятую нужно передвинуть на 11 разрядов. Это то же самое, что умножение числа 8,84 на  $10^{11}$ .

**3**

$1 \div 80000000$

1.25 -08

Чтобы увидеть, как калькулятор справляется с очень маленькими числами, раздели 1 на 80 000 000. Ответ, который он даст тебе в стандартном виде, читается так:  $1,25 \times 10^{-8}$ .

**4**

1.25 -08

0,0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 2 5

Если порядок числа отрицательный, десятичную запятую нужно передвигать влево. В этом примере — на 8 разрядов. Иными словами, это умножение числа 1,25 на  $10^{-8}$ .

### От Солнца до Земли



От Земли до Солнца  $1,5 \times 10^{11}$  м. Скорость света равна  $3 \times 10^8$  м/с. Сколько секунд требуется солнечному свету, чтобы достичь Земли?\*

### Путешествие с улиткой




Улитка движется со скоростью 0,0005 км/ч. За сколько лет она доберется до Луны, если от Земли до Луны 384 000 км?

\* О стандартном виде числа мы уже рассказывали на с. 40—41.

\*\* Ответы на эти математические загадки см. на с. 97.

## Вычисления с числами в стандартном виде

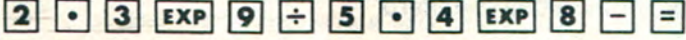
Калькулятор для научных расчетов может производить вычисления даже с такими числами, которые не умещаются на его индикаторе в их естественном виде. Для этого их нужно вводить в него в стандартном виде, используя клавишу «ВП» («Ввод порядка числа»).



Нажми на эти клавиши.

$$2300000000 \div 0,000000054$$

Вводя " — 8", не забудь нажать на клавишу смены знака " — "



$$4.2593\ 16$$

Решая этот пример, нужно придать числам стандартный вид. Если число больше 1, десятичную запятую нужно переносить влево до тех пор, пока перед ней не останется одна цифра. Если число меньше 1, запятую нужно смещать вправо до тех пор, пока она не «перепрыгнет» через первую значимую цифру, то есть любую цифру, кроме нуля. Сколько «прыжков» совершит при этом запятая, таков и порядок мантиссы, то есть экспонента. Если число

меньше единицы, порядок его мантиссы отрицательный.

В первом числе запятая должна «перепрыгнуть» через 9 разрядов влево. Значит, его стандартный вид таков:  $2,3 \times 10^9$ . Во втором числе она «перепрыгивает» через 8 разрядов вправо, и его стандартный вид:  $5,4 \times 10^{-8}$ . На какие клавиши при этом нужно нажимать, показано выше.

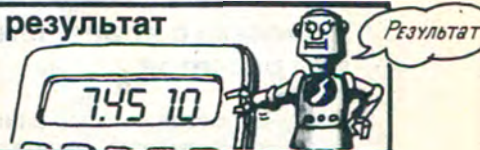
### Легкая тренировка

- $1.650\,000\,000 \times 342\,000 \times 3098$
- $1.1376\,000\,000 \div 0,000\,000\,08$
- $3.8052\,000\,000 \times 23 \div 0,000\,000\,55$

Попробуй решить эти примеры, переводя числа в стандартный вид. Если число умещается на экране, можно вводить его и в обычном виде: научные калькуляторы готовы к вычислениям, в которых используются оба вида чисел. Ответы даны на с. 95.

### Неожиданный результат

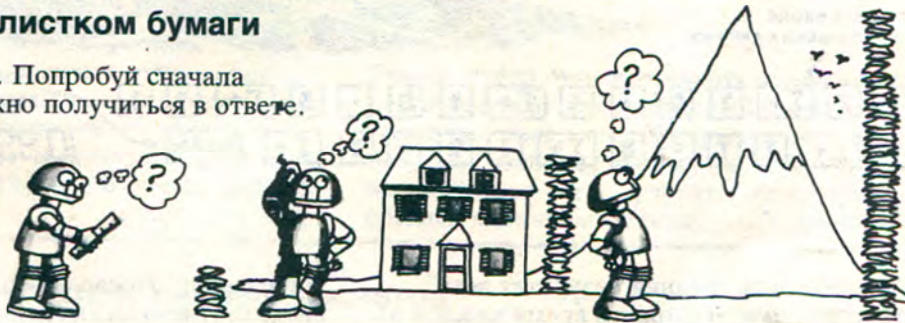
$$(7,45 \times 10^{10}) + 23$$



Сложив эти числа с помощью калькулятора, ты увидишь, что он вроде бы не прибавил второе слагаемое, то есть 23. Дело в том, что по отношению к такому большому числу 23 — всего лишь ничтожно маленькая частичка. Точный результат равен 74 500 000 023, но на индикаторе калькулятора не хватает места, чтобы показать это число в естественном виде. Ближайшее же к нему число в стандартном виде — это  $7,45 \times 10^{10}$ .

## Головоломка с листком бумаги

Не торопись считать. Попробуй сначала сообразить, что должно получиться в ответе.



Представь, что у тебя в руках листок бумаги толщиной 0,15 мм. Какой будет толщина этого листка, если его сложить вдвое, затем еще раз вдвое и так 50 раз?\*\*\*

### Подсказка

Итак, сложим листок один раз:  $0,15 \text{ мм} \times 2$ . Сложим два раза:  $0,15 \text{ мм} \times 2^2$ . Три раза:  $0,15 \text{ мм} \times 2^3$  ... 50 раз:  $0,15 \text{ мм} \times 2^{50}$ .

\*\*\* На самом деле этого сделать нельзя: квадратный листок бумаги невозможно сложить более восьми раз. Хочешь убедиться, попробуй сам.

# Новое путешествие в Королевство Статистики

Статистика содержит в себе факты и числа, дающие нам информацию о совокупностях различных явлений и объектов. Один из способов получения такой информации — это расчет средних величин, в том числе среднего арифметического\*.

Некоторые калькуляторы снабжены специальными клавишами, которые помогают нам вычислять средние величины, а также делать другие статистические расчеты. Эти клавиши имеют самые разные обозначения, поэтому обязательно проверь в «Руководстве по эксплуатации», как они обозначены на твоём калькуляторе. А мы приводим здесь некоторые возможные варианты.

Клавиша ввода статистических данных

$\Sigma$  или  $\Sigma^+$

Клавиша расчета среднего арифметического

$\bar{x}$  или MEAN

Клавиша расчета стандартного отклонения

$\sigma n-1$

Клавиша очистки статистического регистра

SAC или CSR

Есть калькуляторы, в которых для проведения статистических расчетов предусмотрен особый статистический регистр (или «модуль»). Для включения этого регистра у них имеется специальная клавиша, при нажатии на которую некоторые другие регистры калькулятора могут отключаться от своих «прямых» функций, так как в это время они используются самим калькулятором для статистических вычислений. Например, может отключаться регистр памяти.

## Разминка с клавишами статистических расчетов

Для знакомства с этими клавишами попробуй рассчитать средний результат этих 6 спортсменок. Их результаты и представляют собой своего рода статистические данные.



9,7 с



Клавиша ввода статистических данных

9 . 7  $\Sigma^+$  1 0 . 4  $\Sigma^+$  1 0 . 5  $\Sigma^+$  1 1 . 2  $\Sigma^+$  1 1 . 8  $\Sigma^+$  1 2 . 1  $\Sigma^+$  MEAN 10.95

Клавиша среднего арифметического

Чтобы вычислить средний результат всех спортсменок, нужно сложить время каждой из них и сумму разделить на их количество. Для этого нажми на клавишу включения статистического регистра (если она есть на твоём калькуляторе), а затем — на клавишу его очистки, чтобы «стереть» в нем результаты предыдущих

вычислений. После этого, используя клавишу ввода статистических данных, введи в калькулятор время каждой спортсменки. Как это делается, показано выше. Теперь нажми на клавишу среднего арифметического. Калькулятор все рассчитает сам и покажет результат на экране (индикаторе).

\* Со средними величинами мы уже знакомили тебя во время нашего первого путешествия к королеве статистики (с. 32—33).

## Ввод данных

1

7.2, 8.4, 7.2, 9.6, 9.4, 7.2, 7.2

Нажимай на эти клавиши → **7** **.** **2** **Σ+** **Σ+** **Σ+** **Σ+**

2

**3** **.** **8** **С**  
**3** **.** **9** или **Σ-**

Когда приходится иметь дело со многими данными, некоторые из них могут повторяться, как в том примере, который ты видишь выше. Все результаты 7.2 можно сгруппировать и ввести в калькулятор вместе. Для этого введи один раз 7.2, а затем нажми на клавишу ввода статистических данных столько раз, сколько раз повторяется это число.

Если ты ошибся при вводе какого-либо числа, его можно «стереть» либо нажатием на клавишу сброса, либо с помощью специальной клавиши «Σ—».

## Еще кое-что о средних

Средние величины могут давать неверное представление, если среди всех чисел, на основе которых они рассчитаны, некоторые числа окажутся значительно больше или меньше других. Так, если бы результат последней спортсменки равнялся 23,4 с, а не 12,1 с, среднее арифметическое всех результатов составило бы 12,8 с. Это медленнее, чем результаты остальных пяти участниц забега. Значит, это среднее не дает верного представления о скорости.

В математике есть способ определения того, на сколько те или иные данные отличаются от средней величины. Этот способ называется отысканием «стандартного отклонения» от среднего. Клавиша такой операции обозначается как «σn-1».



## Вычисление стандартного отклонения

Чтобы вычислить стандартное отклонение, введи в калькулятор все данные, а затем нажми на клавишу «σn-1». Попробуй проделать эту операцию с результатами первого забега. Если ответ будет равен 0,91 с, ты все сделал правильно.

Теперь найди стандартное отклонение для результатов второго забега. Оно оказывается более высоким, чем для первого. Это говорит о большем разбросе данных, то есть о том, что во втором случае результаты отличаются от средней величины больше, чем в первом.

## Другие клавиши статистических расчетов

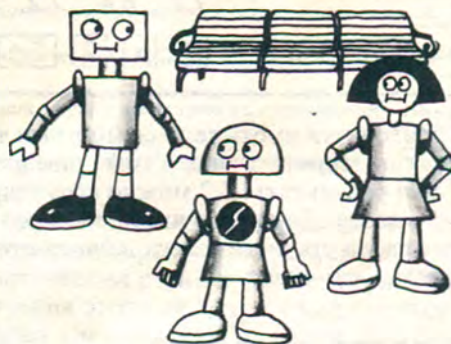
У ряда калькуляторов имеется клавиша «Σx», с ее помощью получают сумму всех введенных в калькулятор данных. Клавиша «Σx²» дает возможность узнать сумму квадратов данных.

Нажав клавишу «n», проверяют, сколько всего данных было введено. У некоторых калькуляторов по мере ввода данных на индикаторе непрерывно высвечиваются результаты промежуточных вычислений.

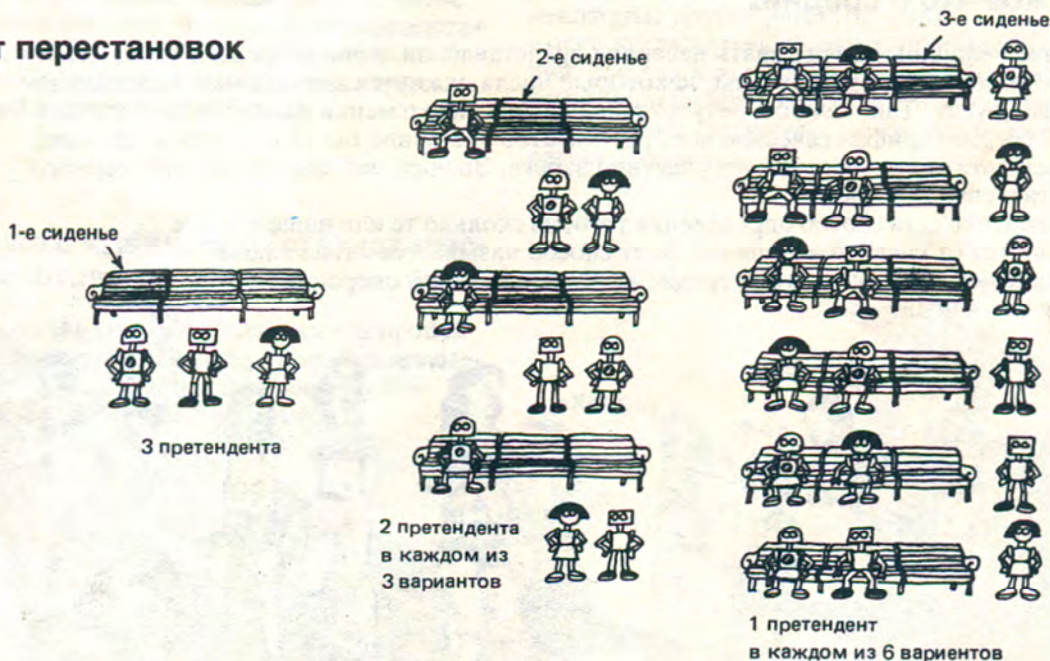
# Остановка для перестановки

Справа — 3 робота и скамья с 3 сиденьями. Роботы могут разместиться на скамье в разных вариантах (комбинациях) по отношению друг к другу. Как ты думаешь, сколько всего таких вариантов?

Варианты группировки предметов по отношению друг к другу называются перестановками. Количество возможных перестановок вычисляется с помощью специальной математической формулы, о которой мы рассказываем ниже.



## Расчет перестановок



На 1-е место может сесть любой из 3 роботов. На 2-е место в каждом случае могут претендовать 2 оставшихся. На 3-е место каждый раз остается 1 претендент. Чтобы рассчитать количество всех возможных перестановок, нужно

перемножить число роботов, которые могут сесть на каждое из незанятых мест:  $3 \times 2 \times 1$ . Пусть тебя не сбивает обилие скамей на рисунках: рисунков много, а скамья-то всего 1!

## Расчеты на калькуляторе

**3** **×** **!** **6**

Произведение  $3 \times 2 \times 1$  — это один из так называемых «факториалов». Факториал — это произведение ряда последовательных натуральных чисел от  $n$  до 1 ( $n \times \dots \times 2 \times 1$ ). В данном случае это факториал 3.

На математическом языке он записывается так:  $3!$  Клавиша вычисления факториала имеется у большинства калькуляторов для науч-

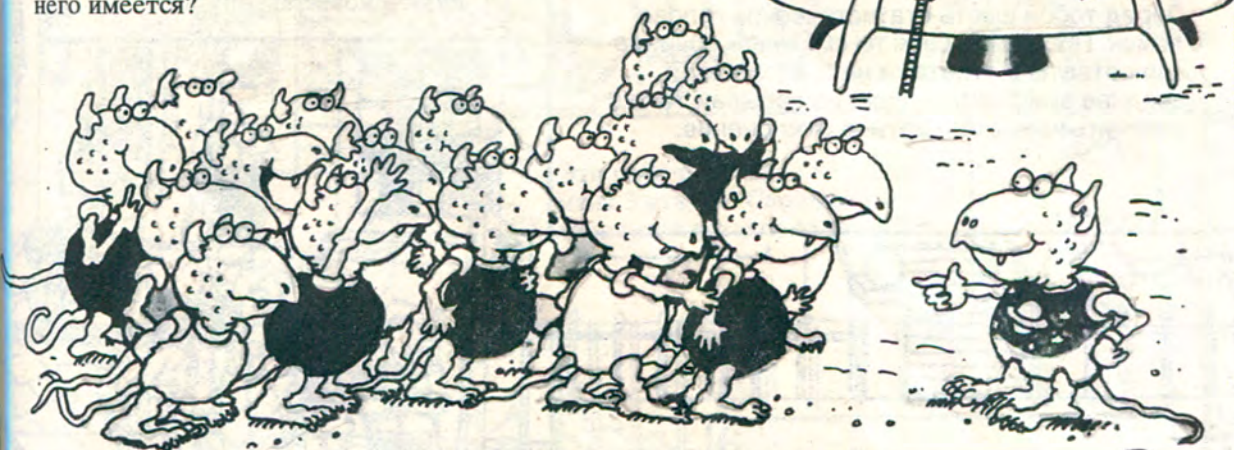
**7** **×** **!** **5040**

ных расчетов. Обозначается она как « $x!$ » или «!», а как ею пользоваться, видно из этих примеров.

Если бы роботов и сидений было по 7, число претендентов на 1-е место равнялось бы 7, на 2-е — 6 и так далее. Значит, количество перестановок было бы равно  $7!$ .

## Отбор космического экипажа

Чудомур хочет отобрать экипаж для космического полета. В экипаж должно входить всего 3 космонавта, а претендентов 17. Помоги Чудомуру и ответь: сколько вариантов экипажа у него имеется?



$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 7 & \times & 1 & 6 & \times & 1 & 5 \\ \div & 3 & \times & ! & = & & & \end{array}$$

Сначала нужно определить, каково число всех комбинаций, в которых 17 претендентов могут занять 3 места. Но ведь нужно иметь в виду, что некоторые комбинации будут представлять собой перестановки одних и тех же претендентов (ABC — это то же самое, что BCA, BAC и т. д.). Чтобы подсчитать возможное число комбинаций, в которые входили бы только 3 разных претендента, их общее число перестановок нужно разделить на число перестановок, возможных среди 3 одних и тех же претендентов.

Общее число вариантов занятия 3 мест 17 претендентами равно:  $17 \times 16 \times 15$ , потому что на 1-е место в экипаже будет 17 претендентов, на 2-е — 16, а на 3-е — 15. Разделив это произведение на число возможных перестановок среди трех, то есть на  $3!$ , ты и получишь искомый ответ. Можешь подсказать Чудомуру, что у него есть 680 вариантов экипажа.

## Составь футбольную команду



Ты — тренер. Тебе нужно составить 2 футбольные команды из 11 игроков в каждой. В одну хотят попасть 15 мальчишек, в другую — 20

девчонок. Сколько у тебя вариантов той и другой команды!? А какие ответы даны на с. 95?

# Головоломки королевы Статистики

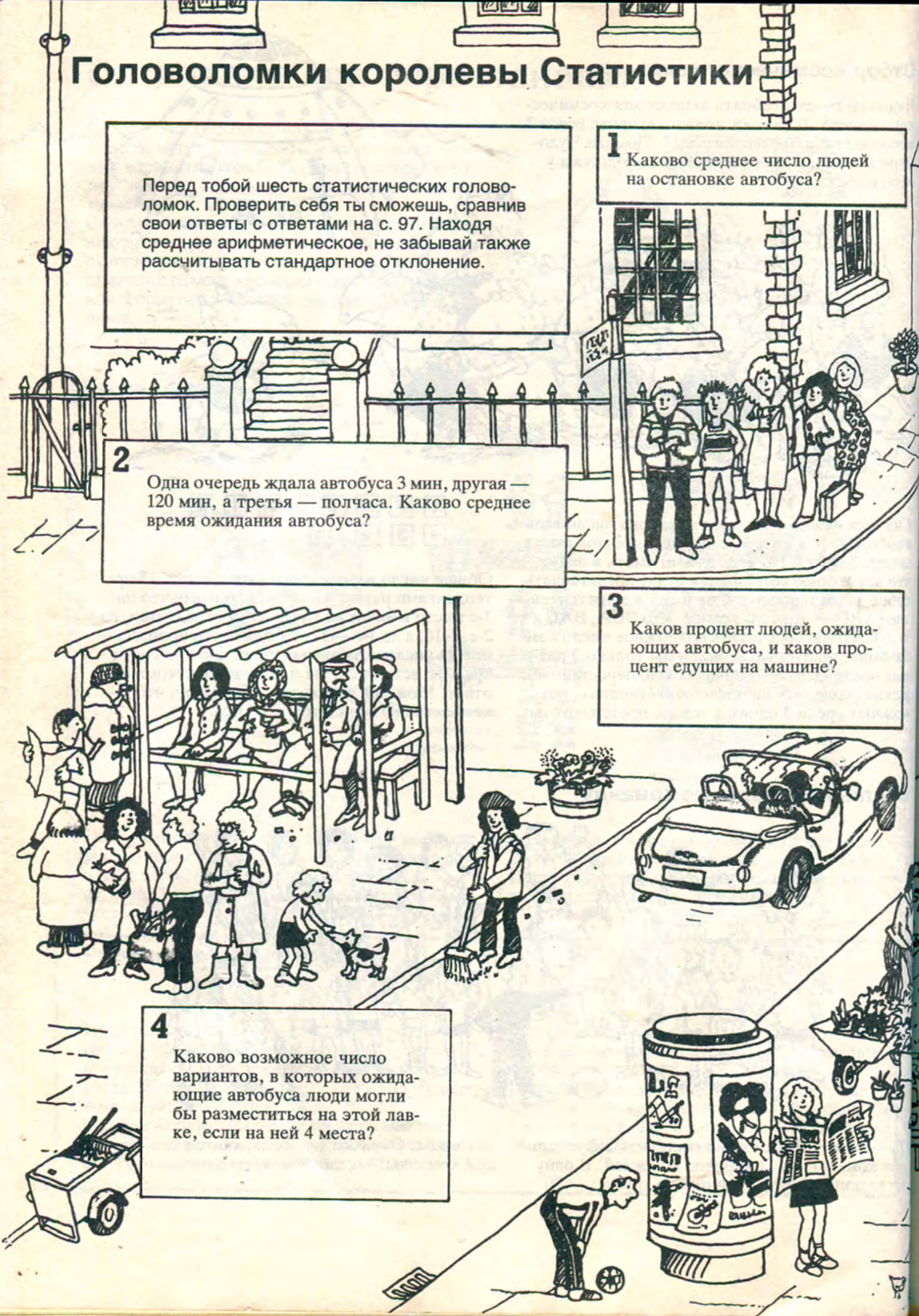
Перед тобой шесть статистических головоломок. Проверить себя ты сможешь, сравнив свои ответы с ответами на с. 97. Находя среднее арифметическое, не забывай также рассчитывать стандартное отклонение.

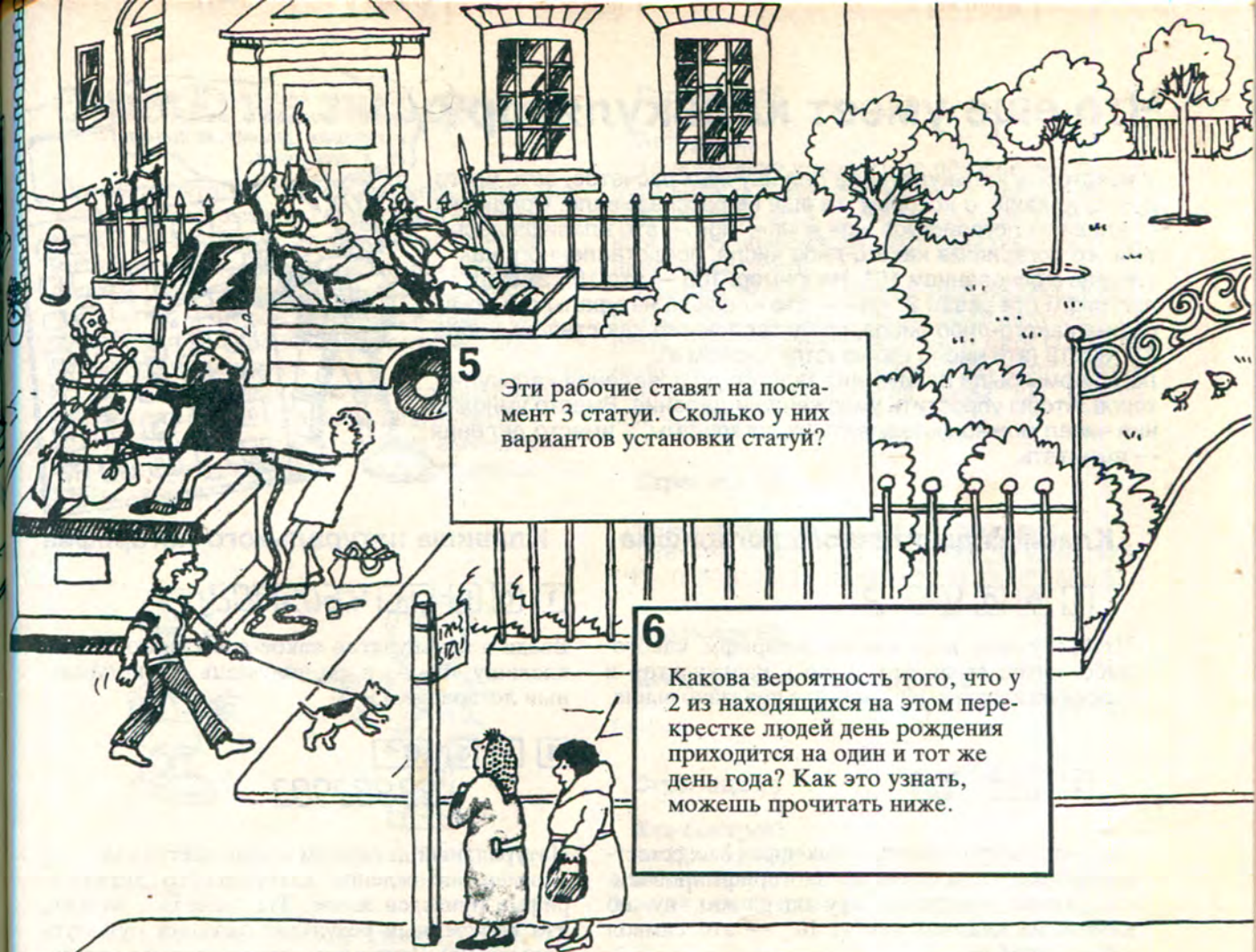
**1** Каково среднее число людей на остановке автобуса?

**2** Одна очередь ждала автобуса 3 мин, другая — 120 мин, а третья — полчаса. Каково среднее время ожидания автобуса?

**3** Каков процент людей, ожидающих автобуса, и каков процент едущих на машине?

**4** Каково возможное число вариантов, в которых ожидающие автобуса люди могли бы разместиться на этой лавке, если на ней 4 места?





5

Эти рабочие ставят на постамент 3 статуи. Сколько у них вариантов установки статуй?

6

Какова вероятность того, что у 2 из находящихся на этом перекрестке людей день рождения приходится на один и тот же день года? Как это узнать, можешь прочитать ниже.

## Головоломка «С днем рождения»

Сначала нужно определить, какова вероятность того, что их день рождения приходится на разные дни.

На перекрестке 31 человек. В году 365 дней\*. На каждый из них может приходиться чей-то день рождения. Для одного человека вероятность того, что его день рождения не совпадает с днем рождения другого, равна  $\frac{364}{365}$ . Для третьего вероятность несовпадения его дня рождения с днями рождения двух первых равна  $\frac{363}{365}$ , и так далее для всех 30 человек, следующих за первым. Чтобы рассчитать вероятность того, что дни рождения каждого из них различны, тебе нужно перемножить шансы каждого из них\*\*:

$$\frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \frac{361}{365} \dots \frac{335}{365}$$

Для этого сначала перемножь числители, а затем раздели полученный результат на  $365^{30}$ .

$$\begin{array}{cc} 3 & 6 & 4 & \times & 3 & 6 & 3 & \times & 3 & 6 & 2 & \dots & \times & 3 & 3 & 5 \\ \div & 3 & 6 & 5 & \times & 3 & 0 & = & 0.2695454 \end{array}$$

Округленный ответ: 0,27, или 27%. Вероятность того, что дни рождения двух человек или совпадут, или не совпадут, равна 100%. Значит, если вероятность несовпадения равна 27%, то вероятность совпадения составляет  $100\% - 27\% = 73\%$ .

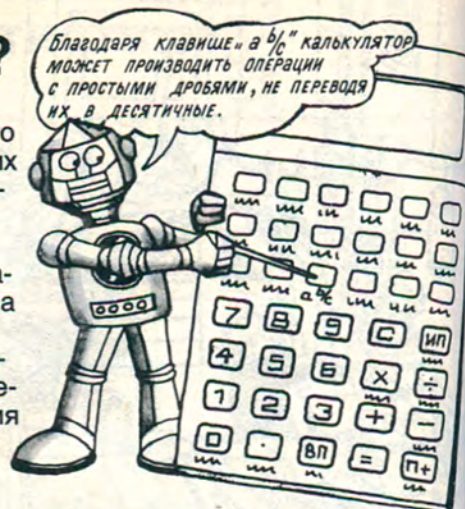
\* Чтобы упростить расчеты, можно пренебречь високосным годом, который бывает раз в четырехлетие и который насчитывает 366 дней.

\*\* О способах вычисления шансов мы рассказывали тебе, когда были в гостях у принцессы вероятности (с. 44—46).

# Что еще умеет калькулятор?

У некоторых калькуляторов для научных расчетов, есть много других клавиш, о которых мы еще не рассказывали. Среди них — клавиши логарифмов «lg» и «ln». «lg» — это клавиша десятичного логарифма какого-либо числа, представленного как степень с основанием  $10^*$ . Например, 100 — это  $10^2$ . Значит, логарифм ста равен 2. «ln» — это клавиша натурального логарифма какого-либо числа, представленного как степень числа 2,7182818 (это число называется числом e).

Логарифмы были придуманы задолго до появления калькуляторов, чтобы упростить умножение и деление. Вместо умножения чисел можно складывать их логарифмы, а вместо деления — вычитать.



## Клавиша десятичного логарифма

**1 0 0 lg 2**

Чтобы узнать десятичный логарифм какого-либо числа, введи это число в калькулятор и нажми на клавишу «lg», как это показано выше.

**2 10\* 100**

Перевод логарифмированных чисел в их естественный вид называется антилогарифмированием. Чтобы совершить эту операцию, нужно нажать на клавишу «10\*».  $10^*$  — это символ антилогарифма.

## Клавиша округления

**353 ÷ 9.7**

**FIX 2**  
**3 5 3 ÷ 9 . 7 =**  
**36.39**

С помощью этой клавиши можно дать команду калькулятору округлить результат до такого числа знаков после десятичной запятой, которое тебе требуется. Так, если ты хочешь, чтобы в ответе было не более двух десятичных знаков, нажми на клавиши «FIX» и «2», а затем уже вводи нужные тебе числа и операции.

## Клавиша натурального логарифма

**1 0 0 ln 4.6051702**

Введи в калькулятор какое-либо число, нажми клавишу «ln» — и ты получишь его натуральный логарифм.

**4 . 6 e^x**  
**99.982983**

Натуральный логарифм обозначается как «e<sup>\*</sup>». Пример нахождения натурального антилогарифма приведен выше. Ты, конечно, видишь, что полученный результат оказался чуть-чуть меньше 100. Дело в том, что мы ввели в калькулятор ln 100 с округлением в меньшую сторону.

## Клавиша количества цифр в мантиссе

**(1.562 × 10<sup>9</sup>) ÷ (1.2354 × 10<sup>5</sup>)**

**SCI 3**  
**1 . 5 6 2 BП 9**  
**÷ 1 . 2 3 5 4**  
**BП 5 = 1.26 04**

Этой клавишей задается количество цифр в мантиссе ответа, когда расчеты ведутся с числами в стандартном виде\*\*. Большинство калькуляторов, снабженных этой клавишей, может показать при этом на индикаторе до 5 цифр.

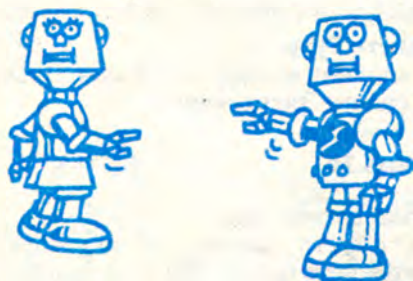
\* О степенях мы рассказывали на с. 40—41 и 84—85.

\*\* Если ты хочешь вспомнить, что такое стандартный вид числа, загляни на с. 40—41 и 86—87.

# Ответы на загадки

Дорогие ребята! Мы приводим здесь ответы на загадки, с которыми вы встретились в нашем втором путешествии. Большинство ответов мы округляем до целого числа или до одной десятой. Там, где требуется большая точность, ответы даны в том виде, в каком они появляются на экране калькулятора с восьмизначной индикацией.

Если в ходе решения задач и головоломок ты округлял промежуточные результаты, окончательные результаты твоих вычислений могут чуть-чуть отличаться от приводимых здесь ответов.



## Страница 52

Самым большим числом здесь будет 22412, получаемое умножением  $431 \times 52$ .

## Страница 54

Вот один из способов:

$7+7+7+7+7+7+7+7+7=56-5=51+7+7=65-5-5-5=50$ . Проще всего это сделать так:  $55-5=50$ . Какие еще способы ты можешь придумать?

## Страница 56

### Простые примеры

$25 \times 4 = 100$ ;  $1100 \times 9 + 9 = 9909$ ;  $30 \div 2,4 - 3 = 9,5$ ;  
 $9521 - 4193 = 5328$ ;  $10,4 \div 2 = 5,2$ ;  $6400 \div 8 = 800$ ;  
 $6 \times 10 \times 100 = 6000$ ;  $9 + 17 = 26$ ;  $54 \div 4,5 - 6 = 6$ ;  
 $700 \times 4,3 \div 301 = 10$ ;  $805,2 - 605,2 = 200$ ;  
 $4098 - 3097 = 1001$ ;  $6059 \times 423 = 2\,562\,957$ .

## Страница 57

### Как делать приблизительные подсчеты

$512 \times 359 = 183\,808$  (приблизительно 200 000)  
 $971 \times 28 = 27\,188$  (приблизительно 30 000)  
 $1594 \div 273 = 1867$  (приблизительно 1900)  
 $6123 \div 57 = 107,4$  (приблизительно  $6000 \div 60$ )

## Страница 58

### Авторалли

Твоя средняя скорость на последнем участке пути должна быть чуть выше 98 км/час. Выходит, что тебе вряд ли удастся пройти контрольный пункт вовремя, не нарушив при этом ограничения скорости.

Средняя скорость второй машины будет равняться почти 47 км/ч. Этот ответ получается в результате деления длины всего пути (19,5 км) на время, за которое он будет пройден второй машиной, выраженное в часах (25 мин:60 мин=около 0,4 часа).

## Страница 59

### Перевод простых дробей в десятичные

$1/10=0,1$ ;  $7\,3/4=7,75$ ;  $3\,5/8=3,625$ ;  $9/8=1,125$ ;  
 $5/17=0,2941176$ ;  $15/16=0,9375$ ;  $21\,2/3=21,666667$ .

## Страница 63

### Декодирование двоичного кода

0011=3; 1111=15; 0101=5; 0111=7; 1100=12;  
1001=9.

## Страница 64

### Кто быстрее?

$4 \times 12 = 48$ ;  $9 + 46 = 55$ ;  $175 - 50 = 125$ ;  $70 \times 5 = 350$ ;  
 $108 \div 12 = 9$ ;  $4 \times 7 + 5 = 33$ ;  $9 + 8 - 3 = 14$ ;  
 $73 - 17 + 16 = 72$ ;  $244 \div 2 + 15 = 137$ ;  $2 \times 2 + 46 = 50$ .

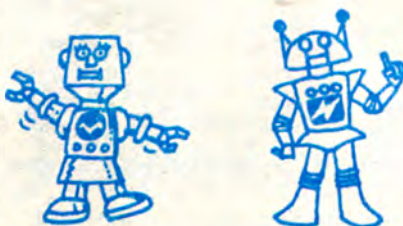
## Страница 67

### Головоломка для альпиниста

Ты можешь взять 13 плиток шоколада. Вот как это можно определить. Сначала подсчитай в килограммах, сколько весит все то, что ты уже подготовил к укладке:

$11,75 + 2 + (2 \times 0,430)$   
 $+ (7 \times 0,085)$   
 $+ (3 \times 0,113)$   
 $+ (5 \times 0,021)$

Выполни эти действия с использованием регистра памяти и нажми на клавишу «ИП». На индикаторе калькулятора должна появиться сумма: 15,649. Вычтя ее из 17 кг, ты узнаешь, какой вес ты еще можешь добавить. Разделив результат на 0,103 кг, ты получишь искомый ответ.





## Страница 68

### Перевод миль в километры

15 миль=24,1 км  
45 миль=72,4 км  
66 миль=106,2 км  
105 миль=168,9 км

## Страница 69

### В метеоритном потоке

Быстрее из метеоритного потока выйдет тот, кто первым даст правильный ответ. У тебя количество очков должно равняться 17040, а у твоего друга — 18 950. Значит, разница составляет 1910 очков. Самый быстрый способ подсчета здесь — это подсчитать твои результаты по частям, а затем сложить их в памяти. Нажав на клавишу «ИП», ты получишь общее количество заработанных тобой очков. А чтобы узнать разницу между вашими очками, введи в свой калькулятор очки, набранные твоим другом, и вычти из них свою сумму, нажав сначала на «-», а затем на «ИП».

## Страница 70

### Задача с головными уборами

44% ( $\frac{4}{9}$ ) роботов носят желтые головные уборы, 33% ( $\frac{3}{9}$ ) — красные и 22% ( $\frac{2}{9}$ ) — синие.

## Страница 71

### На планете Занор

Для отыскания средства борьбы с зелеными спорами в распоряжении ученых Занора имеется 5 дней. Если за это время они не найдут нужных гербицидов, на 6-й день споры окутают всю планету. Вот последовательность твоих расчетов:

за 1-й из оставшихся дней споры окутают  
20% + 33% (от 20) = 26,6% поверхности,  
за 2-й — +33% = 35,378%,  
за 3-й — +33% = 47,05274%,  
за 4-й — +33% = 65,5801442%,  
за 5-й — +33% = 83,231592%,  
за 6-й — +33% = 110,69802%.

### Как находить проценты без клавиши «%»

25% от 5800=1450; 35% от 675=236,25;  
115% от 50=57,5; 46% от 900=414.

## Страницы 72—73

### Возведение в квадрат

$11^2=121$ ;  $42^2=1764$ ;  $94^2=8836$ ;  
 $103^2=10\ 609$ .  
 $0,2^2=0,04$ ;  $0,65^2=0,4225$ ;  $0,83^2=0,6889$ ;  
 $0,9^2=0,81$ .

### Сюрприз повторяющихся чисел

Вот три других таких числа:  $76^2=5776$ ,  
 $376^2=141\ 376$ ,  $625^2=390\ 625$ .

### Извлечение квадратного корня

$\sqrt{15}=3,9$ ;  $\sqrt{88}=9,4$ ;  $\sqrt{529}=23$ ;  
 $\sqrt{1944}=44,1$ ;  $2 \times \sqrt{324 \div 3}=12$ ;  
 $3 \times \sqrt{1089} - \sqrt{4356}=33$ ;  $9555 \div \sqrt{5402,25}=130$ .

## Страница 74

### Худышка Салли и антенна

Длина каждой растяжки равна 6,7 м.

### Джим и Боб

Боб прошагал 13,9 км.

### На планете Турр

Вода заполнит камеру за 6,5 мин. Значит, ты успеешь спасти Электрянина.

## Страница 76

### Прогулка по экватору

Чтобы обойти Землю по экватору, тебе потребуется чуть больше 80 млн. шагов.

### Робот на велосипеде

Чтобы проехать 1 км, колесо должно совершить 482 оборота. Если колесо делает 120 оборотов в минуту, значит, скорость робота-велосипедиста равна 15 км/ч.

Последовательность решения первой задачи такова: сначала нужно найти расстояние, которое колесо проходит за один оборот, то есть его окружность; затем разделить полученный результат на 100 000, чтобы перевести его в км, а затем 1 км разделить на длину окружности колеса, чтобы определить число оборотов, за которое колесо проходит 1 км.

Для определения скорости велосипеда при 120 оборотах в минуту умножь 120 на 60, чтобы вычислить число оборотов в час, и раздели результат на 482 (то есть на число оборотов колеса, за которое оно проходит 1 км). Это и будет искомая скорость.



### Происшествие на берегу океана

Чтобы решить эту головоломку, найди объем одной бочки в м<sup>3</sup> и умножь результат на 1000. Это будет ее объем в литрах. Умножив 10 т на 1000, ты получишь количество бензина в бочке в литрах. Разделив это количество на объем одной бочки, ты узнаешь, сколько их нужно, чтобы перелить весь бензин (чуть больше 50 бочек). Наконец, разделив 10 000 л на скорость подачи бензина в бочки (900 л/мин), ты узнаешь, сколько времени требуется на то, чтобы перелить весь бензин (11,11 мин).

### Страница 77

#### Мыльный пузырь

Площадь поверхности этого мыльного пузыря равна 1263 мм<sup>2</sup>.

Решая эту задачу, сначала найди радиус мыльного пузыря, разделив его окружность на 2л. Затем возведи полученное число в квадрат и умножь на 4л.



### Страница 78

#### Пропущенные цифры

$$93 \times 86 = 7998$$

### Страница 80

#### Тренировка со скобками

1) 7,3 2) 20 3) 58 4) 94 5) 5 6) 49 7) 770 8) 240 9) 153.

### Страница 81

Еще вычисления со скобками

1) 11 2) 90 006 3) 3,03.



### Страница 83

#### Задача для яхтсмена

Расстояние между яхтой и маяком равно 89,4 м. Маяк со скалой (75 м) — это катет, противолежащий углу в 40°, а расстояние между яхтой и маяком — это прилежащий катет. Значит, ты можешь определить это расстояние по формуле

$$\text{прилежащая сторона} = \frac{\text{противолежащая сторона}}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

$$\text{Отсюда: расстояние между яхтой и маяком} = \frac{75}{\operatorname{tg} 40^\circ}.$$

### Страница 84

#### Клaviша возведения в степень

$$9^8 = 43\,046\,721; \quad 15^3 = 3375; \quad 6^1 = 6; \quad 12^4 = 20\,736; \\ 5^7 = 78\,125$$

#### Отрицательные показатели степени

$$3^{-4} = 0,0123457; \quad 5^{-2} = 0,04; \quad 4^{-1} = 0,25; \\ 6^{-5} = 0,0001286$$

#### Извлечение корней

$$\sqrt[8]{656} = 3; \quad \sqrt[7]{16\,384} = 4; \quad \sqrt[5]{3125} = 5;$$

### Страница 85

#### Стоит ли рисковать?

Шансы на то, что монета пять раз подряд упадет решкой вверх, равны 0,03125, то есть примерно  $\frac{3}{100}$ . Иными словами, при 100 подбрасываниях решка может выпасть 5 раз подряд трижды.

### Страницы 86—87

#### От Солнца до Земли

Свет долетает от Солнца до Земли за 500 с, т. е. за 8 мин 20 с.

#### Путешествие с улиткой

Улитка смогла бы добраться до Луны за 87 671 год. Этот результат мы получаем, разделив  $7,68 \times 10^8$  часов на количество часов в году ( $24 \times 365$ ).

### Легкая тренировка

- 1)  $6,8869 \times 10^{17}$
- 2)  $1,72 \times 10^{16}$
- 3)  $3,3672 \times 10^{17}$

### Головоломка с листком бумаги

Если бы листок можно было сложить 50 раз, его «толщина» оказалась бы равной  $1,6888 \times 10^8$  км, или более чем 168 млн. км. А это больше, чем расстояние от Земли до Солнца!

0,15 мм можно умножить на  $2^{50}$  с помощью клавиши «ВП» («Ввод порядка»). Если же ты хочешь собственными глазами увидеть, как растет «толщина» листка, введи в константную память  $\times 2$ , затем введи 0,15 и нажимай на клавишу «=» 50 раз подряд. В обоих случаях ты получишь толщину листка в миллиметрах. Чтобы перевести результат в километры, раздели его на 1 000 000.

### Страница 91

#### Футбольные команды

У тебя 1365 вариантов команды мальчишек и 167 960 вариантов команды девчонок.



### Страницы 92—94

#### Головоломки королевы Статистики

1. Среднее число людей на остановке равно 6, стандартное отклонение при этом составляет 4,6 человека.
2. Среднее время ожидания автобуса каждой очередью — 17,8 мин при стандартном отклонении, равном 13,7 мин.
3. 58% ( $^{18}/_{31}$ ) людей, изображенных на этом перекрестке, ждут автобуса, а 13% ( $^4/_{31}$ ) — едут в машинах.
4. Число вариантов, в которых ожидающие автобуса люди могут разместиться на лавке, равно 330 ( $11 \times 10 \times 9 \times 8 \div 4!$ ).
5. Рабочие могут установить 3 статуи в 6 вариантах.

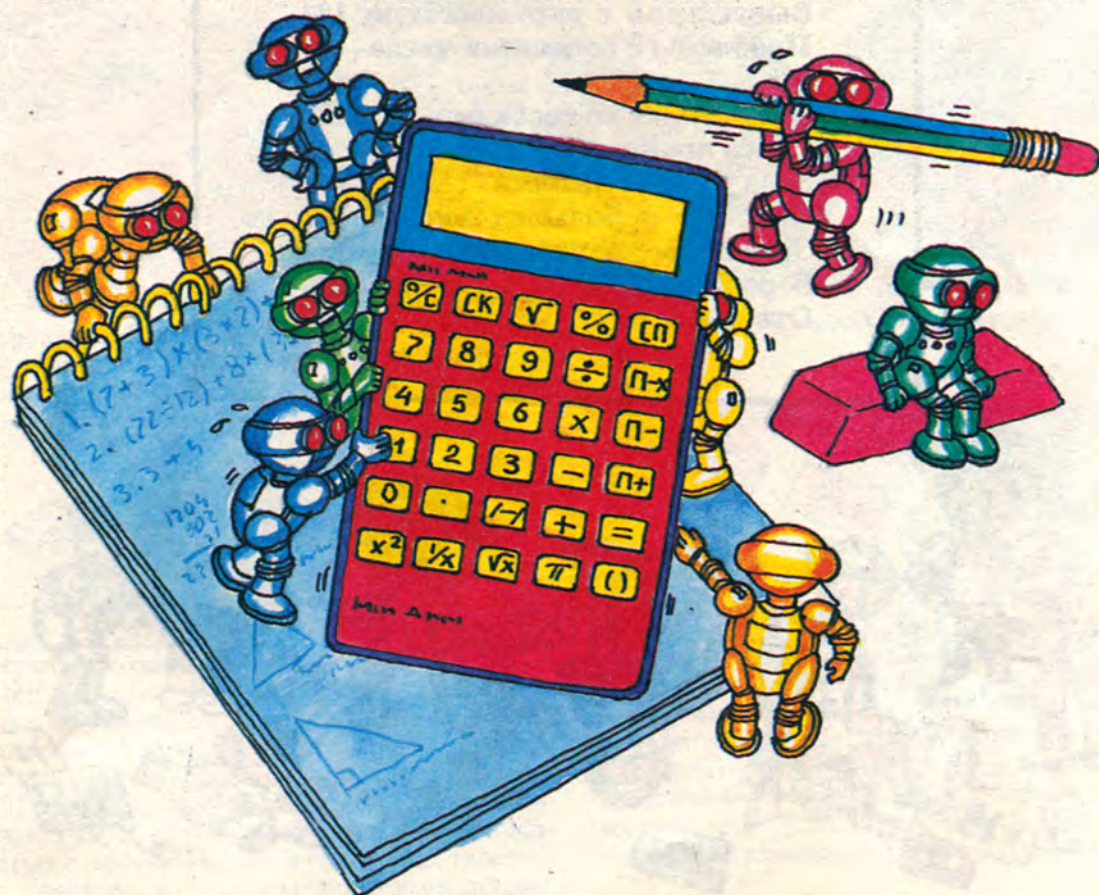
Путешествие третье

# ЗАДАЧИ, ГОЛОВОЛОМКИ И ФОКУСЫ С КАЛЬКУЛЯТОРАМИ

Найджел Лэнгдон

(под редакцией Хелен Дэвис)

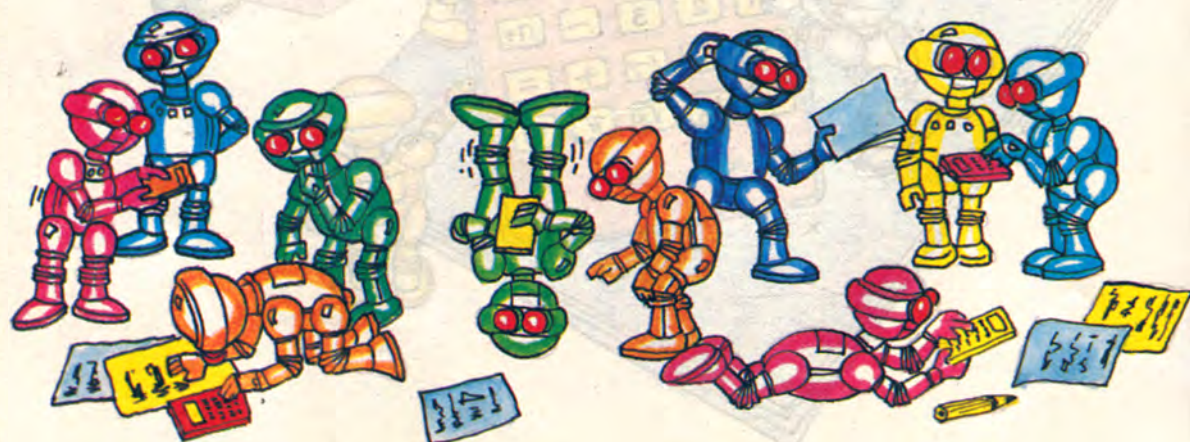
Оформление: Грэхем Раунд



Иллюстрации: Наоми Рид, Мартин Ньютон, Роб МакКейг, Марк Лонгуорт,  
Грэхем Раунд

# Головоломки, головоломки, головоломки...

Вспоминаем пройденное . . .	101
Осваиваем клавиатуру . . .	102
Познакомься с числами . . .	104
Найди ошибки . . . . .	106
Займемся делением . . . . .	108
Задача с дробями . . . . .	110
Будь точен! . . . . .	112
Используем память . . . . .	114
Задача о планетах . . . . .	115
Повторение вычислений . . .	117
Задача на проценты . . . . .	119
Учимся возводить в квадрат	120
Всё наоборот . . . . .	122
Вычисления с окружностями	124
Проблемы с большими числами . . . . .	126
Знакомимся со скобками . . .	128
Спаси принцессу Лейлу.	
Задачи со степенями . . . . .	130
Еще раз о больших числах	132
Задачи по статистике . . . . .	134
Вероятности . . . . .	136
Ответы . . . . .	140



# Вспоминаем пройденное

Эта часть книги содержит различные задачи и головоломки, решение которых поможет тебе приобрести практические навыки в использовании калькулятора. По мере чтения ты заметишь, что сложность задач и головоломок постепенно повышается от простых, направленных на повышение скорости и точности работы, до более сложных, для решения которых тебе потребуется использовать ранее полученные знания по математике. Некоторые задания рассчитаны на применение калькулятора для научных расчетов. В случае необходимости ты можешь заглянуть в предыдущие части книги и вспомнить различные математические сведения. Ответы на все задания ты найдешь на с. 140—145.



Какое минимальное число нажатий на клавиши калькулятора потребуется тебе сделать для того, чтобы получить на индикаторе калькулятора число 12, если использовать только клавиши "1", "+" и "=" ?



Сколько раз встречается цифра 1 в числах от 1 до 100 включительно ?

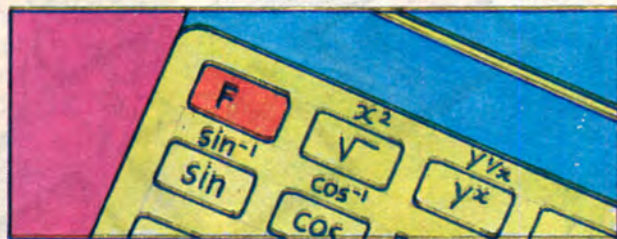


Для решения большинства задач и головоломок тебе будет достаточно простого калькулятора, хотя, если захочешь, ты, конечно, можешь вос-

пользоваться и калькулятором для научных расчетов\*.



Операции, которые можно выполнить с помощью калькулятора (такие, например, как сложение, вычитание и т. п.), иногда называют функциями. Символы, которыми на клавишах обозначаются функции, могут отличаться друг от друга на калькуляторах разного типа. Если используемые в этой книге обозначения не совпадают с обозначениями на клавишах твоего калькулятора, то воспользуйся «Руководством по эксплуатации», приложенным к твоему калькулятору.



На калькуляторах для научных расчетов одни и те же клавиши могут быть использованы для выполнения различных действий. В каждом конкретном случае действия, выполняемые калькулятором, зависят от предыдущих твоих действий — от того, на какие клавиши ты нажал до этого. Здесь тебе просто не обойтись без помощи «Руководства по эксплуатации».

\* О различных типах калькуляторов подробно рассказано на с. 52—53.

# Осваиваем клавиатуру

Задачи и головоломки, помещенные на этих страницах, помогут тебе как следует познакомиться с расположением основных клавиш на твоём калькуляторе. Нажимать на клавиши калькулятора надо быстро и точно. Если клавиша калькулятора окажется в нажатом состоянии дольше, чем это необходимо, то вместо одной цифры будет введено две. Если же нажатие на клавишу калькулятора будет неточным, то вместо одной цифры может оказаться введенной другая. Если при вводе числа ты сделал ошибку, нажав случайно не на ту клавишу, на которую было нужно, то ничего страшного нет — ты можешь исправить ошибку, нажав предварительно на клавишу «С». Если же ты обнаружил, что тебе необходимо привести калькулятор в начальное состояние, то добиться этого ты сможешь, нажав на клавишу «СК».

Попробуй добиться появления на индикаторе калькулятора числа 1001 нажимая лишь на следующие клавиши:

2 7 x - =

Сколько нажатий на эти клавиши ты сделал? Если не более десяти, то ты просто молодец!

Попробуй добиться появления на индикаторе калькулятора числа 100, нажимая лишь на следующие клавиши:

3 7 + - =

А ну-ка попробуй, удастся ли тебе сделать это не более, чем десятью нажатиями на эти клавиши?

Сумеешь ли ты найти шесть целых чисел, на которые число 1001 делится без остатка?

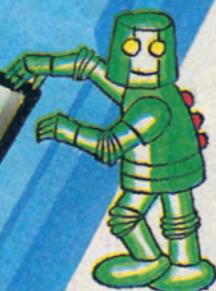
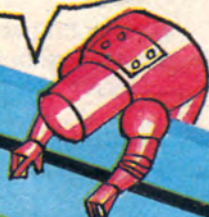
Попробуй определить, какие знаки операций (+, -,  $\times$ ,  $\div$ ) необходимо поставить вместо знаков вопроса, чтобы получить результат, стоящий справа от знака равенства.

$87 ? 19 ? 31 = 2108$

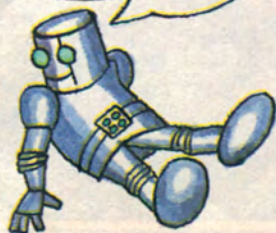
Попробуй определить, какие цифры должны стоять на местах знаков вопроса, чтобы получить результат, стоящий справа от знака равенства.

$48 \times 7 ? = ? 504$

Чему равна сумма чисел от 1 до 20 /  $1+2+3+\dots+20$  / ? Если у тебя есть часы, то засеки, сколько времени тебе потребуется на решение этой задачи.



Какие цифры должны стоять на местах знаков вопроса, чтобы это равенство было верным?  
 $?3 \times 8? = 7??8$   
 У этой задачи два разных ответа. Сумеешь ли ты найти их оба?



## Задачи на вычитание

7	8	9
4	5	6
1	2	3



$$963 - 852 =$$

$$852 - 741 =$$

Клавиши с цифрами образуют три столбика и три строки. Читая сверху вниз, получишь: 741, 852, 963; слева направо — 789, 456, 123. Что получится при операциях вычитания?

7	8	9
4	5	6
		3



$$789 - 456 =$$

$$456 - 123 =$$

Сделай то же самое, прочитав эти числа справа налево.

$$987 - 654 =$$

$$654 - 321 =$$

## Пары

Выбери любую клавишу с цифрой на ней из тех, что образуют вторую или третью строки,

7	8	9
4	5	6
1	2	3

$$74 - 47 =$$

$$41 - 14 =$$

$$63 - 36 =$$

например 4. Затем найди клавишу с цифрой, расположенной непосредственно над ней, — это будет 1. Нажав последовательно на эти две клавиши, ты получишь число 41. Если поменять в нем порядок цифр, то получится число 14. Вычти из 41 14. Что получилось? Сделай те

7	8	9
4	5	6
1	2	3

$$69 + 96 = 165$$

$$52 + 25 = 77$$

же самые действия с другими двумя клавишами.

Замени вычитание на сложение, то есть вычисли сумму  $41 + 14$ . Вычисли несколько аналогичных ей сумм. Результат всегда будет делиться нацело на число ... Что это за число?

## Соседи

Сколько различных чисел от 1 до 20 включительно удастся тебе получить на индикаторе, нажимая лишь на две расположенные рядом друг с другом (по горизонтали или вертикали)

$$5 - 4 = 1 \quad 6 \div 3 = 2 \quad 7 - 4 = 3$$

клавиши с цифрами на них и на одну из этих клавиш со знаком операции на ней? Какие пять чисел никак не удастся получить таким образом? А если использовать и клавиши с цифрами на них, являющиеся соседними и по диагонали — удастся ли получить большее число различных чисел? Сколько чисел все равно не удастся получить?

# Познакомься с числами

Взгляни на числа, изображенные ниже\*:

357618

Это число состоит из:

3 сотен тысяч  
+5 десятков тысяч  
+7 тысяч  
+6 сотен  
+1 десятков  
+8 единиц

459

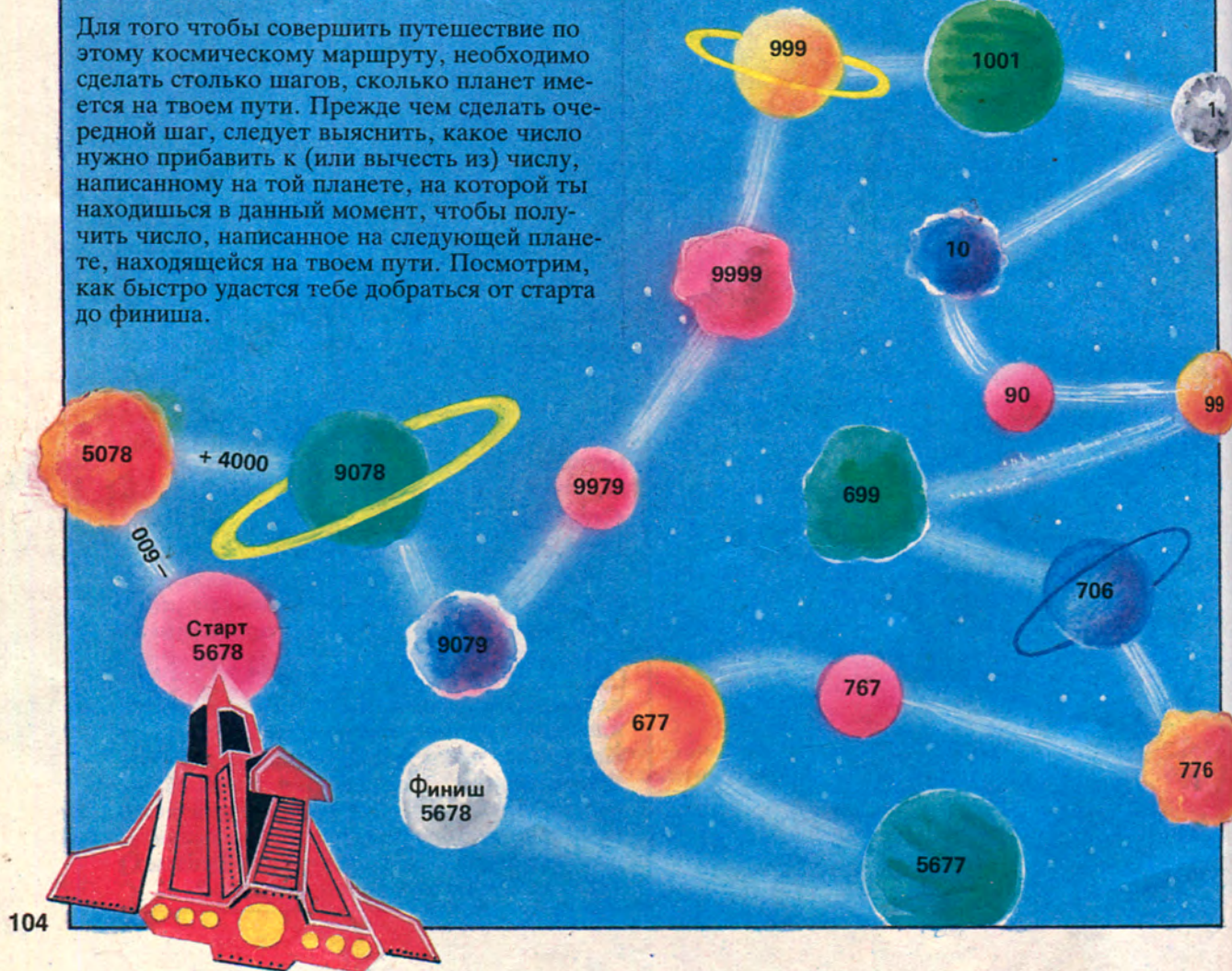
Это число состоит из:

4 сотен  
+5 десятков  
+9 единиц

В левом из изображенных выше двух чисел цифра 5 обозначает (в соответствии с занимаемым ею в этом числе местом) 50 000, а в правом — цифра 5 обозначает (в соответствии с занимаемым ею в этом числе местом) 50. Попробуй, воспользовавшись калькулятором, решить предлагаемую ниже задачу.

## Космическое путешествие

Для того чтобы совершить путешествие по этому космическому маршруту, необходимо сделать столько шагов, сколько планет имеется на твоём пути. Прежде чем сделать очередной шаг, следует выяснить, какое число нужно прибавить к (или вычесть из) числу, написанному на той планете, на которой ты находишься в данный момент, чтобы получить число, написанное на следующей планете, находящейся на твоём пути. Посмотрим, как быстро удастся тебе добраться от старта до финиша.




\* О системах счисления ты можешь прочитать на с. 6—9.

**1**

36 417  
29 149  
42 613


**2**

4762  
4062



**3**

472  
402



Какое число обозначает цифра 4 в каждом из изображенных выше чисел?

Чем отличаются два изображенных выше числа?

Чем отличаются два изображенных выше числа?

### Умножение на 10

Возьми калькулятор и введи любое число, а затем умножь это число на 10. Что при этом произойдет?

А теперь полученный результат еще раз умножь на 10. Что при этом произойдет?

### Найди соответствие

Какие из изображенных ниже операций дают одинаковый результат?

А  $\times 1000$

Г  $\times 10000$

Ж  $\times 10$

И  $\times 10$

Б Умножить на сто

Д  $\times 10$   
 $\downarrow$   
 $\times 10$

Ж  $\times 10$   
 $\downarrow$   
 $\times 10$   
 $\downarrow$   
 $\times 10$   
 $\downarrow$   
 $\times 10$

И  $\times 10$   
 $\downarrow$   
 $\times 10$   
 $\downarrow$   
 $\times 10$

В Умножить на тысячу

Е Умножить на десять

З  $\times 10$

К  $\times 100$

### А теперь поиграем

В эту игру ты можешь сыграть с кем-нибудь из своих друзей. Для этого каждый из вас должен иметь калькулятор. Цель игры — получить на индикаторе калькулятора число, превышающее один миллион (1 000 000). Выигрывает тот, кому удастся сделать это первым.

Правила игры очень просты. Сначала каждый из играющих должен задумать и ввести в калькулятор произвольное шестизначное число, не содержащее повторяющихся (одинаковых) цифр. Затем по очереди необходимо называть произвольные цифры в диапазоне от 1 до 9. Названная одним игроком цифра должна быть найдена вторым игроком в числе, изображенном на индикаторе его калькулятора. После этого необходимо понять, какое число обозначает найденная цифра (число единиц, или число десятков, или число сотен и т. п.) Это число должно быть прибавлено к числу, изображенному на индикаторе калькулятора того игрока, который назвал цифру, и вычтено из числа, изображенного на индикаторе калькулятора второго игрока, то есть игрока, нашедшего эту цифру в числе, изображенном на индикаторе его калькулятора. Если названная цифра отсутствует в числе, изображенном на индикаторе калькулятора второго игрока, то никакого вычитания и сложения не производится, а если появились повторяющиеся цифры, то выбирать для дальнейших действий следует самую левую.

Первый игрок

Второй игрок

216743

845167

216803

845107

216803

845107

6

это будет 60

4

У меня такой цифры нет.

7

# Найди ошибки

При работе с калькулятором можно случайно нажать не на ту клавишу, на которую необходимо, и не заметить этого. Поэтому ты должен уметь определять, правилен ли ответ, который ты получил. Лучшим способом сделать это является грубая прикидка того результата, который ты должен получить. Задачи, помещенные на этих двух страницах, помогут тебе научиться прикидывать получаемые результаты.

## Что ближе?

Не выполняя вычислений, попробуй прикинуть, каков будет результат вычисления следующих выражений. Из трех предлагаемых ответов (А, Б, В) выбери наиболее подходящий:

1.  $97 \times 49$

А: Около 5 000

Б: Около 2 000

В: Около 150

2.  $36912 \div 12$

А: Около 30

Б: Около 300

В: Около 3 000

3.  $11545 - 8317 + 239 - 1798$

А: Между 10 000 и 11 000

Б: Между 3 000 и 4 000

В: Между 1 000 и 2 000

## Найди ошибки

Ответ 2961 является верным только для одного из четырех следующих примеров. Сумеешь ли ты, не производя вычислений, определить, какой из этих примеров решен правильно и какие ошибки допущены в остальных?

1.  $987 \times 6 = 2961$   
 2.  $1629 - 1332 = 2961$   
 3.  $71064 \div 24 = 2961$   
 4.  $432 \times 7 = 2961$

## Уменьши до нуля

Задумай произвольное четырехзначное число и введи его в калькулятор. Сможешь ли ты уменьшить это число до нуля (в точности!) всего за четыре шага, пользуясь на каждом шаге лишь одной из четырех математических операций — сложением, вычитанием, умножением, делением, причем вторым операндом (числом, участвующим в операции) каждой из этих операций должно быть двузначное число.

Пример

-	2	7	=	5327
÷	5	3	=	5300
-	5	0	=	100
-	5	0	=	50
-	5	0	=	0

Как ты думаешь, любое ли четырехзначное число может быть уменьшено в точности до нуля за четыре таких шага?

## Гонимся за единицей

В эту игру можно играть одному или вдвоем. Задумай любое число (например, 3). Используя любые операции, вторым операндом которых может быть число, состоящее из одной или более выбранной тобой цифры, посмотри, сколько шагов тебе потребуется для того, чтобы получить на индикаторе калькулятора число 1.

Пример

+	3	=	28
+	3	=	31
×	3	=	93
+	3	=	96
+	3	=	99
÷	3	=	3
÷	3	=	1

В этом примере, для того чтобы получить на индикаторе калькулятора число 1, потребовалось шесть шагов. Может быть, ты сумеешь сделать то же самое за меньшее число шагов?

Начиная с числа

Используя клавишу

55 40 27

6 5 7

Попробуй сыграть в эту игру с предлагаемыми выше условиями. Если ты сумеешь добраться до 1 за 8—9 шагов, то это неплохо, если — за 6—7 шагов, то это очень хорошо, если — не более чем за 5 шагов, то это отличный результат.

## Одно за другим

1. Число 66 можно представить в виде суммы четырех последовательных чисел.\* Что это за числа?
2. Число 1190 можно представить в виде произведения двух последовательных чисел. Что это за числа?
3. Число 504 можно представить в виде произведения трех последовательных чисел. Что это за числа?

\* Последовательными называются числа, отличающиеся друг от друга в точности на 1. Так, числа 6 и 7 являются последовательными. Четырьмя последовательными числами, например, являются числа 8, 9, 10, 11.

## Опять игра

В эту игру могут играть два или более игроков. Каждый играющий получает право на свой «ход» в порядке общей очереди. Получивший право сделать «ход», должен перемножить любые два числа из тех, что изображены на зеленом поле справа, и накрыть кусочком бумаги или монетой ту клетку в изображенной ниже желтой таблице, в которой находится полученный им результат. Выигрывает тот, кто первым накроет четыре клетки, расположенные на одной прямой.

## Задача с перевертышами

Задумай произвольное двузначное число (только такое, чтобы его первая цифра была больше, чем вторая) и введи его.

62

Введи его еще дважды с тем, чтобы на индикаторе калькулятора получить шестизначное число.

626262

Теперь найди число, которое необходимо вычесть из того, что изображено на индикаторе калькулятора, для того чтобы получить число, состоящее из тех же самых цифр, но написанных в обратном порядке.

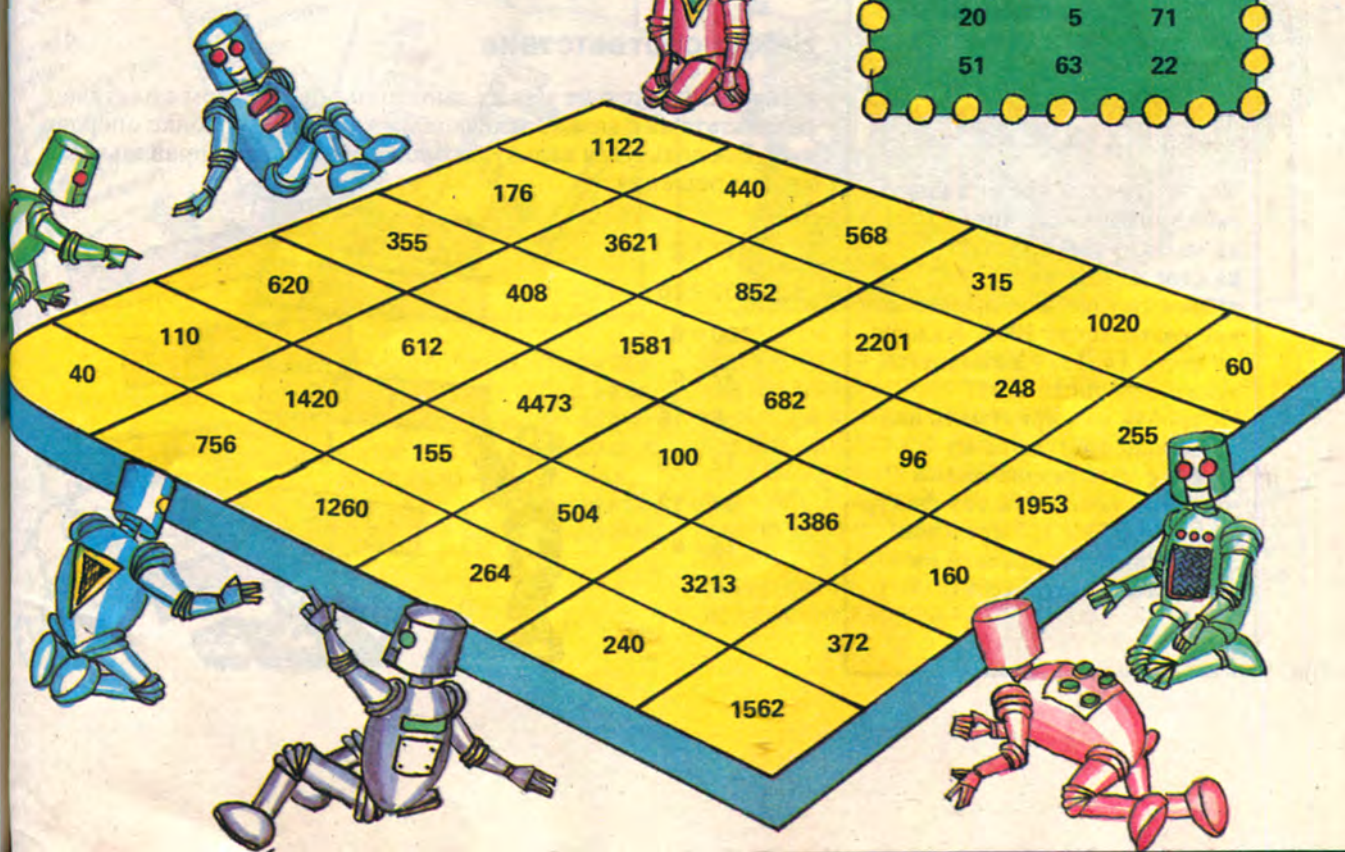
Надо отнять число 363 636.

262626

Задумывая различные двузначные числа, реши эту задачу несколько раз. Может быть, тебе удалось заметить какие-то закономерности в тех числах, которые нужно вычитать?



8	31	12
20	5	71
51	63	22



# Займемся делением

## Фокус с делением

Задумай произвольное трех-значное число. Введи его дважды. На индикаторе будет изображено шестизначное число.

358358

Раздели это число на число 11, затем на число 13, затем на 7. Что получится?

Попробуй проделать этот фокус с различными трехзначными числами.

### Секрет фокуса

Введение задуманного трехзначного числа дважды эквивалентно умножению этого трехзначного числа на число 1001:

$$358 \times 1001 = 358358$$

$358 \times 1001$  — это тоже самое, что  $358 \times 1000$  плюс  $358 \times 1$ .

Деление некоторого числа последовательно сначала на число 11, затем на число 13 и на число 7 эквивалентно делению этого числа на число 1001:

$$11 \times 13 \times 7 = 1001$$

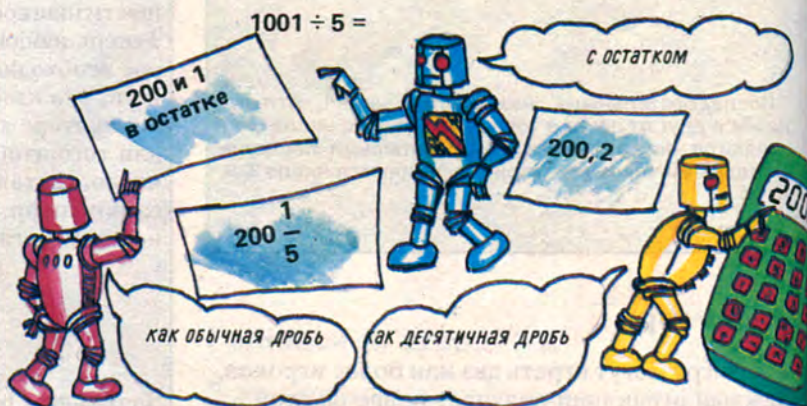
$$358358 \div 1001 = 358$$

Числа 11, 13, 7 представляют собой разложение числа 1001 на множители, поскольку каждое из них является целым числом, а их произведение равно числу 1001. Каждое из чисел 11, 13, 7 называется делителем числа 1001.

Попробуй сам придумать аналогичный предыдущему фокус с четырехзначными числами, используя тот факт, что числа 73 и 137 представляют собой разложение на множители числа 10001.

## Остатки

При делении одного целого числа на другое целое число, не являющееся делителем первого, результатом будет нецелое число. В этом случае результат деления может быть записан несколькими различными способами. Посмотри, как это можно сделать:



Если для выполнения деления, результатом которого является нецелое число, воспользоваться калькулятором, то результат, изображенный на индикаторе калькулятора, будет записан как десятичная дробь. На индикаторе калькулятора ты не увидишь записи результата с остатком или записи результата как обычной дроби. Сумеешь ли ты придумать, как из записи результата в виде десятичной дроби получить запись результата с остатком? Следующая задача, может быть, подскажет тебе ответ.

## Найди соответствие

Найди соответствие между записанными в правом столбике результатами и между записанными в левом столбике операциями. Воспользуйся калькулятором для проверки правильности твоего решения.

$$17 \div 2$$

$$107 \div 10$$

$$100 \div 8$$

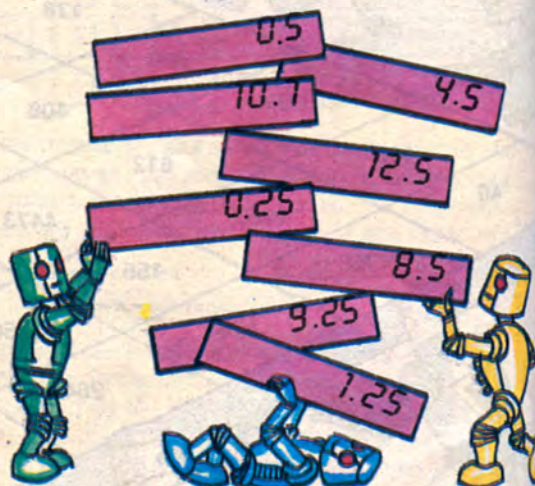
$$37 \div 4$$

$$8 \div 16$$

$$12 \div 48$$

$$54 \div 12$$

$$10 \div 8$$



## Бесконечные ответы

$$20 \div 12 = 1,666\ 666\ 666\ 666\ 666$$

При записи результата деления в виде десятичной дроби после запятой записывается результат деления остатка. Однако результат может представлять собой бесконечную периодическую дробь, в которой цифры после запятой повторяются бесконечно.

**1.6666667**

Индикаторы большинства калькуляторов рассчитаны на изображение восьми цифр, поэтому тебе не удастся на них увидеть более семи повторяющихся после запятой цифр. На некоторых калькуляторах производится округление.

**1** Что больше?  
0,0666666  
или 0,2

Какое из этих двух чисел больше? Вспомни, что значение числа зависит не только от того, из каких цифр оно состоит, но и от того, где находятся эти цифры.

**3**

Для того чтобы отсортировать числа в порядке возрастания, их удобно представить себе в виде слов в словаре, где они расположены по алфавиту. Так, например, слово «абжур» в словаре предшествует слову «абонемент», поскольку буква А (третья в слове «абжур») в алфавите предшествует букве О (третьей в слове «абонемент»).

## Найди соответствие

Найди соответствие между записанными в правом столбике результатами и между записанными в левом столбике операциями. Воспользуйся калькулятором для проверки правильности твоего решения.

$30 \div 7$

$26 \div 11$

$10 \div 3$

$17 \div 4$

$5 \div 18$

$9 \div 16$

2.3636363

0.5625

4.2857142

3.3333333

4.25

0.2777777

**2** 0,0666666-это 1/15, или  $1 \div 15$   
0,2-это 1/5, или  $1 \div 5$

В числе 0,0666666 первой цифрой после запятой является цифра 0, а в числе 0,2 — цифра 2. Поскольку оба числа положительны, то большим из них является число 0,2.

**4**

Эти карточки расположены в порядке возрастания значений записанных на них чисел. Три карточки, на которых написаны буквы А, Б, В, должны содержать результаты выполнения трех следующих операций:  $7 \div 3$ ,  $49 \div 19$ ,  $440 \div 200$ . Выполни эти действия и определи, на какую из трех карточек (А, Б, В) необходимо поместить каждый из трех полученных тобой результатов, чтобы не нарушить при этом расположения карточек.

# Задачи с дробями

Для того чтобы проводить с помощью калькулятора вычисления с дробями, обыкновенные дроби необходимо предварительно преобразовать в десятичные дроби путем деления числителя на знаменатель, как это показано ниже:

$$1/8 \rightarrow 1 \div 8 \rightarrow 0,125$$

$$3/8 \rightarrow 3 \div 8 \rightarrow 0,375$$

ЭТО ТОЖЕ САМОЕ,  
ЧТО  $3 \times 0,125$

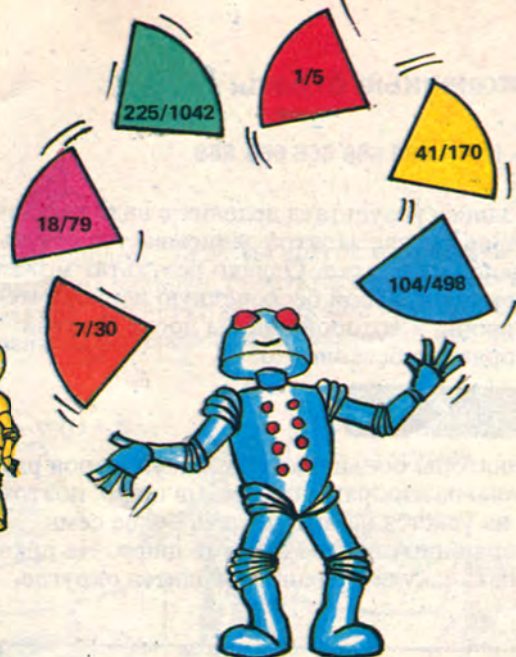
При переводе некоторых обыкновенных дробей в десятичные дроби могут возникать интересные результаты. Попробуй перевести в десятичные дроби  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $\frac{3}{3}$ :

Но  $3 \times 0,3333333$  — это  
 $0,9999999$ , а не 1!  
Почему же ответы  
не совпадают?

$$1/3 \rightarrow 1 \div 3 \rightarrow 0,3333333$$

$$3/3 \rightarrow 3 \div 3 \rightarrow 1$$

Причина несовпадения ответов заключается в том, что  $0,3333333$  не равно в точности  $\frac{1}{3}$ , а является ближайшим к  $\frac{1}{3}$  числом, которое может быть изображено на индикаторе калькулятора. Поэтому, будучи умножено на число 3,  $0,3333333$  дает в результате не число 1, а число  $0,9999999$  — число, очень близкое к числу 1.



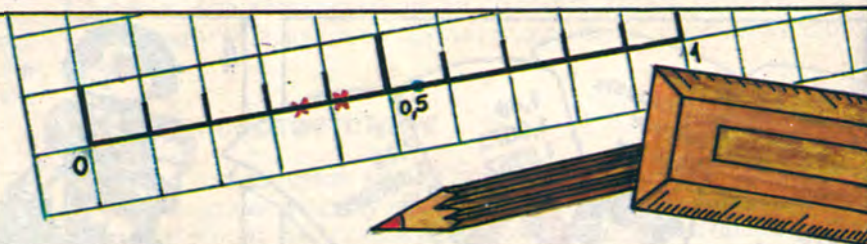
## Сравнение дробей

Сравнивать между собой обыкновенные дроби довольно трудно, особенно тогда, когда они имеют различные знаменатели. Намного проще это сделать, если предварительно преобразовать обыкновенные дроби в десятичные дроби. Сумеешь ли ты расположить в порядке возрастания дроби, изображенные на секторах, которыми жонглирует этот робот?

## Три в ряд

А вот еще одна игра, в которую ты можешь сыграть с кем-нибудь из своих друзей. Для того чтобы сыграть в нее, тебе потребуется лист клетчатой бумаги (из обычной школьной тетрадки) и пара остро заточенных разноцветных карандашей или фломастеров (пишущих тонко!).

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12



Сначала нарисуй на листе клетчатой бумаги отрезок длиной в 10 клеток. Затем раздели его на десять равных частей: каждая часть — это одна клеточка. Теперь отметь левый конец отрезка числом 0, правый — числом 1, а середину — числом 0,5.

Ходят по очереди. Ход каждого из игроков заключается в том, что он, выбирая из разноцветной таблицы (изображенной слева) две любые цифры, создает из выбранных им цифр обыкновенную дробь (правильную!), затем преобразует ее в десятичную дробь и наносит своим карандашом или фломастером отметку на отрезке в точке, соответствующей этой десятичной дроби. Первый игрок может отмечать свои точки, например, крестиком, а второй — кружочком.

Выигрывает тот, кому первому удастся разместить на отрезке три своих точки так, чтобы между любыми двумя из них не было ни одной точки противника.

Если же кто-то создаст неправильную обыкновенную дробь из двух выбранных им цифр, то он просто пропустит ход.

Подсказка: для того чтобы дробь была правильной, числитель должен быть меньше знаменателя.

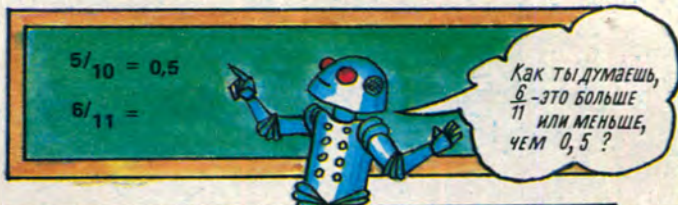
Я взял два целых числа, не превышающих числа 20, и разделил одно из них на другое. Ответ изображен на индикаторе. Что за числа участвовали в операции?



## 1 Найди закономерность

$$\begin{array}{ccc} 1/7 & 2/7 & 3/7 \\ & 4/7 & 5/7 & 6/7 \end{array}$$

При преобразовании в десятичные дроби обыкновенных дробей, знаменатель которых равен числу 7, в результате всегда будет встречаться одна и та же последовательность цифр, начинающаяся, правда, с различных мест после запятой. Преобразуя в десятичные дроби изображенные выше обыкновенные дроби, попробуй определить, что это за последовательность цифр.



## 2

$$1/7$$



Каковы первые двенадцать цифр десятичной дроби, соответствующей обыкновенной дроби  $\frac{1}{7}$ ?

На самом деле при преобразовании в десятичные дроби обыкновенных дробей, знаменатель которых равен числу 7, получаются бесконечные периодические дроби, в которых начиная с некоторого места повторяется одна и та же последовательность из шести цифр. Большинство калькуляторов позволяют увидеть эти шесть цифр (составляющих повторяющуюся последовательность) всего один раз.



## 3

$$\begin{array}{l} 1/17 = 0,0588235 \\ 2/17 = 0,1176470 \\ 3/17 = 0,1764705 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 4/17 = 0,2352941 \\ 5/17 = 0,2941176 \\ 6/17 = \end{array}$$

При преобразовании в десятичные дроби обыкновенных дробей, знаменатель которых равен числу 17, получаются бесконечные периодические дроби, в которых начиная с некоторого места повторяется одна и та же последовательность из шестнадцати цифр. Шестнадцать цифр — это слишком много для того, чтобы отобразить их все на индикаторе калькулятора. Может быть, ты сумеешь определить, что же это за последовательность из шестнадцати цифр, взглянув на изображенные выше преобразования? Может быть, даже тебе удастся определить первые (после запятой) шестнад-

цать цифр десятичной дроби, соответствующей обыкновенной дроби  $\frac{1}{17}$ ?

Попробуй, не прибегая к помощи калькулятора, предсказать значение десятичной дроби, соответствующей обыкновенной дроби  $\frac{6}{17}$ . А может быть, тебе удастся обнаружить еще какие-нибудь интересные закономерности, сопровождающие преобразование обыкновенных дробей в десятичные дроби? Попробуй преобразовать в десятичные дроби обыкновенные дроби, знаменатель которых равен числу 11 или числу 13.

Дроби — это очень просто

$$\begin{array}{lll} 3/10 \times 2\frac{1}{2} & 3/5 \times 4/7 & 7/8 + 3/4 \\ 1/2 \div 1/4 & 5\frac{1}{8} \div 3\frac{3}{4} & 1/2 \times 1/2 \end{array}$$



Вычисления с дробями очень просто осуществлять с помощью калькулятора. Для этого необходимо лишь предварительно преобразовать обыкновенные дроби в десятичные дроби, а затем все вычисления производятся с помощью калькулятора точно так же, как и над

целыми числами. Попробуй решить с помощью калькулятора изображенные выше примеры. Если у твоего калькулятора есть регистр памяти, то ты можешь, вместо того чтобы записывать промежуточные результаты на бумагу, заносить их в регистр памяти.

# Будь точен!

Индикаторы большинства калькуляторов могут отображать восемь значащих цифр, но часто оказывается, что такая высокая (большая) точность тебе не требуется. Например, ты решил выяснить, сколько времени займет путешествие из одного города в другой на поезде, идущем со скоростью 110 км/ч, при условии, что расстояние между этими городами составляет 270 км:

$$270 \div 110 = 2,4545454 \text{ ч}$$

Ответ, прочитанный тобой на индикаторе калькулятора, оказывается не очень удобен, поскольку он вычислен со слишком высокой точностью. Тебе вполне достаточен был бы такой ответ — путешествие займет около 2,5 ч. Поэтому полученный в результате вычисления с помощью калькулятора ответ ты должен округлить до необходимой тебе точности.

При решении любой задачи ты должен подумать о том, с какой точностью тебе необходимо получить ответ в соответствии с условиями решаемой тобой задачи. Как бы ты округлил числа в следующих предложениях, разговаривая с приятелем?

1. Световой год равен 5 865 696 000 000 милям, или 9 385 113 600 000 км.

2. В США имеется 30 126 541 кошка.

3. Население Лондона составляет 6 877 142 человека.

4. Самая короткая улица в Англии имеет длину 17,472 м.

## Задачи

1. Мировой рекорд скорости поезда в настоящее время составляет 410 км/ч. В 1829 г. этот рекорд составлял 29,1 миль/ч. Во сколько раз современный рекорд превышает рекорд 1829 г., если 1 миля составляет  $\frac{8}{5}$  км?

2. Одна из самых длинных в мире железнодорожных линий соединяет Москву с портом Находка на Дальнем Востоке. Протяженность этой железнодорожной линии составляет 9 438 км. Сколько времени потребует поезд, движущемуся со средней скоростью 120 км/ч, на преодоление этого расстояния?

А ты уже прожил  
1000 000 часов?



## С точностью до трех значащих цифр Как проводить округление

Расстояние 293 467 км можно округлить с точностью до ближайших десяти тысяч километров — 290 000 км. При этом только первые две цифры полученного округленного числа являются точными, или, как их еще называют, значащими, цифрами.

Как правило, в большинстве случаев бывает достаточно получить ответ с точностью до трех значащих цифр. Округление числа до трех значащих цифр означает потерю очень малой части округляемого числа. В этом ты можешь убедиться, взглянув на следующий пример:

округлив до трех значащих цифр число 293 467, ты получишь число 293 000.

При этом ошибка составляет  $\frac{467}{293\,000}$ , или около  $\frac{1}{600}$ .

Это означает, что при округлении теряется всего лишь  $\frac{1}{600}$  ответа.

1. При округлении десятичных дробей нули, стоящие между запятой и первой значащей цифрой, «не считаются» значащими цифрами:

$$0,0052133 \rightarrow 0,00521$$

$$0,26833 \rightarrow 0,268$$

2. Если четвертая значащая цифра округляемого числа больше или равна пяти, то она отбрасывается, а к третьей значащей цифре округленного числа прибавляется единица. Если же четвертая значащая цифра округляемого числа меньше пяти, то она просто отбрасывается:

$$0,005216 \rightarrow 0,00522 \quad 543,724 \rightarrow 544$$

Можешь ли ты округлить эти числа до трех значащих цифр?

$$1,0,0063763$$

$$4,781432,16$$

$$2,0,0628719$$

$$5,0,1999999$$

$$3,264,37412$$



## Космические задачи

Решив предлагаемые тебе задачи, округли полученные ответы.

1. Расстояние между Землей и Луной составляет 240 000 миль. Сколько времени потребуется космическому кораблю, чтобы преодолеть это расстояние, если он летит со скоростью 1 миля/с?

2. Расстояние между Землей и Марсом составляет 56 000 000 км. Сколько времени потребуется космическому кораблю, чтобы преодолеть это расстояние, если он летит со скоростью 40 000 км/ч?

3. Когда смотришь с Земли, Солнце и Луна кажутся примерно одинаковыми по размеру. На самом деле Солнце намного больше Луны — диаметр Солнца равен 1 382 400 км, а диаметр Луны равен «всего лишь» 3480 км. Во сколько же раз Солнце больше, чем Луна?



## А теперь поиграем

В эту игру могут играть два человека, например ты и твой друг. Ходят по очереди. Игрок, чья очередь делать ход, должен выбрать из изображенной справа таблицы два числа и разделить одно из них на другое. Полученное им число очков за этот ход определяется в зависимости от полученного им результата по шкале, изображенной справа сверху. Выигрывает тот, кто наберет первым 10 очков. Одно и то же число не может быть использовано в игре более одного раза.

### ШКАЛА

Ответ	Число очков
Между 0 и 1	1 очко
Между 1 и 10	2 очка
Между 10 и 100	3 очка
Больше 100	0 очков



### Таблица

9	23	31	46
97	129	152	216
255	364	440	800
1974	2132	2561	2619
2815	3966	4770	9342
13000	14500	16000	29500

# Используем память

Клавиши, обеспечивающие возможность работы с регистром памяти, на различных калькуляторах обозначены по-разному, поэтому тебе придется внимательно прочитать «Руководство по эксплуатации», приложенное к твоему калькулятору.

Для занесения в регистр памяти числа, изображенного на индикаторе калькулятора, обычно используется клавиша «П+» или «ЗП». На многих калькуляторах имеется возможность «очистить» (то есть записать туда число 0) регистр памяти с помощью клавиши «СП». Если на твоём калькуляторе клавиша «СП» отсутствует, то очистить регистр памяти ты можешь последовательным нажатием на клавиши «ИП» и «П—».

Попробуй занести в регистр памяти какое-нибудь число, а затем очистить регистр памяти.

1

$(1,05 \times 16) + (4,49 \times 6)$

1,05 x 16	16.8	П+
4,49 x 6	26.94	П+
ИП	43.74	

Для того чтобы вычислить значение этого выражения, необходимо сначала вычислить первое произведение и запомнить его в регистре памяти, а затем, вычислив второе произведение, прибавить полученный результат к тому, что уже хранится в регистре памяти. Теперь в регистре памяти хранится значение этого выражения. Для того чтобы увидеть этот результат на индикаторе калькулятора, нажми на клавишу «ИП».

2

Очисти регистр памяти

22 x 12	Запомни результат в регистре
5 x 12	Вычти результат из содержимого регистра
7 x 12	Вычти результат из содержимого регистра
9 x 12	Вычти результат из содержимого регистра

Прежде чем ты нажмешь на клавишу «ИП», сумеешь ли ты предсказать, каков будет результат?



Выведи на индикатор калькулятора содержимое регистра памяти. Для того чтобы вычесть число, изображенное на индикаторе калькулятора, из числа, хранящегося в регистре памяти, достаточно нажать на клавишу «П—». Попробуй потренироваться в выполнении этого действия, используя изображенную выше последовательность действий. Полученный результат не удаляй из регистра памяти — он понадобится тебе для решения следующей задачи.

3

12 x 10

12 ÷ 2

ИП	x	1	0	=	120
ИП	÷	2	=	6	

Число, хранящееся в регистре памяти, может быть использовано для различных вычислений произвольное число раз. Для того чтобы убедиться в этом, попробуй выполнить изображенную выше последовательность действий. Ну как, убедился, что использование числа, хранящегося в регистре памяти, для выполнения различных операций (кроме, конечно, «П+», «П—», «СП») не приводит к изменению содержимого регистра памяти?

## Повторяющиеся действия

Ниже приведены примеры, выполнение которых приводит к интересным закономерностям. Каждая серия (всего их три) примеров содержит повторяющееся действие (умножение на одно и то же число). Это число удобно предварительно занести в регистр памяти.

1

$1 \times 9 + 2 =$
$12 \times 9 + 3 =$
$123 \times 9 + 4 =$
$1234 \times 9 + 5 =$

2

$143 \times 2 \times 7 =$
$143 \times 3 \times 7 =$
$143 \times 4 \times 7 =$
$143 \times 5 \times 7 =$
$143 \times 6 \times 7 =$

А что лучше занести в регистр памяти для этой серии примеров?

3

$1 \times 8 + 1 =$
$12 \times 8 + 2 =$
$123 \times 8 + 3 =$
$1234 \times 8 + 4 =$

Попробуй понять причины возникновения обнаруженных закономерностей. Кое-какие подсказки ты найдешь в ответах, помещенных в конце книги.

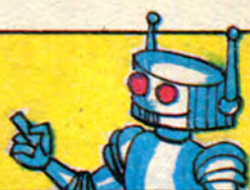
## Преобразования

85 км  
126 км

100 км  
32 км

50 км  
10 км

270 км  
115 км



Попробуй перевести в мили эти расстояния, выраженные в километрах. Для того чтобы сделать это, вспомни, что 1 километр — это  $\frac{5}{8}$  мили. Для того чтобы ускорить вычисления, воспользуйся регистром памяти.

## Порядок действий

При выполнении последовательности вычислений, включающей операцию деления, необходимо предварительно тщательно спланировать порядок выполнения действий. Взгляни-ка на приведенный ниже пример:

$$\begin{array}{r} 285 + 117 \\ 264 - 68 \end{array}$$

1.  $264 - 68 = \boxed{\text{П}}$

2.  $285 + 117 =$

3.  $\boxed{\div} \quad \boxed{\text{ИП}} \quad \boxed{=}$



Порядок выполнения действий таков.

Для того чтобы выполнить необходимые вычисления, нужно сначала вычислить значение знаменателя и занести его в регистр памяти. Затем необходимо вычислить значение числителя и разделить его на хранящееся в регистре памяти значение знаменателя. Для получения дополнительной практики в выполнении аналогичных вычислений попробуй решить задачу о планетах на с. 116.

## Кто выиграет?

Сумеешь решить такую задачу? Учти, что для ее решения ты должен предварительно тщательно спланировать порядок выполнения действий. Лошадь пробегает 1 милю за 1 мин 35 с, а спортсменка пробегает 800 м за 1 мин 44 с. Если при забеге на 1 милю спортсменка имеет фору в 1000 ярдов, то кто выиграет забег — лошадь или спортсменка?

## Указания для решения задачи

Для решения этой задачи тебе необходимо вычислить скорость спортсменки в м/с и расстояние в метрах, которое должна пробежать спортсменка. Учти, что 1 миля = 1760 ярдов, а 1 ярд = 0,9144 м.

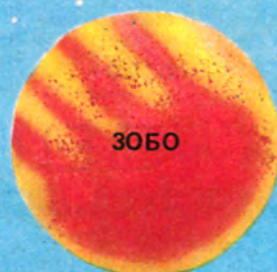


# Задача о планетах

Представь себе, что ты командир космического корабля, совершающего разведывательный полет в неизвестной планетной системе. Закодированные инструкции о последовательности облета планет содержатся в выражениях, записанных около каждой планеты. Для того чтобы прочесть инструкцию, необходимо сначала выполнить указанные действия, а затем раскодировать полученный ответ. Сумеешь ли ты сам раскодировать инструкции без нашей подсказки? Какая из планет окажется последней на твоём пути, если ты стартуешь с Земли?



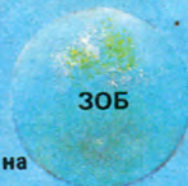
Теперь лети на  
 $90303,28 + 1130,2$   
 $37,578 - 12,453 + 0,245$



Дальше лети на  
 $411060 + 310540$   
 $193 + 7$



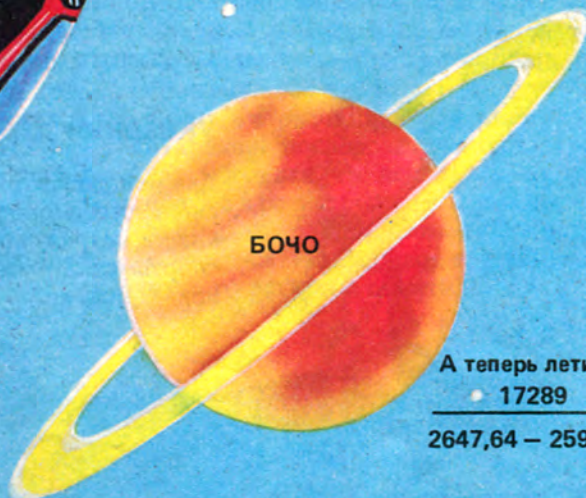
Лети на  $5000 \times \frac{3078,972}{1257,75 \times 4}$



Перелети на  
 $4219,6$   
 $20,63 - 6,93$



Лети на  
 $1303432$   
 $48,54 + 167,26$



А теперь лети на  
 $17289$   
 $2647,64 - 2591,14$



Теперь лети на  
 $1208$   
 $157,8 \div 789$



На полной скорости  
 лети на  
 $9947 \times 60$   
 $37191 \div 253$

# Повторение вычислений

Некоторые калькуляторы имеют встроенную автоматическую память, позволяющую повторять последнее выполненное действие в результате нажатия на клавишу «=». При этом не требуется повторно вводить операнд и нажимать на клавишу с обозначением соответствующей операции. Для того чтобы выяснить, обеспечивает ли твой калькулятор возможность повторения вычислений, выполни следующее:



Введи число 11.  
Дважды нажми  
на клавишу  
несколько раз  
нажми на клавишу

+  
=

22  
33  
44

Если твой калькулятор имеет встроенную автоматическую память, то каждый раз при нажатии на клавишу «=» к изображенному на индикаторе калькулятора числу будет прибавлено число 11 и результат этой операции будет отображен на индикаторе калькулятора. На некоторых калькуляторах не требуется нажимать на клавишу «+» дважды (как в приведенном выше задании) — достаточно одного нажатия на эту клавишу.

1

60 ÷ 5  
5000 ÷ 5  
12,5 ÷ 5  
0,5 ÷ 5

Для занесения в автоматическую  
память нажми на клавишу \*

5 ÷ ÷



## Повторяем вычисления

Если твой калькулятор имеет встроенную автоматическую память, то попробуй выполнить следующую последовательность операций:

- 0 · 5 + + =
- 1 0 x x =
- 5 - - =
- 1 ÷ ÷ =
- 1 · 5 x x =

Сколько нажатий на клавишу «=» — 10 или 11 — приводит

к появлению на индикаторе калькулятора числа, ближайшего к 100?

- 5 - - =

Почему с каждым нажатием на клавишу «=» на индикаторе калькулятора появляется большее, чем было до этого, число?

- 9 x x = или 9 + + =

В какой последовательности нужно нажимать на клавиши, если требуется создать таблицу умножения на число 9?

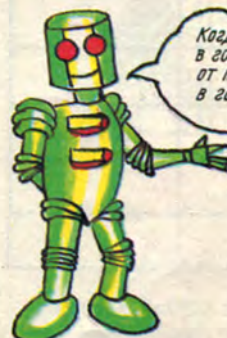
2 7 + + = 14  
= 21  
- 1 = 20

Занеся один раз во встроенную автоматическую память операцию деления на число 5, ты затем сможешь разделить на число 5 любое количество различных чисел. Для этого достаточно ввести число (то, которое тебе необходимо разделить на число 5) и нажать на клавишу «=». Так ты можешь делать до тех пор, пока не очистишь индикатор калькулятора или не заполнишь встроенную автоматическую память чем-либо другим.

3

+ 1 0 К = 20  
= 30  
= 40

Если после выполнения повторяющихся вычислений тебе потребуется сделать что-то другое с числом, изображенным на индикаторе калькулятора, то ты легко можешь сделать это — просто представь себе, что ты только что ввел данное число.



Когда растение посадили  
в горшок, то его длина  
от поверхности земли  
в горшке составляла 1 см.  
Какова будет длина  
растения через 15  
дней, если за 1 день  
она удваивается?



На некоторых калькуляторах (чаще всего на калькуляторах, предназначенных для научных расчетов) имеется специальная клавиша «К». Как ею воспользоваться, ты прочтешь в «Руководстве по эксплуатации». Выше показан один из способов использования этой клавиши.

# Задачи на проценты

Население острова Бригг составляет 249 000 человек. Если 20% жителей острова Бригг решат переехать жить на другой остров, то какова должна быть вместимость корабля для их перевозки?



Чтобы вычислить проценты, необходимо умножить исходное число на требуемое число процентов, после чего нажать на клавишу "%". При этом нажимать на клавишу "=" не нужно.

После отъезда на жительство на другой остров на острове Бригг осталось 80% первоначального населения. Сколько это человек? А ты сумеешь придумать способ проверки полученного тобой ответа?

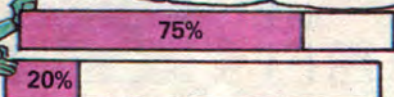


20% от 4000    20% от 12,5    90% от 8,9    50% от 500

Сумеешь вычислить?

Еще о процентах

Проценты являются удобным способом описания частей чего-либо. Например, 20% — это тоже самое, что и  $\frac{1}{5}$ , а 75% — это тоже самое, что  $\frac{3}{4}$ .



Как и обыкновенные дроби, проценты можно преобразовать в десятичные дроби.

20% → 20/100 → 1/5 → 0,2

75% → 75/100 → 3/4 → 0,75



%	ДОЛИ (СОТЫЕ)	ДРОБЬ (ОБЫКНОВЕННАЯ)	ДРОБЬ (ДЕСЯТИЧНАЯ)
50%	$\frac{50}{100}$		0,5
25%	$\frac{25}{100}$		
10%		$\frac{1}{10}$	
33 $\frac{1}{3}$ %	$\frac{33,33}{100}$	$\frac{1}{3}$	0,3333
15%		$\frac{3}{20}$	
		$\frac{2}{3}$	

Изображенная выше таблица устанавливает соответствие между наиболее часто используемыми процентами и соответствующими им сотыми долями, обыкновенными и десятичными дробями. Сумеешь заполнить пустующие клетки этой таблицы?

Вычисление процентов без использования клавиши «%»

20% от 249 000 — это то же самое, что  $249 000 \times 0,2$ . Попробуй выполнить показанные ниже действия, не прибегая к помощи клавиши "%".



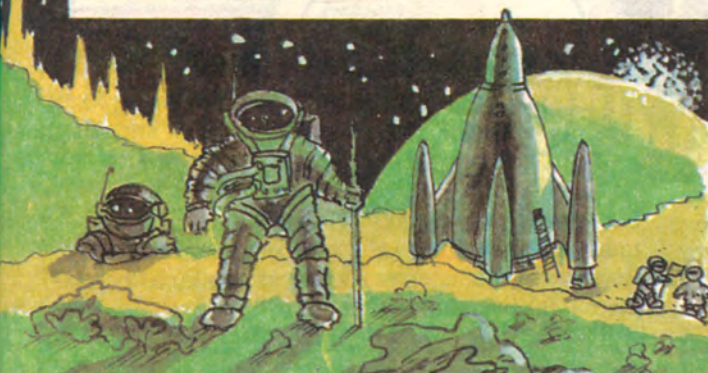
15% от 30

50% от 50

Если на твоём калькуляторе отсутствует клавиша «%», то для вычисления с его помощью процентов ты должен предварительно преобразовать проценты в десятичную дробь. Для этого число процентов необходимо разделить на число 100 (ведь 1% — это  $\frac{1}{100}$ ). Здесь тебе пригодится таблица, изображенная слева.

## Какова разница?

На планете Зардоз вес земного космонавта увеличивается на 20%. Сколько ты будешь весить на планете Зардоз? Ты можешь решить эту задачу любым из шести способов. При использовании способов 1, 2, 3 сначала вычисляется, насколько увеличится твой вес на планете Зардоз, а потом эта добавка прибавляется к твоему весу на Земле. При использовании способов 4, 5, 6 сразу вычисляется твой вес на планете Зардоз.



1. Умножить твой вес на 20%.
2. Умножить твой вес на 20 и разделить на 100.
3. Умножить твой вес на 0,2.
4. Умножить твой вес на 120%.
5. Умножить твой вес на 120 и разделить на 100.
6. Умножить твой вес на 1,2.

## Период полураспада



Излучение куска воображаемого радиоактивного элемента Цилиума составляет 463 единицы, но уменьшается каждый день на 50%. Через сколько дней величина излучения упадет до безопасного уровня в 4 единицы?

## Задача orangutanга

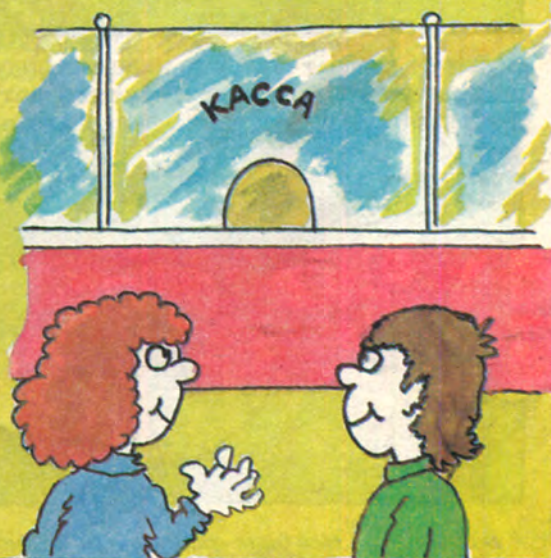


Орангутанги находятся под угрозой исчезновения. Всего в природе осталось 5000 орангутангов, причем их число уменьшается каждый год на 15%. Через сколько лет число орангутангов станет меньше, чем 2500?

## Как получить выигрыш?

Представь себе, что твой старший брат выиграл по выигрышному вкладу в сберегательной кассе. Свой выигрыш он может получить любым из двух способов:

1. Получить в первый год 100 рублей, на следующий год на 10% меньше, на следующий год — еще на 10% меньше и так далее, всего в течение 10 лет.
  2. Получить в первый год 10 рублей, на следующий год на 50% больше, на следующий год — еще на 50% больше и так далее, всего в течение 10 лет.
- Какой способ получения выигрыша выбрать твоему брату?



# Учимся возводить в квадрат

Возведение некоторого числа в квадрат означает умножение этого числа самого на себя. Например, число 7 в квадрате (это записывается как  $7^2$ ) есть  $7 \times 7$ , то есть 49. Небольшие числа можно возводить в квадрат «в уме». Однако при возведении в квадрат больших чисел тебе не обойтись без помощи калькулятора.

2 5 x =

625

$0,5^2$

$37^2$



Попробуй возвести в квадрат эти два числа!

2 . 5  $x^2$

6.25

В большинстве калькуляторов для вычисления квадратов чисел можно воспользоваться встроенной автоматической памятью\*.

На некоторых калькуляторах имеется специальная клавиша « $x^2$ », обеспечивающая возможность возведения в квадрат любого предварительно введенного числа.

## 1 Задачи на возведение в квадрат



При возведении в квадрат эти пары чисел дают интересные результаты. Подумай, может быть, тебе удастся обнаружить другие пары чисел, дающие при возведении в квадрат аналогичные результаты?

## 2

$$\begin{aligned} 1^2 &= \\ 11^2 &= \\ 111^2 &= \\ 1111^2 &= \end{aligned}$$



А вот еще одна последовательность чисел, которые при возведении в квадрат дают интересные результаты. Попробуй уловить закономерность в получаемых результатах.

## 3

$$\begin{aligned} 5^2 &= \\ 15^2 &= \\ 25^2 &= \\ 35^2 &= \\ 45^2 &= \end{aligned}$$



Возведи в квадрат эти числа и запиши полученные результаты. Посмотри, сумеешь ли ты предсказать результат возведения в квадрат числа 55.

## 4

$$1301 = ?^2 + ?^2$$



Число 1301 может быть представлено в виде суммы квадратов двух последовательных чисел. Попробуй-ка найти эти числа!

## 5

$$3^2 + 6^2 + 7^2 = 2^2 + 3^2 + 9^2$$

Верно ли это равенство?



Какие из этих равенств верны?



1.  $32^2 + 63^2 + 79^2 = 23^2 + 36^2 + 97^2$
2.  $33^2 + 69^2 + 72^2 = 33^2 + 96^2 + 27^2$
3.  $32^2 + 69^2 + 73^2 = 23^2 + 96^2 + 37^2$
4.  $39^2 + 62^2 + 73^2 = 93^2 + 26^2 + 37^2$
5.  $39^2 + 63^2 + 72^2 = 93^2 + 36^2 + 27^2$
6.  $33^2 + 62^2 + 79^2 = 33^2 + 26^2 + 97^2$

## Древние треугольники

Измерения древнейших человеческих построек (таких, например, как Стоунхендж в Англии) показывают, что уже в те времена — еще в каменном веке — человечеству была известна теорема Пифагора\*. А между тем до рождения Пифагора должно было пройти еще много-много лет.



Проверь истинность этой теоремы, теоремы Пифагора\*\*, на примере изображенного выше треугольника.

Эту теорему можно как бы перевернуть «вверх ногами»: если в некотором треугольнике квадрат одной из сторон равен сумме квадратов двух других его сторон, то один из углов этого треугольника является прямым. Является ли прямоугольным изображенный выше треугольник?



3, 4, 5

12, 35, 37

5, 12, 13

19, 59

41, 71, 82

8, 15, 17

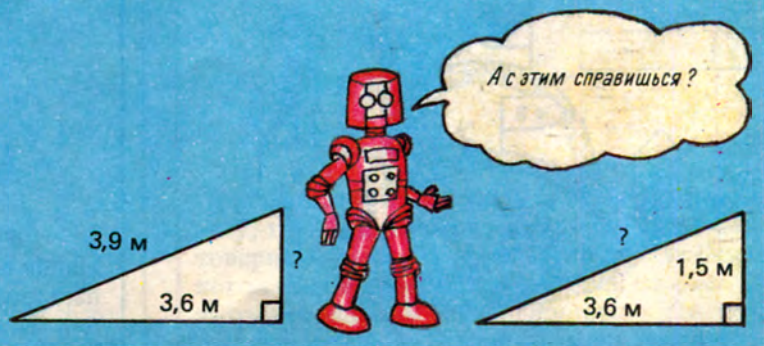
8, 9, 12

Строители каменного века использовали теорему Пифагора для построения прямых углов. Однако их измерения были не очень точны. Приведенные выше тройки чисел представляют собой длины сторон треугольников,

использовавшихся древнейшими строителями при строительстве Стоунхенджа. Какие из этих треугольников являются в действительности точно прямоугольными?

## Задача Пифагора

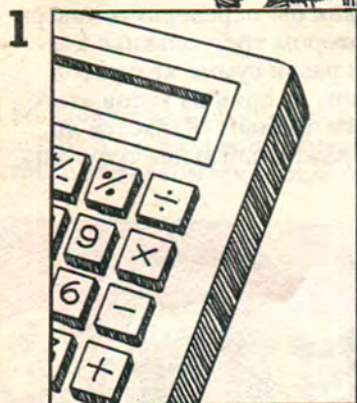
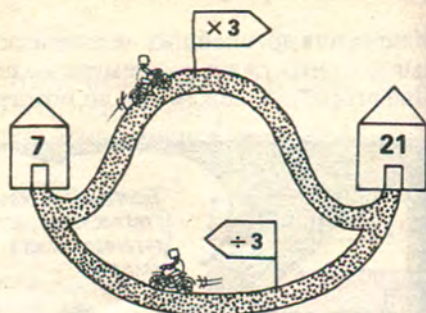
Теорема Пифагора оказывается также полезной и для решения задачи о нахождении неизвестного расстояния. Ну-ка, найди величины третьих сторон этих двух прямоугольных треугольников!



\*\* О теореме Пифагора см. на с. 29 и 74.

# Всё наоборот

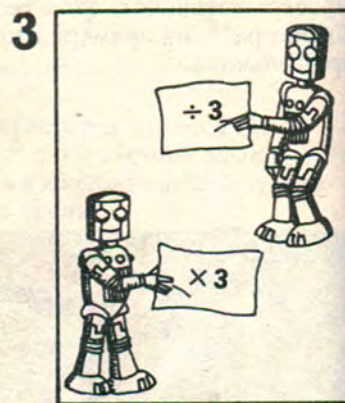
Многие действия (операции) являются взаимно-обратными. Так, например, операция деления является обратной по отношению к операции умножения. В самом деле, возьми любое число и умножь его на число 3, а затем раздели получившийся результат на число 3. Что получится? Именно это иллюстрирует рисунок справа от этого текста.



Четыре арифметические операции (сложение, вычитание, умножение, деление) можно разделить на две пары взаимно-обратных операций. Что это за пары?



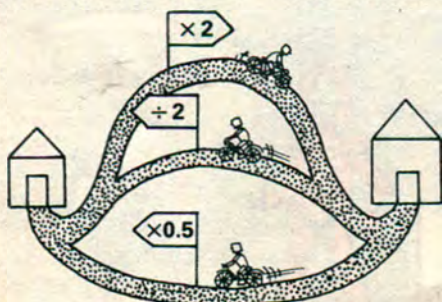
Попробуй-ка решить задачу, которую тебе предлагает этот робот.



Операция деления на число 3 дает эффект, обратный тому, который дает операция умножения на число 3. А дает ли операция умножения на число 3 эффект, обратный тому, который дает операция деления на число 3? Попробуй решить эту задачу, заменяя число 3 на различные числа.

## Альтернативы

На практике обычно существует несколько способов выполнить операцию, обратную некоторой операции. Так, например, выполнить операцию, обратную умножению на число 2, можно двумя способами — делением на число 2 и умножением на число 0,5.



## Найди пары

$\times 42$      $- 0$      $- 0.5$      $\times 5 \div 8$   
 $\div 8 \times 5$      $\div 4.2$      $\div 42$      $- 42$   
 $\times 1$      $+ 0.5$      $+ 42$      $- 1.6$      $\times 4.2$   
 $\times 1.6$      $\times 0$      $\div 5 \times 8$      $\div 0$      $\times 1.6$

Найди среди приведенных выше операций пары, образующие взаимно-обратные операции. Какие операции не имеют пар? Попробуй-ка найти более чем одну обратную операцию к операции деления на число 0,5.

## Квадратные корни



7 √

2.6457513

Операция извлечения (нахождения) квадратного корня является обратной по отношению к операции возведения в квадрат. Квадратный корень из числа 49 (записывается как  $\sqrt{49}$ ) есть число 7.

На некоторых калькуляторах для выполнения операции извлечения (нахождения) квадратного корня имеется специальная клавиша « $\sqrt{\phantom{x}}$ ». Если на твоём калькуляторе такая клавиша есть, то способ ее использования показан выше.

Если число 16 является результатом операции извлечения (нахождения) квадратного корня из некоторого числа, то что это за число?

Если число 16 является результатом операции возведения в квадрат некоторого числа, то что это за число?

Если число 256 является результатом операции возведения в квадрат некоторого числа, то что это за число?

### Извлечение (нахождение) квадратных корней без помощи клавиши « $\sqrt{\phantom{x}}$ ».

Если на твоём калькуляторе клавиша « $\sqrt{\phantom{x}}$ » отсутствует, то для извлечения (нахождения) квадратных корней ты можешь воспользоваться методом проб и ошибок. Давай попробуем с помощью этого метода найти, например, величину  $\sqrt{70}$ .

$8^2=64$ , а  $9^2=81$ . Попробую-ка я  $8,5^2$ .

72.25

Это слишком много. Попробую  $8,4^2$ .

70.56

Все еще очень много. Попробую теперь  $8,3^2$ .

68.89

Какое число ты бы попробовал выбрать на этот раз?



Сможешь ли ты продолжать этот процесс до тех пор, пока не найдешь значение  $\sqrt{70}$  с точностью до трех значащих цифр?

### Фокус с квадратным корнем

Попроси своего товарища задумать два любых числа, отличающихся друг от друга на число 2 (например, числа 16 и 18), запомнить их, но не называть тебе. Затем дай своему товарищу калькулятор и попроси его выполнить следующие действия:

Перемножить задуманные им два числа

1 6 X

1 8 =

К полученному результату прибавить число 1

+ 1 =

Извлечь квадратный корень из полученного результата и сообщить тебе окончательный результат

289

√

17



Прибавив число 1 к сообщенному тебе результату, ты найдешь первое задуманное твоим товарищем число, а отняв число 1 от сообщенного тебе результата, ты найдешь второе задуманное твоим товарищем число. Попробуй выполнить этот фокус с различными парами чисел.

# Вычисления с окружностями

С помощью современных компьютеров значение числа  $\pi$ \* уже вычислено с точностью до нескольких тысяч значащих цифр. Ниже изображены вычисленные с помощью компьютера первые шесть сот значащих цифр числа  $\pi$ :

$\pi = 3.141592653589793238462643383297502884197169399375105820974944592307816406286208998628034825342117067982148086513282306647093844609550582231725359408128481117450284102701938521105559644622948954930381964428810975665933446128475648233786783165271201909145648566923460348610454326648213393607260249141273724587006606315588174881520920962822954091715364367892590360011330530548820466521384146951941511609433057270365759591953092186117381932611793105118548074462379962749567351885752724891227938183011949129833673362440656643086021394946395224737190702179860943702770539217176293176752384674818467669405132$

За то долгое время, пока человек пытался найти точное значение числа  $\pi$ , были предложены различные приближения к его значению. Некоторые из них показаны ниже. Какое из этих приближений лучше всего соответствует значению числа  $\pi$ , вычисленному с помощью компьютера?

$4 \times (1 - \frac{1}{9})^2$  ← Египет, около 1650 г. до нашей эры

$3\frac{1}{8}$  ← Вавилон, около 500 г. до нашей эры

$\sqrt{2} + \sqrt{3}$  ← Греция около 450 г. до нашей эры

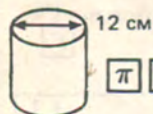
$\frac{355}{113}$  ← Китай, около 500 г. нашей эры

$\frac{3927}{1250}$  ← Индия, около 400 г. нашей эры

Между  $3\frac{1}{7}$  и  $3\frac{10}{71}$  ← Архимед, около 220 г. до нашей эры

## Использование числа $\pi$

Знание значения числа  $\pi$  позволяет вычислять длину окружностей. Предположим, что диаметр консервной банки составляет 12 см. Тогда длина окружности есть  $12 \times \pi$ .



12 см

$\pi \times 12 = 37.699111$

Если на твоём калькуляторе есть клавиша с обозначением « $\pi$ », то ты легко сможешь вычислять длины окружностей — пример того, как сделать это, показан выше. Если же такая клавиша на твоём калькуляторе отсутствует, то вместо нажатия на эту клавишу тебе будет необходимо самому ввести приближенное значение числа  $\pi$ : 3,142. Для того чтобы обклеить эту консервную банку, необходима этикетка, длина которой совпадает с длиной окружности банки, а ширина равна 37,7 см. Какова должна быть длина этикетки для консервной банки, диаметр которой составляет 16 см?

1. Диаметр Земли составляет 12 640 км. Какова длина пути, пройденного в результате кругосветного путешествия?

2. Спутник вращается по круговой орбите на высоте 100 км от поверхности Земли. Какова длина пути, проходимого спутником за 1 оборот вокруг Земли?

3. Диаметр спутника составляет 5 м. Отражатель антенны опоясывает спутник. Какова длина отражателя антенны?

4. Если отражатель антенны этого спутника поместить на расстоянии в 1 м от поверхности спутника, то насколько увеличится длина отражателя?

\* О числе  $\pi$  можно узнать на с. 18.

5. Представь себе очень длинную веревку — такую длинную, что ее хватит для того, чтобы опоясать Землю по экватору. Насколько длиннее должна быть веревка для того, чтобы окружить Землю по экватору на расстоянии в 1 м от поверхности? (Подсказка: диаметр Земли равен 12 640 000 м.)

6. Космический корабль вращается вокруг Луны по круговой орбите. Диаметр Луны составляет 3480 км. На то, чтобы совершить вокруг Луны один оборот, космическому кораблю требуется 8 ч. Если скорость космического корабля составляет 1680 км/ч, то какое расстояние проходит космический корабль за один оборот вокруг Луны? На какой высоте от поверхности Луны расположена орбита космического корабля?

### Задача на деление

Как хорошо ты умеешь делить? Эта задача позволит тебе проверить свои навыки. В изображенном ниже числе нет ни одной повторяющейся дважды цифры:

**38125**

Число, образованное первой цифрой этого числа, — 3 — делится без остатка на 1.

Число, образованное первыми двумя цифрами этого числа, — 38 — делится без остатка на 2.

Число, образованное первыми тремя цифрами этого числа, — 381 — делится без остатка на 3.

Число, образованное первыми четырьмя цифрами этого числа, — 3812 — делится без остатка на 4.

Наконец, все это число, состоящее из пяти цифр, — 38125 — делится без остатка на 5.

Попробуй-ка придумать пятизначное число, начинающееся с цифры 7, обладающее аналогичными свойствами. Ты помнишь — ни одна цифра не должна в этом числе повторяться дважды. Попроси кого-нибудь из своих друзей проверить твоё решение.

А может быть, тебе удастся придумать шести- и семи-значные числа, обладающие аналогичными свойствами?

Существует одно девятизначное число, обладающее аналогичными свойствами. Сумеешь найти его?



# Проблемы с большими числами

Некоторые трудности возникают при использовании калькулятора для вычислений с такими большими числами, которые не умещаются на индикаторе. Большинство калькуляторов для научных расчетов могут делать это путем использования так называемой стандартной формы записи чисел (об этом см. на с. 130—131). Здесь же предлагаются способы использования для таких вычислений самых простых калькуляторов.

## Сложение и вычитание больших чисел

$$182\,465\,300 + 2\,286\,287\,654 + 720\,064\,164$$

Запиши слагаемые в столбик и разбей запись на две части, как это показано на рисунке.



Результат левой части равен 31886

1824	65300
+ 22862	87654
7200	64164
31886	
2	17118
31888	17118

Соедини результаты правой и левой частей, как это показано на рисунке, и ты получишь окончательный результат.

Результат правой части равен 217118



Можно разбить большие числа на две части и сложить эти части так, как это показано на рисунке вверху. Затем необходимо соединить полученные результаты. Не забудь, что если в правой части появилась цифра следующего разряда, то ее надо перенести в левую часть.

$$2\,864\,718\,237 - 1\,976\,582\,714$$

2864	718237	28647	18237
1976	582714	19765	82714

Почему здесь? А не здесь?



Аналогичным способом можно осуществить вычитание больших чисел, не умещающихся на индикаторе калькулятора. При этом разбивку на две части необходимо выполнить, соблюдая некоторое правило. Посмотри на рисунок вверху и попробуй понять, почему разбивку необходимо сделать именно так, как показано слева, и нельзя сделать так, как показано справа. Ты, наверное, уже понял, что это за правило, которому надо следовать?

## Реши примеры

- $$\begin{array}{r} 5\,266\,834\,710 \\ + 276\,647\,433 \\ \hline 27\,164\,311\,803 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 980\,065\,432 \\ - 735\,917\,141 \\ \hline \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 1\,262\,587\,652\,321\,987\,125 \\ + 921\,766\,412\,005\,286\,421 \\ \hline \end{array}$$

А эти примеры сумеешь решить?

## Умножение и деление

1  $864\,270\,000 \times 2\,847$

Раздели делимое на число 1000 000.

$$864.27 \times 2\,847 =$$

$$2\,460\,576.6$$

Умножь полученное частное на число 1000 000. Результат равен 2 460 576 600 000.



2  $193\,640\,000 \times 156\,343\,000$

Раздели каждый из сомножителей на число 1000 000.

$$193.64 \times 156.343 =$$

$$30\,274.258$$

Умножь полученное произведение на число 1000 000 дважды. Результат равен 30 274 258 000 000 000.



Для выполнения умножения или деления больших чисел необходимо сначала уменьшить сомножители или делимое в некоторое число раз (в 100, 1000, 1000000), а затем увеличить полученный после выполнения соответствующей операции результат в такое же число раз. Уменьшать в 100, 1000, 1000000 раз удобно, поскольку это означает перемещение запятой на 2, 3, 6 разрядов влево. При последующем увеличении во столько же раз запятую необходимо сдвинуть вправо на такое же число разрядов.

Если перед выполнением операции умножения ты уменьшишь в одно и то же число раз оба сомножителя, то полученный результат необходимо увеличить в то же самое число раз (во сколько раз был уменьшен каждый из сомножителей) дважды. Так, если каждый из сомножителей был уменьшен в 1 000 000 раз (запятая была перемещена на 6 разрядов влево), то полученное произведение необходимо увеличить в 1 000 000 000 000 раз (переместить запятую на 12 разрядов вправо).

**3**  $86\,427\,000\,000 \div 2\,847$

$86\,427 \div 2\,847 =$  30.357218

Полученное частное умножь на число 1000 000. Результат равен 30 357 218.



$2\,847 \div 86\,427\,000\,000$

$2\,847 \div 86\,427 =$  0.032941

Полученное частное раздели на число 1000 000. Результат равен 0,000 000 03.



Если при делении больших чисел приходится уменьшать во сколько-то раз не делимое, а делитель, то полученное частное необходимо уменьшить во столько же раз.

**4**  $86\,427\,000\,000 \div 288\,090\,000$

$86\,427 \div 288.09 =$

300

Это правильный ответ!

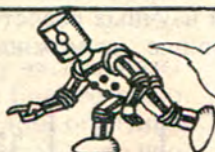


Если при делении больших чисел приходится уменьшать (в одно и то же число раз!) и делимое, и делитель, то полученное частное не надо ни уменьшать, ни увеличивать.

### Переполнение

$456\,000 \times 123\,000$

560.88000E



Буква E показывает, что имеет место переполнение.

Некоторые калькуляторы обеспечивают проведение проверки получаемого результата для того, чтобы выявить переполнение, то есть такую ситуацию, когда полученный результат не уместается на индикаторе. В этом случае в правом или левом конце индикатора калькулятора появляется буква E (от английского слова error — ошибка). Попробуй выполнить показанный выше пример — и ты выяснишь, имеет ли твой калькулятор возможность

выявить переполнение. Если да, то, увидев на индикаторе калькулятора букву E, сразу поймешь, что для выполнения операций умножения и деления больших чисел надо воспользоваться правилами, которые ты только что узнал.

Выявление переполнения позволяет избежать ошибки, когда часть результата, уместившаяся на индикаторе калькулятора, принимается за весь результат.

### Знаменитая задача о шахматной доске

Один индийский философ помог правителю своей страны. Правитель предложил ему самому выбрать награду за это. Тогда философ сказал, что он бы хотел получить столько зерен риса, сколько уместится на шахматной доске, если на первую ее клетку положить 1 зерно, на вторую ее клетку — 2 зерна, на третью ее клетку — 4 зерна, на четвертую ее клетку — 8 зерен и так далее, удваивая число зерен на каждой следующей клетке. Правитель рассмеялся и обрадовался, что награждение философа обойдется ему так дешево. Однако, чуть-чуть подумав, он перестал смеяться. Попробуй-ка догадаться почему. (Подсказка: воспользуйся встроенной автоматической памятью (см. с. 115), нажимая на клавиши «2», «х», «х», или «2», «х», «=».)



# Знакомимся со скобками



Какой из ответов является правильным — 335,5 или 43?

$$645 \div 2 + 13$$



Сначала необходимо выполнить действия в скобках.

$$645 \div (2 + 13)$$

43

$$(645 \div 2) + 13$$

335,5

Результат зависит от последовательности выполнения операций. Если сначала выполнить деление, а уж затем сложение, то результат будет равен 335,5. Если же сначала выполнить сложение, а уж затем деление, то результат будет равен 43.

Для того чтобы избежать такой неоднозначности и точно определить последовательность действий, используют скобочную запись. При этом в скобки помещают то действие, которое необходимо выполнить первым. На многих калькуляторах для научных расчетов имеются клавиши «[(«и«)]», обеспечивающие возможность использования скобочной записи.

## Примеры

1.  $41 - (32 - 21)$

2.  $117 + (39 \div 3)$

3.  $(121 \div 11) - 10$

4.  $19 + (348 \div 16)$

5.  $(200 - 135) \div 45$

6.  $(47 - 7) \div (100 \div 5)$

$$135 \div 15 - 6 + 5$$

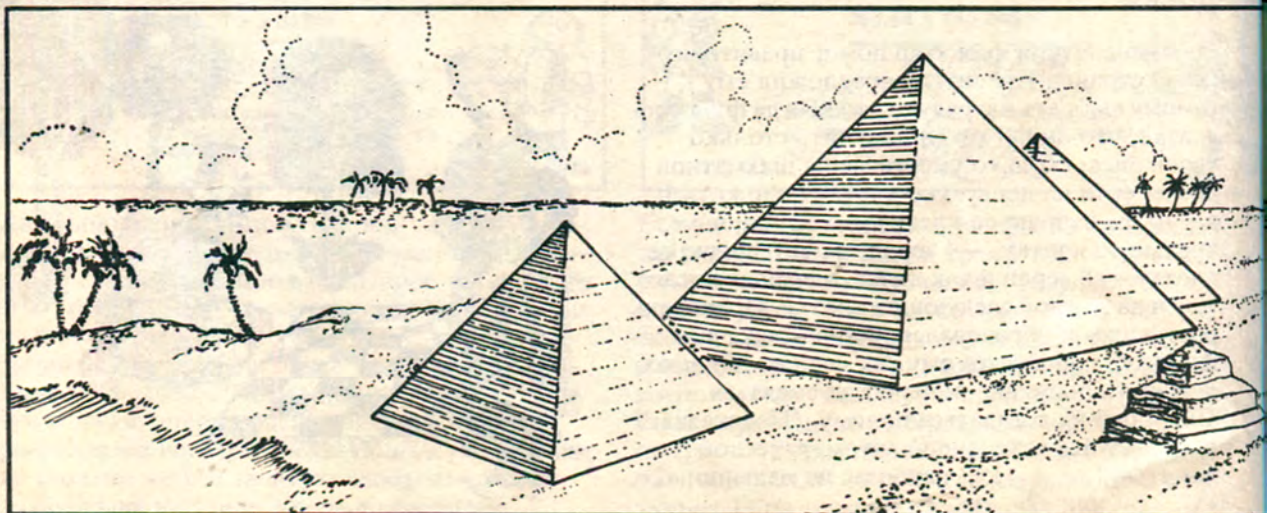
20

-2

8

Попробуй выполнить эти примеры. Если на твоём калькуляторе есть клавиши «[(«и«)]», то ты можешь ими воспользоваться. Если же на твоём калькуляторе такие клавиши отсутствуют, то ты должен сам сначала определить последовательность действий, а потом выполнить эти действия в нужном порядке.

Как надо расставить скобки в приведенном выше примере для получения каждого из трех показанных выше ответов?



## Скобки в скобках

1.  $10 \div (10 \div (10 \div (10 \div (10 \div 10))))$

2.  $10 \times [10 \div (10 \times \{10 \div [10 \times (10 \div 10)]\})]$

3. 
$$\frac{1}{\left(1 + \left(\frac{1}{\left(1 + \left(\frac{1}{(1+1)}\right)}\right)}\right)}\right)}$$

Перед тем как нажать на клавишу "=", нажми пять раз на клавишу "}"



Перед тем как нажать на клавишу "=", нажми четыре раза на клавишу "}"



Иногда для большей наглядности используют различные пары скобок — круглые, квадратные, фигурные. Однако при вычислениях на калькуляторе их можно безболезненно заменить на обыкновенные круглые скобки.

Сможешь ли ты решить эти примеры? В тех случаях, когда скобки находятся внутри скобок, необходимо следовать очень простому правилу: сначала выполняй действия в самых внутренних скобках.

Если на калькуляторе есть клавиши «[(«и»)»», это упрощает дело.

## Обратные числа\*

Обратным к некоторому числу числом называется результат деления числа 1 на это число. Так, например,  $\frac{1}{3}$  является числом, обратным числу 3, а  $\frac{1}{5}$  — 5. Обратные числа — это просто дроби, числитель которых равен числу 1. Обратные числа так часто встречаются в процессе различных вычислений, что на многих калькуляторах имеется специальная клавиша для вычисления обратных чисел, обозначенная «1/x». Нажатие на эту клавишу приводит к делению числа 1 на число, изображенное на индикаторе калькулятора. Справа приведены примеры использования этой клавиши.

Клавиша для вычисления обратных чисел

3  $\frac{1}{x}$  0.3333333

5  $\frac{1}{x}$  0.2



Какое число является обратным для числа 0,5?

Какое число является обратным для числа 0,1?



Древние египтяне сочли бы клавишу для вычисления обратных чисел очень удобной, поскольку использовавшаяся ими система счисления позволяла записывать лишь такие дроби, числитель которых равен числу 1. Поэтому, например, дробь  $\frac{3}{5}$  древние египтяне могли записать лишь в виде суммы  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$

Как ты думаешь, эти дроби равны?



$\frac{3}{5}$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$

В одном египетском папирусе, датированном примерно 1650 г. до нашей эры, длина ребра одной из пирамид указана в следующем виде:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50}$

Чему равна длина этой пирамиды?

\* Об обратных числах см. также на с. 74—75.

# Спаси принцессу Лейлу. Задачи со степенями

При решении знаменитой задачи о шахматной доске (помещенной на с. 125), для того чтобы определить число зерен риса на последней 64-й клетке шахматной доски, необходимо число 2 умножить на число 2, умножить на число 2, и так далее — всего 63 раза. Коротко это можно записать так:  $2^{63}$ . Такая запись означает возведение числа 2 в степень, равную числу 63.

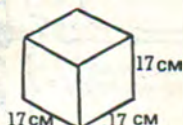


## Вычисление степеней с помощью калькулятора

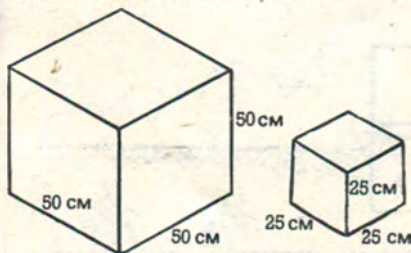
**2** **y<sup>x</sup>** **7** **=** **128**       $7^2 \ 2^{14} \ 2^{15} \ 2^{30}$

На калькуляторах для научных расчетов имеется специальная клавиша, обозначенная «y<sup>x</sup>», которая предназначена для вычисления степеней. Так, например, для определения числа зерен риса на восьмой клетке шахматной доски необходимо вычислить значение  $2^7$ . Для того чтобы сделать это, необходимо произвести ту последовательность действий, что изображена выше. А ты сумеешь вычислить значения других степеней, изображенных слева внизу под шахматной доской? Если на твоём калькуляторе отсутствует клавиша «y<sup>x</sup>», то для возведения в степень некоторого числа тебе придется умножать это число само на себя требуемое число раз. В этом случае тебе пригодится встроенная автоматическая память.

## Реши задачи



В математике встречается множество задач, решение которых требует вычисления степеней (умножения числа самого на себя несколько раз). Наиболее часто встречаются задачи вычисления площади квадрата и объема куба. Рассмотрим, например, куб, каждое ребро которого равно 17 см. Его объем  $17 \times 17 \times 17 \text{ см}^3$ , или  $17^3 \text{ см}^3$ .

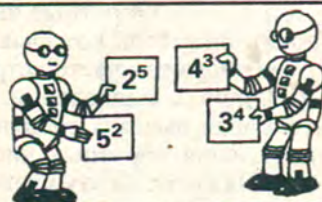


Сумеешь вычислить объем этих двух кубиков? Во сколько раз объем одного из этих кубиков больше, чем объем другого?

## Что больше?

Что больше —  $2^5$  или  $5^2$ ?

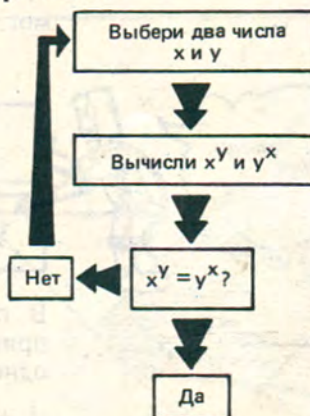
Что больше —  $4^3$  или  $3^4$ ?



## Спаси Лейлу

Заточенную в башню принцессу Лейлу ты можешь спасти, если сумеешь найти такую пару чисел  $x$  и  $y$ , что  $x^y = y^x$ . Ну как, сумеешь спасти Лейлу?

## Подсказка



Ты спас Лейлу

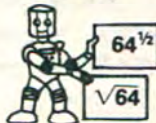


## Возведение в дробные степени

Если на твоём калькуляторе есть клавиша, обозначенная « $y^x$ », то ты можешь возводить числа в дробные степени.

Например, ты можешь вычислить значение  $9^{\frac{1}{2}}$ . Для этого ты должен проделать ту последовательность действий, что изображена справа. Попробуй-ка вычислить дробные степени и квадратные корни, показанные ниже.

$$9 \quad y^x \quad 0 \quad \cdot \quad 5 \quad =$$



Если ты сделал это, то, наверное, заметил, что возведение в степень  $\frac{1}{2}$  эквивалентно извлечению

квадратного корня. Таким образом,  $\sqrt{x}$  и  $x^{\frac{1}{2}}$  — это две формы записи одного и того же. Операции извлечения корней любой степени есть операции возведения в некоторую дробную степень.

Например, для того чтобы извлечь корень 4 степени из числа 60, достаточно вычислить  $60^{\frac{1}{4}}$ .

$$6 \quad 0 \quad y^x \quad 0 \quad \cdot \quad 2 \quad 5 \quad =$$

Чтобы проверить полученный ответ, умножь его сам на себя четыре раза

## Соответствие между возведением в степень и извлечением корня

Правильно ли то, что написано на табличке, которую держит в руках робот? Ну-ка, проверь это, вычислив все степени и корни! А теперь попробуй-ка заменить вопросительные знаки в таблице, нарисованной ниже, на соответствующие числа.

$64 = 2^6$	$81 = 3^4$	$256 = 4^?$	$9 = 9^1$
$\sqrt{64} = 2^?$	$\sqrt{81} = 3^?$	$\sqrt{256} = 4^2$	$\sqrt{9} = 9^?$

## 1 Возведение дробей в степень

$$\frac{1}{5}^3 \quad \frac{1}{9}^2 \quad \frac{1}{6}^3 \quad \frac{1}{10}^4$$

Сумеешь вычислить значения изображенных выше степеней? Ты, наверное, помнишь о том, к чему приводит нажатие на клавишу « $\frac{1}{x}$ »?

$$2 \quad 5^{-3} \quad 5 \quad y^x \quad - \quad 3$$

или  $3 \quad \frac{1}{5}$

$$0.008$$

Это то же самое, что  $0,2^3$ .  
Понимаешь почему?

Существует еще один способ записи, позволяющий записать возведение дробей в степень, — это возведение в отрицательную степень. Так, например,  $\frac{1}{5}^3$  — это то же самое, что  $5^{-3}$ , а  $\frac{1}{6}^3$  — это то же самое, что  $6^{-3}$ . В этом случае также удобно пользоваться клавишей « $y^x$ ».

## Округление

$$150 \div 7$$



Вычисли с точностью до двух, трех, четырех цифр после запятой.

Раздели 78 рублей на 11 и получи ответ в рублях и копейках.

На многих калькуляторах для научных расчетов имеется специальная клавиша, позволяющая производить округление полученных результатов до требуемого числа цифр после запятой. Для того чтобы выяснить, как эта клавиша обозначена на твоём калькуляторе (да и вообще, имеется ли она на нем), тебе придется заглянуть в «Руководство по экс-

плуатации». Как правило, для округления до требуемого числа цифр после запятой необходимо нажать на эту клавишу, после чего нажать на одну из цифровых клавиш для указания необходимого после запятой числа цифр. Попробуй решить предлагаемые выше задачи.



На некоторых калькуляторах эта клавиша обозначена « $x^y$ ».

# Еще раз о больших числах

Для работы с большими числами в калькуляторах для научных расчетов используется стандартный вид записи чисел. В основе этой формы записи чисел лежит тот факт, что, например, число 300 000 000 000 000 может быть записано как  $3 \times 100\,000\,000\,000\,000$ , или, что то же самое,  $3 \times 10^{14}$ .

$$6\,829\,700 = 6.8297 \times 1\,000\,000 = 6.8297 \times 10^6$$

Это одно и то же.



А это то же самое, записанное в стандартном виде.

При использовании стандартного вида записи число всегда записывается в виде двух сомножителей, первый из которых является числом в диапазоне от 1 до 10, а второй представляет собой число 10 в некоторой степени.

Число между 1 и 10

×

Число 10 в некоторой степени

## Преобразование чисел в стандартный вид записи

Сумеешь преобразовать эти числа в стандартный вид?

1. 743 800 000 000
2. 9 230 000 000

3. 802 000 000 000
4. 45 320 000 000

5.  $1.49 \times 10^8$  или 153 000 000  
 6. 587 000 000 или  $4.17 \times 10^{10}$   
 7.  $9.3 \times 10^8$  или  $3.8 \times 10^9$   
 8.  $1.9 \times 10^6$  или  $9.1 \times 10^5$

Какое из чисел в каждой из приведенных ниже пар чисел больше?



## Очень маленькие числа

С помощью стандартного вида записи легко изобразить и очень маленькие числа. Такие очень маленькие числа часто встречаются, например, в микробиологии. Например, диаметр некоторых самых маленьких бактерий составляет всего 0,000 025 мм, а диаметр клеток крови — 0,000 75 мм.

$$0.000\,75 = 7.5 \times \frac{1}{10\,000} = 7.5 \times 10^{-4}$$

Это одно и то же.



А это то же самое, записанное в стандартном виде

При записи очень маленьких чисел в стандартном виде второй сомножитель представляет собой число 10 в некоторой отрицательной степени, поскольку возведение в отрицательную степень эквивалентно делению на это число, возведенное предварительно в положительную степень.

## Задача с очень маленькими числами

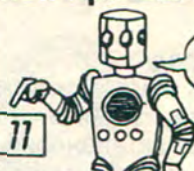
Расположи в порядке возрастания размеров (начиная с самого маленького):

бактерия пневмонии:	диаметр равен 0,000 1 мм	вирус свинки:	диаметр равен 0,000 225 мм
инфузория туфелька:	диаметр равен 0,2 мм	молекула белка (яичного):	диаметр равен 0,000 01 мм
вирус гриппа:	диаметр равен $5 \times 10^{-5}$ мм	атом водорода:	диаметр равен $2 \times 10^{-7}$ мм
		острие булавки:	диаметр равен $10^{-1}$ мм

## Использование стандартного вида записи при вычислениях на калькуляторе

$$987\,654 \times 456\,789$$

4.5114948 11



Это означает  $4,5114948 \times 10^{11}$  или, что то же самое, 451 149 148 000.

Если ты воспользуешься калькулятором для научных расчетов для выполнения записанной выше операции умножения, то результат, который ты получишь на индикаторе калькулятора, будет записан в стандартном виде. Число 11, изображенное в правом конце индикатора калькулятора, представляет собой степень числа 10 во втором сомножителе и называется порядком.

### Реши задачи

Если у тебя есть калькулятор для научных расчетов, то попробуй решить предлагаемые ниже задачи.

А ну-ка, попробуй вычислить!



1.  $987\,654\,321^2$

2.  $(1 \times 10^6)^2$

3.  $(2.6 \times 10^{16}) \div (1.3 \times 10^{14})$

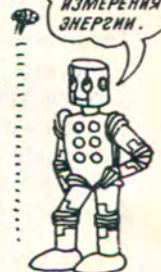
Сколько ударов совершило за время твоей жизни твое сердце, если средняя частота пульса составляет 70 ударов в минуту? Скорость света составляет  $2,998 \times 10^5$  км/с. Какое расстояние свет преодолевает за один год?

Диаметр клетки крови составляет  $7,5 \times 10^{-4}$  мм. Во сколько раз клетка крови больше, чем бактерия, диаметр которой составляет  $2,5 \times 10^{-5}$  мм?

Во сколько раз вирус гриппа больше, чем атом водорода (их размеры ты найдешь в задаче с очень маленькими числами на предыдущей странице)?

Блохи являются отличными прыгунами. В момент прыжка блоха затрачивает энергию, равную  $2 \times 10^7$  эрг на каждый грамм своего веса в одну секунду. Взрослый человек в момент прыжка затрачивает энергию, равную  $5 \times 10^5$  эрг на каждый грамм своего веса в одну секунду. Если взрослый человек может подпрыгнуть на высоту 1,75 м, то на какую высоту подпрыгнула бы блоха, имеющая такой же, как у этого взрослого человека, вес?

Эрг — это единица измерения энергии.



### Ввод чисел, записанных в стандартном виде

$$2.6 \times 10^{16}$$

Клавиша ввода порядка

2 . 6 EXP 1 6

Для ввода числа, записанного в стандартном виде, необходимо проделать такие действия. Сначала ввести первый из сомножителей (см. предыдущую страницу), называемый мантиссой, затем нажать на клавишу «ВП», а уж затем ввести порядок.

$$7.5 \times 10^{-4}$$

7 . 5 EXP 4 +/-

Аналогично осуществляется ввод очень маленьких чисел, записанных в стандартном виде. Для того чтобы ввести отрицательный порядок, необходимо после ввода абсолютной величины порядка нажать на клавишу смены знака «/-».

### Клавиша, обеспечивающая изображение чисел в стандартном виде

На некоторых калькуляторах имеется специальная клавиша, нажатие на которую приводит к тому, что изображенное на индикаторе число преобразуется в стандартный вид. Для того чтобы выяснить, имеется ли такая клавиша на твоём калькуляторе и как она обозначена, тебе придется заглянуть в «Руководство по эксплуатации». Эта клавиша иногда полезна для получения ответа с определенным числом цифр после запятой.

1.  $267.45 \div 17.862$

2.  $114 \div 21.68$

3.  $29\,764 \times 3\,968$

4.  $(2.96 \times 10^3) \div (8.914 \times 10^5)$

Ну-ка, вычисли с точностью до трех цифр после запятой!



# Задачи по статистике

Сумеешь ли ты вычислить средний возраст этой группы людей? На некоторых калькуляторах для научных расчетов имеются специальные клавиши, облегчающие вычисление средних значений. Ниже показано, как пользоваться этими клавишами.

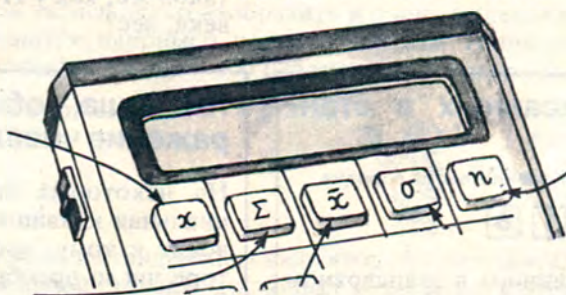


## Вычисление средних значений

Вычисление средних значений относится к той области математики, которая носит название статистики\*. Существуют даже специальные калькуляторы, предназначенные для решения задач по статистике, а на большинстве калькуляторов для научных расчетов имеется несколько клавиш, облегчающих решение задач по статистике. Наиболее часто встречающиеся клавиши такого рода изображены на рисунке. Обозначения клавиш на разных калькуляторах могут отличаться. На большинстве калькуляторов, имеющих такие клавиши, необходимо предварительно осуществить переключение режима работы на режим решения задач по статистике.

Эта клавиша используется для ввода значений при решении задач по статистике. На нее необходимо нажимать после ввода каждого из значений.

Эта клавиша используется для суммирования вводимых значений. Нажатие на нее приводит к подсчету значения суммы всех уже введенных значений.



Эта клавиша используется для вычисления средних значений. Нажатие на нее приводит к вычислению среднего значения (среднее значение представляет собой результат деления подсчитанной суммы всех введенных значений на число этих значений).

Нажав на эту клавишу, вы увидите на табло количество цифр, введенных в расчет.

Эта клавиша используется для вычисления среднеквадратичного отклонения. Среднеквадратичное отклонение — это величина, показывающая, насколько близко к вычисленному среднему значению подходят введенные значения.

Последовательность/набор/1: 46 65 53 61 49 52 57 48 51 60 52

Последовательность/набор/2: 103 17 29 93 11 18 59 89 7 126

Если твой калькулятор имеет клавиши для вычисления средних значений и среднеквадратичных отклонений, то попробуй вычислить эти величины для двух приведенных выше последовательностей (наборов) чисел.



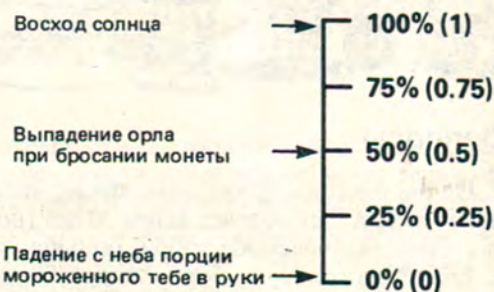
# Вероятности

Тесно связанной со статистикой областью математики является теория вероятностей\*. При планировании очень важно знать, насколько вероятны те или иные события. Так, например, прежде чем принять решение о строительстве дамбы, предотвращающей наводнение, необходимо оценить вероятность наводнения. В математике имеются способы вычисления вероятностей различных событий. Однако необходимо помнить, что вероятность наступления некоторого события, вычисленная математическими методами, остается всего лишь вероятностью. Рассмотрим это на примере. Когда ты подбрасываешь монетку, то выпадения орла или решки являются равновероятными событиями. Действительно, у монетки всего две стороны (на ребро она встать не может), значит, в результате ее подбрасывания она упадет на одну из этих двух сторон. Вероятность выпадения орла и вероятность выпадения решки равны и составляют  $\frac{1}{2}$ . Вообще вероятность измеряется числами в диапазоне от 0 до 1 (0 — событие абсолютно невероятно, 1 — событие обязательно должно произойти). Таким образом, подбрасывая монетку 100 раз, ты должен получить 50 выпадений орла и 50 выпадений решки. Однако на практике получаются самые разные соотношения — 45 на 55, 47 на 53 и т. д., но все они близки к предсказанной величине 50 на 50.

## Шкала вероятностей

Вероятность может быть выражена в виде обыкновенной или десятичной дроби или в виде процентов. Если событие обязательно должно произойти (таким событием является, например, восход солнца), то его вероятность равна 1, или 100%. Если событие абсолютно невероятно, то его вероятность равна 0 или 0%.

Попробуй разместить на изображенной справа шкале вероятностей события, о которых написано на помещенных ниже табличках.



Выпадение 6 очков при бросании кубика

День рождения твоего друга приходится на октябрь

День рождения твоего друга приходится на период между 1 января и 31 августа

## Умножение вероятностей

$$\frac{4}{52} \times \frac{13}{52} = 0.019$$



Это то же самое, что и  $\frac{1}{52}$ .

Для того чтобы вычислить вероятность наступления одновременно двух событий, необходимо перемножить вероятности наступления каждого из них. Так, например, если в коробке лежат 52 одинаковых по размеру шарика, из которых 13 красных, 13 синих, 13 желтых и 13 зеленых, причем 1 из 13 шариков каждого цвета помечен белой точкой, то вероятность вытащить наугад шарик с белой точкой составляет  $\frac{4}{52}$ , а вероятность вытащить наугад красный шарик составляет  $\frac{13}{52}$ . Тогда вероятность вытащить наугад из коробки красный шарик с белой точкой составляет  $\frac{13}{52} \times \frac{4}{52}$ .

## Задача с шариками

Какова вероятность вытащить наугад из коробки подряд четыре красных шарика с белой точкой?



Как ты уже знаешь, вероятность вытащить наугад из коробки красный шарик с белой точкой составляет  $\frac{4}{52}$ . Если из коробки уже вытащен такой шарик, то вероятность вытащить наугад из оставшихся в коробке шариков шарик с точкой составляет  $\frac{3}{51}$  (в коробке остался 51 шарик, из которых 3 — с белой точкой). Если из коробки уже вытащены 2 нужных шарика, то вероятность вытащить наугад из оставшихся шариков шарик с точкой составляет  $\frac{2}{50}$  (в коробке осталось 50 шариков, из которых 2 — с белой точкой). Если из коробки уже вытащены 3 нужных шарика, то вероятность вытащить наугад из коробки подряд 4 шарика с белой точкой составляет:

$$\frac{4}{52} \times \frac{3}{51} \times \frac{2}{50} \times \frac{1}{49}$$

Велика ли эта вероятность?



## Клавиша для вычисления факториала

При умножении вероятностей часто приходится сталкиваться с необходимостью выполнения умножения последовательных чисел начиная с единицы:  $4 \times 3 \times 2 \times 1$  или  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ . Произведение последовательных чисел от 1 до K называется «K-факториал» (записывается K!). Так,  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4!$ , а  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6!$ .



Клавиша для вычисления факториала



$4! = 24$ , а чему равно  $6!$ ?



$$\frac{4}{52} \times \frac{3}{51} \times \frac{2}{50} \times \frac{1}{49}$$

Вспомни, какие вычисления тебе необходимо было произвести для решения задачи с шариками.

То же самое можно записать и другим способом, используя факториалы. Сумеешь догадаться, почему эти записи обозначают одно и то же?

$$\frac{4! \times 48!}{52!}$$

На многих калькуляторах для научных расчетов имеется специальная клавиша, обеспечивающая возможность вычисления факториалов различных чисел. Способ ее использования показан на рисунке сверху.

## Сложение вероятностей

Если результирующее событие является результатом наступления любого из двух других событий, то для вычисления вероятности наступления результирующего события вероятности каждого из двух событий необходимо сложить. Так, например, авария при посадке этого космического корабля может быть следствием или слишком мягкой поверхности планеты, на которую осуществляется посадка, или слишком высокой посадочной скорости, или перегрева корпуса космического корабля, или отказа двигателей.

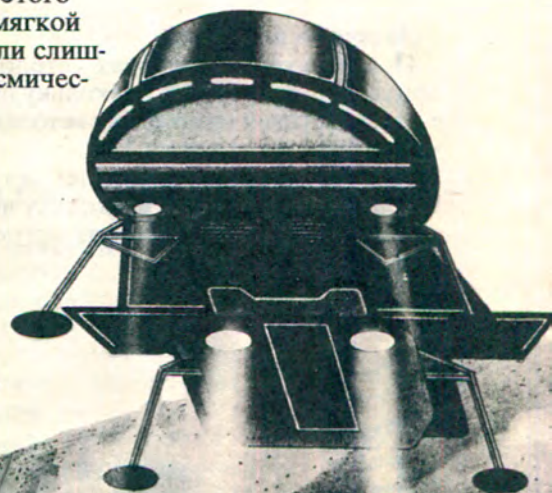
### Задача

Сумеешь ли ты, используя указанные ниже вероятности различных событий, вычислить вероятность безаварийной посадки этого космического корабля на некоторую планету? Если вероятность аварии при посадке превышает 0,25, то посадку на планету необходимо запретить.

По оценке специалистов, вероятность того, что поверхность планеты окажется слишком мягкой, составляет 0,2. Вероятность достижения слишком высокой посадочной скорости составляет 0,0286.

Вероятность перегрева корпуса космического корабля составляет 0,0167.

Вероятность отказа двигателей составляет 0,005.



\*\* О факториалах мы уже говорили на с. 90.

# Ответы

## Страница 101

Для того чтобы получить на индикаторе калькулятора число 12, достаточно пяти нажатий на клавиши «1», «+», «=»:  $11+1=$ .

В числах от 1 до 100 включительно цифра 1 встречается 21 раз.

## Страница 102

### Осваиваем клавиатуру

1. Сумма чисел от 1 до 20 ( $1+2+3+\dots+20$ ) равна 210. Если, для того чтобы вычислить значение этой суммы, тебе потребовалось меньше, чем 25 с, то ты просто молодец.

Есть способ для быстрого подсчета такой суммы. Для этого все числа можно разбить на пары, сумма которых равна 21:  $1+20$ ,  $2+19$ ,  $3+18$  и т. д. Вся сумма состоит из десяти таких пар, так что ответ равен  $21 \times 10 = 210$ .

2. Добиться появления на индикаторе калькулятора числа 100 можно за десять нажатий на указанные клавиши:  $37+73-7-3=$ .

3. Добиться появления на индикаторе калькулятора числа 1001 можно за девять нажатий на указанные клавиши:  $72 \times 7 \times 2 - 7 =$ .

4. Этими числами являются: 7, 11, 13, 91, 143.

5. Это знаки «—» и « $\times$ »:  $87-19 \times 31=2108$ .

6. Это цифры «3» и «3»:  $48 \times 73=3504$ .

7. Вот два ответа на эту задачу:

$$93 \times 86 = 7998$$

$$83 \times 86 = 7138$$

## Страница 103

### Задача на вычитание

При вычитании соседних «столбиков» ответ всегда будет равен 111, поскольку цифры, образующие каждый из соседних «столбиков», отличаются друг от друга на 1.

При вычитании соседних «строк» ответ всегда будет равен 333, поскольку цифры, образующие каждую из соседних «строк», отличаются друг от друга на 3.



## Пары

Результат вычитания таких «пар» всегда равен 27, поскольку для каждой пары выбираемых клавиш цифры, нанесенные на них, отличаются на 3. Образова из выбранных цифр два двузначных числа, ты всегда получишь разность между числом десятков в этих числах равной 30, а разность между числом единиц в них равной 3. Так что итоговая разность равна всегда 27.

Результат сложения таких «пар» всегда кратен числу 11, поскольку сумма десятков всегда равна сумме единиц. Рассмотрим, например, пару 41 и 14: сумма десятков — это  $4+1=5$ , а сумма единиц — это  $1+4=5$ . Для чисел, не превышающих 100, верно правило, что если число десятков в этом числе равно числу единиц в нем, то это число кратно числу 11.

## Соседи

Пять чисел, которые не удастся получить таким способом, — это 8, 12, 14, 16 и 19. Если использовать клавиши, являющиеся соседними по диагонали, то можно получить числа 8 ( $5+3$ ), 12 ( $6 \times 2$ ) и 14 ( $8+6$ ), однако числа 16 и 19 получить по-прежнему не удастся.



## Страница 104

### Космическое путешествие

Для того чтобы совершить космическое путешествие, ты должен сделать следующие шаги:  $-600$ ;  $+4000$ ;  $+1$ ;  $+900$ ;  $+20$ ;  $-9000$ ;  $+2$ ;  $-1000$ ;  $+9$ ;  $+80$ ;  $+9$ ;  $+600$ ;  $+7$ ;  $+70$ ;  $-9$ ;  $-90$ ;  $+5000$ ;  $+1$ .

## Страница 105

1. Цифра 4 в числе 36 417 обозначает 400. Убедиться в этом ты сможешь, вычтя из числа 36 417 число 400. Цифра 4 в числе 29 149 обозначает 40. Цифра 4 в числе 42 613 обозначает 40 000.

2. Число 4762 на 700 больше, чем число 4062.

3. Число 472 на 70 больше, чем число 402.

### Найди соответствие

Эквивалентными являются следующие операции:

А, В, И

Б, Д, К

Е, З

Г, Ж

**Что ближе?**

1. Ответ А
2. Ответ В
3. Ответ В

Одним из способов быстро прикинуть величину ответа является округление операндов и выполнение соответствующих действий в уме. Так, в случае первого примера  $97 \times 49$  можно приблизительно вычислить получаемый результат как результат  $100 \times 50$ .

**Найди ошибки**

Указанный ответ верен для третьего из перечисленных примеров. Правильный результат решения остальных примеров показан ниже:

1.  $987 \times 3 = 2961$ , то есть вместо клавиши «3» было ошибочно нажато на клавишу 6.
2.  $1629 + 1332 = 2961$ , то есть вместо клавиши «+» было ошибочно нажато на клавишу «—».
3.  $423 \times 7 = 2961$ , то есть вместо 432 было введено 423.

**Уменьши до нуля**

Любое четырехзначное число может быть уменьшено до нуля за четыре шага:

- шаг 1 — вычесть двузначное число, образованное последними двумя цифрами;
- шаг 2 — разделить на двузначное число, образованное первыми двумя цифрами;
- шаг 3 — отнять число 50;
- шаг 4 — отнять число 50.

В результате выполнения шага 1 ты всегда получишь число, оканчивающееся двумя нулями. В результате выполнения шага 2 ты всегда получишь число 100.

**Гонимся за единицей**

Число 28 может быть уменьшено до 1 всего за три шага при использовании для задания второго операнда всех операций только цифры 3:

$$28 + 3 = 31 + 3 = 34 - 33 = 1$$

А вот решения остальных задач:

$$55 - 66 + 6 + 6 = 1$$

$$40 + 5 + 5 + 5 \div 55 = 1$$

$$27 - 7 \times 7 + 7 + 7 - 77 \div 77 = 1$$

Страница 107

**Одно за другим**

1.  $15 + 16 + 17 + 18 = 66$ .
2.  $34 \times 35 = 1190$ .
3.  $7 \times 8 \times 9 = 504$ .

**Задача с перевёртышами**

Каждый раз необходимо вычитать число, кратное 9, например 272727 или 454545. Это число зависит от разности между цифрами, составляющими задуманное тобой число. Например, разность между 8 и 3 равна 5,  $5 \times 9 = 45$ . Поэтому для того, чтобы из числа 838383 получить число 383838, необходимо осуществить вычитание числа 454545.



Страница 108

**Фокус с делением**

Можно придумать, например, такой фокус: «Задумай и введи произвольное четырехзначное число. Введи его еще раз, чтобы получить на индикаторе калькулятора восьмизначное число. Раздели это восьмизначное число на число 37, а затем на число 137».

**Остатки**

Для того чтобы из полученного на индикаторе калькулятора результата получить и остаток от деления, необходимо:

1. Отнять от полученного результата число, стоящее правее запятой
2. Умножить полученный результат на делитель.

Например:  $1001 \div 5 = 200,2$

$$1. 200,2 - 200 = 0,2$$

$$2. 0,2 \times 5 = 1$$

Остаток равен 1

Однако здесь могут встретиться неприятные сюрпризы, связанные с тем, что, например,  $1 \div 3 = 0,333333$ , но  $0,333333 \times 3 = 0,999999$ , в не 1! (См. с. 108.)

**Найди соответствие**

$$17 \div 2 = 8,5$$

$$107 \div 10 = 10,7$$

$$100 \div 8 = 12,5$$

$$37 \div 4 = 9,25$$

$$8 \div 16 = 0,5$$

$$12 \div 48 = 0,25$$

$$54 \div 12 = 4,5$$

$$10 \div 8 = 1,25$$

Страница 109

**Найди соответствие**

$$30 \div 7 = 4,2857142$$

$$26 \div 11 = 2,3636363$$

$$10 \div 3 = 3,3333333$$

$$17 \div 4 = 4,25$$

$$5 \div 18 = 0,2777777$$

$$9 \div 16 = 0,5625$$

**Что больше?**

0,2 больше чем 0,0666666

$7 \div 3 = 2,3333333$  — карточка В

$49 \div 19 = 2,5789473$  — карточка В

$440 \div 200 = 2,2$  — карточка А

## Страница 110

### Сравнение дробей

Вот эти дроби в порядке возрастания:

$$\frac{1}{5}=0,2; \frac{104}{498}=0,2088353; \frac{225}{1042}=0,2159309; \\ \frac{18}{79}=0,2278481; \frac{7}{30}=0,2333333; \frac{41}{170}=0,2411764.$$



## Страница 111

### Задача о забытых числах

Было выполнено следующее действие:  
 $3 \div 13 = 0,2307692.$

### Числители и знаменатели

$\frac{6}{11} = 0,5454545$ , а это больше, чем 0,5.

### Найди закономерность

Первыми 12 цифрами в записи  $\frac{1}{7}$  в виде десятичной дроби являются следующие:  
0,142857142857.

Первыми 16 цифрами в записи  $\frac{1}{17}$  в виде десятичной дроби являются следующие:  
0,0588235294117647.

Первыми 16 цифрами в записи  $\frac{6}{17}$  в виде десятичной дроби являются следующие:  
0,35294117647058827.

Дроби — это очень просто

$$\frac{3}{10} \times 2\frac{1}{2} = 0,75$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = 0,3428571$$

$$5\frac{1}{8} - 3\frac{3}{4} = 1,375$$

$$\frac{7}{8} + \frac{3}{4} = 1,625$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0,25$$

## Страница 112

### Будь точен!

1. Световой год равен примерно  
6 000 000 000 000 миль, или примерно  
9 000 000 000 000 км.

2. В США имеется примерно 30 000 000 кошек.

3. Самая короткая улица в Англии имеет длину примерно 17,5 м.

### Задачи

Современный рекорд скорости поезда превышает рекорд 1829 г. примерно в 9 раз.

Такое путешествие займет более трех дней.

1 000 000 часов — это 41 666,66 дня, а это примерно 114 лет. Так что если тебе еще не исполнилось 114 лет, то ответ будет отрицательным.

### С точностью до трех значащих цифр

1. 0,00638; 2. 0,0629; 3. 264; 4. 781000; 5. 0,1999999 нельзя округлить с точностью до трех значащих цифр — это будет 0,200, или 0,2.

## Страница 113

### Космические задачи

1. Космическому кораблю для этого потребуется 240000 секунд, или 4000 минут, или 66,666666 часов. Так что ответить на вопрос задачи можно так: примерно 67 часов.

2. Космический корабль достигнет Марса примерно через 58 дней.

3. Солнце больше, чем Луна, примерно в 400 раз. Они кажутся примерно одинаковыми по размеру, поскольку Солнце от Земли дальше, чем Луна, примерно в 400 раз.

## Страница 114

### Повторяющиеся действия

1. 11, 111, 1111, 11111.

Чтобы понять, почему получается именно так, рассмотрим любую из четырех строк, например:  $1234 \times 9 + 5$ .

$$1234 \times 9 \text{ эквивалентно}$$

$$1000 \times 9 = 9000$$

$$200 \times 9 = 1800$$

$$30 \times 9 = 270$$

$$4 \times 9 = 36$$

Легко заметить, что при выполнении сложения сумма в каждом разряде, кроме разряда единиц, будет равна 10. Прибавляя к разряду единиц 5 и осуществляя перенос, получим то, что требуется.

2. 2002, 3003, 4004, 5005, 6006.

Разгадка очень проста:  $143 \times 7 = 1001$ .

3. 9, 98, 987, 9876.

Чтобы разобраться, почему это так, воспользуйся рассуждениями, аналогичными тем, что были использованы в объяснениях к первой из этих трех задач.

## Страница 115

### Преобразования

85 километров — это примерно 53 мили

126 километров — это примерно 79 миль

100 километров — это примерно 63 мили

32 километра — это 20 миль

50 километров — это примерно 31,5 мили

10 километров — это примерно 6,3 мили

270 километров — это примерно 169 миль

115 километров — это примерно 72 мили

## Порядок действий

$$\frac{285+117}{264-68} = 2,0510204.$$

### Кто выиграет?

Для того чтобы добежать до финиша, спортсменке потребуется 90 секунд, то есть 1 минута и 30 секунд. Значит, спортсменка победит в этих соревнованиях.

## Страница 116

### Задача о планетах

Для того чтобы прочитать названия планет, прочитай цифры как буквы:

цифра 0 — буква О

цифра 3 — буква З

цифра 4 — буква Ч

цифра 6 — буква Б

цифра 8 — буква В

Пункт назначения — планета Бочо.

## Страница 117

### Повторяем вычисления

5. 10

6. Потому что вычитается отрицательное число

7.  $9++$

### Задача с растением

Через 15 дней высота растения достигнет 32 768 сантиметров или свыше 300 метров.

## Страница 118

### Задачи на проценты

Если 20% жителей острова Бригг решат переехать на другой остров, то число людей, покидающих остров Бригг, составит 49 800 человек.

$$20\% \text{ от } 4000 = 800$$

$$20\% \text{ от } 12,5 = 2,5$$

$$90\% \text{ от } 8,9 = 8,01$$

$$50\% \text{ от } 500 = 250$$

Таблица процентов

50%	$\frac{50}{100}$	$\frac{1}{2}$	0.5
25%	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$	0.25
10%	$\frac{10}{100}$	$\frac{1}{10}$	0.1
$33\frac{1}{3}\%$	$\frac{33\frac{1}{3}}{100}$	$\frac{1}{3}$	0.3333
15%	$\frac{15}{100}$	$\frac{3}{20}$	0.15
$66\frac{2}{3}\%$	$\frac{66\frac{2}{3}}{100}$	$\frac{2}{3}$	0.6667

## Вычисление процентов без использования клавиши «%»

$$15\% \text{ от } 30 = 4,5$$

$$50\% \text{ от } 50 = 25$$

## Страница 119

### Период полураспада

Величина излучения упадет до безопасного уровня через 7 дней: 463; 231,5; 115,75; 57,9; 28,9; 14,5; 7,23; 3,62.

### Задача орангутанга

Это произойдет через 5 лет: 5000; 4250; 3613; 3071; 2610; 2219

### Как получить выигрыш?

Второй способ получения более выгоден. Если твой брат выберет первый способ получения выигрыша, то через десять лет он получит 651 рубль, а если второй — то 1133 рубля.

## Страница 120

### Учимся возводить в квадрат

$$37^2 = 1369; 0,5^2 = 0,25.$$

### Задачи на возведение в квадрат

1. В каждой из этих пар каждое из чисел представляет собой записанное «задом наперед» второе число. Квадраты этих чисел обладают аналогичной закономерностью, например:  $12^2 = 144$ , а  $21^2 = 441$ .

Еще одним примером такой пары чисел являются 13 и 31.

2.  $1^2 = 1$ ;  $11^2 = 121$ ;  $111^2 = 12\,321$ ;  $1111^2 = 1\,234\,321$ . Легко заметить, в результате возведения в квадрат получаются палиндромы — числа, которые не изменяются от замены в них порядка цифр на противоположный.

$$3. 5^2 = 25$$

$$15^2 = 225$$

$$25^2 = 625$$

$$35^2 = 1225$$

$$45^2 = 2025$$

Нетрудно заметить, что результаты последовательно возрастают на 200, на 400, на 600, на 800. Поэтому можно предположить, что  $55^2$  — это на 1000 больше, чем  $45^2$ , то есть  $55^2 = 3025$ .

$$4. 25^2 + 26^2 = 1301$$

$$5. 3^2 + 6^2 + 7^2 = 2^2 + 3^2 + 9^2$$

Все равенства равны.

## Страница 121

### Древние треугольники

В первом треугольнике:  $9^2 + 12^2 = 225$  и  $15^2 = 225$ .

Второй треугольник является прямоугольным, поскольку в нем  $8^2 + 6^2 = 100$  и  $10^2 = 100$ .

### Прямоугольные треугольники в каменном веке

В точности прямоугольными являются следующие треугольники:

$$3, 4, 5, \text{ поскольку } 3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$8, 15, 17, \text{ поскольку } 8^2 + 15^2 = 17^2$$

$$5, 12, 13, \text{ поскольку } 5^2 + 12^2 = 13^2$$

$$12, 35, 37, \text{ поскольку } 12^2 + 35^2 = 37^2$$

Остальные треугольники очень близки к прямоугольным:

$$41^2 + 71^2 = 6722, \text{ а } 82^2 = 6724$$

$$19^2 + 59^2 = 3842, \text{ а } 62^2 = 3844$$

$$8^2 + 9^2 = 145, \text{ а } 12^2 = 144$$

### Задача Пифагора

В первом треугольнике длина третьей стороны равна 1,5 м, так как  $1,5^2 + 3,6^2 = 3,9^2$ . Поскольку во втором треугольнике длины двух его сторон совпадают с длинами двух сторон в первом треугольнике, то длина его третьей стороны равна 3,9 м.

## Страница 122

### Все наоборот

1. Пары образуют операции «+» и «-», «×» и «÷».

2.  $\times 12$  и  $\div 12$

$+17$  и  $-17$

$-7$  и  $+7$

$\div 10$  и  $\times 10$

3. Операция  $\times 3$  является обратной по отношению к операции  $\div 3$ , однако с некоторыми числами (например, с числом 14) продемонстрировать это с помощью калькулятора невозможно. См. с. 108.

### Альтернативы

Обратными по отношению к операции  $\div 0,5$  являются операции  $\times 0,5$  и  $\div 2$ .

Найди пары

$\times 42$  и  $\div 42$

$-0,5$  и  $+0,5$

$+42$  и  $-42$

$\div 5 \times 8$  и  $\div 8 \times 5$

$\times 1,6$  и  $\times 5 \div 8$

$+1,6$  и  $-1,6$

$\times 4,2$  и  $\div 4,2$

## Страница 123

### Квадратные корни

Если число 16 является результатом операции извлечения квадратного корня из некоторого числа, то это число равно 256.

Если число 16 является результатом операции возведения в квадрат некоторого числа, то это число равно 4.

Если число 256 является результатом операции возведения в квадрат некоторого числа, то это число равно 16.

**Извлечение квадратных корней без помощи клавиши « $\sqrt{x}$ »**

$$\sqrt{70} = 8,367$$



## Страница 124

### Вычисления с окружностями

Значение числа  $\pi$ , вычисленное в Китае (3,1415929), наиболее близко к значению числа  $\pi$ , вычисленному с помощью компьютера. Остальные значения таковы:

Египет: 3,1604936

Вавилон: 3,125

Греция: 3,1462643

Архимед: между 3,1428571 и 3,140845

Индия: 3,1416

### Использование числа $\pi$

Для банки диаметром 16 см ширина этикетки должна быть не меньше 50,3 см.

### Задачи о планете Земля и ее спутнике

Приведенные здесь ответы получены при использовании значения числа  $\pi$  равного 3,142. Если ты использовал другое значение числа  $\pi$ , то полученные тобой ответы могут несколько отличаться от приведенных здесь.

1. Путь, пройденный в результате кругосветного путешествия, составляет примерно 39,700 км (с точностью до сотен километров).

2. Длина пути, проходимого спутником за один оборот, составляет 40 343 км. Для получения этого ответа необходимо число  $\pi$  умножить на число 12 840, поскольку диаметр орбиты равен 100 км + 12 640 км + 100 км = 12 840 км.

3. Длина отражателя антенны равна примерно 15,7 м.

4. Поскольку диаметр отражателя антенны в этом случае увеличится на 2 м, то его длина станет равной примерно 22 м. Это значит, что длина отражателя антенны увеличится примерно на 6,3 м.

5. Как и в предыдущем случае, ответ равен 6,3 м. Ответы одинаковы, потому что в обоих случаях длина увеличивается на одно и то же число  $2 \times \pi$ , поскольку диаметр увеличивается на 2 м.

6. Орбита космического корабля проходит на высоте примерно 400 км над поверхностью Луны.

За один оборот вокруг Луны космический корабль проходит путь, равный 13 440 км, поскольку  $8 \times 1680 = 13 440$ . Теперь найдем диаметр орбиты, по которой движется космический корабль. Он равен примерно 4280 км, поскольку  $13 440 \div \pi = 4280$ . Теперь несложно вычислить, на какой высоте от поверхности Луны проходит орбита космического корабля. Эта высота равна  $\frac{1}{2}(4280 - 3480) = 400$  км.

### Задача на деление

Вот несколько пятизначных чисел такого рода, начинающихся с цифры 7:

70245

72605

78920

76520

Есть и другие пятизначные числа такого рода.  
Пример шестизначного числа такого рода: 126450.

Пример семизначного числа такого рода: 3216549.

Единственным девятизначным числом такого рода является число 381654729.

## Страница 126

### Проблемы с большими числами

Если разбить на две части так, как показано справа, то уменьшаемое будет меньше, чем вычитаемое.

#### Решите примеры

- 32707793946
- 244148291
- 2184354064327273546

Чтобы получить последний ответ, тебе придется разбивать сумму не на две, а на три части.

## Страница 127

### Знаменитая задача о шахматной доске

Число зерен риса на последней (64-й) клетке шахматной доски будет равно примерно 9200000000000000000. Это больше, чем производится сегодня риса во всем мире.

## Страница 128

### Примеры

- 30
  - 130
  - 1
  - 40,75
  - 1,44
  - 2
- $135 \div (15 - 6) + 5 = 20$   
 $135 \div 15 - (6 + 5) = -2$   
 $(135 \div 15) - 6 + 5 = 8$

## Страница 129

### Скобки в скобках

- 1
- 10
- 0,6

### Обратные числа

0,5 и 2

0,1 и 10

$\frac{3}{5}$  эквивалентны  $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$ , поскольку

$$\frac{3}{5} = 0,6, \text{ а } \frac{1}{3} = 0,3333333$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{1}{15} = \frac{0,0666666}{0,5999999}$$

### Задача о пирамиде

Длина ребра пирамиды равна 0,72.

## Страница 130

### Задачи со степенями

$$7^2 = 49$$

$$2^{14} = 16384$$

$$2^{15} = 32768$$

$$2^{30} = 1073741824$$

### Решите задачи

Объем одного из кубиков равен 125 000 см<sup>3</sup>, а объем другого — 15 625 см<sup>3</sup>. Таким образом, объем первого кубика в 8 раз больше, чем объем второго кубика. Ты заметил, что увеличение размера ребра кубика в 2 раза приводит к увеличению объема этого кубика в 8 раз? Это потому, что  $2^3 = 8$ .

### Что больше?

$$2^5 = 32, \text{ чем } 5^2 = 25.$$

$$4^3 = 64 \text{ меньше, чем } 3^4 = 81.$$

### Спаси Лейлу

$$2^4 = 4^2.$$

## Страница 131

### Возведение в дробные степени

$$9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3; \quad 25^{\frac{1}{2}} = \sqrt{25} = 5; \quad 64^{\frac{1}{2}} = \sqrt{64} = 8.$$

$$60^{\frac{1}{4}} = 2,7831577$$

### Соответствие между возведением в степень и извлечением корня

$64 = 2^6$	$81 = 3^4$	$256 = 4^4$	$9 = 3^2$
$\sqrt[6]{64} = 2^3$	$\sqrt[4]{81} = 3^2$	$\sqrt[4]{256} = 4^2$	$\sqrt[2]{9} = 3$

### Возведение дробей в степень

$$\frac{1}{5}^3 = 0,008$$

$$\frac{1}{6}^3 = 0,0046296$$

$$\frac{1}{9}^2 = 0,0123457$$

$$5^{-3} = 0,2^3 \quad (5^{-3} = \frac{1}{5^3}, \text{ а } \frac{1}{5} = 0,2)$$

### Преобразование чисел в стандартный вид

$$1. 7,438 \times 10^{11}$$

$$2. 9,23 \times 10^9$$

$$3. 8,02 \times 10^{11}$$

$$4. 4,532 \times 10^{10}$$

$$5. 153000000 = 1,53 \times 10^8, \text{ а это больше, чем } 1,49 \times 10^8$$

$$6. 4,17 \times 10^{10} = 41700000000, \text{ а это больше, чем } 587000000$$

$$7. 3,8 \times 10^9 \text{ примерно в 4 раза больше, чем } 9,3 \times 10^8$$

$$8. 1,9 \times 10^6 \text{ это примерно равно } 2\,000\,000, \text{ а } 9,1 \times 10^5 \text{ — это меньше, чем } 1000000.$$

### Очень маленькие числа

В порядке увеличения размера:  
атом водорода  
молекула белка (яичного)  
вирус гриппа  
бактерия пневмонии  
вирус свинки  
острие булавки  
инфузория туфелька

### Страница 133

#### Реши задачи

- $9,75 \times 10^{17}$ .
- $1 \times 10^{12}$ .
- 200.
- Для человека в возрасте 70 лет число ударов, совершенных его сердцем за всю его жизнь, равно примерно  $2,58 \times 10^9$ .
- За один год свет преодолест расстояние, примерно равное  $9,45 \times 10^{12}$  км.
- Диаметр клетки крови примерно в 30 раз больше диаметра бактерии.
- Вирус гриппа примерно в 250 раз больше, чем атом водорода.
- 70 м.

Клавиша перехода к индикации чисел в стандартном виде

- $1,50 \times 10^1$ , или 15
- 5,26
- $1,18 \times 10^8$
- $3,32 \times 10^{-3}$

### Страница 134

#### Задачи по статистике

Средний возраст этой группы людей равен 32,8 года. Всего в группе 38 человек, и их суммарный возраст равен 1246 годам.

#### Вычисление средних значений

Для первой последовательности (набора): среднее значение равно 54, среднеквадратичное отклонение равно 5,7.

Для второй последовательности (набора): среднее значение равно 55,2, среднеквадратичное отклонение равно 42,1.

### Страница 135

#### Вопросы

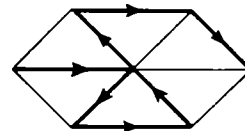
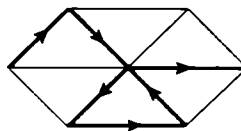
1. Средний возраст этой группы людей оказался выше 30 лет, поскольку среди тех, кому больше 30 лет, оказалось несколько человек, которым намного больше, чем 30 лет (93, 66 и 64 года). Именно эти большие значения и привели к увеличению среднего значения.

2. Процент людей, чей возраст превышает 60 лет, составляет 10,5%. Процент людей, чей возраст меньше 20 лет, составляет 29%.

3. 11%.

### Лабиринт

Вот два способа пройти этот лабиринт:



### Страница 136

#### Вероятности

#### Шкала вероятностей

Восход солнца

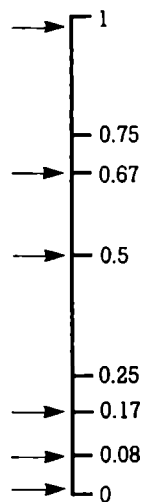
День рождения между  
1 января и 31 августа

Выпадение орла при бросании монеты

Выпадение 6 очков при бросании кубика

День рождения в октябре

Падение порции мороженого тебе в руки



#### Задача с шариками

Вероятность вытащить из коробки наугад подряд четыре шарика с белой точкой равна  $369 \times 10^{-6}$ . Это очень маленькая вероятность.

#### Факториал

$6! = 720$

$4/52 \times 3/51 \times 2/50 \times 1/49$  эквивалентно  $\frac{4! \times 48!}{52!}$ ,

поскольку

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4!$ , а  $52 \times 51 \times 50 \times 49 =$

$$\frac{52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48!}{48!} = \frac{52!}{48!}$$

$52!$  — это просто огромное число; это больше, чем  $8 \times 10^{67}$ . Это число превышает число секунд, прошедших с момента возникновения Вселенной!

#### Сложение вероятностей

Вероятность аварии при посадке равна 0,250238:

$1/5 + 1/35 + 1/60 + 1/200 = 0,250238$  — это чуть-чуть больше, чем 0,25.

# В МИРЕ МАТЕМАТИКИ И КАЛЬКУЛЯТОРОВ

Книга состоит из трех разделов: «В страну Математика», «В мире калькуляторов» и «Задачи, головоломки и фокусы с калькуляторами». Первый раздел знакомит читателя с основными идеями и понятиями современной математики; второй — с общими принципами использования микрокалькуляторов; третий позволяет связать полученные математические знания с навыками пользования калькуляторами. Красочные иллюстрации и занимательная форма изложения помогут читателям усвоить материал книги и научиться пользоваться калькуляторами.

